

# Vorlesung 3: Das Photon

---

**Roter Faden:**

## Eigenschaften des Photons

Photoeffekt  
Comptonstreuung } ->VL3  
Gravitation  
Plancksche Temperaturstrahlung } ->VL4

Folien auf dem Web:

<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/>

Teilweise benutzte Skripte:

<http://www.physi.uni-heidelberg.de/~specht/>

<http://www.wmi.badw-muenchen.de/E23/lehre/skript/>

# Teilchencharakter des Lichts: Photonen

---

---

Wellencharakter des Lichts bewiesen durch Interferenzen  
(Huygens, Young)

Teilchencharakter des Lichts (=Existenz der Photonen)  
bewiesen durch

1. Photoeffekt
2. Thompson-, Raleigh- und Comptonstreuung
3. Gravitationseffekte des Photons
4. Plancksche Hohlraumstrahlung

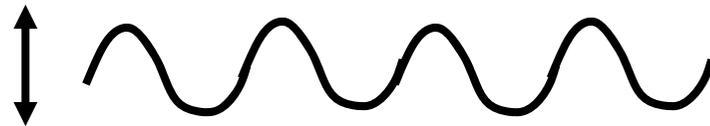
Heute: 1) bis 2)

# Teilchen-Welle "Dualismus"

Photonen beschreiben elektromagnetische Wechselwirkung als Austauschteilchen der QED (QED=Quantum Electrodynamics = relat. Quantenfeldtheorie des Elektromagnetismus).

Wie kann man Wellencharakter und Teilchencharakter vereinbaren?

Beispiele

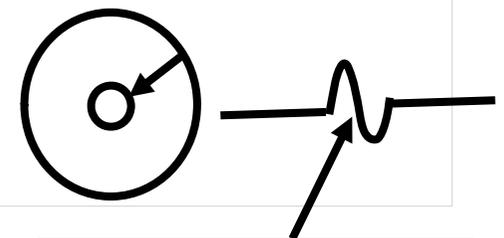


1. Dipolantenne: unendlich viele Photonen lassen Quantencharakter verschwinden: "Glättung" der Wellen;

Analogie: kontinuierliche Erzeugung von Wellen in einem Seil  $\Rightarrow$  stehende Wellen

2. Übergang im Atom: Photon mit Frequenz  $h\nu$  :

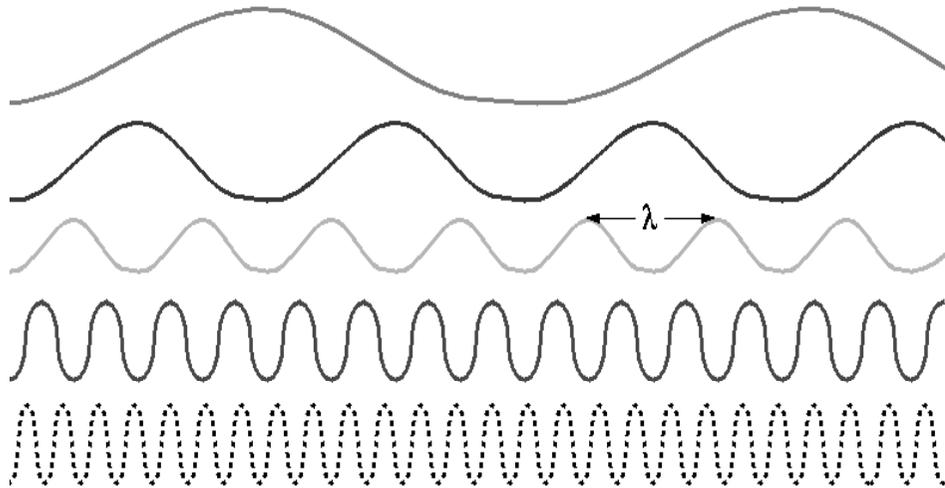
Analogie: EINE Schwingung im Seil  $\Rightarrow$  "Teilchen"



Energiepaket

# Warum revolutionär?

The Electromagnetic Spectrum



speed = wavelength x frequency

$$c = \lambda f$$

$$\text{Energy of photon} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

where  $h$  is Planck's constant

Erwarte naiv, dass die Lichtintensität  $\propto$  Amplitude<sup>2</sup> (wie Energiedichte im Kondensator  $= 1/2 \epsilon E^2$ ) und bei höheren Intensität sollten elektrische Kräfte ( $eE$ ) auf Elektronen größer sein.

**DIES IST FALSCH:**

**Kräfte NUR VON FREQUENZ ABHÄNGIG, nicht von AMPLITUDE!**

**BEWEIS: PHOTOEFFEKT**

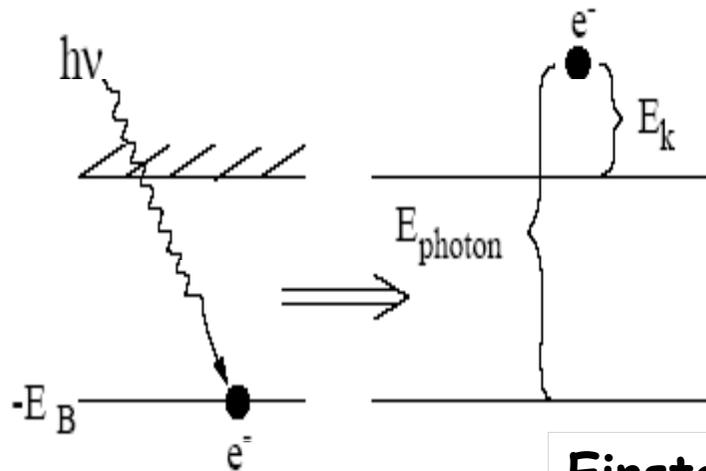
# Der Photoeffekt

Bestrahlt man ein Alkalimetall - das sind Metalle mit nur einem Elektron in der Außenhülle - im Vakuum mit ultraviolettem Licht, werden Elektronen ( $e^-$ ) aus der Metalloberfläche 'herausgeschlagen'. Elektronenfluß bedeutet aber gemeinhin Stromfluß, den man messen kann. Durch Anlegen einer Gegenspannung  $-U_0$  kann man den Stromfluss steuern. Man hat festgestellt, dass die gemessene elektrische Stromstärke - also die Anzahl der freigesetzten Elektronen - proportional zur Intensität des eingestrahlten Lichts ist, die *kinetische Energie* der Elektronen hingegen aber nur von der Frequenz des Lichts ab, nicht von der Intensität.

Man nennt die Gegenspannung (kann positiv oder negativ sein) auch *Bremsspannung*. Das die maximale Bremsspannung  $-U_0$  nicht von der Lichtintensität des einfallenden Lichts abhängig war, war überraschend. Nach der klassischen Physik sollte die Erhöhung der auf die Metallfläche (Kathode) treffende Lichtintensität zu einem Anstieg der von einem Elektron absorbierten Energie führen, und damit auch zu einer größeren kinetischen Energie der herausgelösten Elektronen. Dass dies nicht der Fall war, konnte Einstein so erklären:

# Der Photoeffekt nach Einstein (Nobelpreis)

Grundprozess in der Deutung von Einstein (Veröff. 1905, „Über einen die Erzeugung und Verwandlung von Licht betreffenden heuristischen Gesichtspunkt“):



Übertragung der Gesamtenergie eines Photons  $E = h\nu$  auf ein gebundenes Elektron mit Bindungsenergie  $-E_B$  führt zu einem freien Elektron mit kinetischer Energie  $E_K$ .

**Einsteins Vorhersage:**

Mehr Intensität -> mehr Photonen, aber  $E_k$  unabh. von  $I$ , nur eine Fkt. von Freq.

$$E_k = h\nu - E_B$$

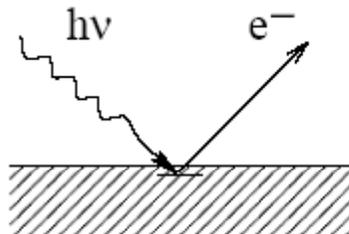
Einsteins Vorhersage wurde durch Experimente von Millikan bestätigt.

# Versuche zum Photoeffekt

1888 Hallwachs:

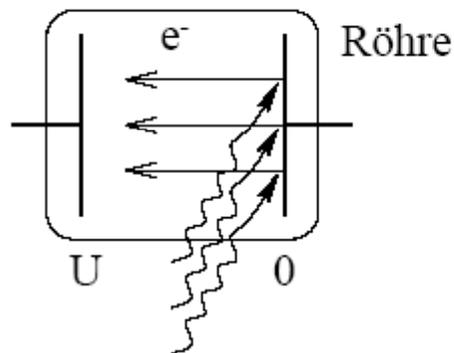
Negativ geladenes Elektrometer entlädt sich durch Licht,  
ein positiv geladenes Elektrometer NICHT!!

1) Photoelektronen aus Festkörpern (hist.)



Einstrahlung von Licht löst Photoelektronen aus der Oberfläche heraus (Hertz 1887, Lenard 1902, Millikan 1916).

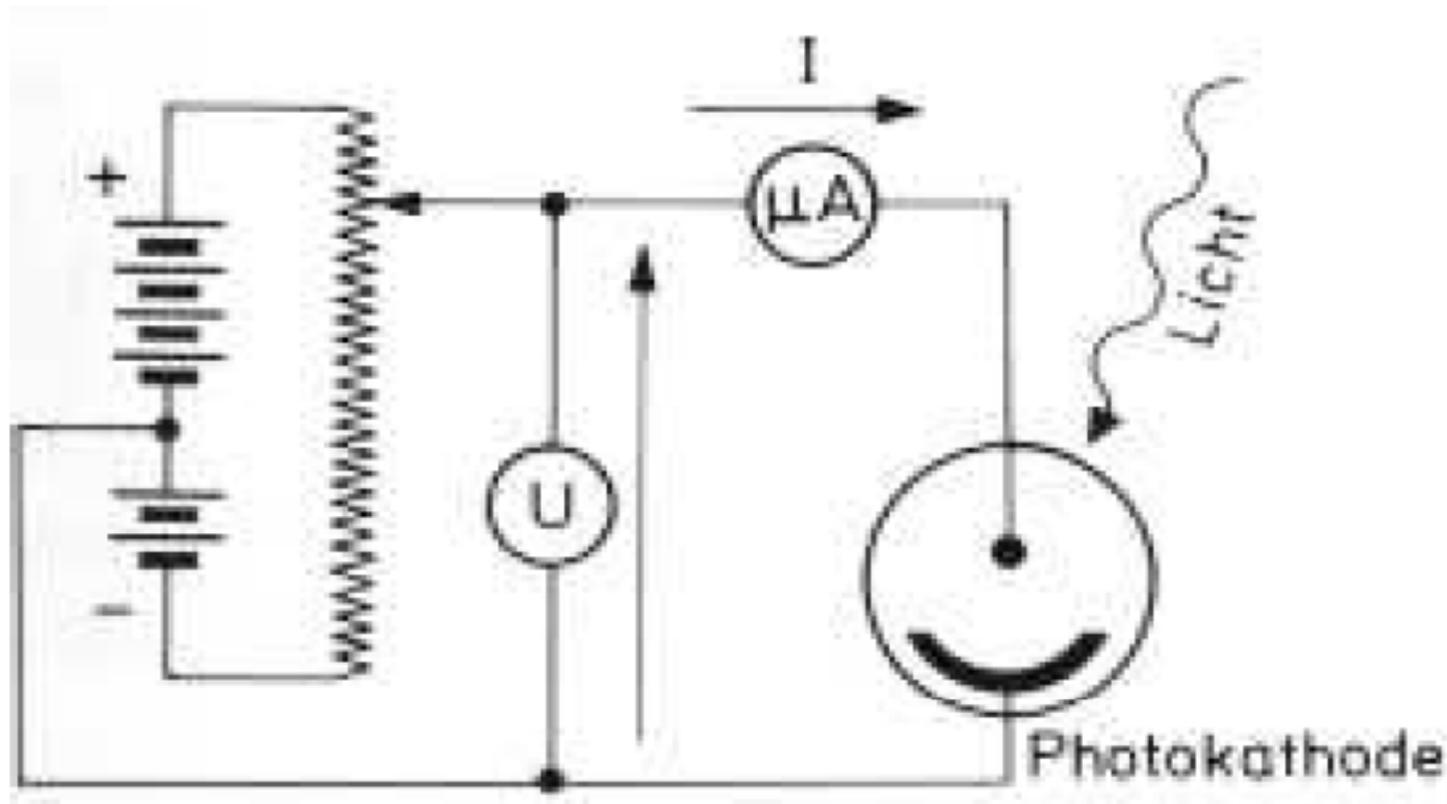
Der Millikanversuch (1916)



“Primitive” Energiemessung:

Ist die Spannung  $U$  negativ (verzögernd) und so gewählt ( $U = -U_0$ ), dass die Elektronen gerade gestoppt werden, d.h. gerade kein Strom mehr fließt, gilt  $E_k = |eU_0|$ .

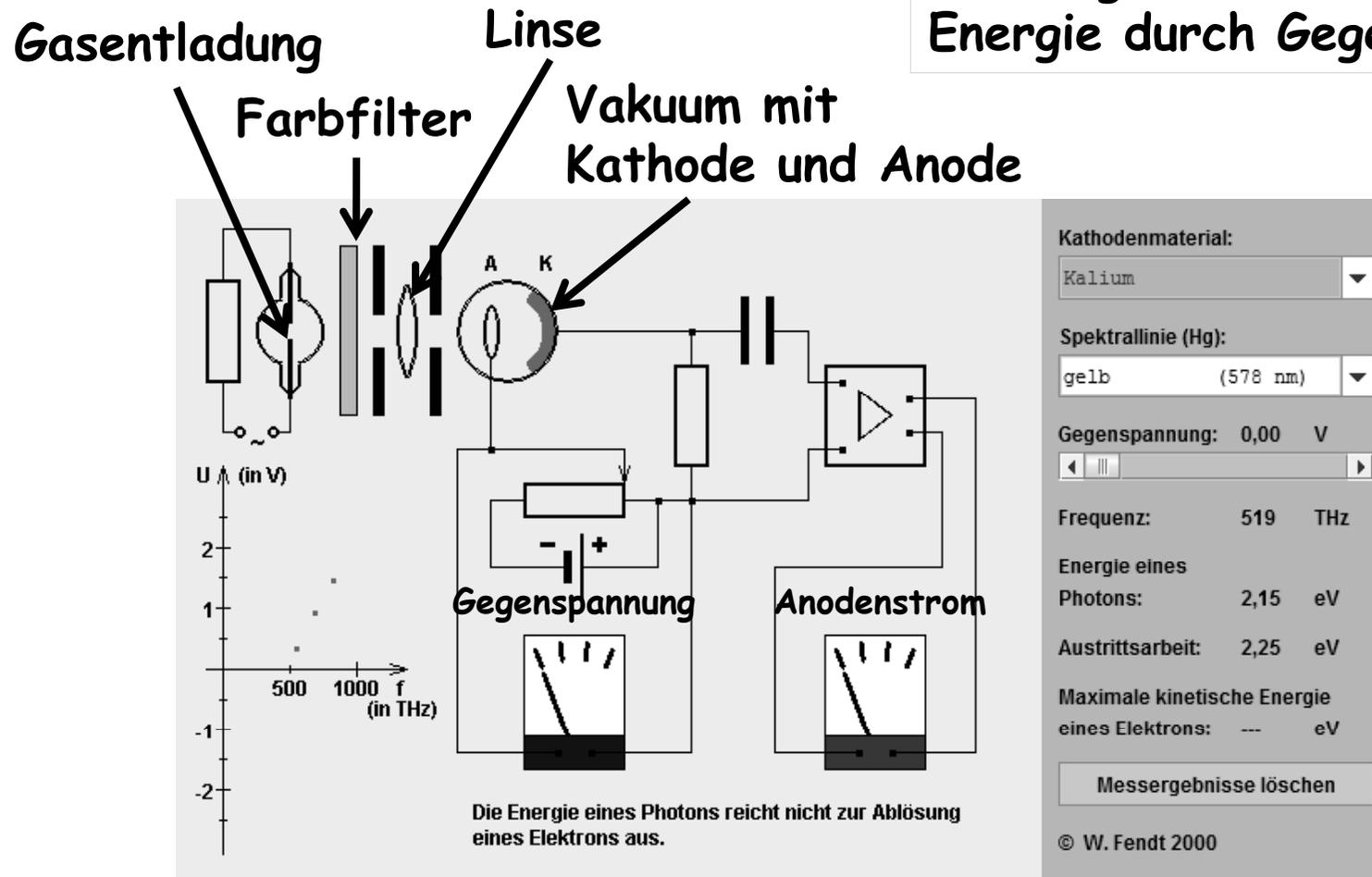
# Photoeffekt-Messungen



Spannung kann sowohl  $>0$  als  $<0$  gewählt werden:  
alle Elektronen werden angesaugt bei  $U > 0$  bis  $I = I_{\max}$   
oder abgebremst bei  $U < 0$  bis  $I = 0$ . Dann gilt:  $E_{\text{kin}} = eU_0$

# Photoeffekt-Messungen

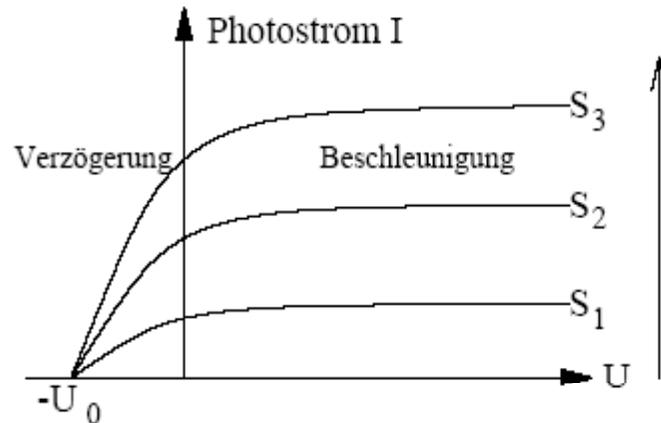
Messung der Elektronen-Energie durch Gegenspannung



<http://www.walter-fendt.de/ph14d/index.html>

# Beobachtung

Beobachtung:

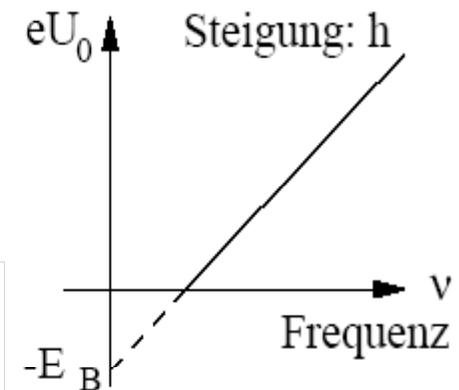


**Kin. Energie des Elektrons:**

$$eU_0 = E_{\text{kin}} = h\nu - E_B$$

**Kin. Energie > 0 für**  
 $h\nu - E_B > 0$ , oder

$$\nu_{\text{Grenze}} = E_B/h$$



1. Die notwendige Stoppspannung  $U_0$  steigt linear mit der Frequenz  $\nu$ , ist aber unabhängig von der Lichtintensität  $S$ .
2. Der Photostrom  $I$ , d.h. die Zahl der Elektronen, ist proportional zur Lichtintensität  $S$ .

Typische Zahlenwerte sind z.B.  $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$  (orange),  $E_\nu = 2.0 \text{ eV}$ ,  $E_B = 0 \dots 1 \text{ eV}$ , je nach Material. Die Planck'sche Konstante  $h$  lässt sich aus der Steigung  $h$  bestimmen, es ergibt sich der Zahlenwert:

$$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J/s}$$

# Interpretation

---

## 1) Im Wellenbild

Im klassischen Wellenbild ist dieses Ergebnis völlig unverständlich!

- a) Erwartung:  $\vec{E}$  verursacht erzwungene Schwingungen der Elektronen; eine Erhöhung von  $\vec{E}$  müsste größere Amplituden und damit (bei Abtrennung) größere kinetische Energien erzeugen; stattdessen ist nur der Sättigungsstrom von der Feldstärke abhängig und gerade nicht  $E_k$  bzw.  $U_0$ .
- b) Energiebetrachtung: Lichtstrom sei  $10^{-10} \text{ W/cm}^2 \Rightarrow 10^9 \text{ eV/cm}^2\text{s}$ . Die Absorption des Lichtes sei in den ersten 10 Atomlagen  $\Rightarrow 10^{16} \text{ Atome/cm}^2$ ; der Lichtstrom verteilt sich also auf  $10^{16}$  Atome. Erst in  $10^7 \text{ s}$  (1 Jahr) würde sich dann im Mittel eine Energie von 1 eV auf 1 Atom ansammeln – eine offensichtlich unsinnige Vorstellung.

# Folgerung aus Einstein's Hypothese

---

Folgerung: Die Energie muss diskontinuierlich auftreten, sie muss sich temporär auf ein einzelnes Elektron konzentrieren

⇒ radikaler Bruch mit der klassischen Wellenvorstellung

## 2) Im Teilchenbild

Ein Quant benimmt sich wie ein klassisches Teilchen in einem Stoß mit Energie- und Impulserhaltung. Der Impuls wird auf das Elektron und an das Gitter übertragen, die Energieerhaltung ist über  $E_K = E_\nu - E_B$  gesichert. Die Intensität, also die Anzahl der Photoelektronen ist proportional zur Zahl der Quanten  $N_\nu$ :

$$eU_0 = h\nu - E_B$$

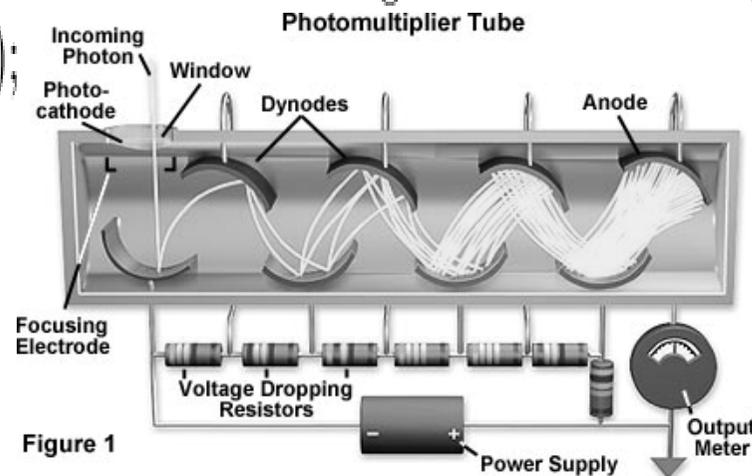
Strom  $I =$  Zahl der Photoelektronen  $\propto$  Zahl der Quanten  $N_\nu$

Im Teilchenbild lässt sich also alles ganz zwanglos erklären. Es dauerte von 1905 an ein Jahrzehnt, bis diese Vorstellung akzeptiert war (1913 ging anlässlich der Empfehlung Einsteins für einen Sitz in der Preussischen Akademie der Wissenschaften ein Brief Planck's an das Preussische Erziehungsministerium, worin er schrieb: „... ist gelegentlich spekulativ wie bei der Lichtquantenhypothese ...“).

# Anwendung des Photoeffekts

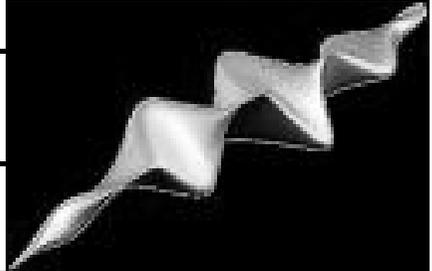
Allgemein lässt sich der Photoeffekt zum qualitativen und quantitativen Nachweis von Licht verwenden. Er wird in vielen technischen Geräten ausgenutzt:

1. Photodioden (Halbleiter); ortsempfindlich: CCD's (z.B. in Fernseh- oder, zunehmend, Stillbild-Kameras) **CMOS-cameras: Photodioden auf Si-wafer mit Verstärker und Adressierung für jeden Pixel.**
2. Photomultiplier; Empfindlichkeit bis zur Messung einzelner Photonen; exzellente Zeitauflösung (im Bereich  $< 10^{-9}$  s);



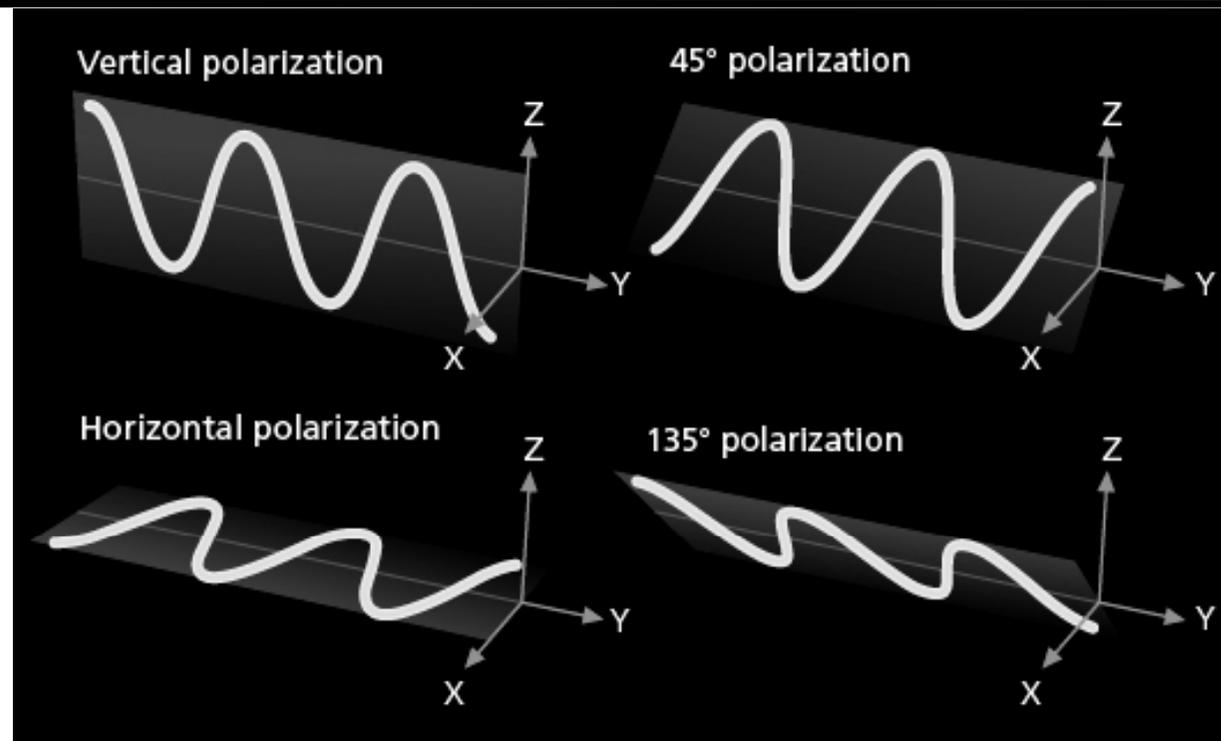
# Eigenschaften des Photons

Energie	$h\nu$ ( $h$ = Plancksche Konstante = $6,6 \times 10^{-34}$ Js)
Impuls	$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$
Geschwindigkeit	$c$
Ruhemasse	$0$
Relativistische Masse	$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{p}{c}$
Eigendrehimpuls (Spin)	$1 \hbar = \frac{1h}{2\pi}$



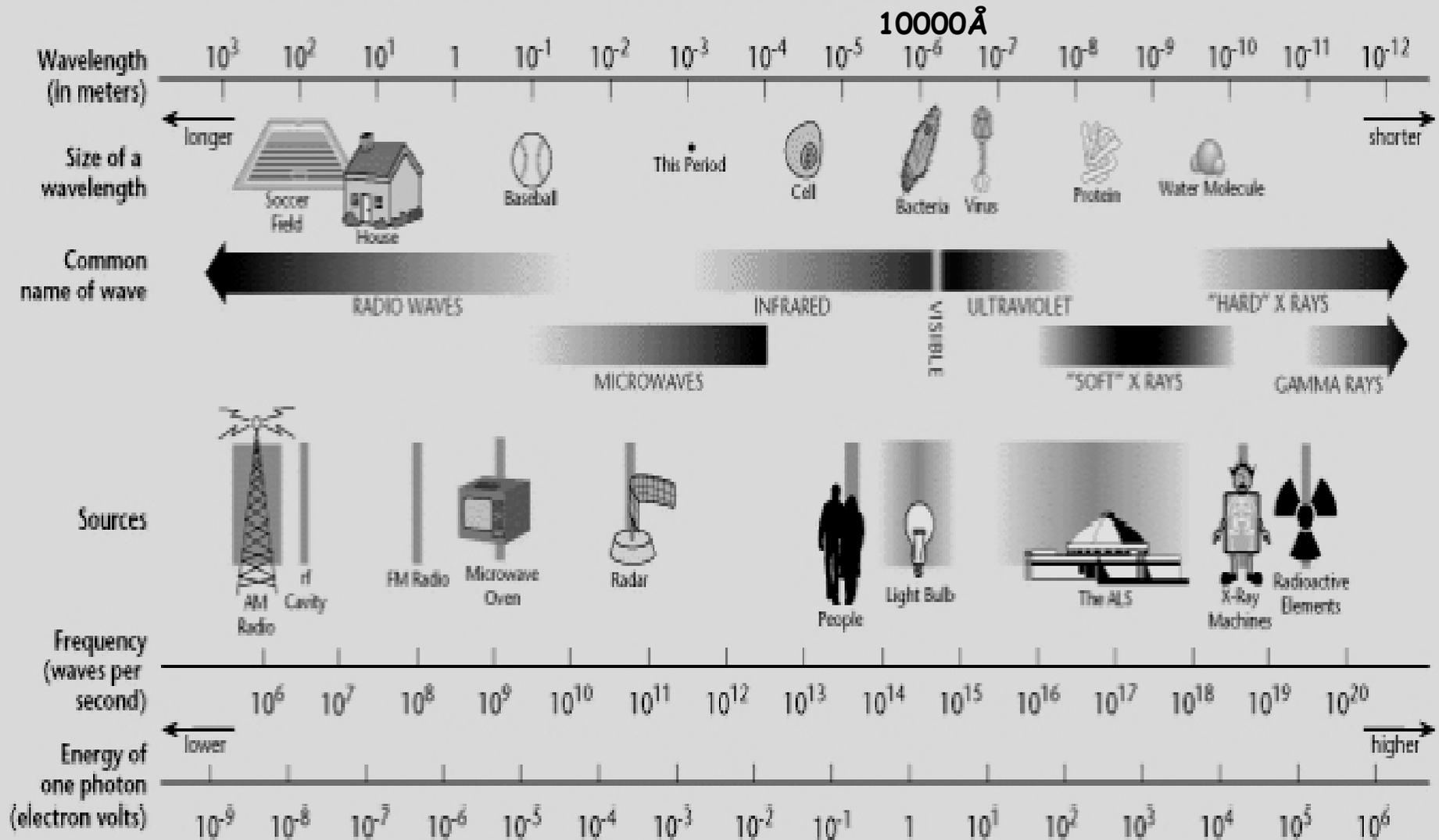
Das Photon ist das Energiequant der elektromagnetischen Wellen, d.h. Licht hat wie von Einstein postuliert nicht nur Wellencharakter, sondern auch Teilchencharakter mit den oben angegebenen Eigenschaften (Einstein bekam den Nobelpreis für den photoelektrischen Effekt und nicht wie gemeinhin angenommen für die Relativitätstheorie).

# Licht Polarisation

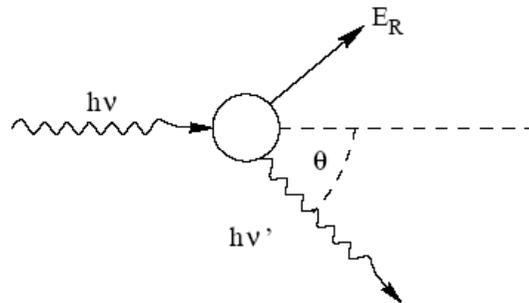


Photon Polarisation ist wie Elektron Polarisation:  
Spin (=Eigendrehimpuls) quantisiert in Ri. und Größe:  
Ri. entlang oder entgegen Impulsrichtung  
Größe  $1 \frac{h}{2\pi} \equiv 1\hbar$  für Photon,  $\frac{1}{2}\hbar$  für Elektron  
Man spricht von Helizität =  $S \cdot P / |S| |P| = +$  or  $-1$   
Polarisation  $\equiv (N_+ - N_-) / (N_+ + N_-)$ .

# THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM



# Streuprozesse der Photonen



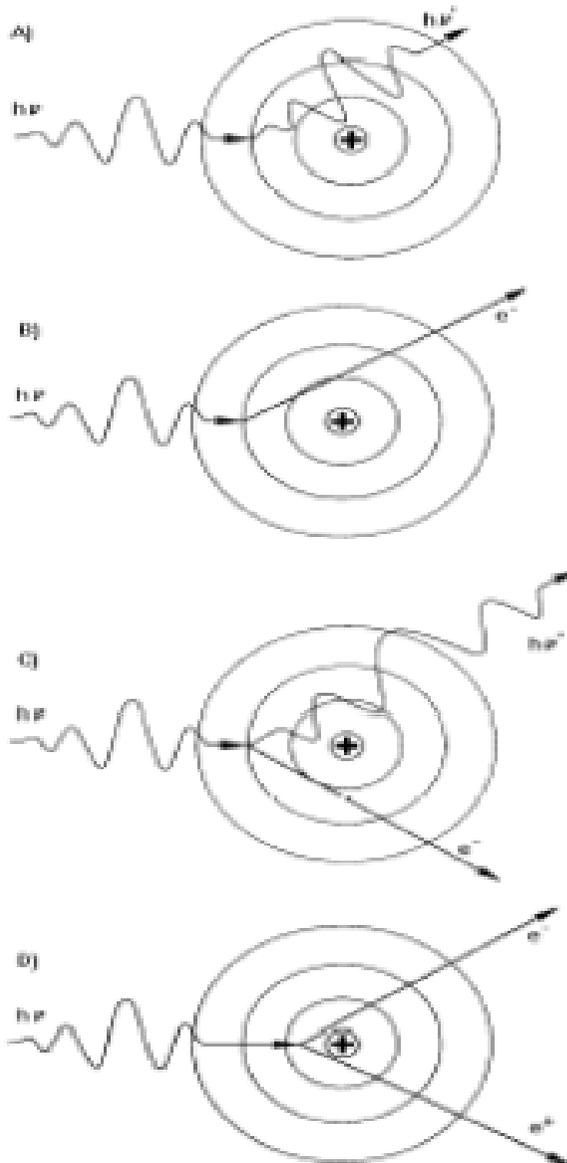
**Allgemeine Darstellung eines Streuprozesses: wenn das Photon Teilchencharakter hat, soll es eine Impulsänderung erfahren, d.h. seine Frequenz ("Farbe") ändern.**

Man unterscheidet bei Photonen folgende Haupttypen von Streuprozessen:

1. *Thompson-Streuung*: Streuung von  $h\nu$  an einzelnen, als frei zu betrachtenden Elektronen mit  $h\nu \ll m_0c^2$ . Dabei bleibt als (idealisierter Grenzfall) die Photonenenergie gleich, d.h.  $h\nu' = h\nu$ . Die Streustrahlung ist kohärent, d.h. es besteht eine feste Phasenbeziehung zwischen Streu- und Primärstrahlung.
2. *Rayleigh-Streuung*: Streuung von  $h\nu$  an der Gesamtheit der *gebundenen* Elektronen, wobei  $h\nu \ll$  oder  $\approx$  oder  $\gg |E_{\text{Bindung}}|$ . Auch hier ist  $h\nu' = h\nu$  und es herrscht Kohärenz.
3. *Compton-Streuung*: Streuung an einzelnen, als frei zu betrachtenden Elektronen, aber  $h\nu$  nicht  $\ll m_e c^2$ . Hier wird  $h\nu' < h\nu$ , und die Streuung ist inkohärent.

Beachte: Thompson- und Rayleigh-Streuung sind „klassisch“ behandelbar, d.h. mit elektromagnetischen Wellen ( $h$  kommt nicht vor); Compton-Streuung ist allein mit der Teilchennatur beschreibbar ( $h$  kommt explizit vor).

# Wechselwirkung zwischen Photonen und Materie



A) Kohärente Streuung

Thompson

Rayleigh

klassische Streuung

B) Photoeffekt

Teilchencharakter

C) Compton-Effekt

Teilchencharakter

D) Paarbildung

Energie - > Masse

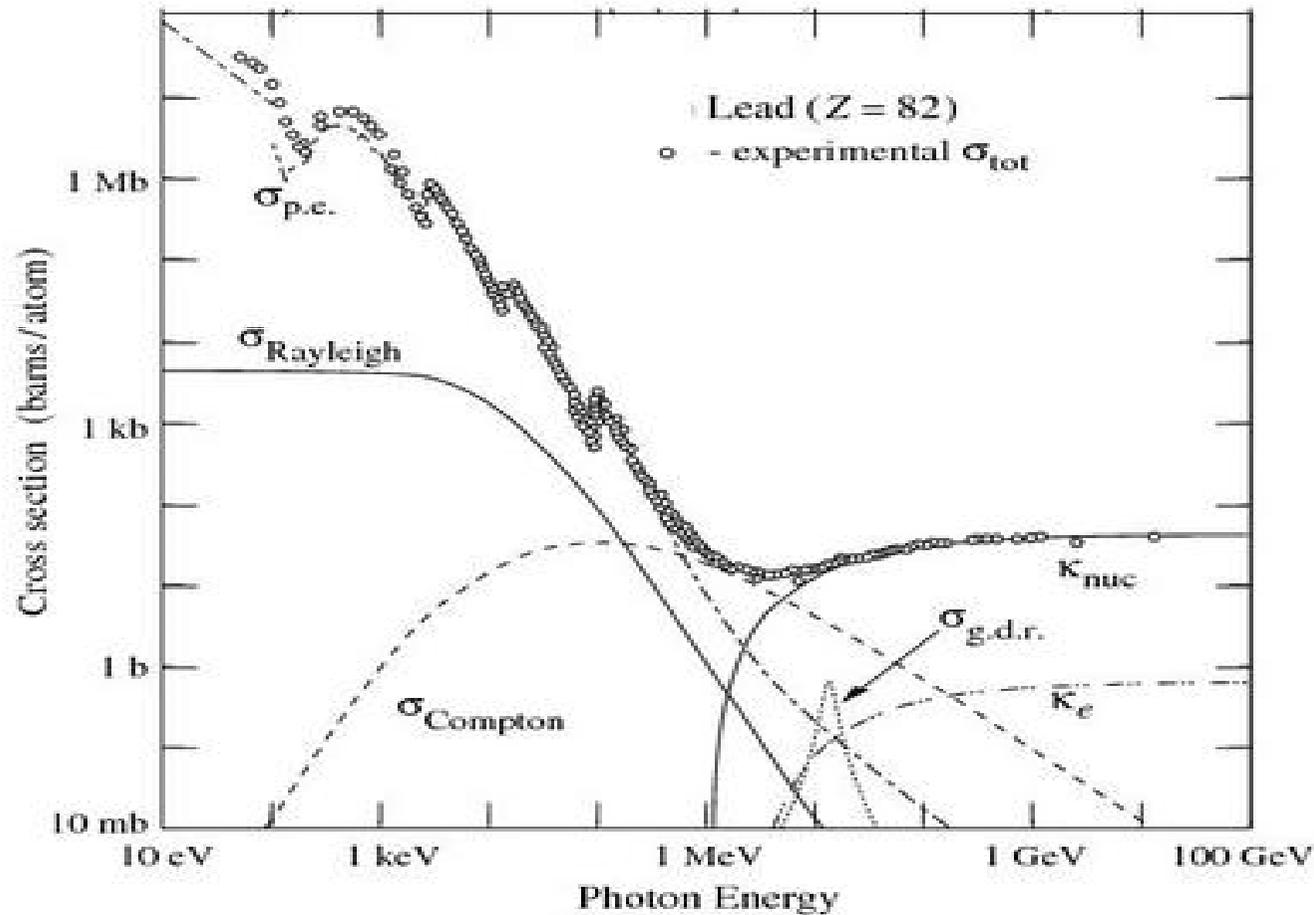
# Wechselwirkung zwischen Photonen und Materie

---

- unter 1 eV nur Wärmeentwicklung (Wärmestrahlung),
- 1 eV bis 100 keV Photoeffekt, **Raleigh**
- 50 keV bis 1 MeV Compton-Effekt,
- 1,022 bis 6 MeV Paarbildung,
- 2,18 bis 16 MeV Kernphotoeffekt.
- höhere Energien: Photodesintegration

**Höhere Energie = höhere Frequenz, d.h. kleinere Wellenlänge oder bessere Auflösung**

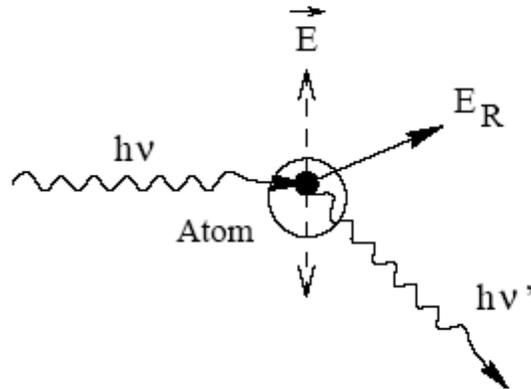
# Wechselwirkung zwischen Photonen und Blei



$\sigma_{pe}$  Photoeffekt;  $\sigma_{Rayleigh}$  Rayleighstreuung;  $\sigma_{Compton}$  Comptonstreuung;  $\kappa_{nuc}$  Paarproduktion im Kernfeld;  
 $\kappa_e$  Paarproduktion im Elektronenfeld;  $\sigma_{gdr}$  Absorption des Photons vom Kern  
(Quelle: <http://physics.nist.gov/PhysRefData>)

# Thompson-Streuung ( $h\nu$ sehr klein)

## 1) Thompson-Streuung



Voraussetzungen:

1.  $h\nu \ll m_e c^2$ , kein Energie- und Impulsübertrag
  2.  $h\nu \gg E_B$ , Elektronen sind „frei“, am ehesten trifft dies auf die Elektronen der äußeren Hülle zu.
  3.  $E_R \rightarrow 0$
- (=weiche Raleighstreuung weit oberhalb der Resonanz)**

Im Wellenbild: Das quasifreie Elektron wird durch das elektrische Feld beschleunigt gemäß

$$m_e \ddot{x} = eE_{x_0} \sin \omega t$$

und strahlt dabei wie ein klassischer Hertz'scher Dipol:

$$\begin{aligned} \text{Ausgestrahlter Energiefluss: } \overline{S_{\text{aus}}} &= \overline{S_z} \propto \overline{(\ddot{p}_{\text{Dipol}})^2} = \overline{(e\ddot{x})^2} \propto \frac{e^4}{m_e^2} E_{x_0}^2 \\ \text{Eingestrahler Energiefluss: } \overline{S_{\text{ein}}} &= \overline{S_z} \propto E_{x_0}^2 \end{aligned}$$

Im Teilchenbild: Wirkungsquerschnitt für diesen Prozess:

$$\sigma_{\text{Thompson}} \propto \frac{\text{Zahl der gestreuten Quanten}}{\text{Zahl der einfallenden Quanten}} = \frac{\overline{S_{\text{aus}}}}{\overline{S_{\text{ein}}}} \propto \frac{e^4}{m_e^2}$$

# Diskussion der Thompson-Streuung

---

Quantitativ:

$$\sigma_{\text{Thompson}} = \frac{8\pi}{3} r_e^2$$

mit

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 2.8 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

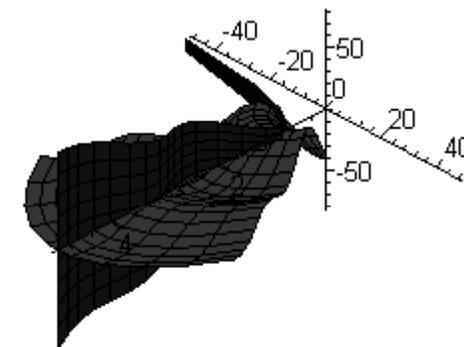
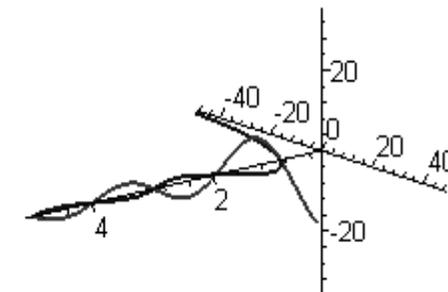
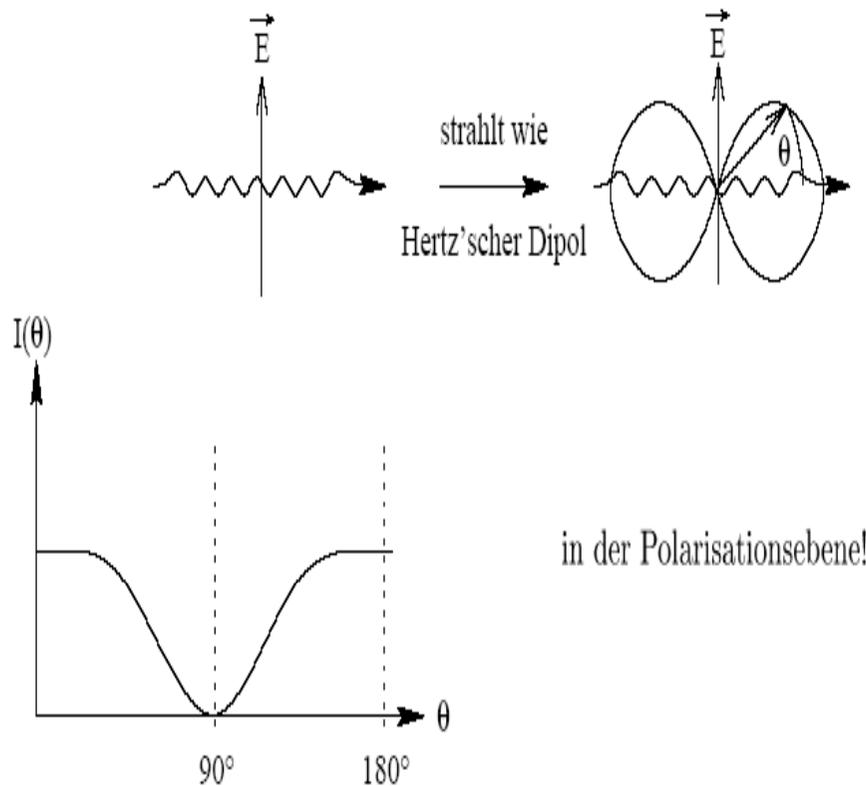
Die Abkürzung  $r_e$  wird als „klassischer“ Elektronenradius bezeichnet. Vorstellung: Ruheenergie des Elektrons  $m_e c^2 =$  Coulomb-Selbstenergie. Diese Vorstellung hat mit der Realität allerdings nichts zu tun; das Elektron ist nach heutigem Kenntnisstand „punktförmig“; die obere experimentelle Grenze für seine Ausdehnung ist etliche Zehnerpotenzen kleiner als  $r_e$ .

## Diskussion

1.  $\sigma_{\text{Thompson}} = 0.66 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 = 2/3 \text{ barn}$      **(pp-Streuung: 80 mb)**
2.  $\sigma_{\text{Thompson}}$  ist unabhängig von der Frequenz bzw. Energie der Strahlung.
3. Für das Atom als Ganzes summieren sich die Beiträge der einzelnen Elektronen:

# Winkelverteilung der Thompson-Streuung

Winkelverteilung der gestreuten Quanten für linear polarisierte Strahlung:



[http://satgeo.zum.de/satgeo/methoden/anwendungen/satgeo\\_spektrum/default.htm](http://satgeo.zum.de/satgeo/methoden/anwendungen/satgeo_spektrum/default.htm)

# Rayleigh-Streuung

---

Falls  $h\nu$  vergleichbar wird mit  $|E_B|$ , kann die Bindung nicht länger vernachlässigt werden. Elektronen mit der Resonanzfrequenz  $\omega_0$  erfahren dann erzwungene Schwingungen mit der Amplitude

$$x = A \sin \omega t \quad \text{mit} \quad A \propto \frac{E_{x,0}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \delta^2 \omega^2}}$$

Entsprechend der obigen Betrachtung der Streustrahlung  $\propto \overline{\dot{p}^2} = e^2 \overline{\ddot{x}^2}$  ergibt sich dann

$$\sigma_{\text{Rayl}} \propto \left( \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \delta^2 \omega^2} \right) \cdot \sigma_{\text{Thompson}}$$

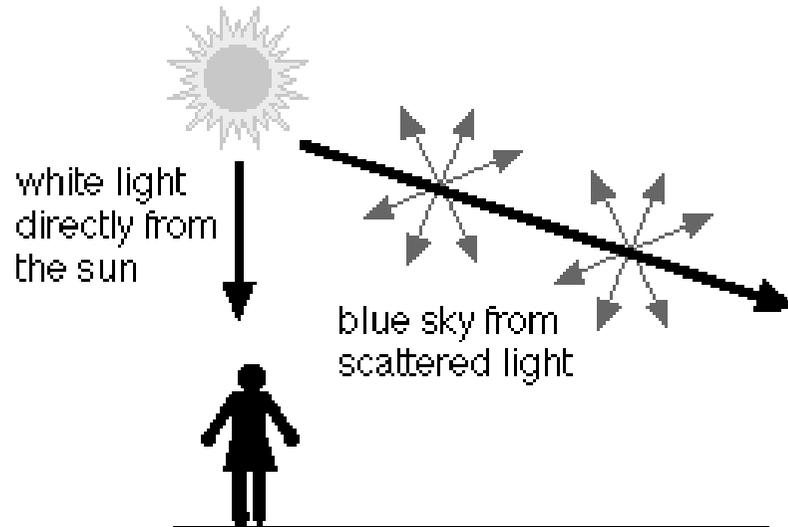
Grenzfälle:

a)  $h\nu \gg E_B$ , d.h.  $\omega \gg \omega_0$  (bisher)  $\Rightarrow \sigma \propto \frac{\omega^4}{\omega^4} = \text{const} \Rightarrow$  Thompsonstreuung

b)  $h\nu \ll E_B$ , d.h.  $\omega \ll \omega_0$  (neu)  $\Rightarrow \sigma \propto \frac{\omega^4}{\omega_0^4} \Rightarrow$  Rayleighstreuung

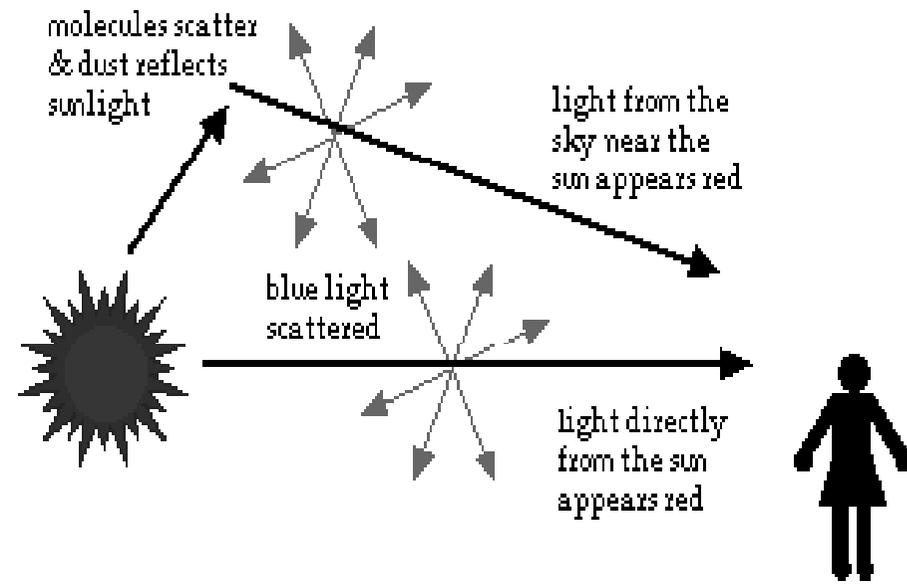


# Warum ist der Himmel blau und Sonnenuntergang rot?



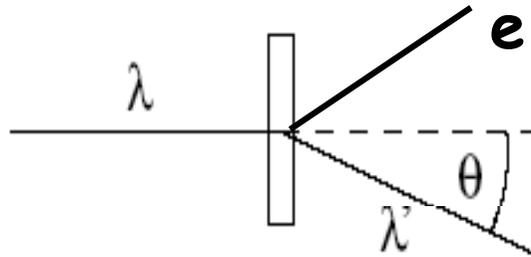
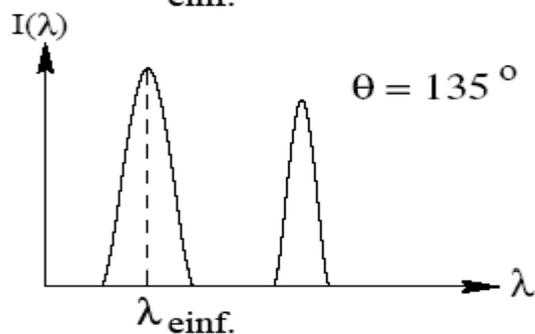
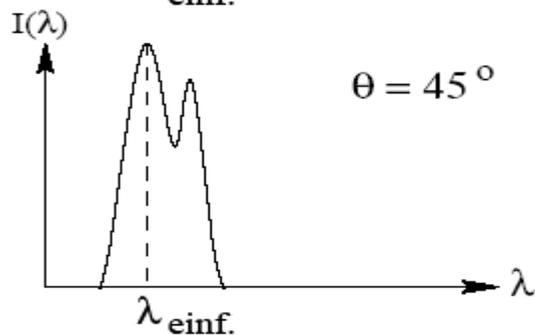
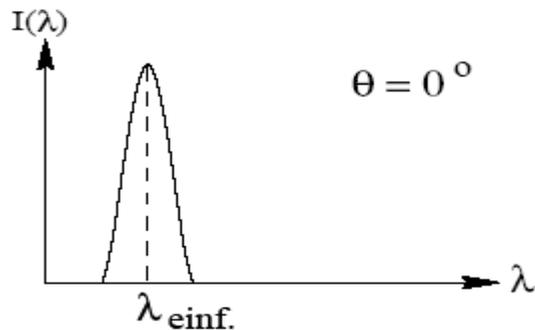
Rayleigh-Streuung regt Atome am stärksten an für blaues Licht, das auch wieder emittiert wird.

Abends wird blaues Licht durch Rayleigh-Streuung am stärksten absorbiert. Verunreinigungen nahe der Erde können durch Anregungen wunderschöne Farben beimischen



# Compton-Streuung (reiner Quanteneffekt) (Thompson und Raleigh-Streuung klassisch)

Compton (1922): Streuexperimente mit Photonen im Röntgenbereich (20 keV) ( $E >$  Bindungsenergie der Elektronen)



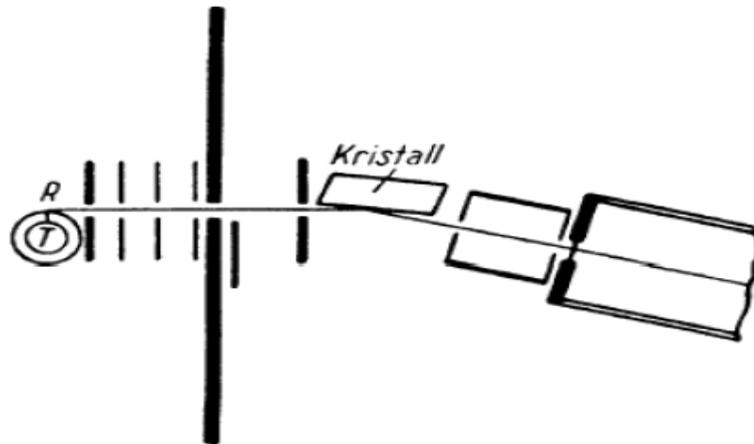
Gemessen wird: Streuwinkel und Energie ( $=hc/\lambda$ ) des gestreuten Photons

Erste Beobachtung:

Aufteilung des Peaks der Streustrahlung bei großen Streuwinkeln in zwei getrennte Peaks.

Der konstante, nicht winkelabhängige Peak entspricht der schon behandelten Thompson-Streuung; der zweite, dessen Lage sich mit zunehmendem Winkel zu immer größeren Wellenlängen verschiebt, resultiert aus der Compton-Streuung.

# Experimentelle Anordnung



Versuchsanordnung von Compton  
(Molybdänkathode T, Streuung am Graphit R,  
Kristall als Wellenlängendetektor)

Oder mit  $h\nu = E = hc/\lambda$

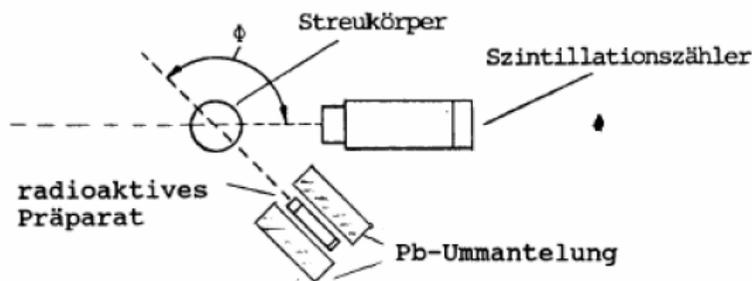
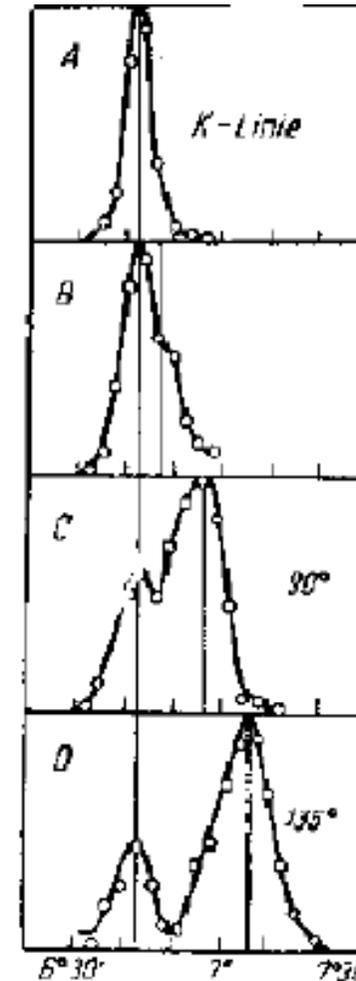
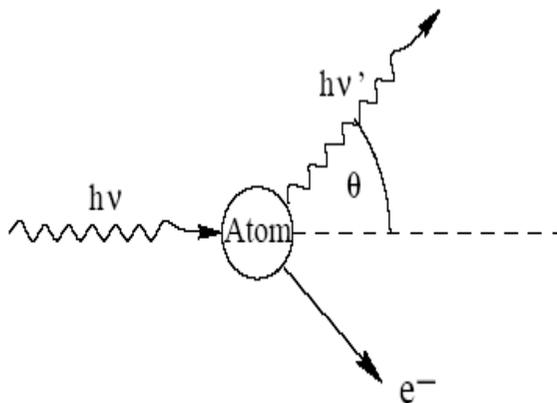


Abb.6 Versuchsanordnung zum Compton Effekt



COMPTON-Effekt bei der Streuung  
der K-Linie des Molybdäns

# Deutung der "verschobenen" Strahlung



Wechselwirkung eines Quants mit einem „freien“ Elektron, d.h. ein elastischer Stoß unter Berücksichtigung von Energie- und Impulserhaltung. Im Gegensatz zum Photoeffekt verschwindet das Photon nicht, sondern es verliert nur Energie.

Impulserhaltung:  $\vec{p}_\nu = \vec{p}_{\nu'} + \vec{p}_e \quad (1)$

Energieerhaltung:  $m_e c^2 + h\nu = E_e + h\nu' \quad (2)$

rel. Energiegleichung für  $e^-$ :  $0 = c^2 p_e^2 + m_0^2 c^4 - E_e^2 \quad (3)$

**Relativistisch, da kinetische Energie und Masse des Elektrons vergleichbar sind!**

# Lösung der E,p-Erhaltungssätze

rel. Energiegleichung für  $e^-$ :

$$0 = c^2 p_e^2 + m_e^2 c^4 - E_e^2$$

(aus (2))

$$\Rightarrow 0 = c^2 (\vec{p}_\nu - \vec{p}_{\nu'})^2 + m_e^2 c^4 - (m_e c^2 + h(\nu - \nu'))^2 \quad (4)$$

mit

$$(\vec{p}_\nu - \vec{p}_{\nu'})^2 = p_e^2 = p_\nu^2 + p_{\nu'}^2 - 2p_\nu p_{\nu'} \cos \theta \quad (\text{Cosinussatz})$$

$$\text{Aus (4)} \quad h^2 (\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cos \theta - (\nu - \nu')^2) = 2m_e c^2 h (\nu - \nu')$$

$$h\nu\nu' (1 - \cos \theta) = m_e c^2 (\nu - \nu')$$

$$\text{mit } \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$\frac{1}{\lambda\lambda'} (1 - \cos \theta) = \frac{m_e c}{h} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{m_e c}{h} \cdot \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda\lambda'}$$

$$\text{mit } \lambda' - \lambda = \Delta\lambda$$

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta)$$

**Schlussfolgerung: Peakverschiebung  $\Delta\lambda$  als Fkt. von  $\theta$  wird durch Energie-Impulserhaltung beschrieben  $\Rightarrow$  elektromagn. Strahlung hat Teilchencharakter bei Energien ab keV Bereich.**

# Diskussion der Compton-Streuung

---

1.  $\Delta\lambda \propto \lambda_c$ , unabhängig von  $\lambda$ , jedoch  $\theta$ -abhängig.

$\Delta\lambda$  immer  $>0$ ,  $\lambda' > \lambda$  bzw.  $\nu' < \nu$ . Die Energiedifferenz geht in das Elektron über.

$\Delta\lambda$  enthält  $h$ ; **der Comptoneffekt ist ein reiner Quanteneffekt.**

Das ganze Photon wird an einem Elektron gestreut. Historisch brachte diese Erkenntnis den endgültigen Durchbruch der Quantenhypothese  $E = h\nu$ .

2.  $\lambda_c = 2.43 \cdot 10^{-12}$  m entspricht (als Merkregel)

a) der Wellenlänge eines Photons mit  $h\nu = m_e c^2$ , **Da  $h/\lambda = h\nu/c = mc$**

b) der „de-Broglie-Wellenlänge eines Elektrons mit der Geschwindigkeit  $c$ “.

3. Sichtbares Licht:  $\lambda \approx 400 \dots 700 \text{ nm} \Rightarrow \Delta\lambda = 10^{-6} \lambda$ . Dies ist schwer zu beobachten. Bei Röntgenstrahlung sind die Effekte jedoch (relativ gesehen) viel größer und daher leicht beobachtbar.

**Z.B.  $E=1 \text{ keV} \rightarrow \lambda=12\text{\AA} \rightarrow \Delta\lambda/\lambda=0.8 \%$**

**Z.B.  $E=1 \text{ MeV} \rightarrow \lambda=0.012\text{\AA} \rightarrow \Delta\lambda/\lambda=80\%$**

# Comptonstreuung dargestellt als Energien

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

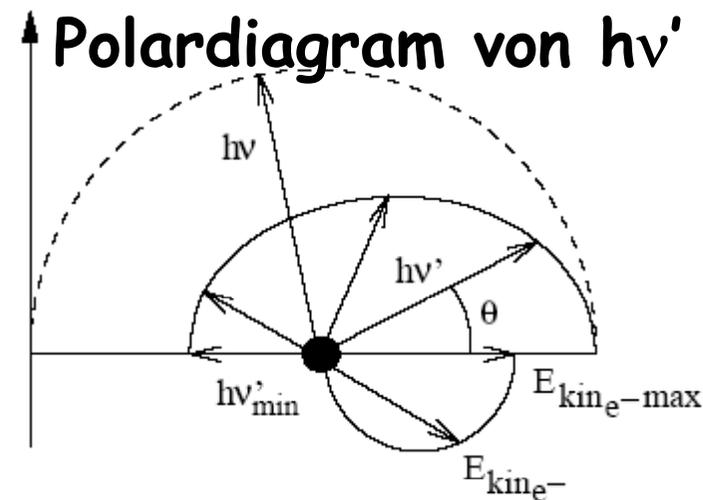
$$E_{kin_e^-} = h\nu \frac{\frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

$$= h\nu - h\nu'$$

**Sonderfälle:**

$$\theta = 0^\circ \Rightarrow h\nu' = h\nu, E_e \approx 0 \text{ (unter } 90^\circ)$$

Energie des gestreuten Photons:  
Ellipse mit Exzentrizität  
die mit Frequenz  $h\nu$  ansteigt



$$h\nu_{min} = \frac{h\nu}{1 + 2 \frac{h\nu}{m_e c^2}}$$

**Zentraler  
Stoß:  
 $\theta = 180^\circ$ :**

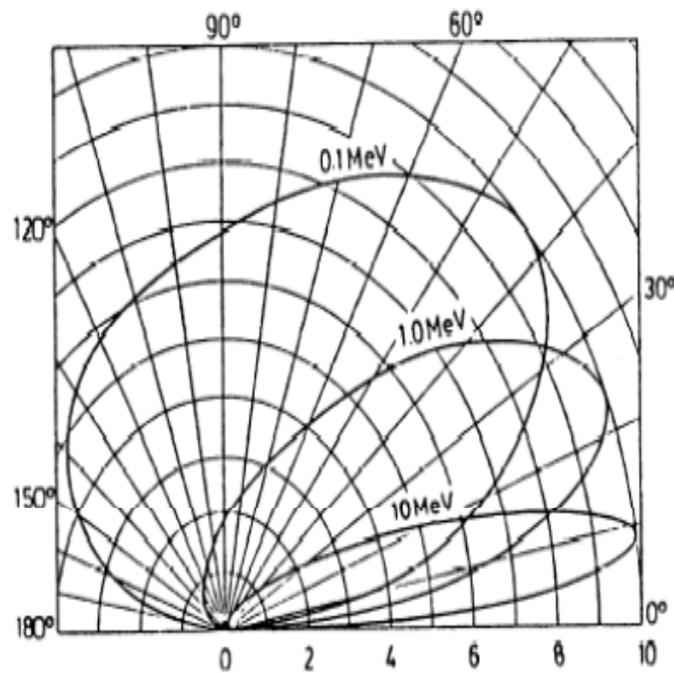
$$\rightarrow \frac{m_e c^2}{2} = \text{const. für } E_\nu \gg m_e c^2$$

$$\rightarrow h\nu \quad \text{für } E_\nu \ll m_e c^2 \text{ (Thompson-Grenzfall)}$$

# Winkelverteilungen

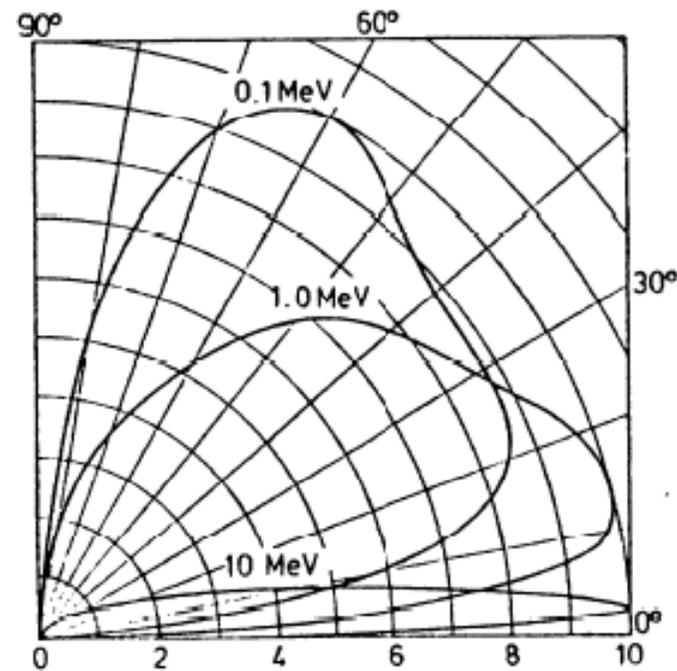
## Comptoneffekt

Winkelverteilung der gestreuten Photonen



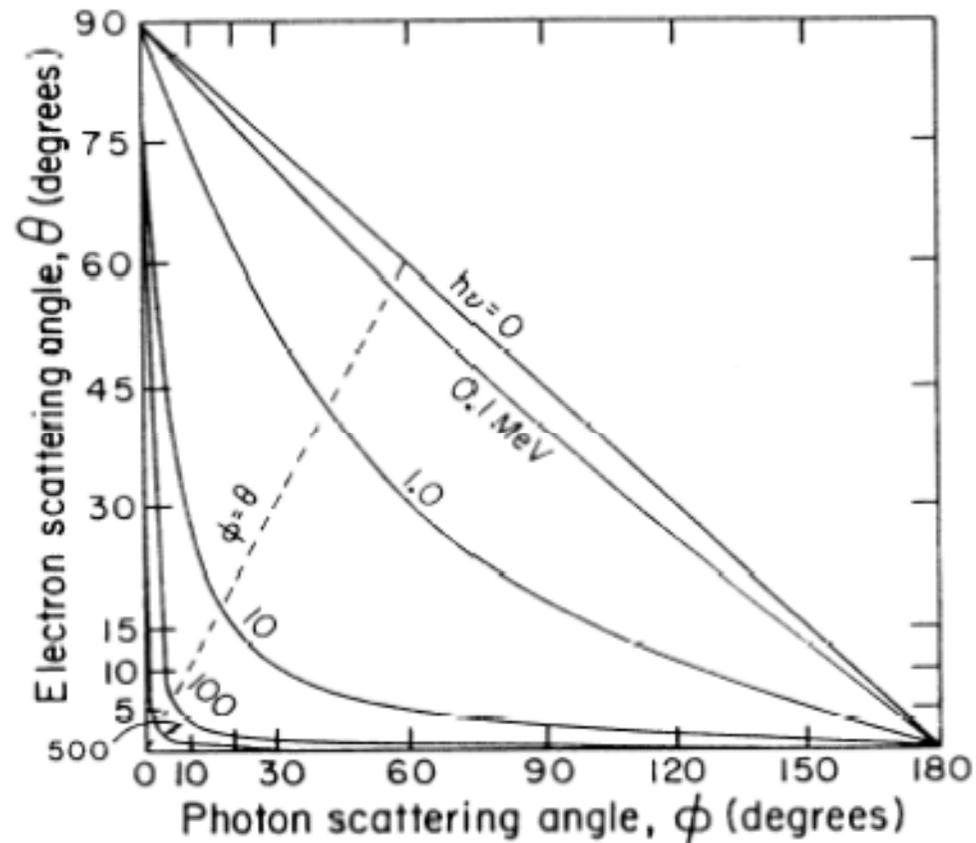
## Comptoneffekt

Winkelverteilung der Elektronen



# Korrelation der Winkelverteilungen

## Comptoneffekt Winkelbeziehung



# Relativistische Streuung

---

Eine genauere Behandlung unter Verwendung der relativistischen Wellenmechanik führt auf die „Klein-Nishina-Gleichung“ (s. Lehrbücher). Für unpolarisierte Strahlung gilt:

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 \left( \frac{\nu'}{\nu} \right)^2 \left( \frac{\nu}{\nu'} + \frac{\nu'}{\nu} - \sin^2 \theta \right)$$

# Zum Mitnehmen

---

Die elektromagnetische Strahlung hat bei kurzen Wellenlängen Teilchencharakter, d.h. die Strahlung besteht aus Wellenpakete die bestimmte Energie und Impuls haben.

Experimentell wurde diese Quantisierung der e.m. Wellen beobachtet durch:

Photoeffekt  
Comptonstreuung

die alle nur verstanden werden können, wenn die Lichtquanten oder Photonen eine

Energie  $h\nu$   
Impuls  $h\nu/c = h/\lambda$   
Masse  $m = E/c^2 = h\nu/c^2 = p/c$

besitzen.