

# Vorlesung 18:

---

**Roter Faden:**

**Röntgenstrahlung**

Folien auf dem Web:

<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/>

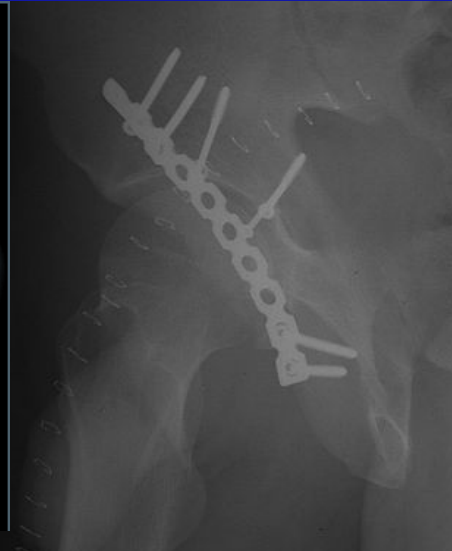
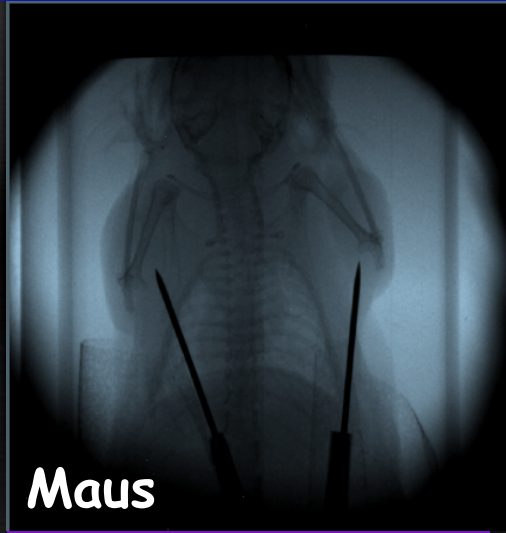
Siehe auch:

<http://www.wmi.badw.de/teaching/Lecturenotes/index.html>

<http://www.uni-stuttgart.de/ipf/lehre/online-skript/>

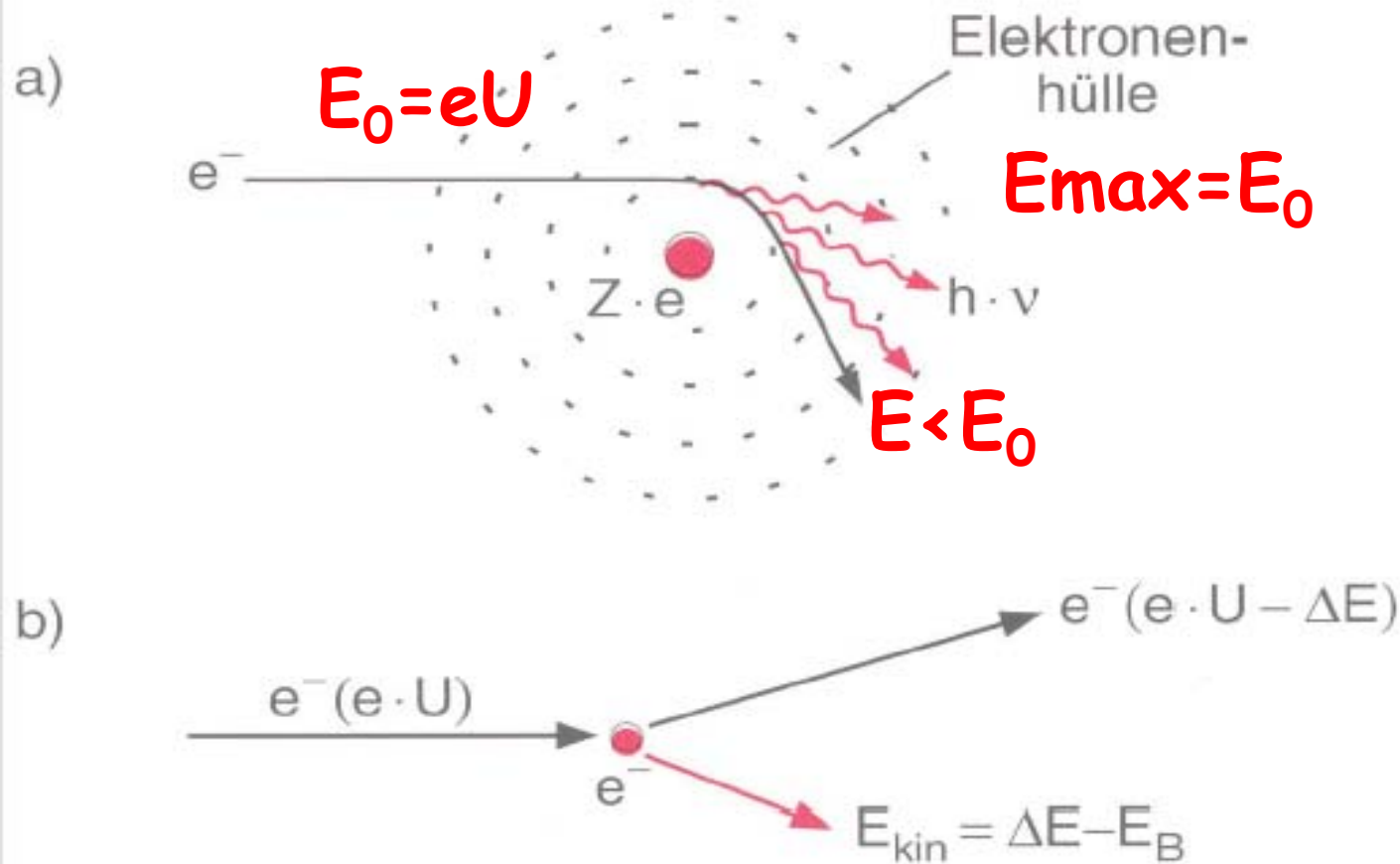
# Röntgenstrahlung (X-rays)

Röntgenstrahlung bezeichnet **elektromagnetische Wellen** einer **Photonenenergie** zwischen 100 eV und 1 MeV und von Wellenlängen zwischen  $10^{-8}$  und  $10^{-12}$  m. Röntgenstrahlen liegen im **elektromagnetischen Spektrum** zwischen dem **ultravioletten** Licht und der **Gammastrahlung**, mit der sie sich teilweise überschneiden. Die Röntgenstrahlung wurde von **Wilhelm Conrad Röntgen** entdeckt und trägt ihren Namen im deutschsprachigen Raum zu seinen Ehren. In anderen Sprachräumen wird sie häufig mit dem von Röntgen ursprünglich selbst verwendeten Begriff **X-Strahlen** (englisch *X-rays*) bezeichnet.



**30-facher  
Beckenfraktur  
mit Metall-  
stäben  
stabilisiert**

# Entstehung der Röntgenstrahlung



**Abb. 7.25.** (a) Zur Entstehung der Bremsstrahlung. (b) Inelastischer Stoß des ankommenden Elektrons mit einem Hüllenelektron der Anodenatome

# Röntgenspektren

## Bremsstrahlung:

Elektronen wandeln ihre Energie  $e \cdot U$  beim Auftreffen auf ein Target in **Bremsstrahlung** um.

Ein Teil wird in kontinuierliche Röntgenstrahlung umgesetzt, ein Teil in Wärme.

Ist **elektromagnetische Strahlung** - zeigt Polarisation, Beugung, Interferenz.

Intensitätsverteilung - siehe Abb.

kurzwellige Grenze:  $h\nu \leq h\nu_G = e \cdot U \Rightarrow \lambda \geq \lambda_G = \frac{h \cdot c}{e \cdot U}$

Bei ausreichend großen Spannungen - charakteristische Linien - entsprechen atomaren Übergängen.

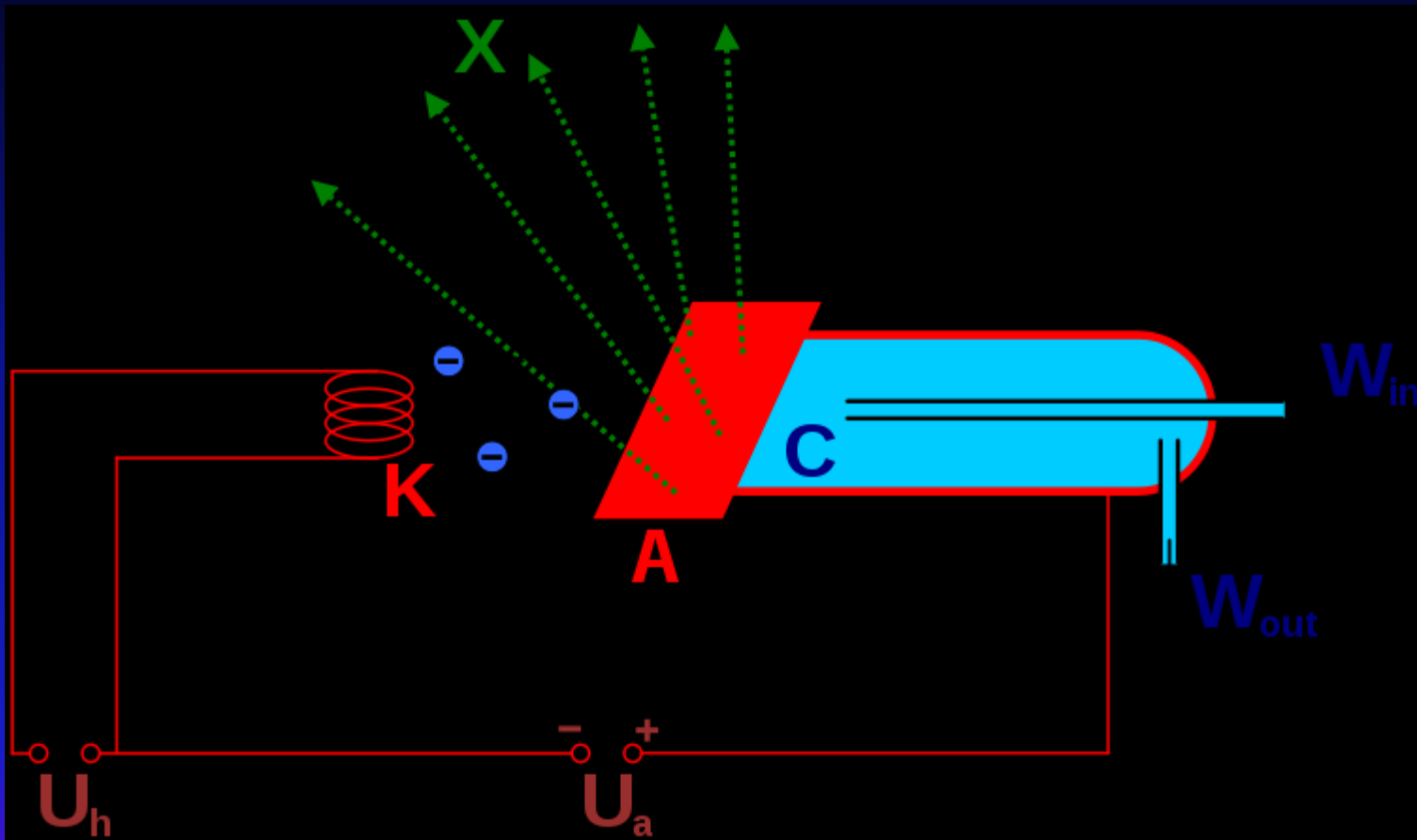
## Charakteristische Röntgenstrahlung:

Energie der Elektronen muß "genügend" groß sein um Elektronen der Anodenatome aus inneren Schale in freie höhere Energiezustände anzuregen.

$$e^- + E_{kin} + A(E_k) \Rightarrow A^*(E_i) + e^- + E'_{kin}$$

$$\text{mit } E_{kin} - E'_{kin} = E_i - E_k \text{ und } A^*(E_i) \Rightarrow A(E_k) + h\nu_{ik}$$

# Röntgenröhre

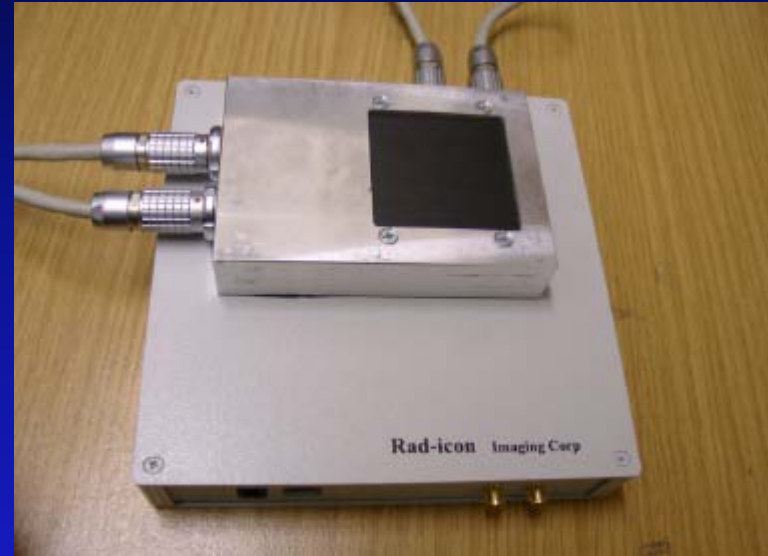


Schematische Zeichnung einer Röntgenröhre (K: Kathode (Elektronenquelle), A: Anode (Elektronenziel), X: X-Strahlung, Röntgenstrahlung)

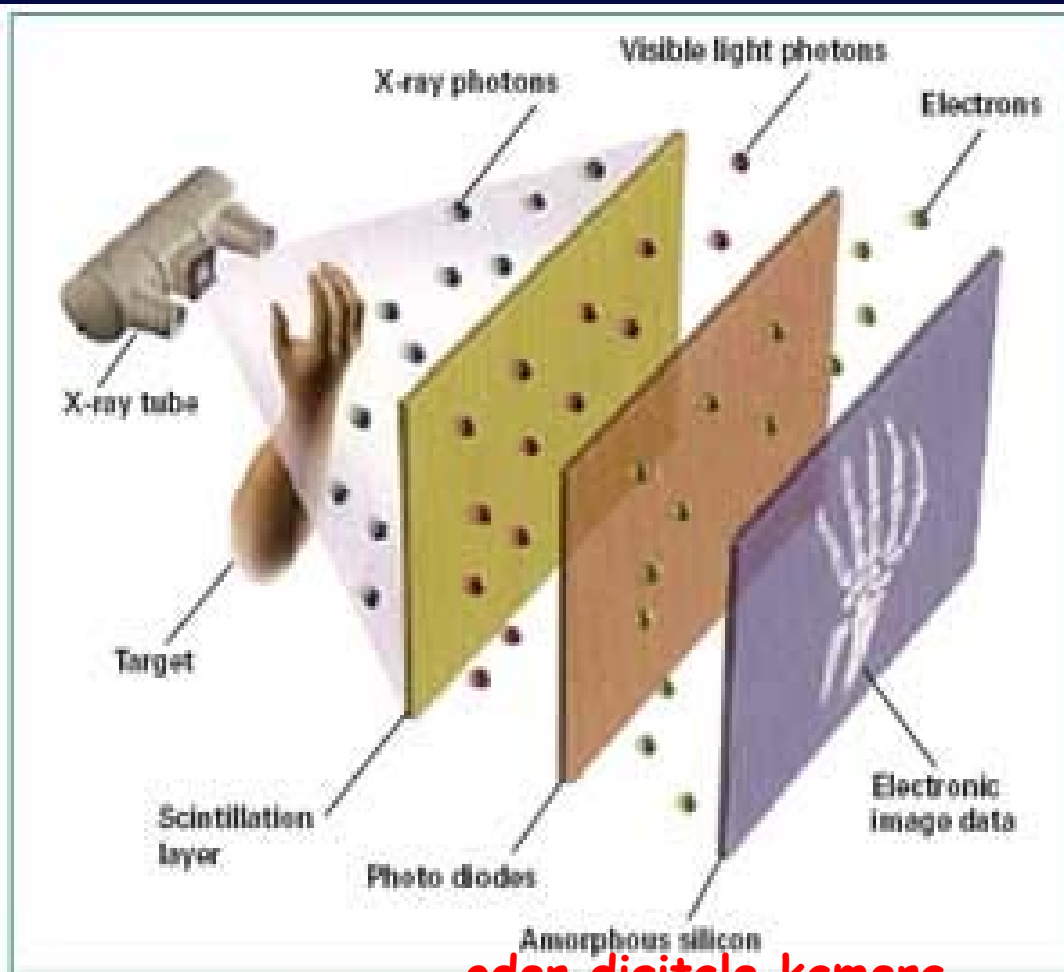
## Röntgenröhre



## Röntgenkamera



# Röntgendetektor



oder digitale kamera

Figure 4: Flat panel detector signal chain

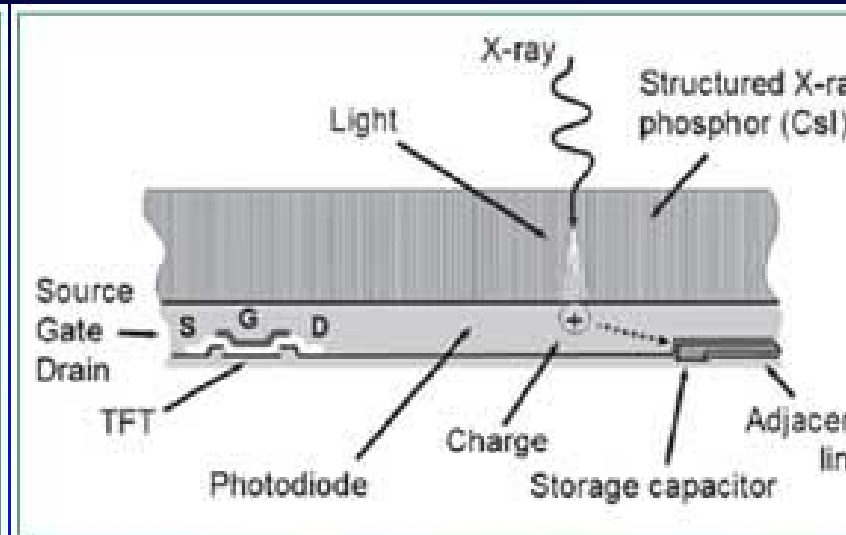
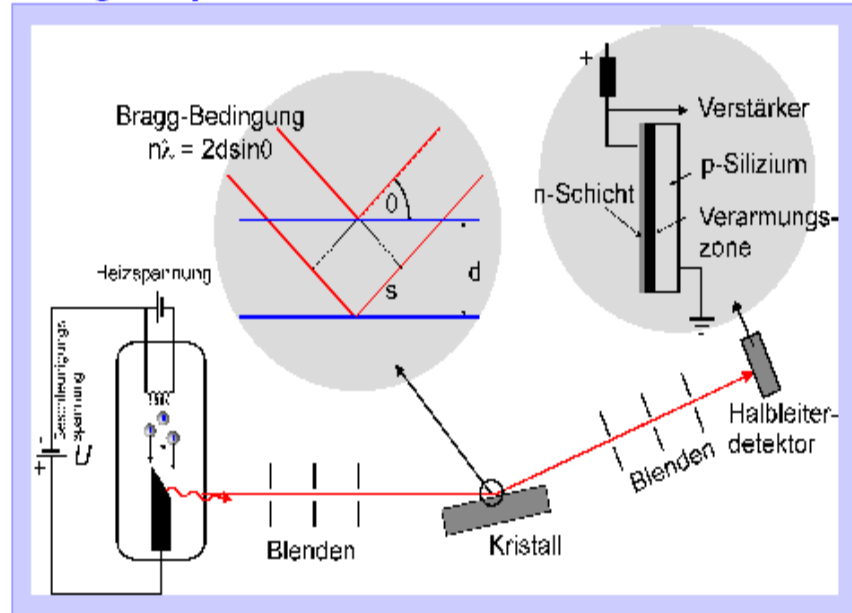


Figure 5: Cross-section of an indirect TFT detector using a CsI scintillator shows the conversion of x-rays first into light, traveling through the structured phosphor to a photodiode etched on the TFT arrays, and the creation of a proportional charge stored in the local capacitor.

<http://www.emasiamag.com>

# Röntgenstrahlung

## Röntgen-Spektrometer



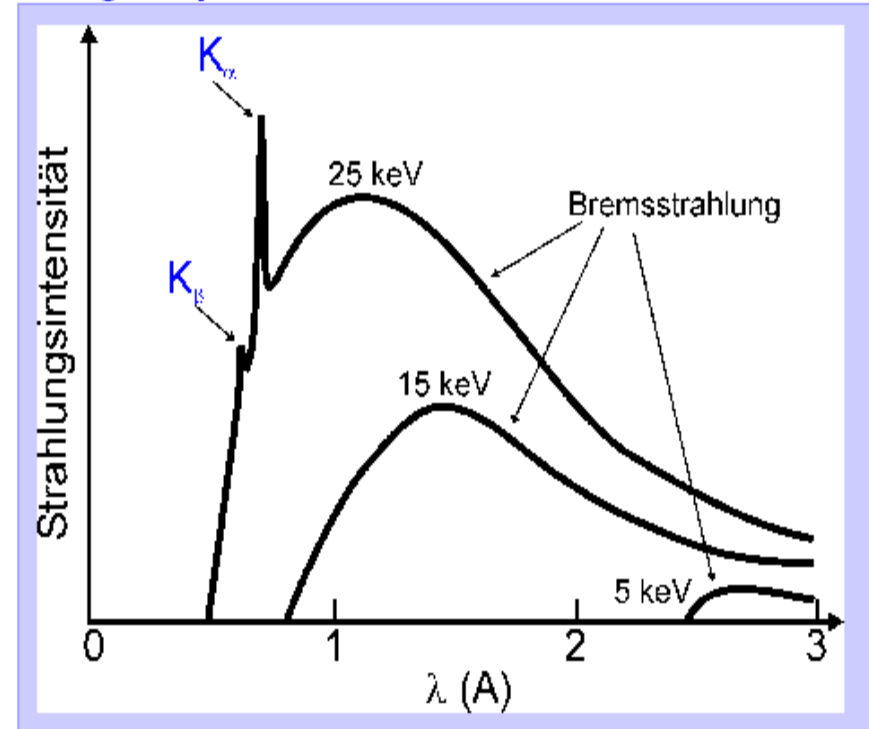
### Spektroskopie der inneren Schalen.

- ▶  $E = 1-100 \text{ keV}$
- ▶  $\lambda = 0,1-10 \text{ \AA}$

### Röntgen-Bremsspektrum

- ▶ Kontinuierlich
- ▶ Grenzfrequenz  $\nu_{\max} = eU/h$
- ▶  $I(\nu) \sim Z(\nu_{\max} - \nu)$

## Röntgen-Spektrum



### Charakteristisches Spektrum

- ▶ Wenige Linien
- ▶ Zusammengefasst in Serien
- ▶ Kurzwellige Grenzfrequenz (**Serienkante**)
- ▶ Serien verschieben sich mit  $Z$  zu höheren Energien

# Röntgenlinien

Deutung der Röntgen-Spektren durch Kossel 1916 im Modell unabhängiger Teilchen.

- ▶ Energetisches Elektron stößt Elektron aus inneren Schale
- ▶ Unbesetztes Niveau in sonst voller Schale (genannt **Loch**) hat gleichen Eigenschaften wie ein einzelnes Elektron in der Schale
- ▶ Übergang von Elektronen aus höheren Schalen und Emission eines Photons

## Notation

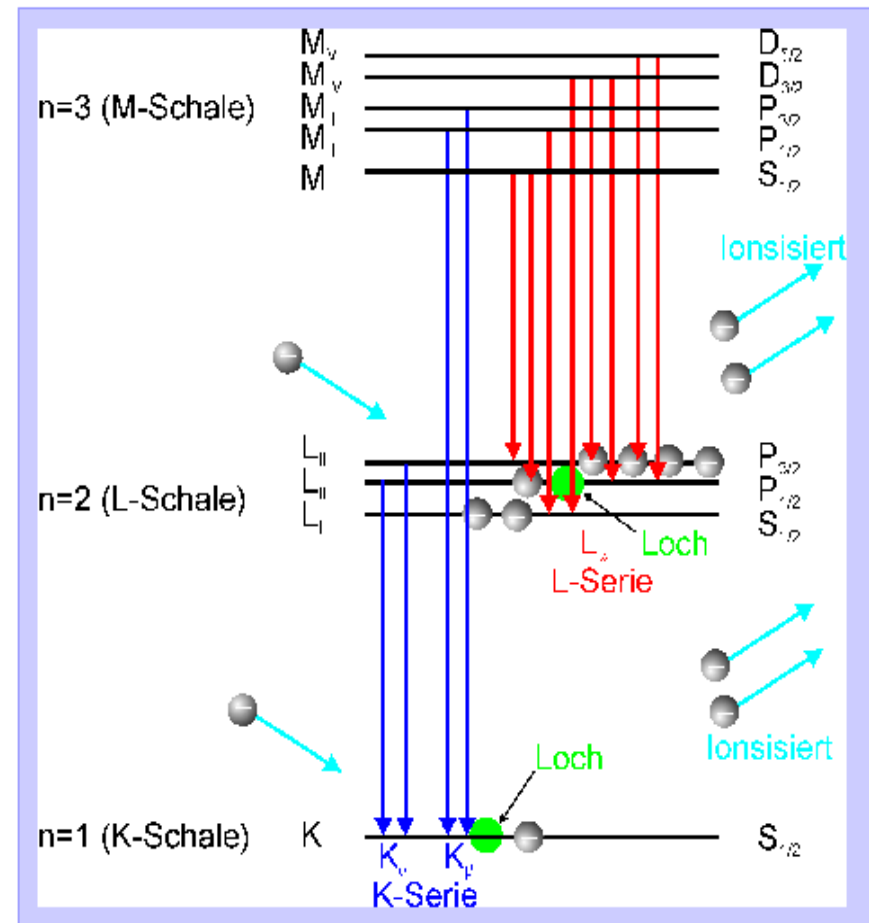
- ▶ Serien: K (n=1), L (n=2), M (n=3), N (n=4) ...
- ▶ Linien:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  ...
- ▶ Feinaufspaltung: I, II, III, IV ...

## Energie der Übergänge

$$\frac{1}{\lambda_{K\alpha}} \approx R_H (Z-1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

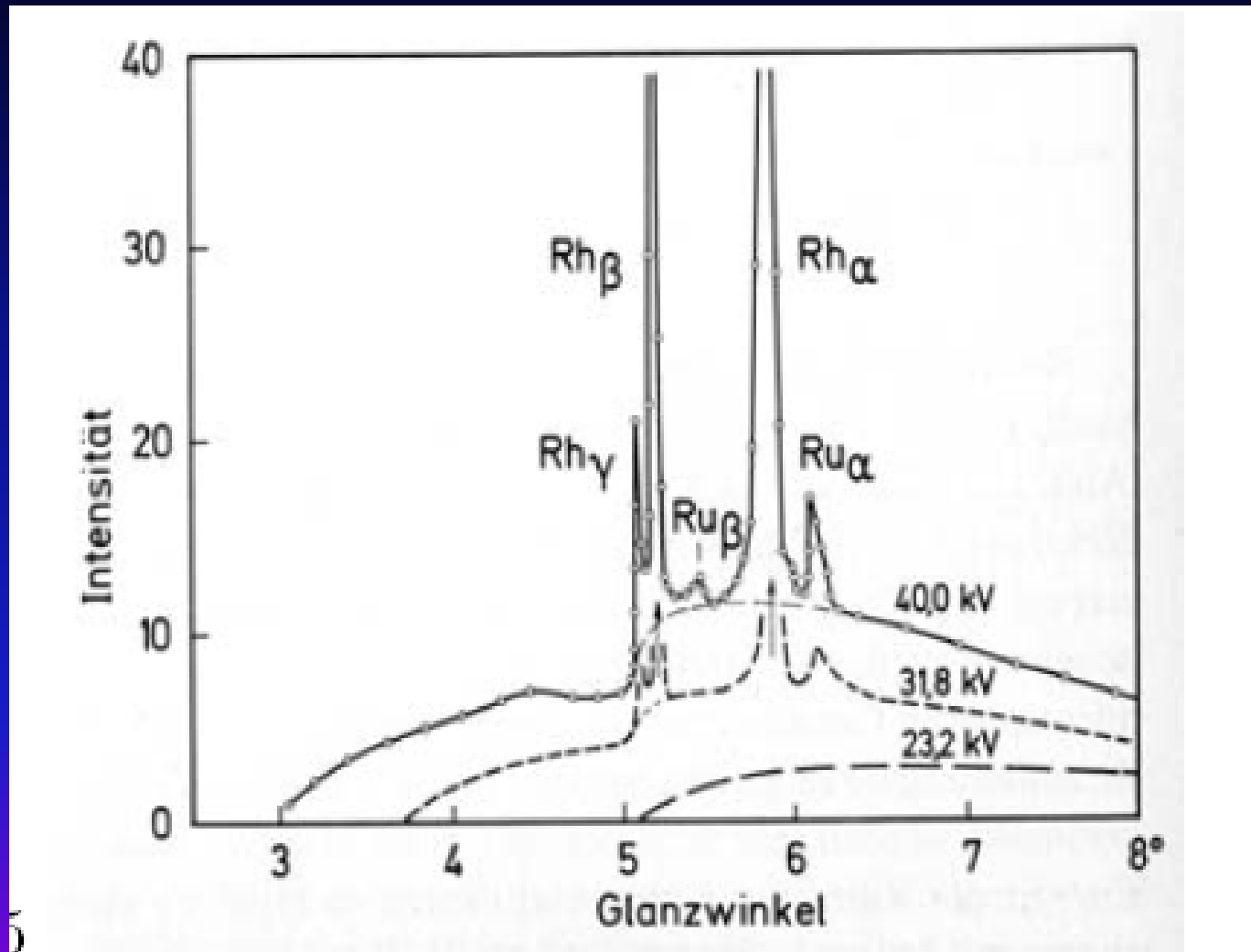
$$\frac{1}{\lambda_{L\alpha}} \approx R_H (Z-7,4)^2 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

Hier schirmen innere Elektronen die Kernladung um 1e bzw. 7.4e ab.

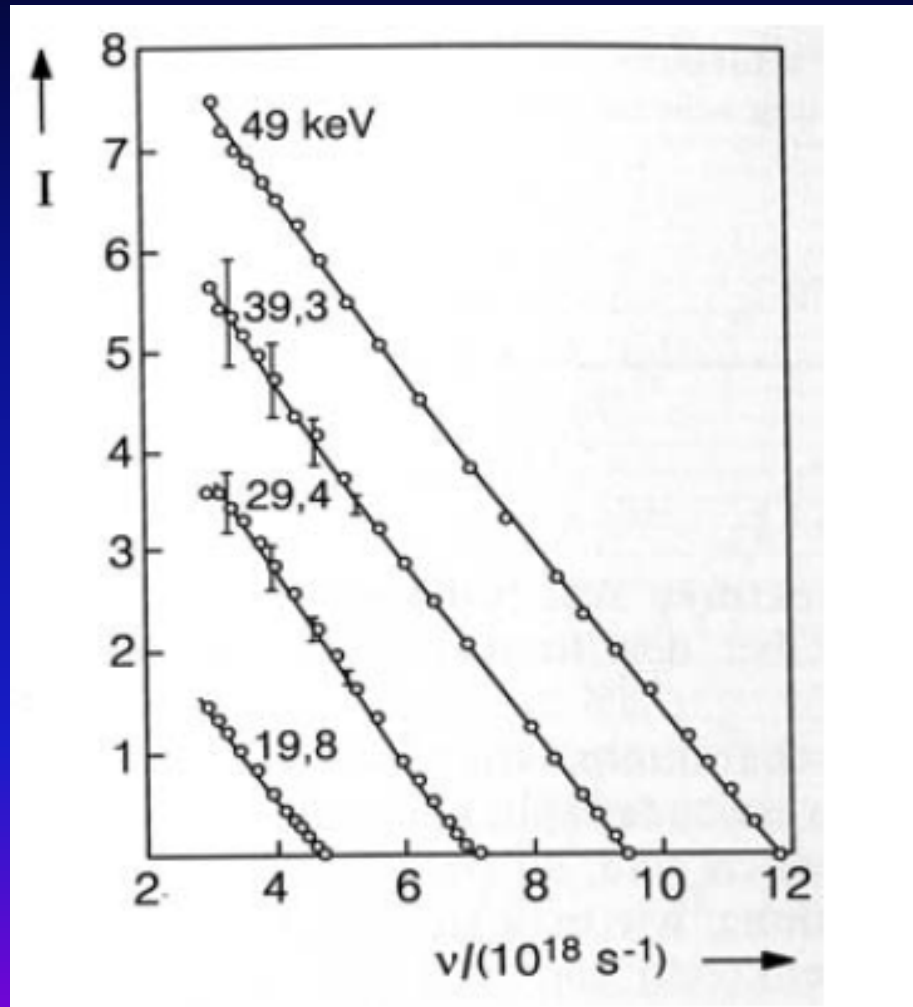


Die Ionisation der inneren Schale kann auch durch Röntgen-Strahlung erfolgen (**Photoionisation** , **Röntgen-Fluoreszenz**).

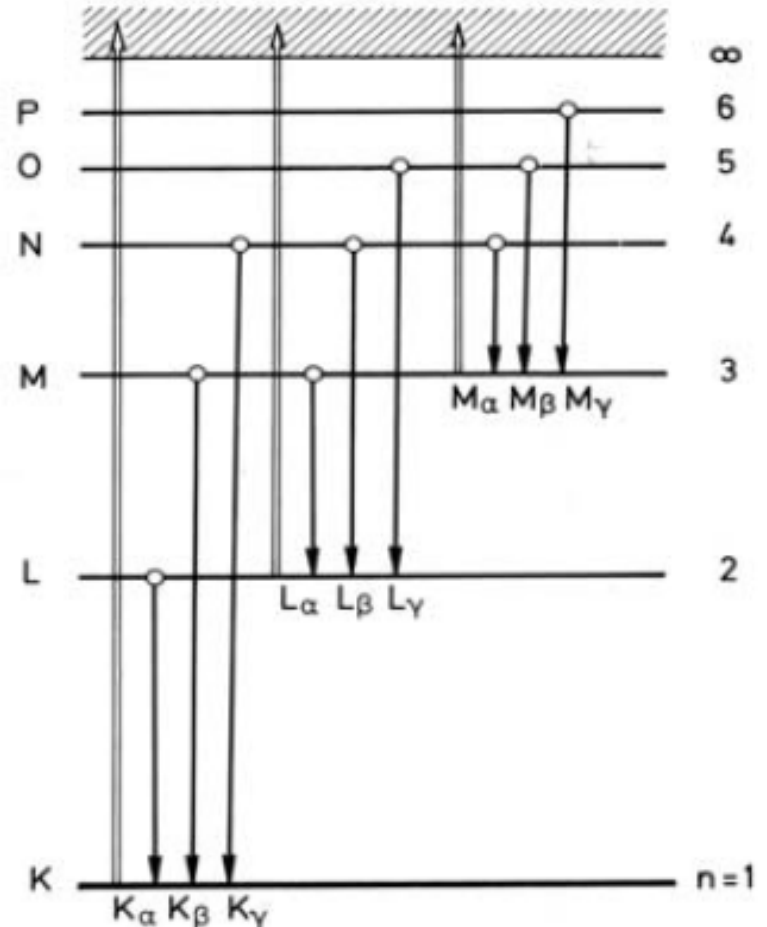
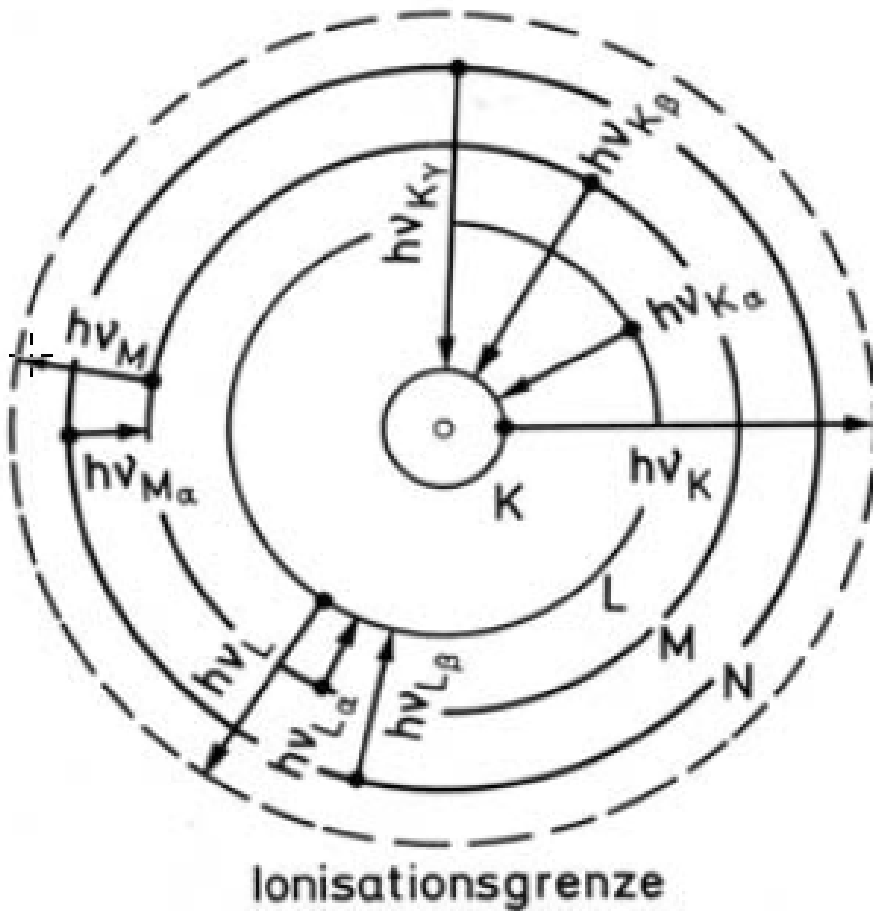
# Röntgenröhre mit Rh Anode (verunreinigt mit Ru)



# Intensität einer Röntgenröhre vs U



# Charakteristische Linien im Bohr Modell



# Elektronenanordnung im Grundzustand

| Schale |    |             | K  |    | L  |    | M  |    |    | N |
|--------|----|-------------|----|----|----|----|----|----|----|---|
| Z      |    | Element     | 1s | 2s | 2p | 3s | 3p | 3d | 4s |   |
| 1      | H  | Wasserstoff | 1  |    |    |    |    |    |    |   |
| 2      | He | Helium      | 2  |    |    |    |    |    |    |   |
| 3      | Li | Lithium     | 2  | 1  |    |    |    |    |    |   |
| 4      | Be | Beryllium   | 2  | 2  |    |    |    |    |    |   |
| 5      | B  | Bor         | 2  | 2  | 1  |    |    |    |    |   |
| 6      | C  | Kohlenstoff | 2  | 2  | 2  |    |    |    |    |   |
| 7      | N  | Stickstoff  | 2  | 2  | 3  |    |    |    |    |   |
| 8      | O  | Sauerstoff  | 2  | 2  | 4  |    |    |    |    |   |
| 9      | F  | Fluor       | 2  | 2  | 5  |    |    |    |    |   |
| 10     | Ne | Neon        | 2  | 2  | 6  |    |    |    |    |   |
| 11     | Na | Natrium     | 2  | 2  | 6  | 1  |    |    |    |   |
| 12     | Mg | Magnesium   | 2  | 2  | 6  | 2  |    |    |    |   |
| 13     | Al | Aluminium   | 2  | 2  | 6  | 2  | 1  |    |    |   |
| 14     | Si | Silizium    | 2  | 2  | 6  | 2  | 2  |    |    |   |
| 15     | P  | Phosphor    | 2  | 2  | 6  | 2  | 3  |    |    |   |
| 16     | S  | Schwefel    | 2  | 2  | 6  | 2  | 4  |    |    |   |
| 17     | Cl | Chlor       | 2  | 2  | 6  | 2  | 5  |    |    |   |
| 18     | Ar | Argon       | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  |    |    |   |
| 19     | K  | Kalium      | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  |    | 1  |   |
| 20     | Ca | Calcium     | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  |    | 2  |   |
| 21     | Sc | Scandium    | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 1  | 2  |   |
| 22     | Ti | Titan       | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 2  | 2  |   |
| 23     | V  | Vanadium    | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 3  | 2  |   |
| 24     | Cr | Chrom       | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 5  | 1  |   |
| 25     | Mn | Mangan      | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 5  | 2  |   |
| 26     | Fe | Eisen       | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 6  | 2  |   |
| 27     | Co | Kobalt      | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 7  | 2  |   |
| 28     | Ni | Nickel      | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 8  | 2  |   |
| 29     | Cu | Kupfer      | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 1  |   |
| 30     | Zn | Zink        | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  |   |
| 31     | Ga | Gallium     | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 1 |
| 32     | Ge | Germanium   | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 2 |
| 33     | As | Arsen       | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 3 |
| 34     | Se | Selen       | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 4 |
| 35     | Br | Brom        | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 5 |
| 36     | Kr | Krypton     | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 37     | Rb | Rubidium    | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 38     | Sr | Strontium   | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 39     | Y  | Yttrium     | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 40     | Zr | Zirkonium   | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 41     | Nb | Niob        | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 42     | Mo | Molybdän    | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 43     | Tc | Technetium  | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 44     | Ru | Ruthenium   | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 45     | Rh | Rhodium     | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 46     | Pd | Palladium   | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 47     | Ag | Silber      | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 48     | Cd | Cadmium     | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 49     | In | Indium      | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 50     | Sn | Zinn        | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 51     | Sb | Antimon     | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 52     | Te | Tellur      | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 53     | I  | Iod         | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |
| 54     | Xe | Xenon       | 2  | 2  | 6  | 2  | 6  | 10 | 2  | 6 |

# Elektronenanordnung im Grundzustand

| Schale |    |            | N  | O  |    |    |    |    | P |
|--------|----|------------|----|----|----|----|----|----|---|
| Z      |    | Element    | 4f | 5s | 5p | 5d | 5f | 6s |   |
| 55     | Cs | Cäsium     |    | 2  | 6  |    |    | 1  |   |
| 56     | Ba | Barium     |    | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 57     | La | Lanthan    |    | 2  | 6  | 1  |    | 2  |   |
| 58     | Ce | Cer        | 2  | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 59     | Pr | Praseodym  | 3  | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 60     | Nd | Neodym     | 4  | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 61     | Pm | Promethium | 5  | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 62     | Sm | Samarium   | 6  | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 63     | Eu | Europium   | 7  | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 64     | Gd | Gadolinium | 7  | 2  | 6  | 1  |    | 2  |   |
| 65     | Tb | Terbium    | 9  | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 66     | Dy | Dysprosium | 10 | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 67     | Ho | Holmium    | 11 | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 68     | Er | Erbium     | 12 | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 69     | Tm | Thulium    | 13 | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 70     | Yb | Ytterbium  | 14 | 2  | 6  |    |    | 2  |   |
| 71     | Lu | Lutetium   | 14 | 2  | 6  | 1  |    | 2  |   |
| 72     | Hf | Hafnium    | 14 | 2  | 6  | 2  |    | 2  |   |
| 73     | Ta | Tantal     | 14 | 2  | 6  | 3  |    | 2  |   |
| 74     | W  | Wolfram    | 14 | 2  | 6  | 4  |    | 2  |   |
| 75     | Re | Rhenium    | 14 | 2  | 6  | 5  |    | 2  |   |
| 76     | Os | Osmium     | 14 | 2  | 6  | 6  |    | 2  |   |
| 77     | Ir | Iridium    | 14 | 2  | 6  | 7  |    | 2  |   |
| 78     | Pt | Platin     | 14 | 2  | 6  | 9  |    | 1  |   |
| 79     | Au | Gold       | 14 | 2  | 6  | 10 |    | 1  |   |

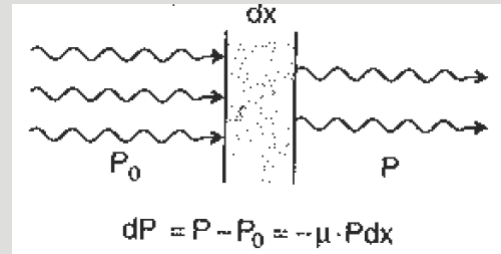
| Schale |    |               | N  | O  |    |    |    |    | P  |    |    | Q |
|--------|----|---------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| Z      |    | Element       | 4f | 5s | 5p | 5d | 5f | 6s | 6p | 6d | 7s |   |
| 80     | Hg | Quecksilber   | 14 | 2  | 6  | 10 |    | 2  |    |    |    |   |
| 81     | Tl | Thallium      | 14 | 2  | 6  | 10 |    | 2  | 1  |    |    |   |
| 82     | Pb | Blei          | 14 | 2  | 6  | 10 |    | 2  | 2  |    |    |   |
| 83     | Bi | Bismut        | 14 | 2  | 6  | 10 |    | 2  | 3  |    |    |   |
| 84     | Po | Polonium      | 14 | 2  | 6  | 10 |    | 2  | 4  |    |    |   |
| 85     | At | Astat         | 14 | 2  | 6  | 10 |    | 2  | 5  |    |    |   |
| 86     | Rn | Radon         | 14 | 2  | 6  | 10 |    | 2  | 6  |    |    |   |
| 87     | Fr | Francium      | 14 | 2  | 6  | 10 |    | 2  | 6  |    | 1  |   |
| 88     | Ra | Radium        | 14 | 2  | 6  | 10 |    | 2  | 6  |    | 2  |   |
| 89     | Ac | Actinium      | 14 | 2  | 6  | 10 |    | 2  | 6  | 1  | 2  |   |
| 90     | Th | Thorium       | 14 | 2  | 6  | 10 |    | 2  | 6  | 2  | 2  |   |
| 91     | Pa | Protactinium  | 14 | 2  | 6  | 10 | 2  | 2  | 6  | 1  | 2  |   |
| 92     | U  | Uran          | 14 | 2  | 6  | 10 | 3  | 2  | 6  | 1  | 2  |   |
| 93     | Np | Neptunium     | 14 | 2  | 6  | 10 | 5  | 2  | 6  |    | 2  |   |
| 94     | Pu | Plutonium     | 14 | 2  | 6  | 10 | 6  | 2  | 6  |    | 2  |   |
| 95     | Am | Americium     | 14 | 2  | 6  | 10 | 7  | 2  | 6  |    | 2  |   |
| 96     | Cm | Curium        | 14 | 2  | 6  | 10 | 7  | 2  | 6  | 1  | 2  |   |
| 97     | Bk | Berkelium     | 14 | 2  | 6  | 10 | 8  | 2  | 6  | 1  | 2  |   |
| 98     | Cf | Californium   | 14 | 2  | 6  | 10 | 10 | 2  | 6  |    | 2  |   |
| 99     | Es | Einsteinium   | 14 | 2  | 6  | 10 | 11 | 2  | 6  |    | 2  |   |
| 100    | Fm | Fermium       | 14 | 2  | 6  | 10 | 12 | 2  | 6  |    | 2  |   |
| 101    | Md | Mendelevium   | 14 | 2  | 6  | 10 | 13 | 2  | 6  |    | 2  |   |
| 102    | No | Nobelium      | 14 | 2  | 6  | 10 | 14 | 2  | 6  |    | 2  |   |
| 103    | Lr | Lawrencium    | 14 | 2  | 6  | 10 | 14 | 2  | 6  | 1  | 2  |   |
| 104    | Rf | Rutherfordium | 14 | 2  | 6  | 10 | 14 | 2  | 6  | 2  | 2  |   |

# Röntgenabsorption

Paralleles Strahlungsbündel wird in Materialschicht der Dicke  $dx$  abgeschwächt:  $dP = -\mu P dx$

$\mu$ ...Abschwächungskoeffizient

Es gilt:  $P(x) = P_0 \cdot e^{-\mu x}$



**Abschwächung infolge: Streuung und Absorption.**

Schwächungskoeffizient  $\mu = \mu_s + \mu_a$

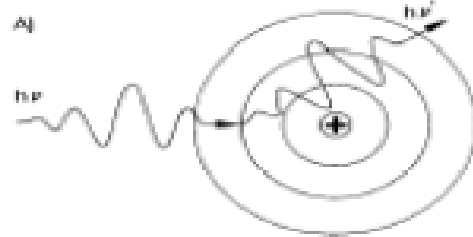
$\mu_s$ ....**Streukoeffizient** proportional zu  $\omega^4$  wenn Teilchendurchmesser  $d \ll \lambda$  (aus Streutheorie)

Daher bei hohen Energien Streuung dominant,  
bei kleinen Energien Absorption. Absorption  $\propto$  Dichte  $\rightarrow$   
Massenabsorptionskoeff.  $\kappa_\alpha = \mu_\alpha / \rho$   
Bei Röntgenstr. nur  $\kappa_\alpha$  wichtig.

$$I = I_0 \exp(-\kappa_\alpha \rho x)$$

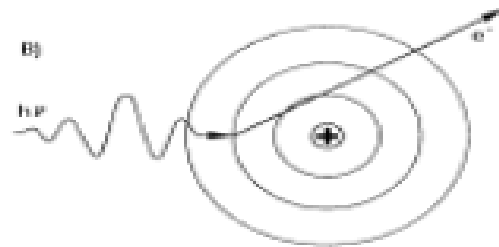
# Wechselwirkung zwischen Photonen und Materie

## 4. VL



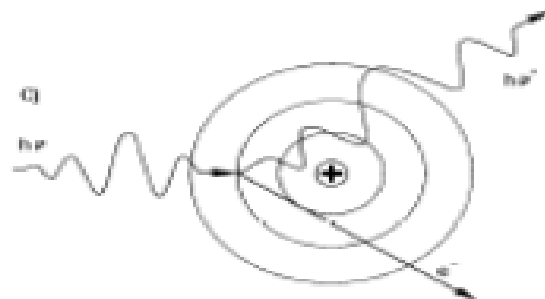
A) Kohärente Streuung

Thompson  
Rayleigh  
klassische Streuung



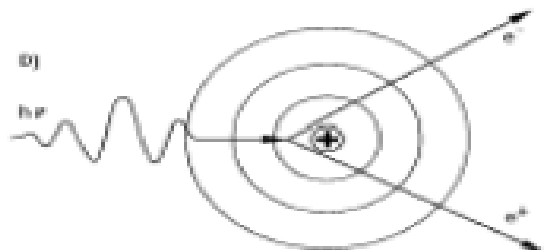
B) Photoeffekt

Teilchencharakter



C) Compton-Effekt

Teilchencharakter



D) Paarbildung

Energie-  $\rightarrow$  Masse

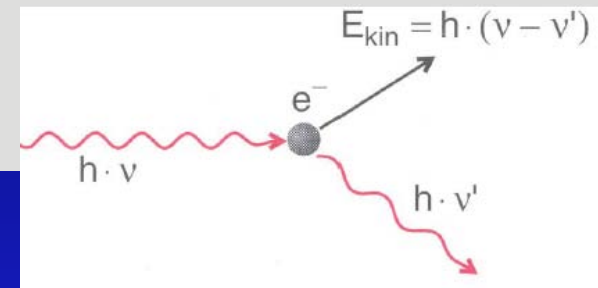
# Energieabh. der Absorptionsprozesse

**Photoeffekt:** Röntgenquant  $h\nu$  wird von Atom absorbiert - Elektron aus inneren Schale ionisiert  $h\nu + A(E_k) \rightarrow A^+(E_{Ion}) + e^-(E_{kin})$

Energiebilanz:  $E_{kin}(e^-) = h\nu - (E_{Ion} - E_k)$

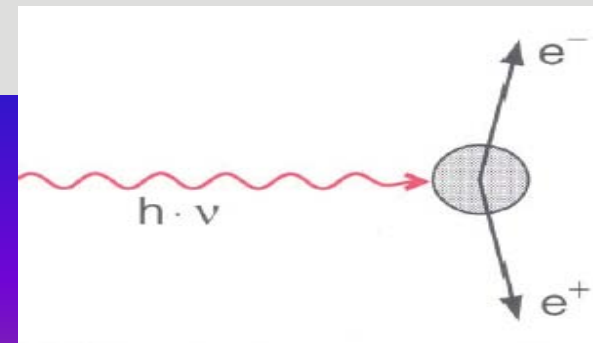
**Compton-Effekt:** Röntgenquant stößt mit "freien" Elektron der äußeren Schale zusammen - Bindungsenergie  $E_B \ll h\nu$

$h\nu + e^- \rightarrow e^-(E_{kin}) + h\nu'$

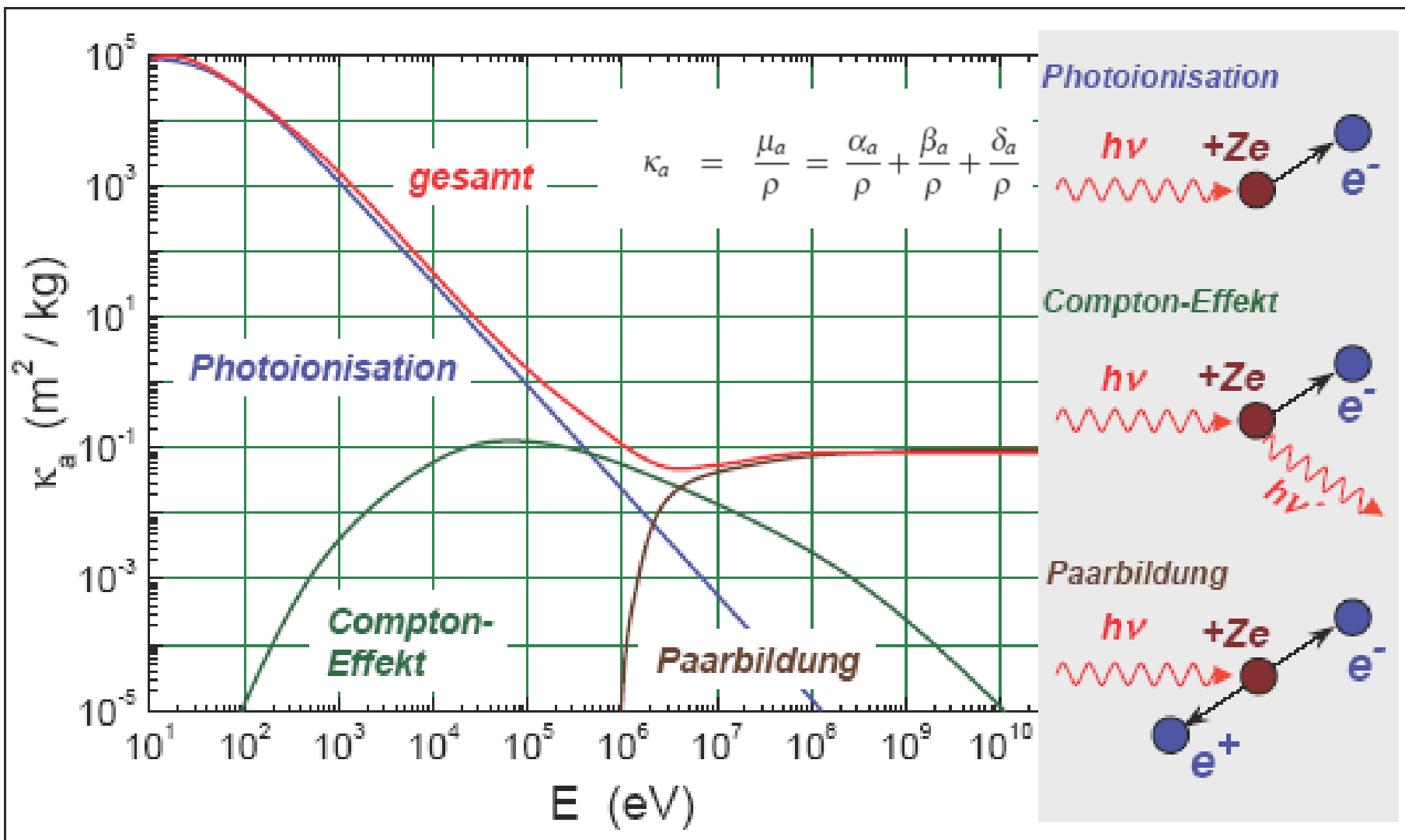


**Paarbildung** - bei  $h\nu > 1\text{MeV}$  wird ein Elektron- Positronpaar erzeugt.

$h\nu \rightarrow e^- + e^+ + 2E_{kin}$  mit  $h\nu = 2m_e c^2 + 2E_{kin}$



# Energieabhängigkeit der Absorptionsprozesse



# Energieabhängigkeit der Absorption

$$\kappa_a = \frac{\mu_a}{\rho} = \frac{\alpha_a}{\rho} + \frac{\beta_a}{\rho} + \frac{\delta_a}{\rho}$$

$$\frac{\alpha_a}{\rho} \propto \frac{Z^4}{(\hbar\omega)^3} \propto Z^4 \lambda^3$$

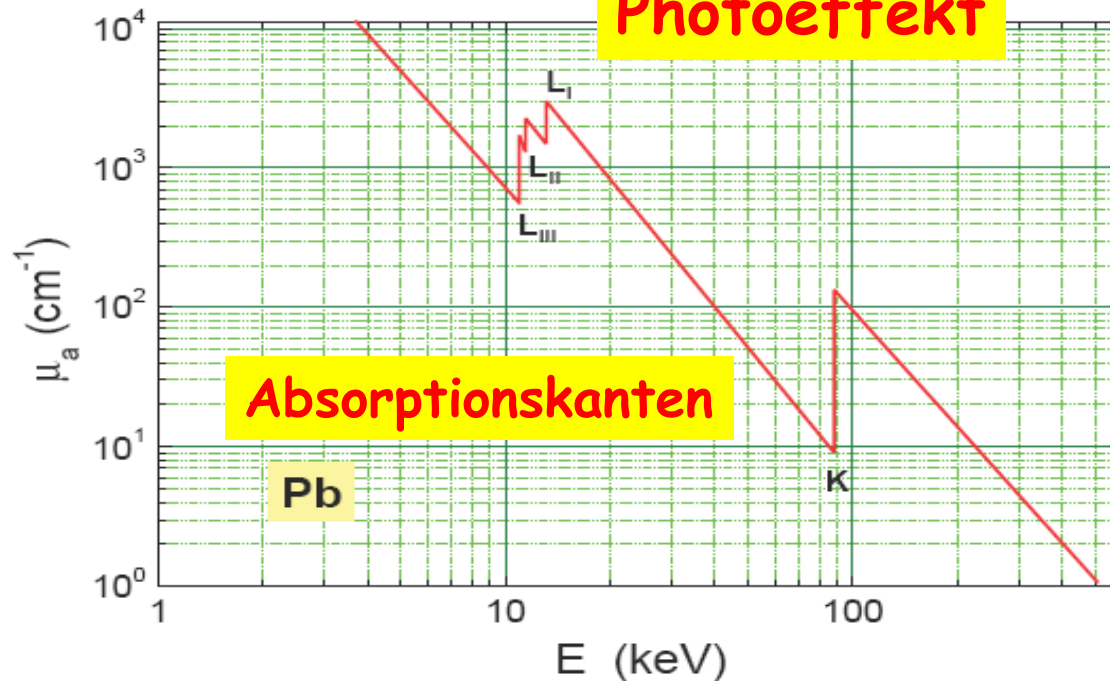
$$\frac{\beta_a}{\rho} \propto \frac{1}{\hbar\omega} \propto \lambda$$

$$\frac{\delta_a}{\rho} \propto \frac{Z}{\ln(\hbar\omega)}$$

Photoeffekt

Compton

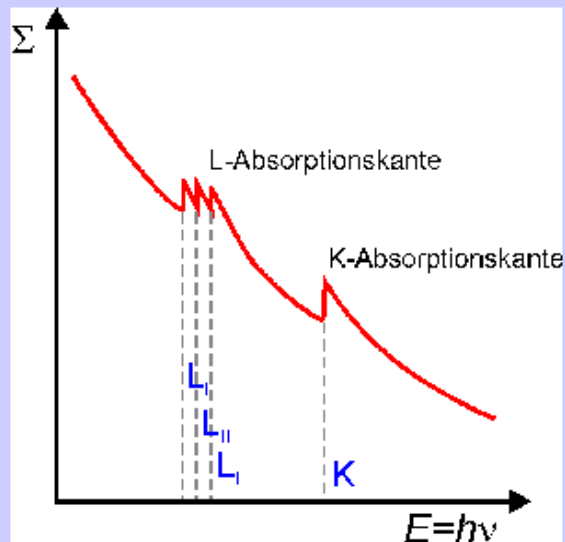
Paarbildung



Da in das Abschwächungsgesetz  $I = I_0 \exp(-\kappa_a \rho x)$  ferner die Dichte  $\rho$  des Absorbermaterials eingeht, verwendet man zur Abschwächung von Röntgenstrahlung Materialien mit hohem  $Z$  und hohem  $\rho$ . Aufgrund diesen Zusammenhangs schirmt z.B. Blei ( $Z = 82$ ) Röntgenstrahlung wesentlich besser ab als Aluminium ( $Z = 13$ ).

# Zusammenfassung

Die Abschwächung von Röntgen-Strahlen in Materie wird durch den **makroskopischen Wirkungsquerschnitt** oder **Absorptionskoeffizienten**  $\Sigma$  beschrieben. ➡



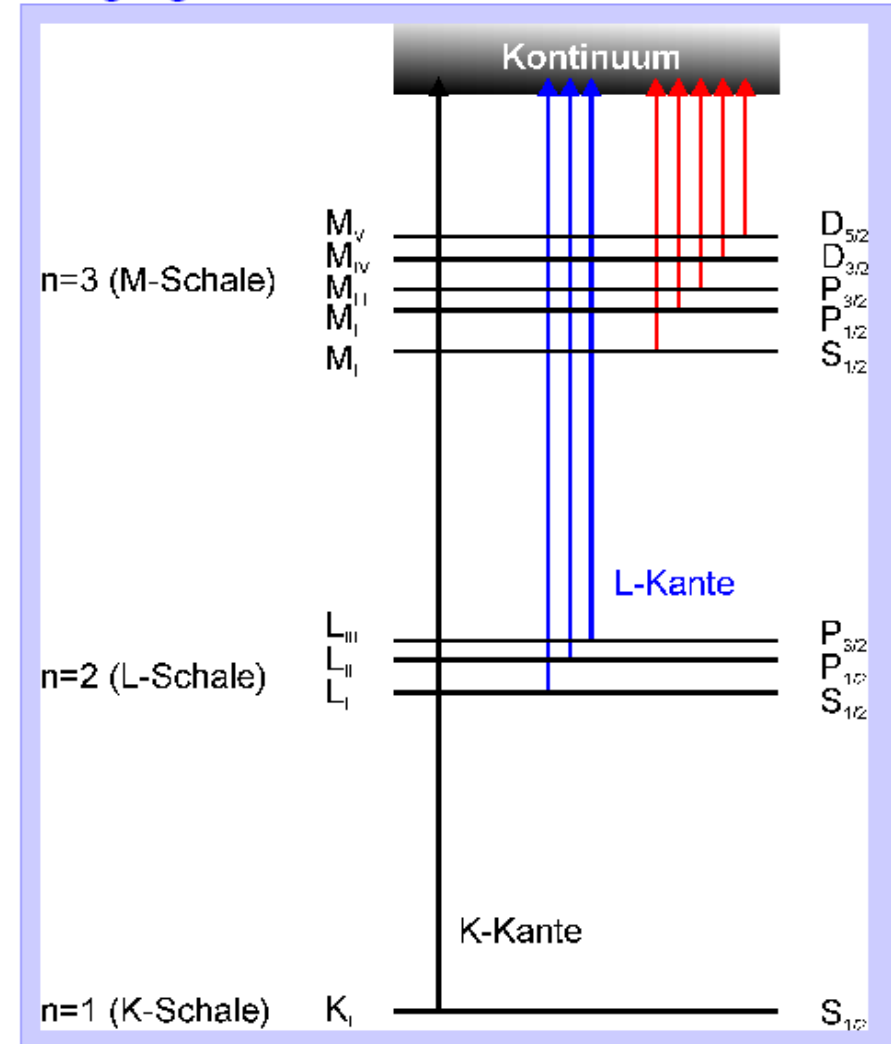
Wenn die Energie der Strahlung ausreicht, Elektronen aus einer tieferen Schale in das Kontinuum anzuregen, nimmt der Absorptionskoeffizient sprunghaft zu (s. rechts).

Man beobachtet:

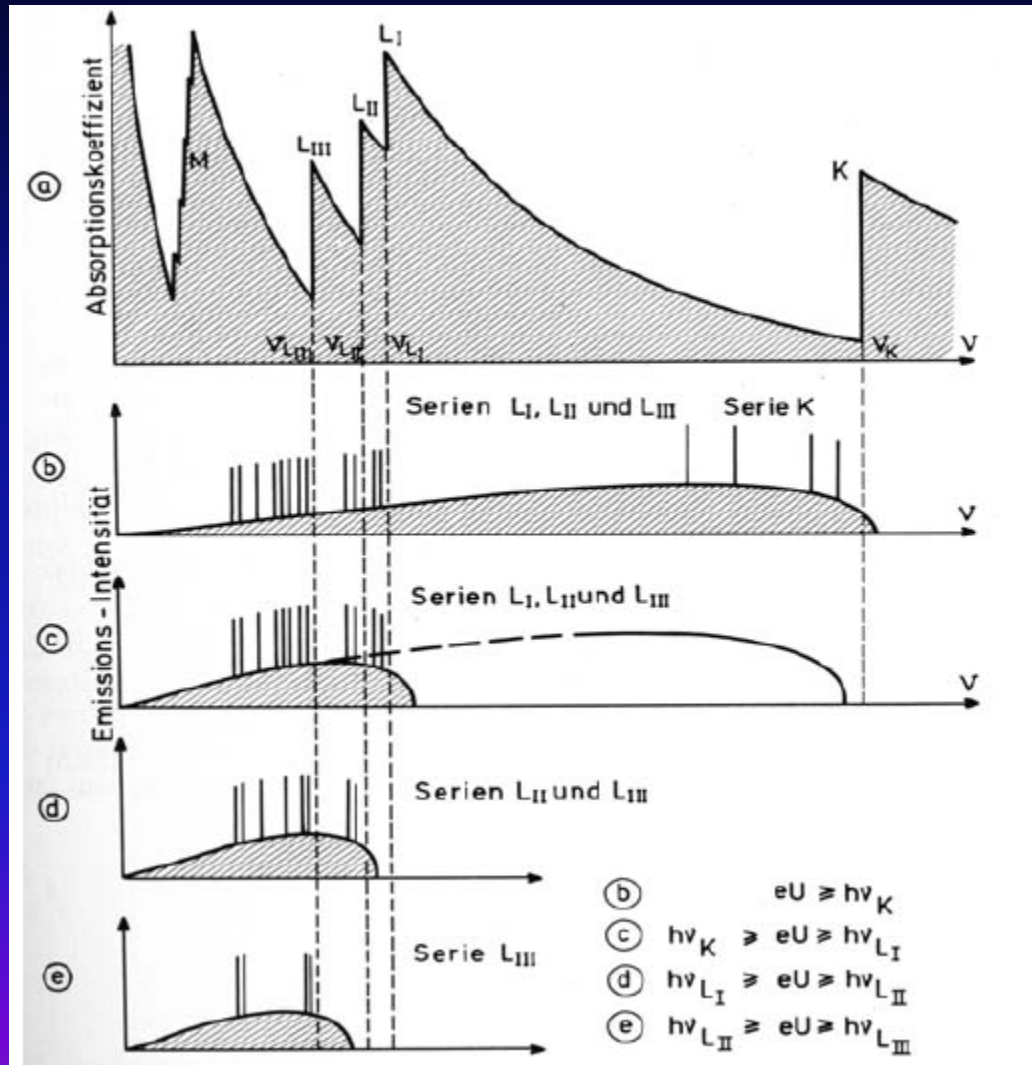
- ▶ Sprunghafte Zunahme von  $\Sigma$  mit der Energie der Strahlung (**Absorptionskanten**)
- ▶ Dazwischen Abnahme mit  $Z^{3-4}/(h\nu)^3$

**Halbwertsdicke**  $d$  ist der Weg, nach dem die Strahlung auf halbe Intensität gesunken ist. ➡

## Anregungen ins Kontinuum



# Emission und Absorption



$$I = I_0 \exp(-\kappa_a \rho x)$$

| Energie |                | Luft                            | H <sub>2</sub> O | Al   | Cu   | W    | Pb   |
|---------|----------------|---------------------------------|------------------|------|------|------|------|
| E (eV)  | $\lambda$ (nm) | $\kappa_a$ (m <sup>2</sup> /kg) |                  |      |      |      |      |
| 5       | 0.246          | 2                               | 2.0              | 25   | 24   | 70   | 100  |
| 10      | 0.123          | 0.5                             | 0.52             | 2.6  | 22.4 | 9.53 | 13.7 |
| 50      | 0.025          | 0.02                            | 0.92             | 0.04 | 0.26 | 0.6  | 0.8  |
| 100     | 0.012          | 0.015                           | 0.017            | 0.02 | 0.05 | 0.4  | 0.6  |

Tabelle 8.2: Massenabsorptionskoeffizienten  $\kappa_a$  verschiedener Absorbermaterialien Röntgenstrahlung verschiedener Energie.

# Absorptionskanten

Mißt man atomare Absorptionsquerschnitte  $\sigma_A$  über größeren Wellenlängenbereich so findet man zuerst einen Verlauf  $\sigma_A$  prop.  $\lambda^3$  aber bei bestimmten Wellenlängen  $\lambda_k$  Sprünge - **Absorptionskanten**. Charakteristisch für absorbierendes Material.

Entsprechen Anregungsenergien.

Trägt man  $\sqrt{\bar{\nu}_k}$  mit  $\bar{\nu}_k = 1/\lambda_k$  der Kante n gegen die Kernladungszahl Z auf so findet man es gilt:

$$\bar{\nu}_k = K_n(Z - 1)^2$$

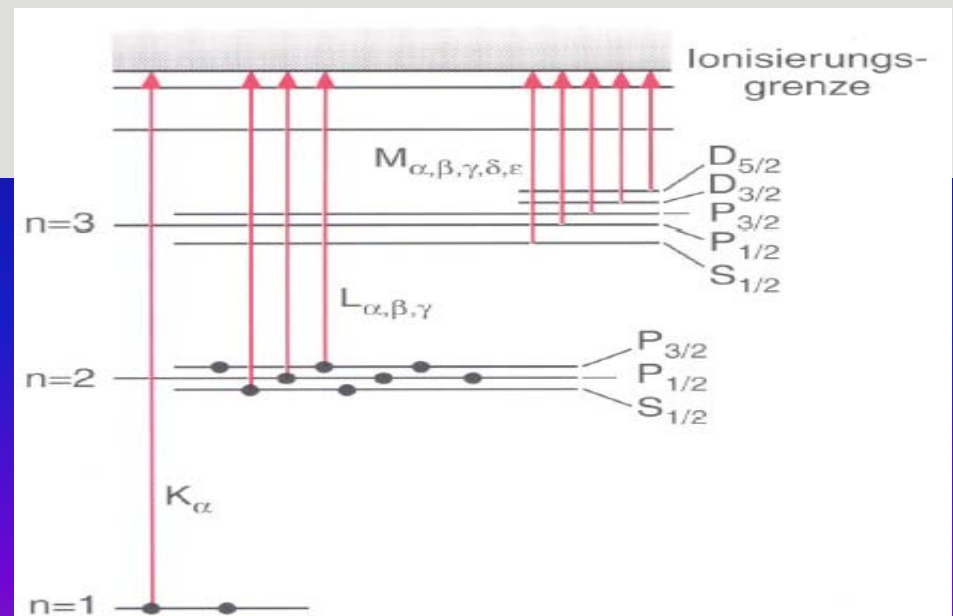


Abb. 7.35. Zur Erklärung der Absorptionskanten

# Moseley-Gesetz

$K_n$  ist eine von der Hauptquantenzahl  $n$  abhängige Konstante → Moseley-Gesetz.

Energie  $h \cdot \nu_{ik}$  eines Röntgenquants kann beschrieben werden durch:

$$h \cdot \nu_{ik} = (Z - S)^2 \cdot Ry \cdot hc \left( \frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\overline{\nu}_{ik} = (Z - S)^2 \cdot Ry \left( \frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$(Z - S) = Z_{eff}$ ...auf Elektron wirkende effektive Kernladung

$S$ .....Abschirmzahl.

# Energiequantelung beim Wasserstoffatom

Andere Schreibweise:  $E = -\frac{\mu e^4 \cdot Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} = -Ry^* \cdot \frac{Z^2}{n^2}$  VL 9

Mit  $Ry^* = Ry \cdot h \cdot c = \frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$  **n=Hauptquantenzahl**

Energie des Elektrons nimmt nur diskrete Werte  $E(n)$  an!

Durch Quantenzahlen  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$  festgelegt

**Stationärer Zustand - Quantenzustand des Atoms!**

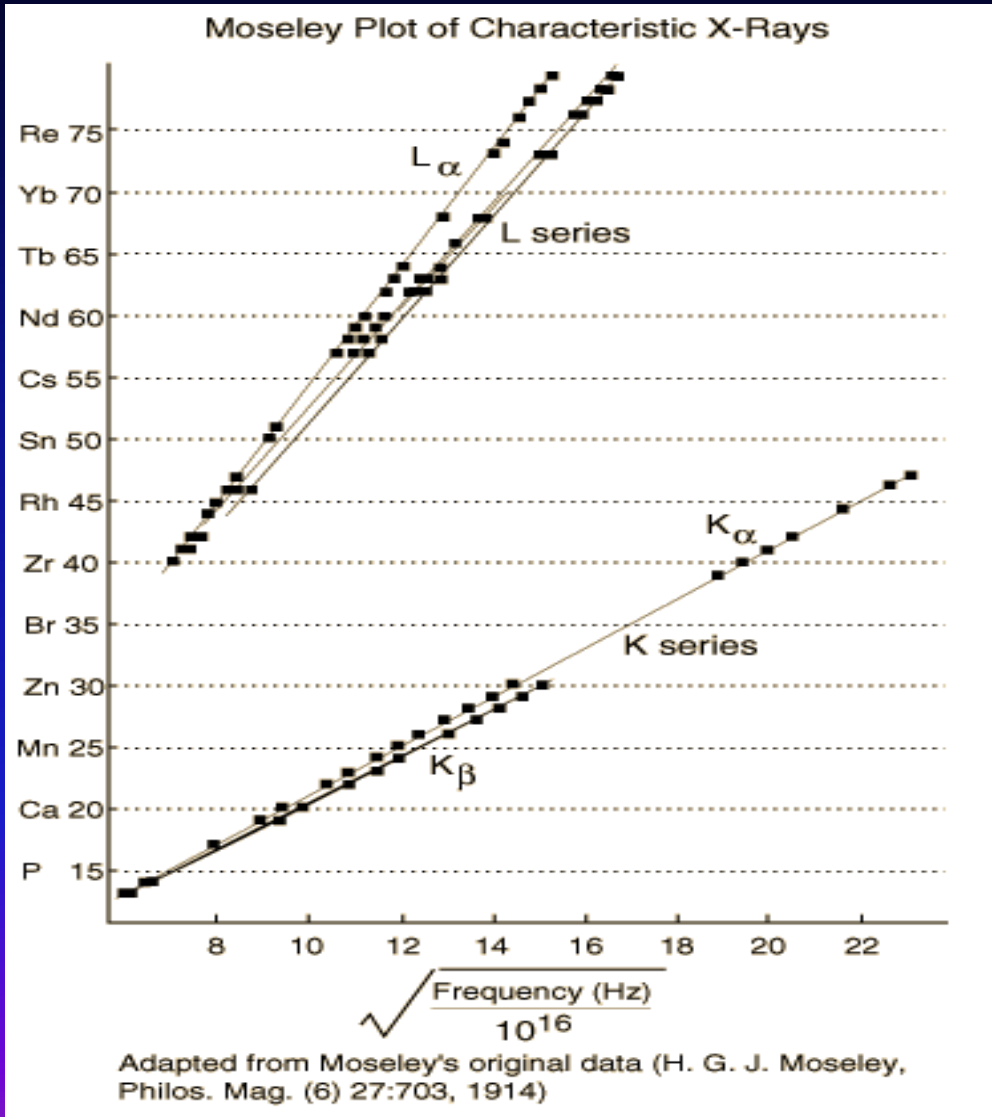
**Quantenzahl** gibt Zahl der Perioden der de Broglie Welle auf Kreisumfang an.

Man beachte:

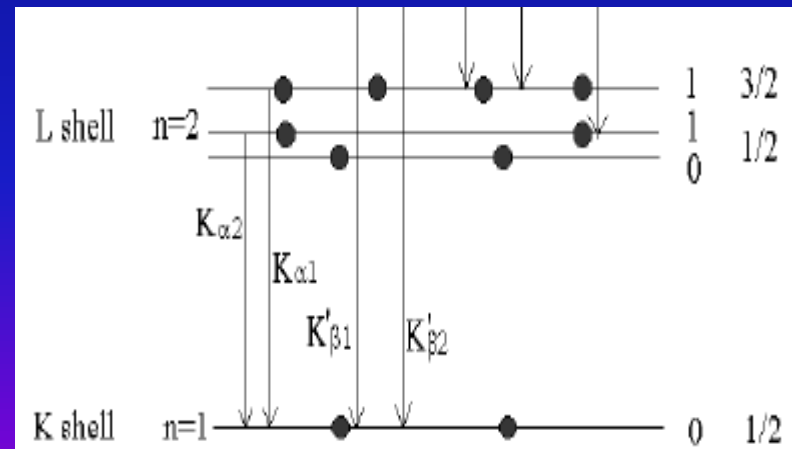
**Rydbergkonstante**  $Ry_\infty = 109737,31534 \text{ cm}^{-1}$  ( $m_K = \infty; \mu = m_e$ )

**Rydbergkonstante** für reale  $m_K$ :  $Ry = Ry_\infty \cdot \mu/m_e$

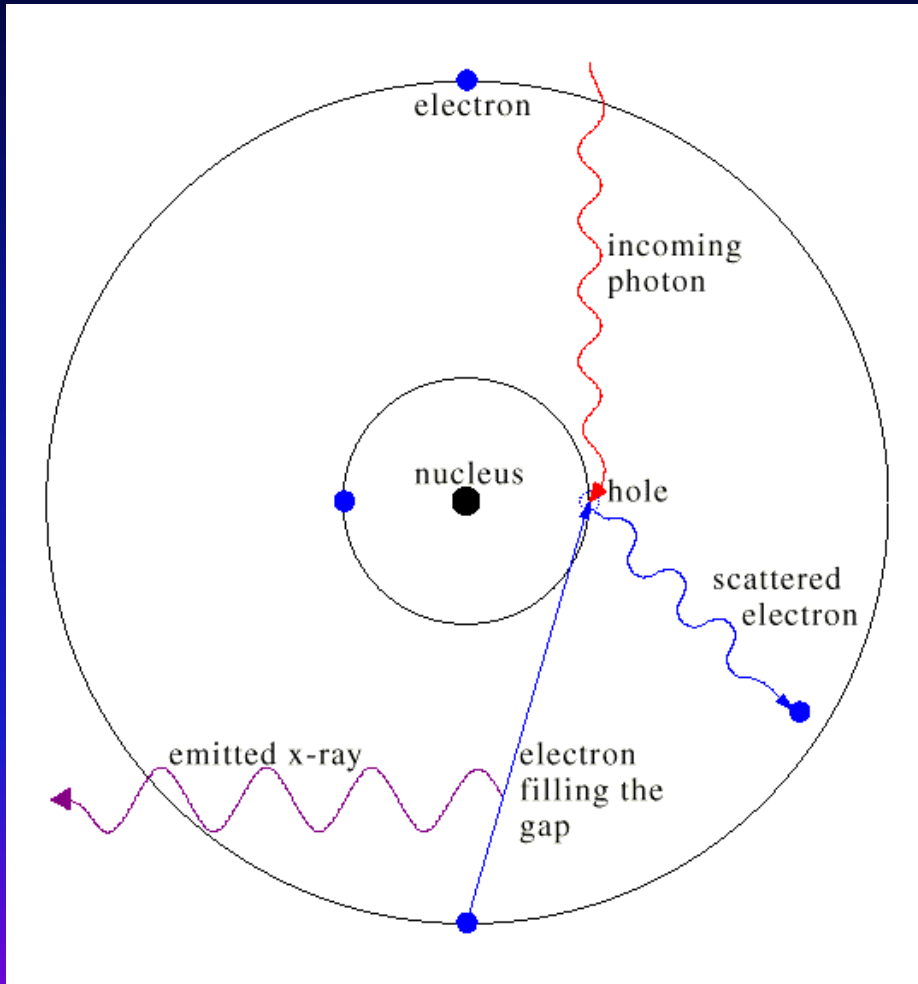
# Moseley-Gesetz



The Moseley diagram as first published by Moseley. It displays a linear relationship between an atom's atomic number and the square root of the frequency of its atomic x-rays.



# Röntgen Fluoreszenz



A pictorial representation of x-ray fluorescence using a generic atom and generic energy levels. This picture uses the Bohr model of atomic structure and is not to scale

<http://ie.lbl.gov/xray/>

# Röntgen Fluoreszenz

---

Röntgen hat die Röntgenstrahlung unabhängig entdeckt, als er fluoreszenzfähige Gegenstände nahe der Röhre während des Betriebs der Kathodenstrahlröhre beobachtete, die trotz einer Abdeckung der Röhre (mit schwarzer Pappe) hell zu leuchten begannen.

Röntgens Verdienst ist es, die Bedeutung der neuentdeckten Strahlen früh erkannt und diese als erster wissenschaftlich untersucht zu haben. Zu Röntgens Berühmtheit hat sicherlich auch die Röntgenaufnahme einer Hand seiner Frau beigetragen, die er in seiner ersten Veröffentlichung zur Röntgenstrahlung abbildete.

Diese Berühmtheit trug ihm 1901 den ersten Nobelpreis für Physik ein, wobei das Nobelpreiskomitee die praktische Bedeutung der Entdeckung hervorhob. Röntgen nannte seine Entdeckung X-Strahlen.

# X-ray fluorescence

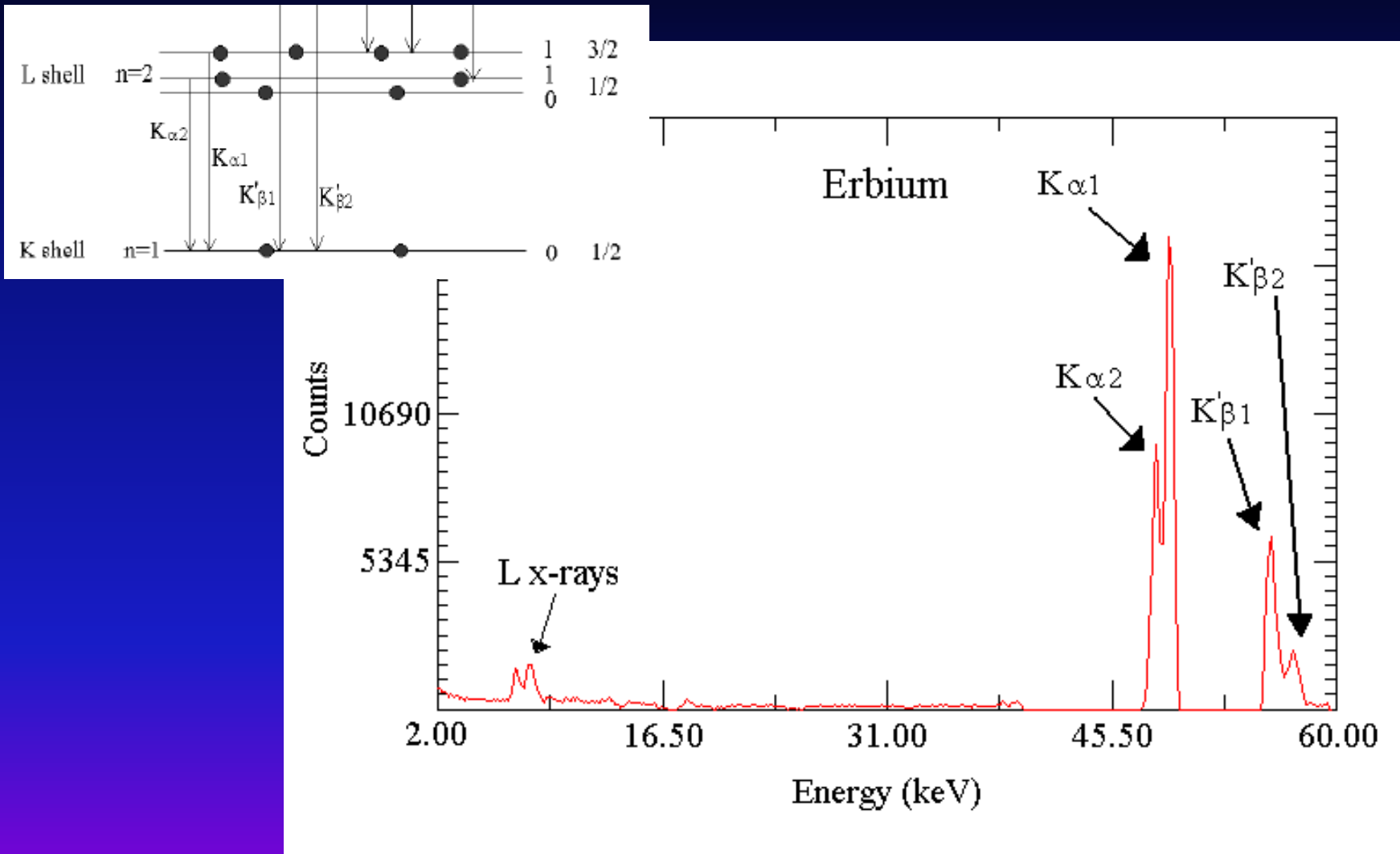


A picture of the experimental setup. The  $^{241}\text{Am}$  source is the small disk at the end of the rod coming out of the cylinder in the bottom right-hand corner of the picture.

The spool of solder is the sample in this case, and contains indium.

The germanium x-ray detector is sitting inside the long cylinder that is attached to the big thermos bottle filled with liquid nitrogen.

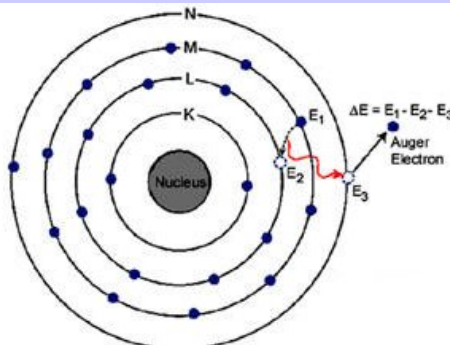
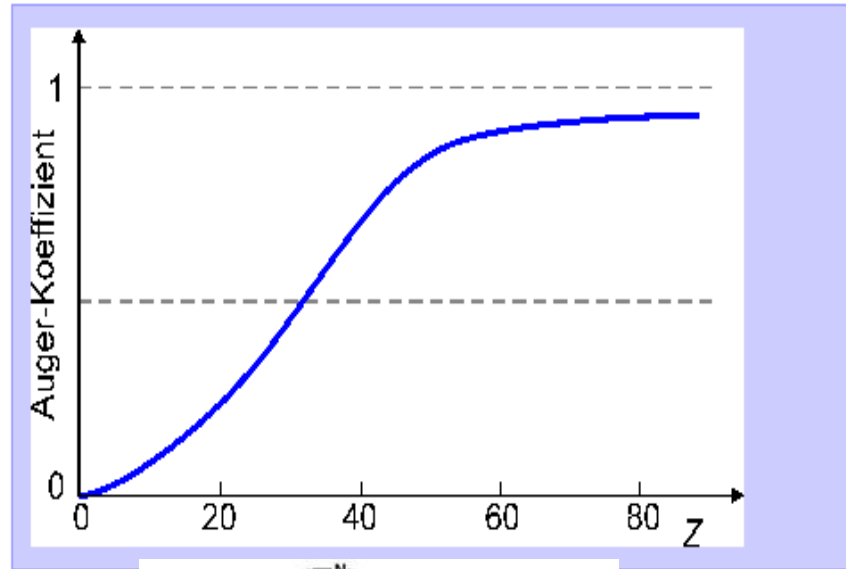
# X-ray fluorescence spectrum



# Auger-Elektronen (aus strahlungslosen Übergängen)

Nicht alle Atome mit einem fehlenden K- oder L-Elektron emittieren ein Röntgen-Quant beim Übergang in den Grundzustand.

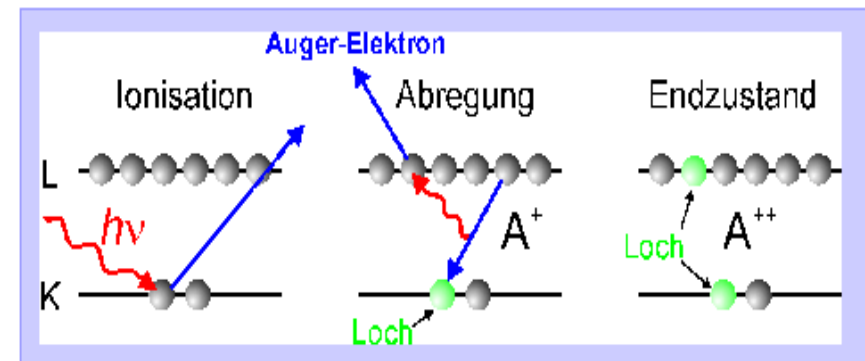
**Auger-Koeffizient:** Relative Zahl an Atome die mit Röntgen-Quant in Grundzustand übergehen.



## Erklärung

Ein Teil der Atome geht über Emission eines Auger-Elektrons in den Grundzustand über:

- ▶ Ionisation innerer Schale durch Röntgen-Quant
- ▶ Übergang eines Elektrons aus höherer Schale unter Emission eines Quants
- ▶ Quant regt weiteres Elektron in einen Kontinuumzustand an (analog zum **atomaren Photoeffekt**)



## Energie des Auger-Elektrons

$$E_{\text{Auger}} = E_K - E_L - E_L$$

Inneres Photon      Bindungsenergie  
Auger-Elektron

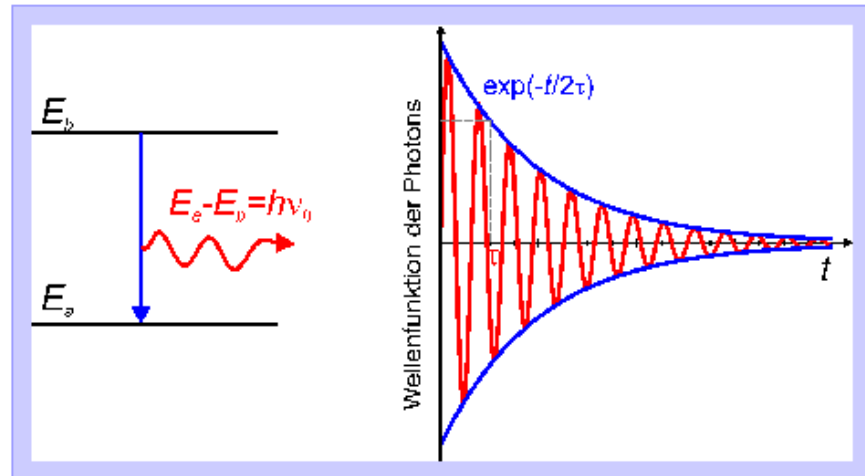
# Linienformen

Angeregte Zustände zerfallen exponentiell in der charakteristischen Zeit  $\tau$  (mittlere Lebensdauer)

$$N(t) = N_0 \exp(-t/\tau)$$

Wellenfunktion des emittierten Quants:

$$\psi(t) = \psi_0 \left( e^{i\omega_0 t} e^{-t/2\tau} + CC \right)$$



Resultierende Spektrum aus Fourier-Transformierten:

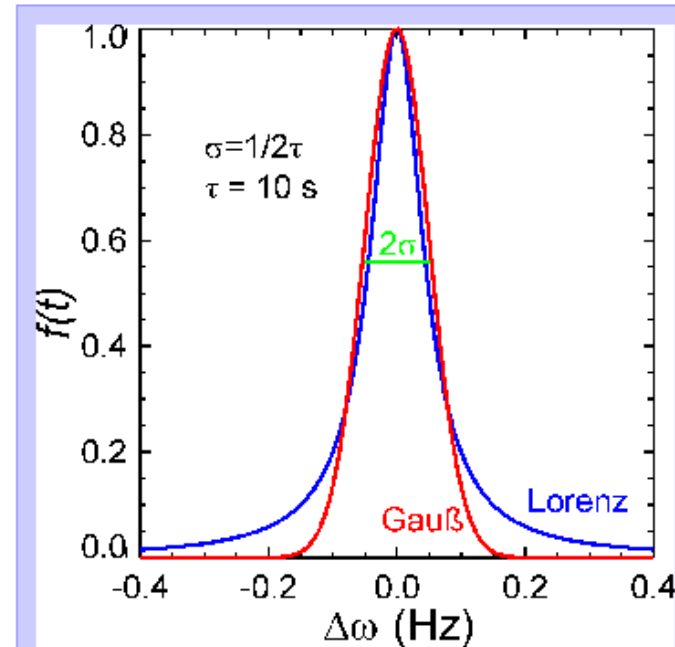
$$C(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt$$

Integration ergibt:

$$C(\omega) = \frac{-\psi_0}{i(\omega_0 - \omega) - 1/2\tau} + \varepsilon$$

Die natürliche Linienform ist ein **Lorenz-Profil**

$$|C(\omega)|^2 = \frac{I}{(\omega_0 - \omega)^2 + (1/2\tau)^2}$$



Beobachtet man Linien die von einem heißen Gas emittiert werden, so bewirkt der Doppler-Effekt ein **Gauß-Profil**

$$|C(\omega)|^2 = I \exp\left(-(\omega_0 - \omega)^2 / 2\sigma^2\right)$$

# Synchrotronstrahlung (-> sehr intensive Bremsstrahlung)

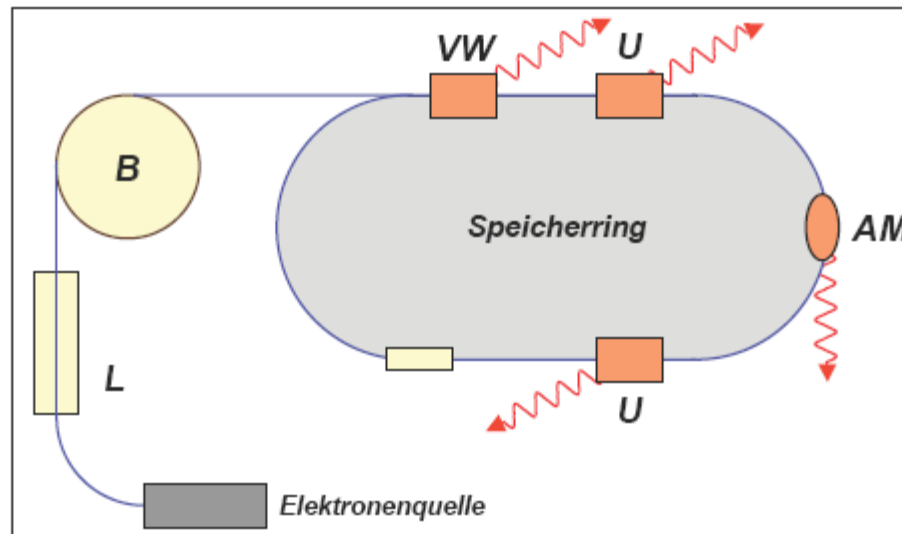


Abbildung 8.10: Schematische Darstellung einer Synchrotronstrahlungsquelle. Der Linearbeschleuniger  $L$  sorgt für die Anfangsbeschleunigung, der Booster  $B$  ist ein Synchrotron, mit dem die Elektronen bis auf ihre Endenergie (einige GeV) beschleunigt werden. Im Speicherring befinden sich einige Insertion Devices (Undulatoren  $U$ , Vielpolwiggler  $VW$  oder Ablenkmagneten  $AM$  etc.). Mit der Hochfrequenzbeschleunigungsstrecke  $RF$  wird der Energieverlust pro Umlauf ausgeglichen.

# Synchrotronstrahlung (-> sehr intensive Bremsstrahlung)

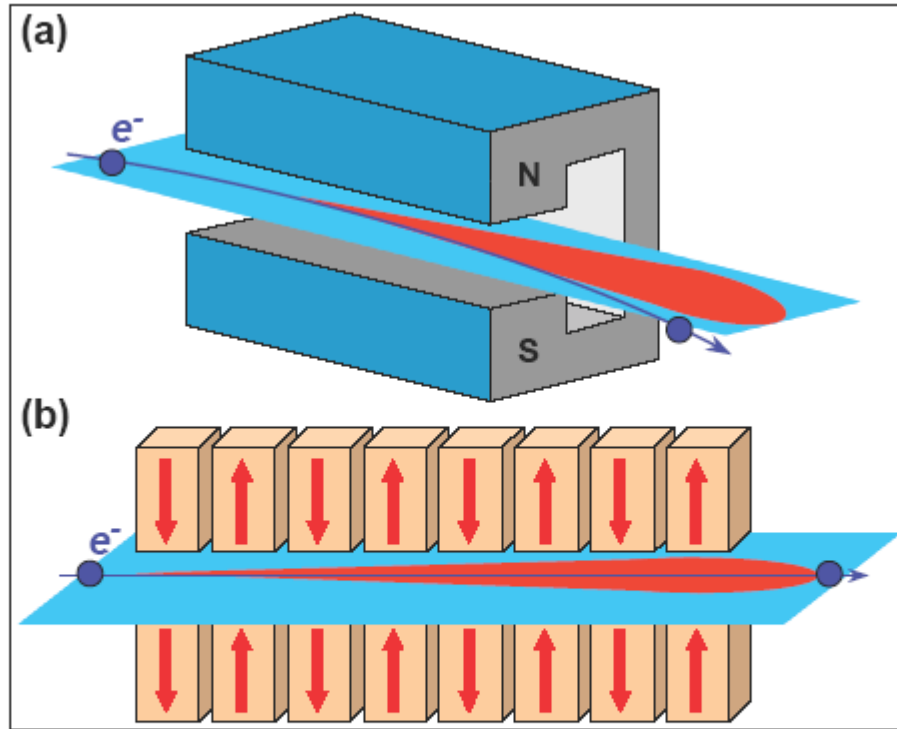


Abbildung 8.11: (a) Schematische Darstellung eines Dipolmagneten zur Ablenkung des Elektronenstrahl in einem Speicherring. (b) Schematische Darstellung eines Undulators. Durch die periodische Variation der Feldrichtung wird der Elektronenstrahl in der Strahlebene hin- und hergelenkt. Die Abstrahlung der Synchrotronstrahlung erfolgt gerichtet in Strahlrichtung (Quelle: ESRF).

# Zusammenfassung

- Ein- und Mehrelektronenanregungen in Atomen können durch Absorption elektromagnetischer Strahlung oder durch inelastische Stoßprozesse erhalten werden.
- Werden Elektronen aus den inneren Schalen eines Atoms herausgelöst, spricht man von Innerschalenanregungen.
- Röntgenstrahlung entsteht
  1. beim Abbremsen von Elektronen mit Energien im keV-Bereich. Das resultierende Bremsspektrum ist kontinuierlich.
  2. durch Übergänge von Elektronen auf freie Plätze in inneren Schalen. Das daraus resultierende Spektrum ist ein Linienspektrum, das für jedes Atom charakteristisch ist (charakteristische Röntgenstrahlung).
- Die typische Wellenlänge von Röntgenstrahlung liegt zwischen etwa 100 und 0.1 Å, was in etwa Frequenzen  $\nu$  zwischen  $10^{16}$  und  $10^{19}$  Hz und Photonenenergien  $h\nu$  zwischen 0.1 und 100 keV entspricht.
- Die Absorption von Röntgenstrahlung erfolgt über (i) die Photoionisation, (ii) die Compton-Streuung und (iii) die Paarbildung für  $E_\gamma \geq 2m_0c^2 \simeq 1$  MeV.
- Der Absorptionskoeffizient aufgrund der Photoionisation steigt als Funktion der Energie der absorbierten Photonen immer dann sprunghaft an, wenn die Photonenenergie gerade dazu ausreicht, ein Elektron aus einer inneren Schale ins Kontinuum anzuheben. Es entstehen für jedes Atom charakteristische Absorptionskanten.
- Das charakteristische Linienspektrum und die Absorptionskanten zeigen eine Feinstruktur, die durch die Feinstruktur der inneren Schalen L, M, N, ... verursacht wird.
- Röntgenstrahlung kann durch Beugung an einem Kristallgitter oder durch Filterung mit dünnen Metallfolien monochromatisiert werden.

# Zum Mitnehmen

---

Mehrelektronen: Besetzung der Energieniveaus bestimmt durch Pauli-Prinzip und Hundsche Regeln.

Pauli-Prinzip verbietet mehrere Elektronen in Zustand mit gleichen Quantenzahlen.

Röntgenstrahlung (durch Beschuss einer Elektrode mit Elektronen) zeigt Linien aus der diskreten Energieniveaus und ein kontinuierliches Spektrum durch Bremsstrahlung.