Vorlesung 4: Das Photon

Roter Faden:

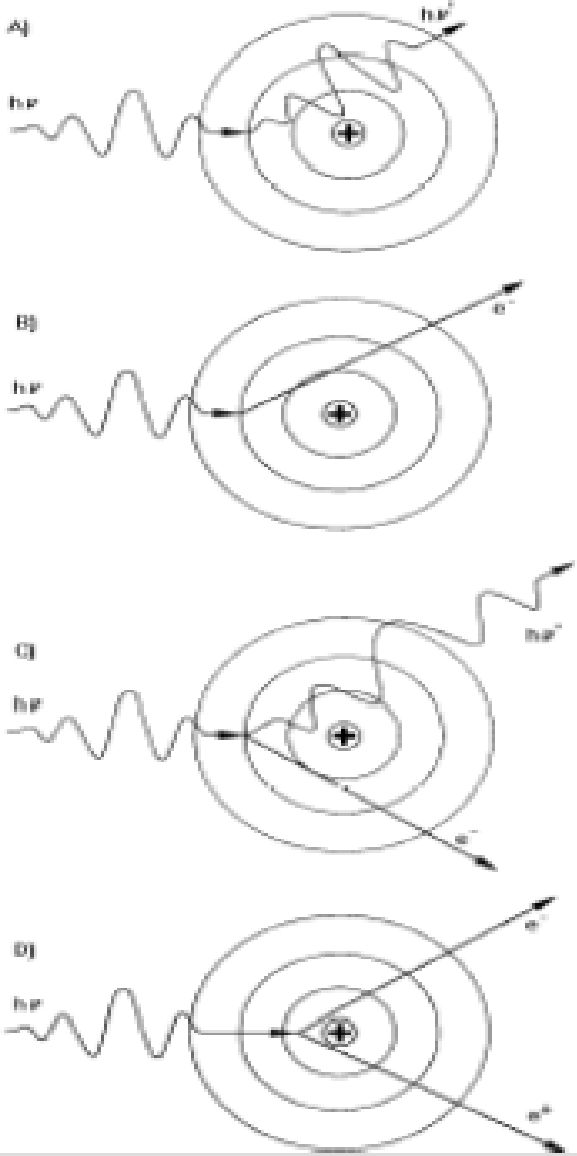
Eigenschaften des Photons

Photoeffekt
Comptonstreuung
Gravitation
Plancksche Temperaturstrahlung

->VL3
->VL4

Folien auf dem Web:
http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/
Teilweise benutzte Skripte:
http://www.physi.uni-heidelberg.de/~specht/
http://www.wmi.badw-muenchen.de/E23/lehre/skript/
http://www.ifp.tuwien.ac.at/institut/lva/skripten/

Wechselwirkung zwischen Photonen und Materie



A) Kohärente Streuung

Thompson
Rayleigh
klassische Streuung

B) Photoeffekt

Teilchencharakter

C) Compton-Effekt

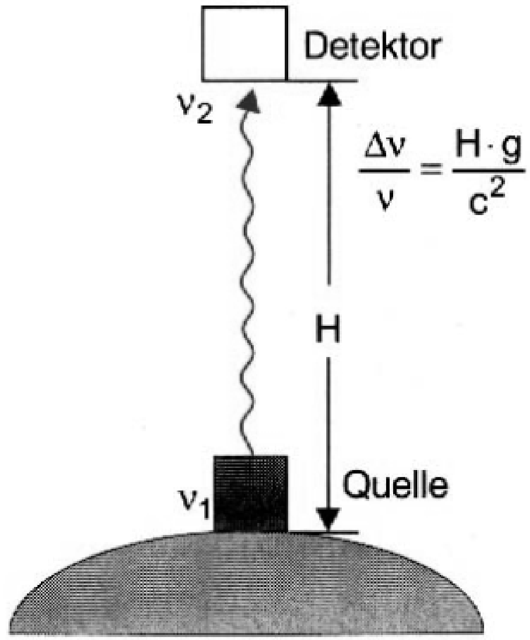
Teilchencharakter

D) Paarbildung

Energie->Masse

Gravitationseffekt beim Photon

Das Photon hat eine relativistische Masse $m = E/c^2 = h\nu/c^2$ und empfindet dementsprechend eine Gravitationskraft, die sich als Rotverschiebung (oder Blauverschiebung bei "fallendem" Photon) im Gravitationsfeld bemerkbar macht.



Diese Rotverschiebung wurde im berühmten Experiment von Pound und Repka (1960) nachgewiesen: durch Gravitation verliert ein Photon bei der Höhe H nach Newtonscher Mechanik die Energie

$mgH = h\Delta\nu$ und mit Photonmasse $m=h\nu/c^2$

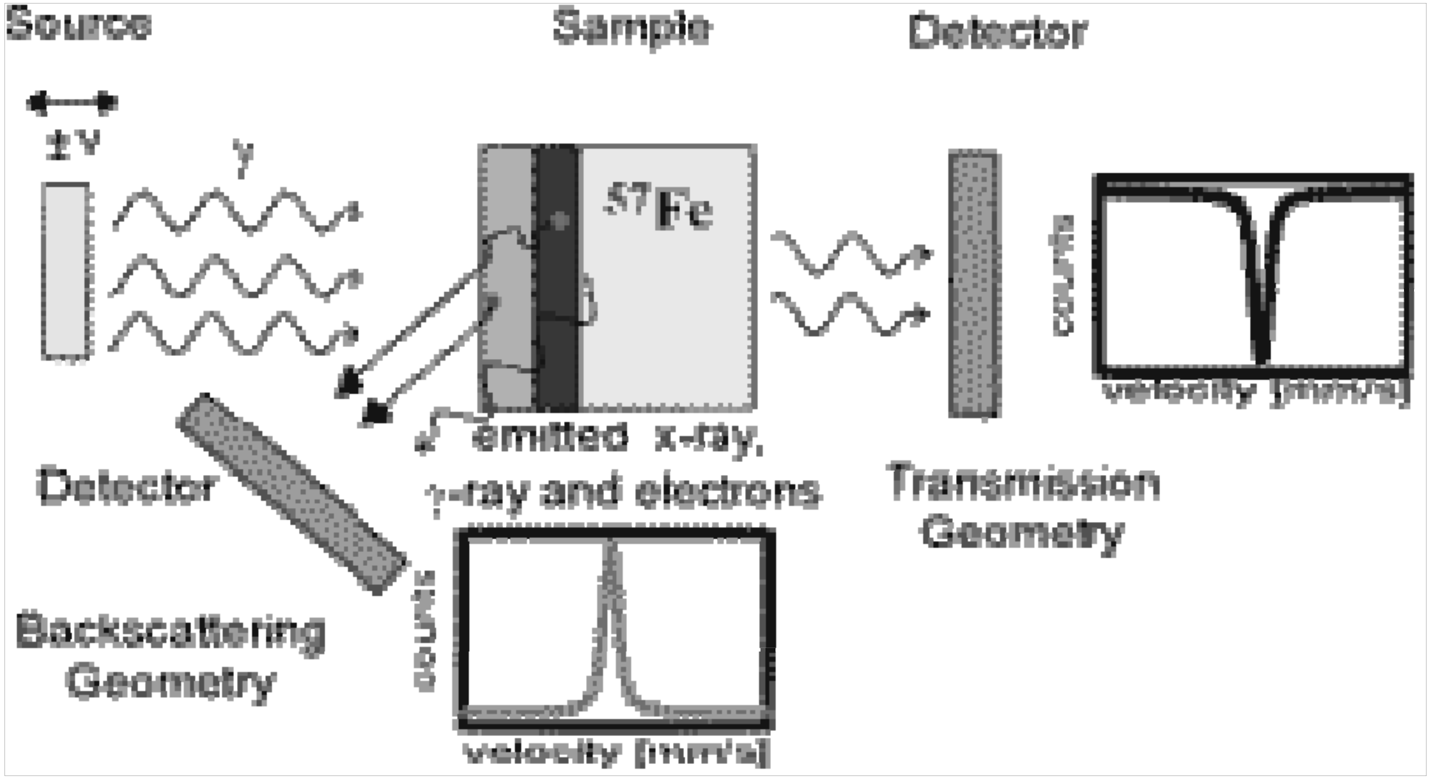
folgt $\underline{\Delta\nu/\nu=gH/c^2}$

Effekte jedoch sehr klein ($\Delta\nu/\nu \approx 4.10^{-15}$ für H=45m).
Trick: benutze Mössbauer-Effekt um Frequenzverschiebungen sehr genau zu messen.(PS. Korrekte Beschreibung nach der Allgemeinen Relativitätstheorie ergibt für kleine $\Delta\nu$ die gleiche Antwort)

Mössbauer Effekt

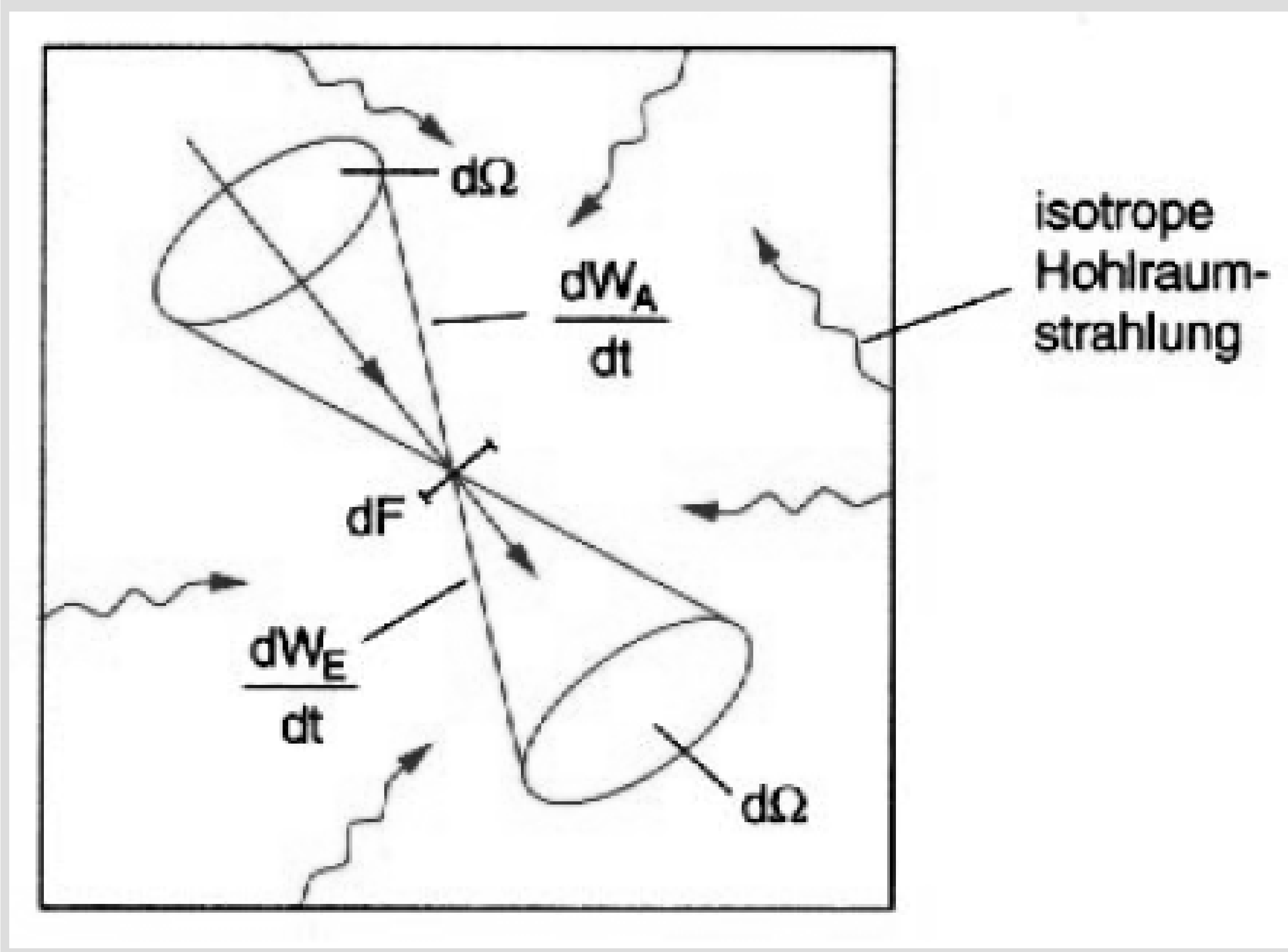
The Mössbauer effect was discovered in 1958 by R.L.Mössbauer. He showed that nuclear radiation can be emitted and absorbed recoilless if the atoms are placed in a solid state. For this experiment, also called nuclear resonant absorption, one needs a radioactive source which decays via an excited state into the so-called Mössbauer isotope. Depending on the lifetime of the excited state, the energy of the radiation can be extremely sharp. In the case of the ^{57}Fe isotope the energy uncertaincy, called natural linewidth, is 5×10^{-9} eV compared to the energy of 14.4×10^{3} eV of the radiation. By moving the source the energy of the radiation increases via the Doppler effect, if the source moves towards the sample and vice versa. A velocity of 1 mm/s corresponds to an energy of 50×10^{-9} eV. Absorbtion can only occur, if the spectrum of the source overlaps with energy levels of the sample. Hence the Mössbauer spectrum is a picture of the hyperfine interaction of the sample. Several parameters can be extracted from the spectrum. These parameters can determine the chemical and magnetical phases of the sample like a fingerprint.

Pound-Repka Versuch zur gravitativen Rotverschiebung der e.m. Strahlung



Pound und Repka benutzten die Schärfe der Mössbauer Linien um die sehr kleine Rotverschiebung der Photonen im Gravitationsfeld ($\Delta\nu/\nu \approx 10^{-15}$) in 1959 nachzuweisen durch den Abstand zwischen Quelle und Eisenabsorber bis zu 45 m zu varieren.

Körper im thermischen Gleichgewicht mit Strahlung aus der Umgebung



Körper im thermischen Gleichgewicht mit Strahlung aus der Umgebung

In Hohlraum Testkörper - es fällt auf Flächenelement dF

aus Raumwinkel dΩ die spektrale Strahlugsleistung $S_\upsilon^* d\upsilon dF d\Omega$

($[S_\upsilon^*] = 1 Wm^{-2} Hz^{-1} Sterad^{-1}$) im Intervall $\upsilon + d\upsilon$ $\rightarrow$ absorbierte

Strahlungsleistung:

$$\frac{dW_A}{dt} = A_\upsilon S_\upsilon^* dF d\Omega d\upsilon$$

emittierte Leistung: $\frac{dW_E}{dt} = E_\upsilon S_\upsilon^* dF d\Omega d\upsilon$

A_υ, E_υ......spektrale Absorbtion- bzw. Emissionsvermögen

Gleichgewicht: Emission = Absorbtion für alle ϑ und φ

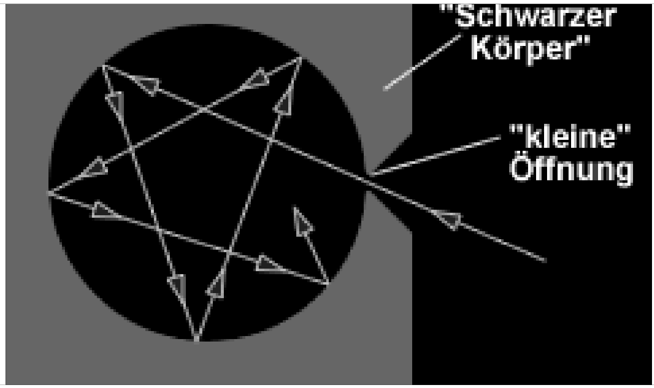
Kirchhoffsche Gesetz: $\frac{E_\upsilon}{A_\upsilon} = S_\upsilon(T)$ (spektrale Strahlungsdichte)

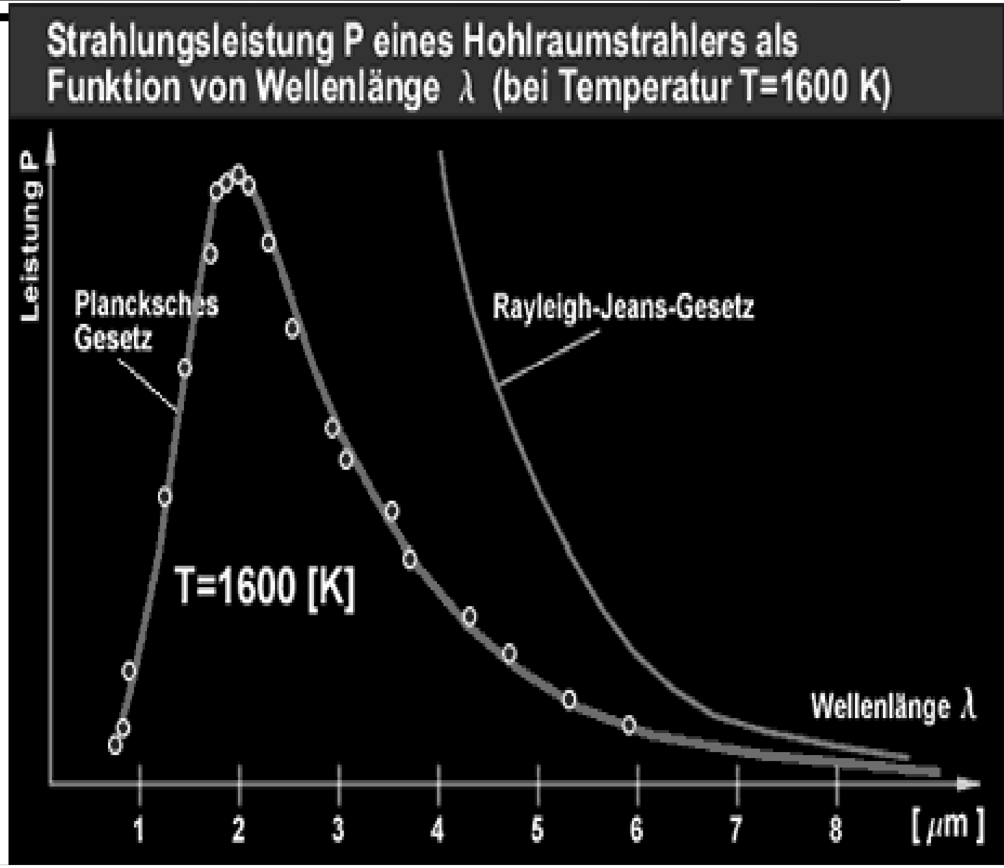
Schwarzer Körper: ***A identisch 1*** $\rightarrow E_\upsilon = S_\upsilon(T)$

Ziel $S_\upsilon(T)$ bestimmen.

Temperaturstrahlung oder Hohlraumstrahlung oder Schwarzkörperstrahlung

Strahlung eines sogenannten 'Schwarzen Körpers' ist nichts anderes als ein System, das sämtliche einfallende Strahlung absorbieren soll. Am nähesten kommt man diesem Idealfall mit einem Hohlraumstrahler, der ungefähr so aussieht:





Die austretende Strahlung ist unabh. vom Material und hat ein Maximum bei einer Wellenlänge, das - wie Wilhelm Wien zeigen konnte – bei 2.898[mmK]/T liegt. D.h. je größer die Temperatur des schwarzer Körpers, desto weiter verschiebt sich das Maximum zu *kleineren* Wellenlängen hin. Das ist das Wiensche Verschiebungsgesetz. Klassisch nicht erklärbar!

Rayleigh-Jeans Gesetz

Die Spektralverteilungsfunktion lässt sich nach der klassischen Thermodynamik relativ einfach berechnen. Als Ergebnis erhält man die Gleichung von Rayleigh-Jeans:

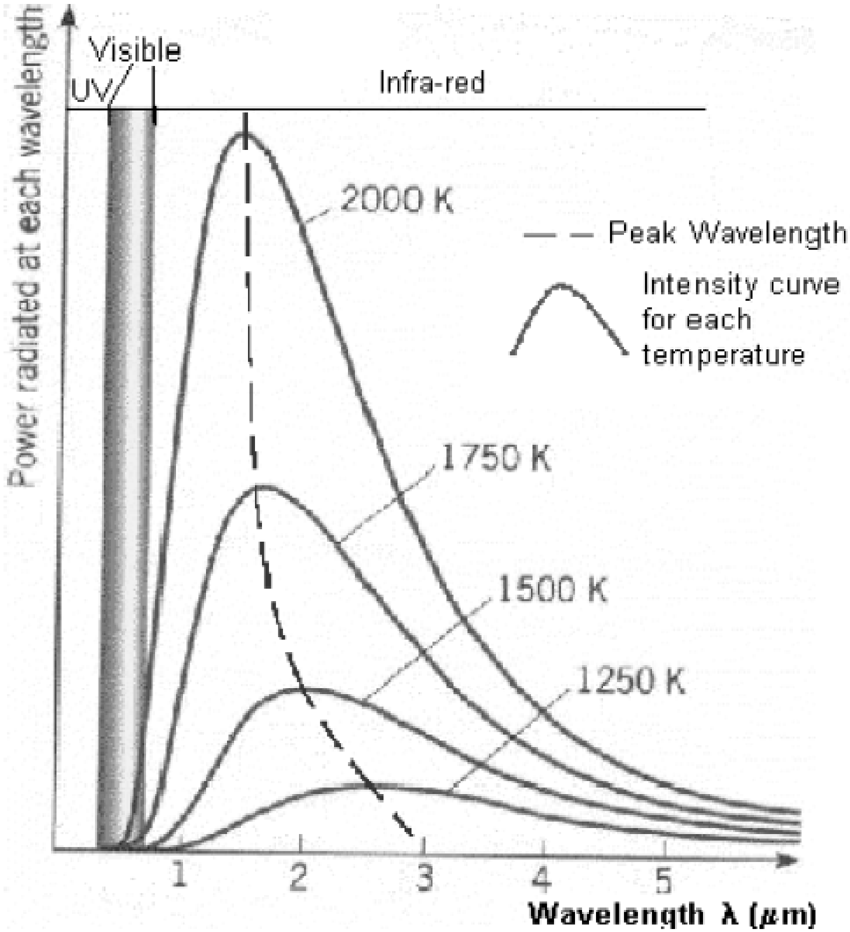
$$P(\lambda,T) = \frac{8\pi k_B T}{\lambda^4}$$

k_B ist dabei die Boltzmannkonstante. Im vorigen Diagramm ist das als blaue Kurve dargestellt. Man sieht, dass diese Beziehung nur bei großen Wellenlängen halbwegs vernünftig mit der Spektralfunktion übereinstimmt. Je kleiner die Wellenlängen werden, desto deutlicher weicht die Rayleigh-Jeans-Kurve von der 'richtigen' Verteilung ab. Da λ im Nenner steht strebt dieser Wert gegen Unendlich, wenn λ gegen 0 geht, was man auch als 'Ultraviolettkatastrofe' bezeichnet hat.

Eigenschaften der Schwarzkörperstrahlung

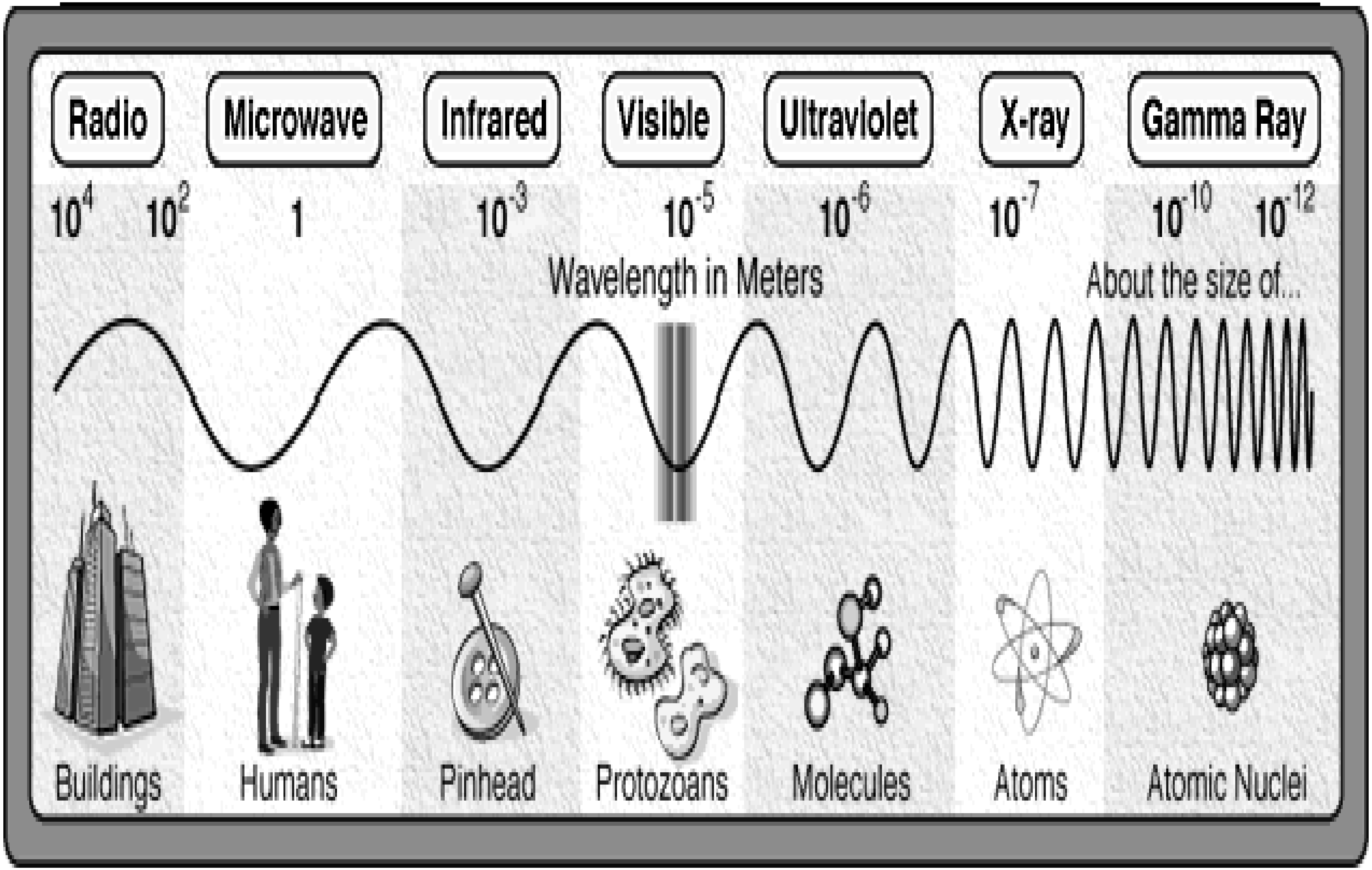
- Die Charakteristik der Schwarzkörperstrahlung ist nur von der Temperatur an der Oberfläche des Strahlers abhängig.
- Stefan-Boltzmann: **Energiedichte ~ T^4**
- Wien: $\lambda_{max} T = \text{const} = 2{,}898\ 10^{-3}$ **mK.**
- Plancksche Intensitätsverteilung:

$$I(\lambda,T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1}$$



Für große Wellenlängen: $\exp(hc/\lambda kT) = 1 + hc/\lambda kT$, d.h. $I \propto 1/\lambda^4$, wie von klassichem Rayleigh–Jeans Gesetz erwartet

Das elektromagnetische Spektrum

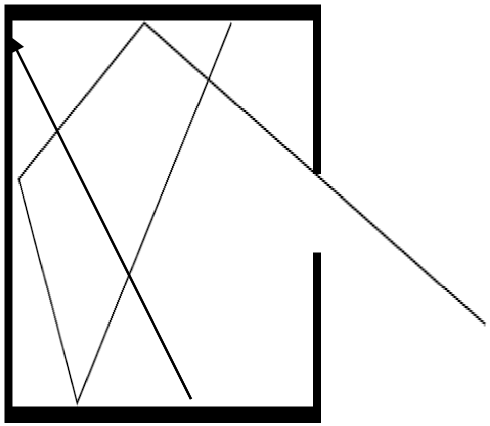


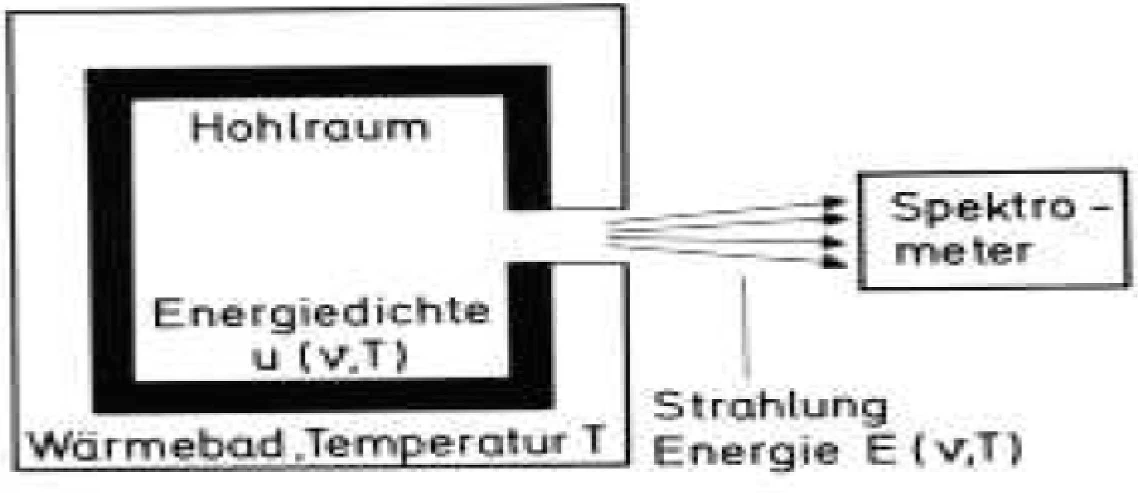
Aus Planck's Nobelpreis Rede

Eventually after some weeks of the hardest work of my life, light entered the darkness, and a new inconceivable perspective opened up before me. ...
Because [a constant in the radiation law] represents the product of energy and time ... I described it as the elementary quantum of action. ... As long as it was looked on as infinitely small ... everything was fine; but in the general case, however, a gap opened wide somewhere or other, which became more striking the weaker and faster the vibrations considered. Either the quantum of action was a fictional quantity, then the whole deduction of the radiation law was essentially an illusion or the derivation of the radiation law was based on a sound physical conception. In this case the quantum of action must play a fundamental role in physics, and here was something completely new, never heard of before, .. My futile attempts to put the elementary quantum of action into the classical theory continued for a number of years and they cost me a great deal of effort.

Messung der Temperaturstrahlung eines schwarzen Körpers ("Hohlraumstrahlung")

Schwarzer Strahler = Hohlraum, bei dem sich die emittierte Strahlung im thermischen Gleichgewicht mit seinen Wänden befindet.





Spektrometer mißt Wellenlänge un Strahlungsintesität unter Winkel θ.

$$\text{Energiedichte u } (\nu,\ \mathrm{T}) = \frac{Strahlungenergie\ im\ Frequenzbereich[\nu, \nu + d\nu]}{Volumen}$$

$$2\mathrm{P}(\nu,\ \mathrm{T})\mathrm{d}\nu = \text{Strahlungsflussdichte} = \frac{Strahlungsleistung(\frac{E}{\triangle t})}{Flaeche\ u.Raumwinkel}$$

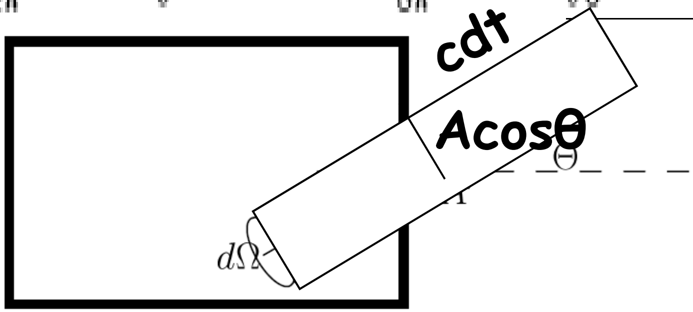
Berechnung der Strahlungsflussdichte (=Leistung/(Fläche u. Raumwinkel))

mit E $=\underbrace{u(\nu,T)d\nu}$ →Energie Pro Volumeneinheit und $\underbrace{c\triangle t A\cos\theta}$ →Volumen der ausgesandten Strahlung unter einem Winkel in einer Zeit Δt, d.h. die pro Frequenzinterval dν abgestrahlte Energie E/d ν=density x Volumen= u(ν ,T) $c\triangle t\ A\cos\theta$

(Faktor 2 , weil P pro Polarisationsgrad angegeben wird. Photon mit 2 transversalen Polarisationsrichtungen)

Strahlungsflussdichte/dν=

$$P(\nu,T) \equiv \int \frac{E}{2\triangle t d\nu}\frac{d\Omega}{4\pi A} = \frac{1}{2}\frac{c}{4\pi}u(\nu,T)\int\cos\theta\, d\Omega = \frac{c}{8\pi}u(\nu,T)\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta\sin\theta d\theta = \frac{c}{8}u(\nu,T),$$ wobei das Integral π ergibt.



Plancksche Strahlungsformel

- P unabhängig vom Material, nur (starke) Fkt. der Temperatur
- Planck konnte diese Daten beschreiben , wenn er für die Energiedichte folgende Formel annahm:

  E=u(ν, T)dν= $\frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{\exp(\frac{h\nu}{kT})-1}$, woraus folgt:

  P(ν,T) d$\nu \equiv \frac{c}{8}$ u(ν,T)d$\nu \equiv \frac{h\nu^3}{c^2\left(\exp(\frac{h\nu}{kT})-1\right)}d\nu$

- h = *Planck-Konstante* oder *Plancksches Wirkungsquantum*, da er annahm, dass Energieniveaus der Elektronen durch harmonische Oszillatoren mit Energieniveaus W_n= nhν, n=0,1,2,..., beschrieben werden
- <u>KM:</u> u(ν, T) $\propto \nu^2$ (*Raleigh-Jeans'sches Gesetz*, u$\to\infty$für $\nu \to \infty$ (UV-Katastrophe).
  Dies wird nicht durch Daten bestätigt, exp-Fk.t in Planckscher Formel verhindert UV-Katastrophe.

  Da expx = 1 +$\frac{x}{1!}$+ $\frac{x^2}{2!}$+..., gilt bei kleinen Frequenzen P $\propto\frac{h\nu^3}{\frac{h\nu}{kT}}\propto\nu^2$unabhängig von h.

<u>Schlussfolgerung:</u> Bei kleinen Frequenzen und /oder einer hohen Temperatur geht das *Plancksche Strahlungsgesetz* in das *Raleigh-Jeans'sche-Gesetz* über, daher die Quanteneffekte verschwinden.

Die Plancksche Strahlungsformel als Funktion von Frequenz oder Wellenlänge

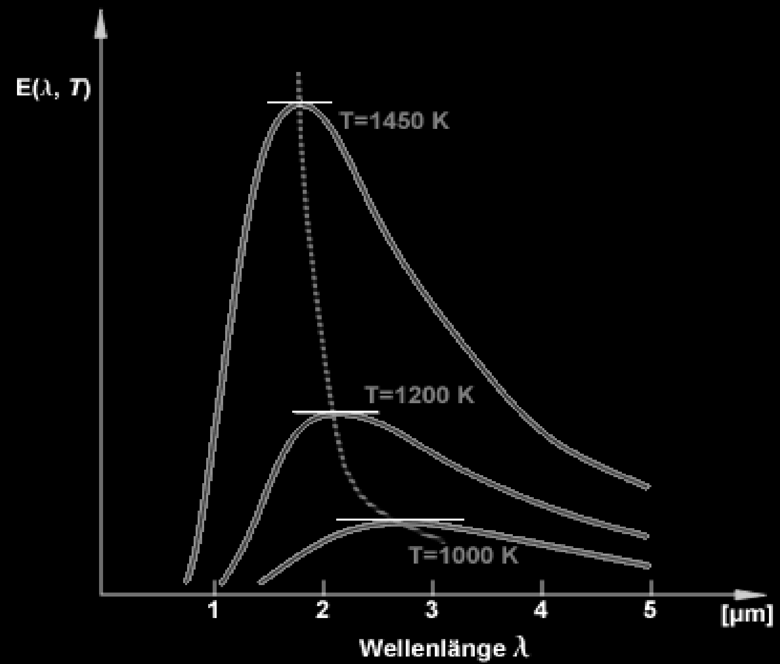
$$P(\nu,T) = \frac{h\nu^3}{c^2}\cdot\left(\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}}-1}\right)$$

$$P(\lambda,T) = \frac{hc^2}{\lambda^5}\cdot\left(\frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B\lambda T}}-1}\right)$$

$h = 6.6260755\ 10^{-34}\ [J\ s]$

$k_B = 1.380658\ \ 10^{-23}\ \left[\frac{J}{K}\right]$

$[P] = \left[\frac{J}{m^2\cdot s\cdot sterad\cdot Hz}\right]$



Plancksche Formel eines schwarzen Strahlers

Im Einheitsvolumen und dem Frequenzintervall $(\nu, \nu + \mathrm{d}\nu)$ sind

$$n_\gamma(\nu)\mathrm{d}\nu = \frac{8\pi}{c^3}\frac{\nu^2\mathrm{d}\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \tag{5.3}$$

Photonen der Energie $h\nu$ enthalten. Zur Herleitung dieser Formel sei auf die Thermodynamik und Quantenmechanik verwiesen. Gegen Ende des 19. Jahrhunderts brauchte man dazu übrigens 40 Jahre. Erstaunlicherweise hängt Plancks Formel von lediglich einer Variablen, der Temperatur T ab. Der Peak des Energiespektrums von Photonen im thermischen Gleichgewicht liegt bei

$$\nu_{max} \approx 6 \times 10^{10} T, \tag{5.4}$$

wenn ν in Hertz und T in Kelvin gegeben sind.

Die Gesamtzahl der Photonen im Einheitsvolumen, die *Anzahldichte* N_γ ist gegeben durch

$$N_\gamma = \int_0^\infty n_\gamma(\nu)\mathrm{d}\nu \approx 1.202\frac{2}{\pi^2}\left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^3. \tag{5.5}$$

Da jedes Photon der Frequenz ν die Energie $h\nu$ trägt, ist die Gesamtenergiedichte der Strahlung durch das *Stefan-Boltzmann-Gesetz*

$$\epsilon_\gamma = \int_0^\infty h\nu n_\gamma(\nu)\mathrm{d}\nu = \frac{\pi^2}{15}\frac{k^4T^4}{\hbar^3c^3} \equiv aT^4 \tag{5.6}$$

Wiensches Verschiebungsgesetz

Durch Differenzieren der Plank'schen Verteilung:

$$\frac{T}{\nu_{\max}} = const.$$

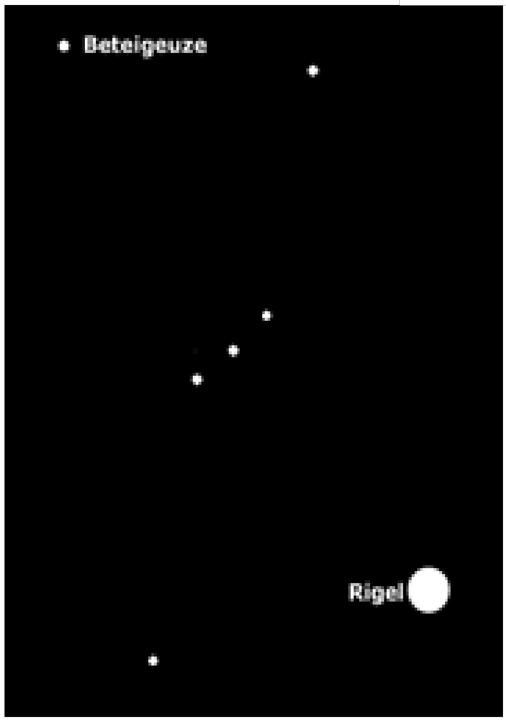
$$\Rightarrow \quad \boxed{\lambda_{\max} \cdot T = const = 2.9 \cdot 10^{-3} [\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}]}$$

Wien'sches Verschiebungsgesetz

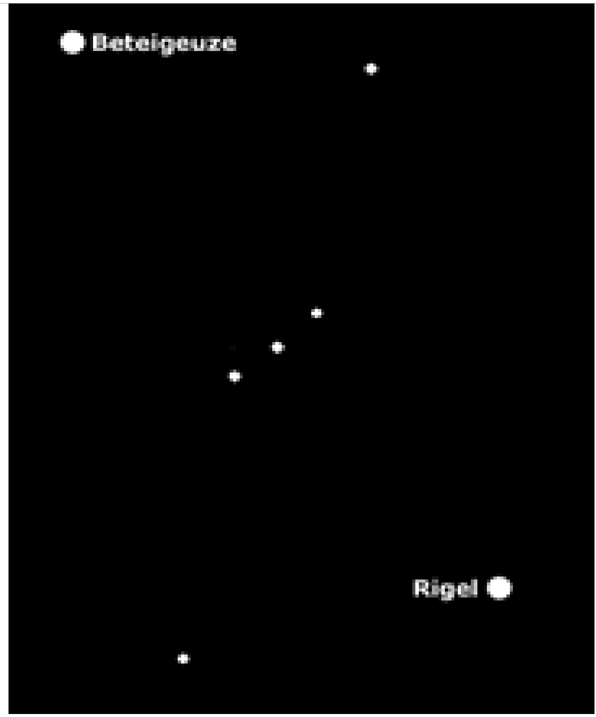
Beispiel: Oberflächentemperatur der Sonne etwa 5500 K, zugehörige Wellenlänge $\lambda_{\max}$ 530 nm (im Grünen)

Farbe und Helligkeit L der Sterne starke Fkt. der Temperatur: Freq. $\propto$ T und L$\propto T^4$

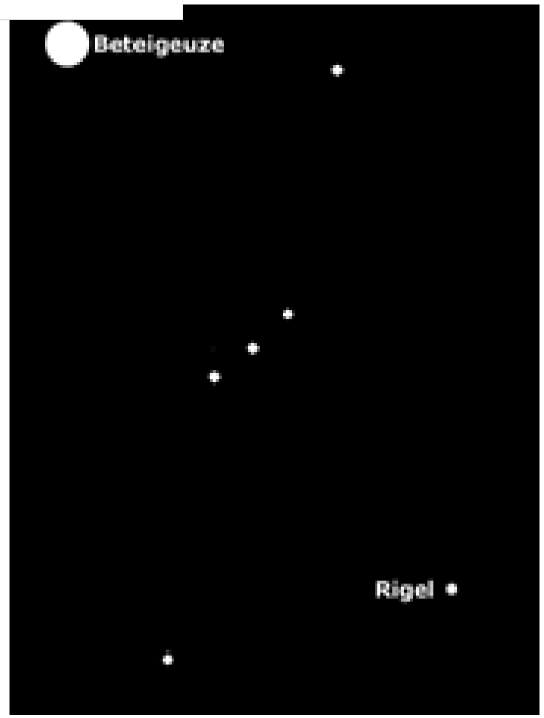
Helligkeit im Bild prop. zur Fläche



Blaufilter



Kein Filter



Rotfilter

Durch Verschiebungsgesetz sind die Helligkeiten der Sterne eine starke Funktion der Farbe! Brauche mehrere Filter um Abstand zu bestimmen.

Temperaturentwicklung des Universums

Zu Beginn des Universums herrschte enorme Hitze und Druck in einem sehr kleinen Raumvolumen. Die Energiedichte im Universum wurde hauptsächlich durch Strahlung bereitgestellt, weshalb man von *strahlungsdominierter Ära* spricht. Weil die Temperatur zu hoch war, konnten sich noch keine Atome oder Atomkerne formen. Lediglich deren Bausteine – freie Elektronen, Protonen, Neutronen und einige instabile Teilchen mit ihren Antiteilchen – konnten überleben. Sie kollidierten mit nahezu Lichtgeschwindigkeit ständig untereinander und tauschten sowohl mit ihresgleichen, als auch mit den Photonen Energie und Drehmoment aus. Es kann also angenommen werden, daß die Energie gleichmäßig unter ihnen verteilt war. Ein *thermisches Gleichgewicht* hatte sich eingestellt, die Photonen stellten einen *schwarzen Körper*, wie er 1900 von *Max Planck* hergeleitet wurde, dar.

Der Urknall und seine Teilchen

Kosmologie

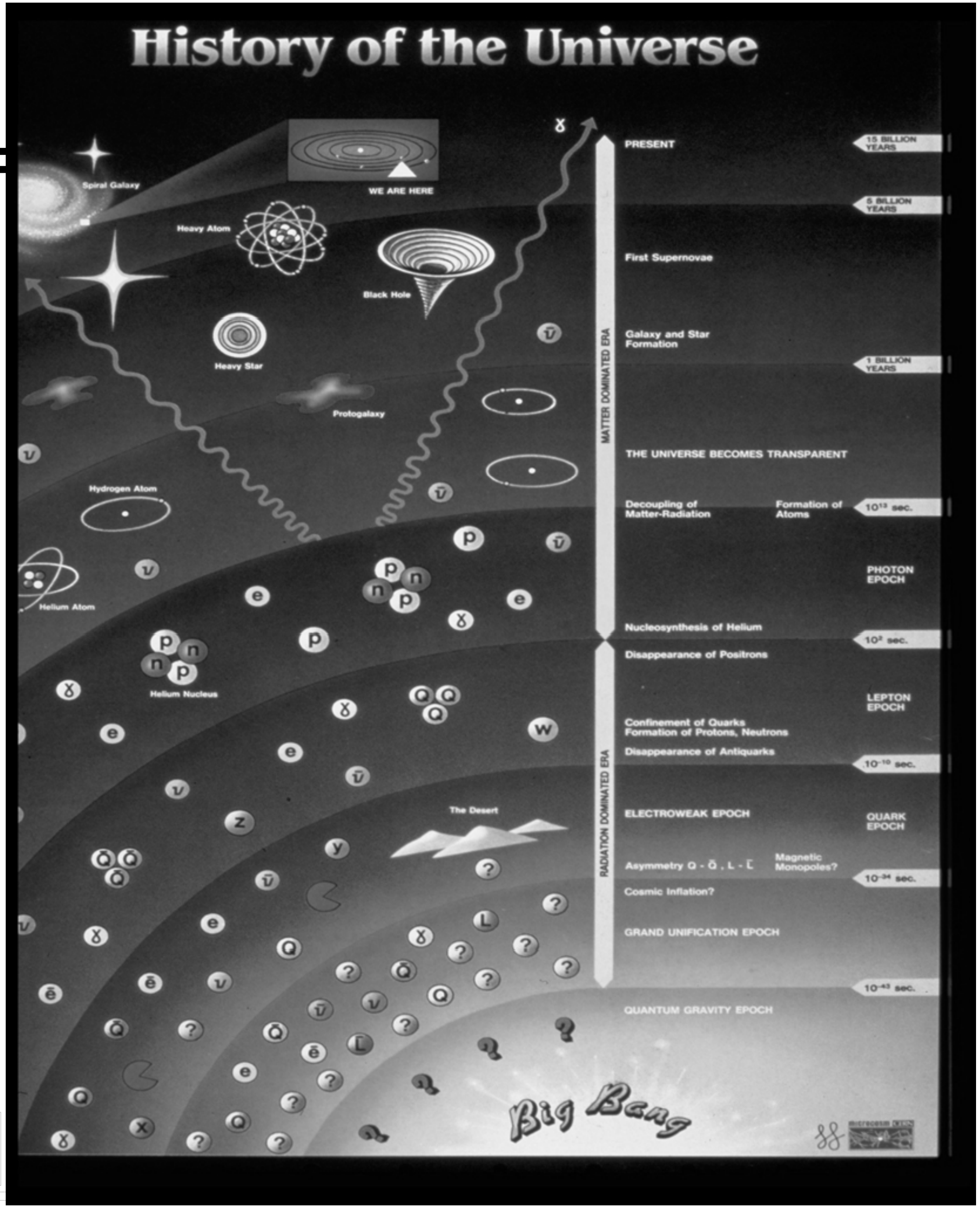
Astrophysik

Teilchenphysik

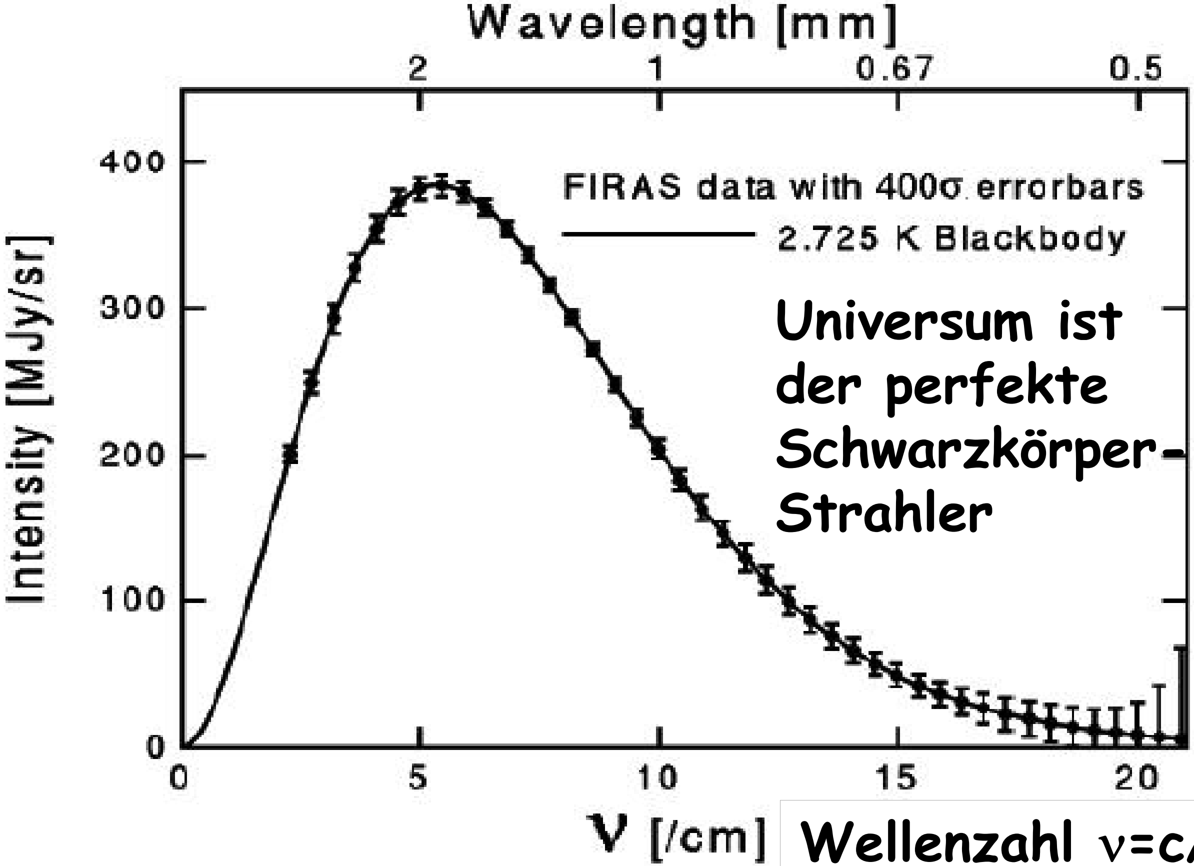
seine Teilchen →

Der Urknall →

Siehe VL Kosmologie in WS



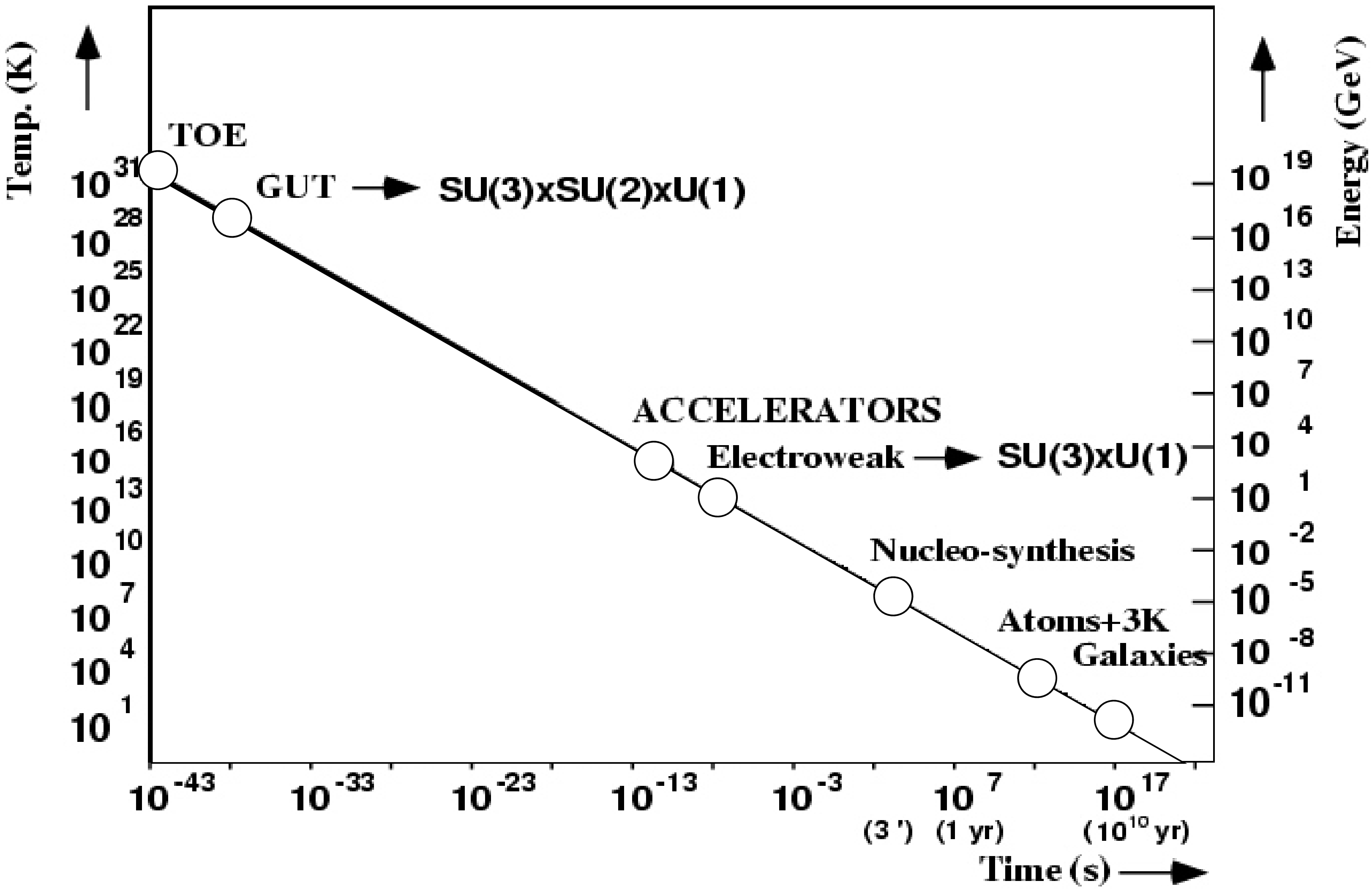
Temperatur unseres Universums aus der kosmischen Hintergrundstrahlung



Wellenzahl $\nu = c/\lambda = 1/\lambda$ für c=1

T = 2.728 ± 0.004 K ⇒ Dichte der Photonen 412 pro cm^3
Wellenlänge der Photonen ca. 1,5 mm, so dichteste Packung
ca. (10 mm / 1.5 mm)^3 = ca. 300/cm^3, so 400 sind viele Photonen/cm^3

Temperaturentwicklung des Universums



Frage:
Wie könnte man sonst die Temperatur des Universums ausserhalb den Himmelskörpern bestimmen?

Herleitung der Planckschen Strahlungsformel nach Einstein

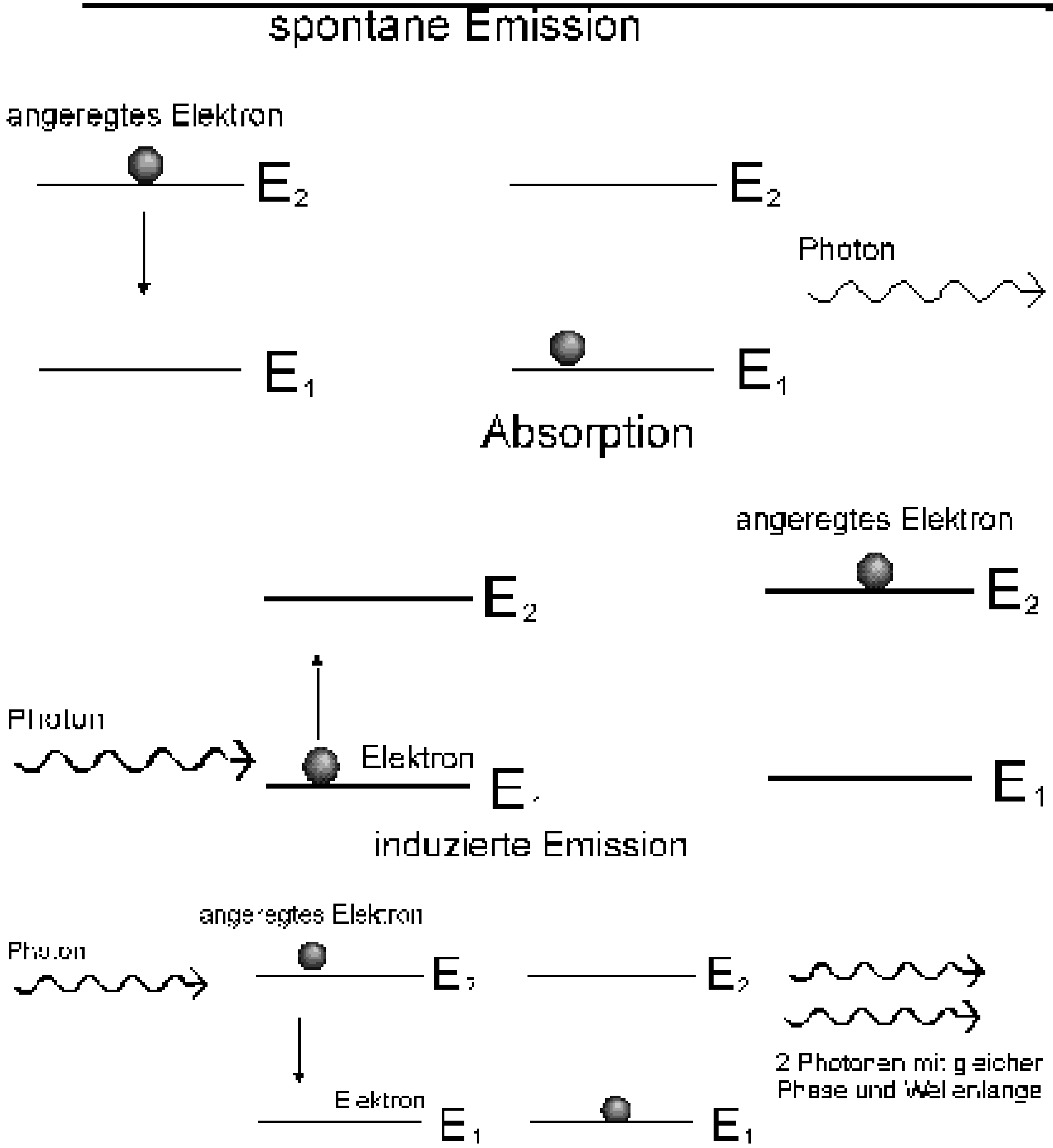
Planck erklärte seine Formel durch die Annahme die Wellen in einem Hohlraum sich verhalten wie harmonische Oszillatoren, die nur diskrete Energiewerte $E=nh\nu$ annehmen können und bei diesen Energien Strahlung absorbieren und emittieren.

Einstein konnte in 1917, nach der Entdeckung der Photonen und die Quantisierung der Energieniveaus der Atome die Plancksche Strahlungsformel relativ einfach herleiten.
Es gibt folgende Möglichkeiten für die Strahlung:

a) Spontane Emission nach einem niedrigen Niveau unter Aussendung eines Photons (unabh. von Strahlungsdichte)
b) Absorption eines Photons ($\propto$ Photonendichte) und Übergang nach einem höheren Niveau
c) Induzierte Emission ($\propto$ Photonendichte) und Übergang nach einem höheren Niveau

Nur nach dieser Verknüpfung von Photoeffekt, Comptonstreuung, Bohrsche Atommodel und Plancksche Strahlungsformel wurde Plancks Quantenhypothese akzeptiert. Er gilt als Gründer der Quantenmechanik.

Bildliche Darstellung der möglichen Übergangen bei Schwarzkörperstrahlung



$$dN_{21} = A_{21} N_2 dt$$

N_1, N_2 sind die Besetzungszahlen

$$dN_{12} = B_{12} u(\nu)\ N_2 dt,$$

$$u(\nu) = \text{Dichte der Photonen;}$$

A_{21}, B_{21}, B_{12} sind die Einsteinkoeffizienten

$$dN_{21} = B_{21}\ u(\nu) N_2 dt$$

Herleitung der Planckschen Streuformel nach Einstein

Induzierte Emission: $dN_{21} = B_{21}\, u(\nu) N_2 dt$

Spontane Emission: $dN_{21} = A_{21} N_2 dt$ (unabhängig von der Dichte der Photonen)

Im thermischen Gleichgewicht: $dN_{12} = dN_{21}$ oder $\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12} u(\nu)}{A_{21} + B_{21} u(\nu)}$ (1)

Im thermischen Gleichgewicht sind die Besetzungszahlen
auch durch die Boltzmann-Statistik gegeben: $\frac{N_2}{N_1} = \frac{\exp(\frac{-E_1}{kT})}{\exp(\frac{-E_2}{kT})}$ (2)
Aus (1) + (2) = (3):

$$\boxed{u(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12} \exp(\frac{h\nu}{kT} - B_{21})}}$$

Randbedingungen:

- $T \to \infty$ ergibt $u(\nu) \to \infty$. Nach (3) kann $u(\nu)$ nur ∞werden

$$\boxed{B_{12} = B_{21}}$$

- Bei kleinen Frequenzen : $u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} kT$ (RJ-Gesetz), dann gilt:
  $u(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{kT}{h\nu} \to \left| \frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \right|$ (4)

Aus (3) und (4) :

$$\boxed{u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1}}$$

Zum Mitnehmen

Planck postulierte in 1900 die Quantisierung der elektromagnetische Strahlung um die Spektralverteilung der Strahlung eines Schwarzen Körpers zu erklären. Damit war die Quantenmechanik gebohren.

18 J. später lieferte Einstein die Herleitung der Planckschen Strahlungsformel in der Form von Absorption und Emission von Photonen.

Da Photonen Energie besitzen, haben sie nach $E=mc^2=h\nu$ eine Masse, die im Pound-Repka Versuch als Rotverschiebung im Gravitationsfeld beobachtet wurde.