

Fig. 29 Vergleich der Energiestufen in verschiedenen Potentialen

Tab. 4 Einige vollständige Eigenfunktionen des Wasserstoffatoms.

Quantenzahlen			Eigenfunktionen $\psi_{n\ell m}(r, \vartheta, \varphi)$
n	ℓ	m	
1	0	0	$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} e^{-Zr/a_0}$
2	0	0	$\psi_{200} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \left(2 - \frac{Zr}{a_0} \right) e^{-Zr/2a_0}$
2	1	0	$\psi_{210} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \frac{Zr}{a_0} e^{-Zr/2a_0} \cos \vartheta$
2	1	± 1	$\psi_{21\pm 1} = \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \frac{Zr}{a_0} e^{-Zr/2a_0} \sin \vartheta e^{\pm i\varphi}$
3	0	0	$\psi_{300} = \frac{1}{81\sqrt{3}\pi} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \left(27 - 18 \frac{Zr}{a_0} + 2 \frac{Z^2 r^2}{a_0^2} \right) e^{-Zr/3a_0}$
3	1	0	$\psi_{310} = \frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \left(6 - \frac{Zr}{a_0} \right) \frac{Zr}{a_0} e^{-Zr/3a_0} \cos \vartheta$
3	1	± 1	$\psi_{31\pm 1} = \frac{1}{81\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \left(6 - \frac{Zr}{a_0} \right) \frac{Zr}{a_0} e^{-Zr/3a_0} \sin \vartheta e^{\pm i\varphi}$
3	2	0	$\psi_{320} = \frac{1}{81\sqrt{6}\pi} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \frac{Z^2 r^2}{a_0^2} e^{-Zr/3a_0} (3 \cos^2 \vartheta - 1)$
3	2	± 1	$\psi_{32\pm 1} = \frac{1}{81\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \frac{Z^2 r^2}{a_0^2} e^{-Zr/3a_0} \sin \vartheta \cos \vartheta e^{\pm i\varphi}$
3	2	± 2	$\psi_{32\pm 2} = \frac{1}{162\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \frac{Z^2 r^2}{a_0^2} e^{-Zr/3a_0} \sin^2 \vartheta e^{\pm 2i\varphi}$

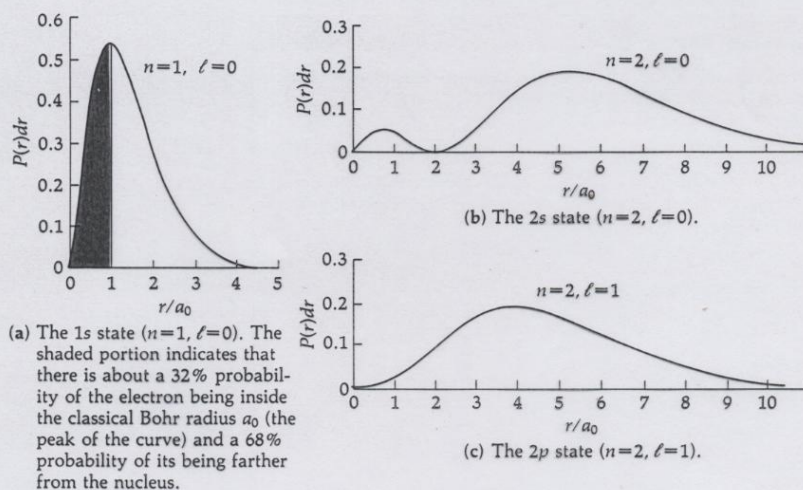


FIGURE 44-8

The radial probability density function $P(r)$ for the three lowest states of hydrogen.

$P(r)$, for the 1s state of hydrogen. As shown in Example 44-4, the maximum of the curve in Figure 44-8a occurs at $r = a_0 = 0.0529$ nm (the Bohr $n=1$ radius). The shaded portion is 32.3% of the total area under the curve, indicating that during this fraction of its time, the electron is closer to the nucleus than the Bohr radius.

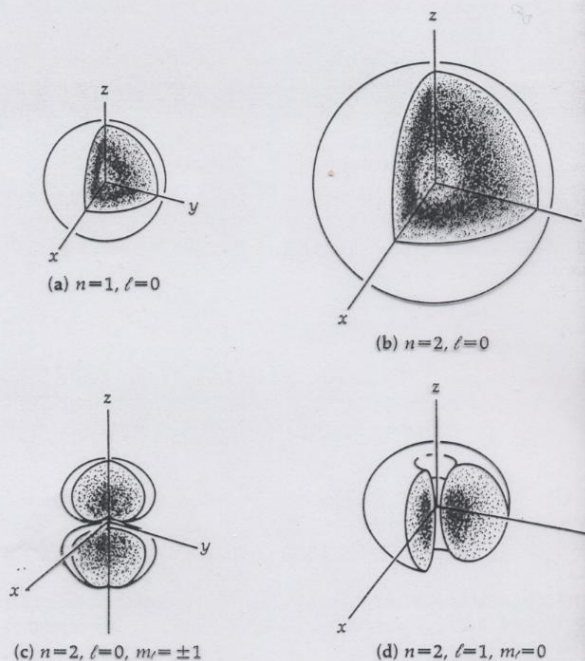


FIGURE 44-9

One way of representing the probability density for the 1s, 2s, and 2p states of the hydrogen atom. (We have drawn rather artificial boundaries to the distributions; the probability of finding an electron outside the boundary of a cloud is less than about 10%.) In each case, the nucleus is at the coordinate origin. The greater the cloud density, the greater the probability of finding the electron in that region.

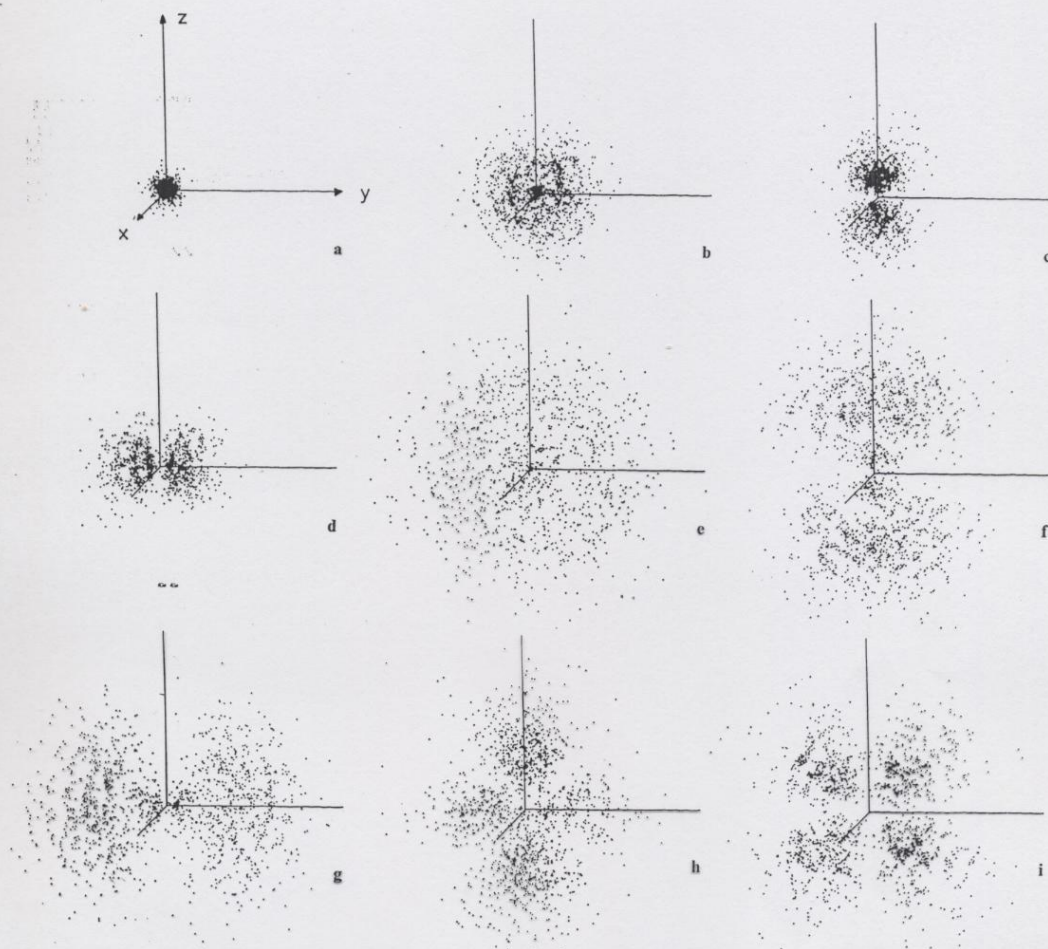


Abb. 10.4a-i. Die Dichteverteilung (= Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $|\psi|^2$) des Elektrons im H-Atom, dargestellt durch verschieden starke Punkttierung (nach H. Ohno). Hierbei liegen die folgenden Wellenfunktionen zugrunde:

a) (10.82), $n=1$, $l=0$, $m=0$

b) (10.82), $n=2$, $l=0$, $m=0$

c) (10.82), $n=2$, $l=1$, $m=0$

d) die Linearkombination $(\psi_{2,1,1} + \psi_{2,1,-1}) \frac{i}{\sqrt{2}}$

e) (10.82), $n=3$, $l=0$, $m=0$

f) $\psi_{3,1,0}$

g) die Linearkombination $(\psi_{3,1,1} + \psi_{3,1,-1}) \frac{i}{\sqrt{2}}$

h) $\psi_{3,2,0}$

i) die Linearkombination $(\psi_{3,2,1} + \psi_{3,2,-1}) \frac{i}{\sqrt{2}}$

Die genannten Linearkombinationen sind ebenfalls Lösungen der Schrödinger-Gleichung des Wasserstoffproblems mit den Energien E_n , sie sind jedoch nicht mehr Eigenfunktionen zu l_z .

7.3.2 Spin, magnetisches Moment

Erwartung: Atome im s-Zustand ($l=0$) sind nicht magnetisch ($\mu=0$)

Beobachtung:

- Atome mit $l=0$ und 1 Hüllenelektron (od 3, ...) sind paramagnetisch
- Ablenkung im Magnetfeld
- Feinstruktur der Spektrallinien

Erklärung: Elektron besitzt magn. Moment und Spin (Eigendrehimpuls)

Ansatz:

$$\text{Spin } |\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)} \cdot \hbar$$

$$\text{Magn. M. } \vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{s} \cdot g_s$$

Landé faktor $\nearrow$

$$s = \frac{1}{2} \quad (!)$$

$$|\vec{s}| = \sqrt{\frac{3}{4}} \hbar$$

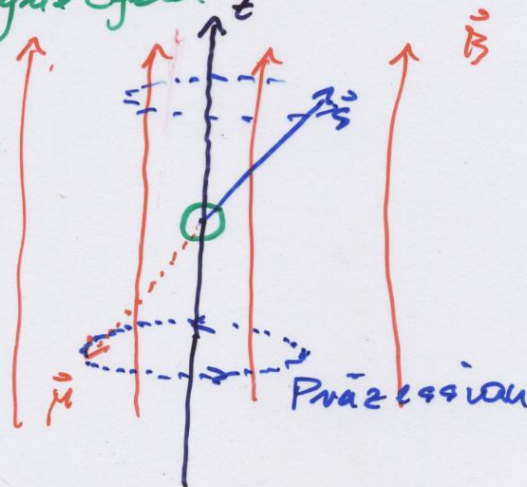
$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

$$g_s = 2,0023$$

($g_l = 1$ für Bahndrehimpuls)



Im Magnetfeld



$$s_z = \pm \frac{\hbar}{2}$$

$$\mu_z = \mp g_s m_s \mu_B$$

$$= \mp 1,0012 \mu_B$$

Gyromagnet. Verhältnis:

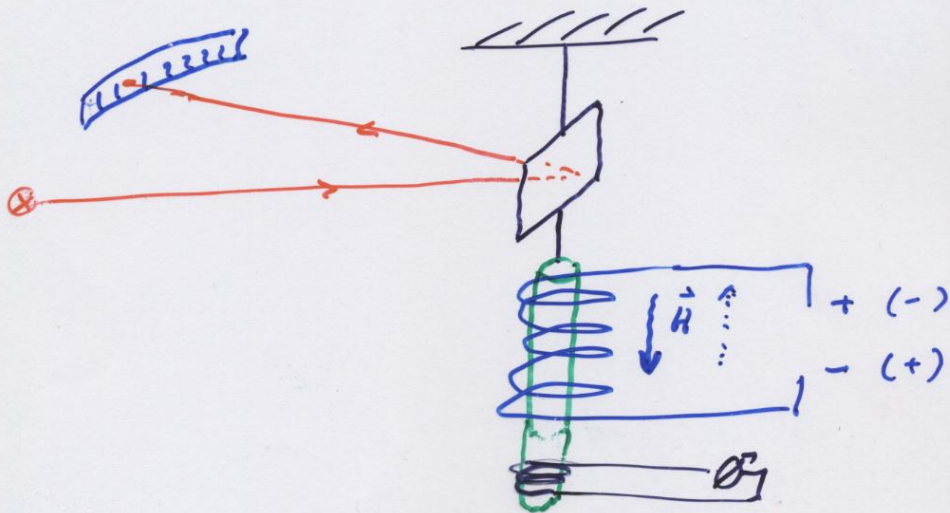
$$g_s = \frac{|\vec{\mu}|}{|\vec{s}|} = \frac{g_s \cdot e}{2m}$$

$$g_{\text{Spin}} = g_s = \frac{e}{m}$$

$$\text{Bahn } g_c = \frac{e}{2m} \quad (= 1 \mu_B)$$

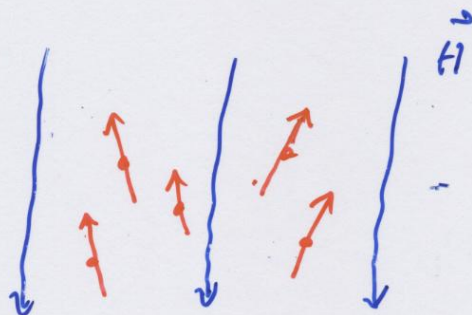
Messung des gyromagnetischen Verhältnisses

Einstein, de Haas 1915



(i) Nach Anlegen von H : Ausrichtung der magn. Momente

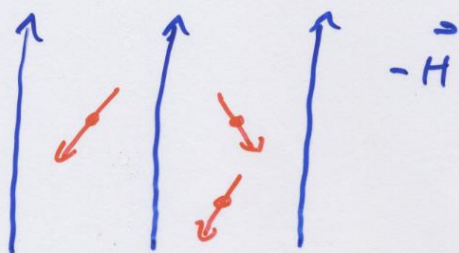
(versuche , energet. niedrigsten Zustand
zu erreichen)



Erreichen durch th. Stöße .

(ii) Nach Umpolung:
Aundeckern der Spür.

$$\Rightarrow \Delta \vec{L} = \sum_1^n \Delta l_z = n \cdot 2 l_z$$



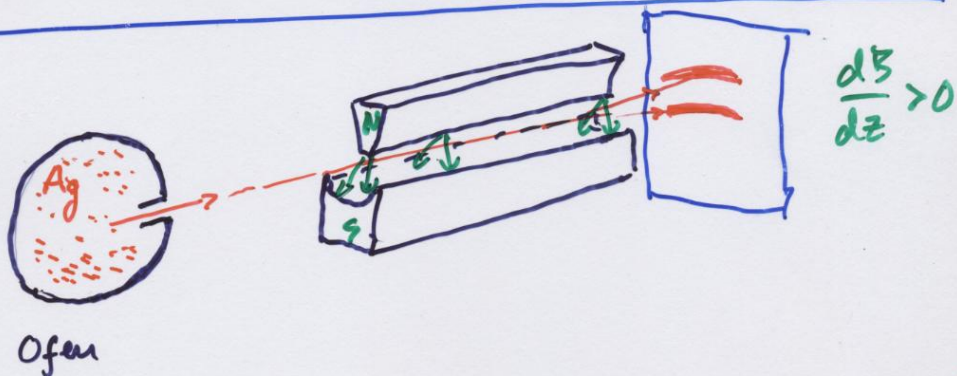
$$\Delta \vec{M} = \sum_1^n \Delta \mu_z = n \cdot 2 \mu_z$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta M}{\Delta L} = \frac{\mu_z}{L_z}$$

speziell: für reinen Spinnmagnetismus:

$$\frac{\Delta M}{\Delta L} = \frac{\mu_z}{g_z} = \frac{g_s}{2} \frac{e}{m} \Rightarrow \underline{\underline{g_s = 2}}$$

7.3.4 Stern - Gerlach - Versuch (1921)



Aufspaltung der Atomstrahlen zu 2 Flecken

Deutung: mit $V_{\text{mag}} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

$$\vec{F} = -\nabla V$$

$$= \nabla (\vec{\mu} \cdot \vec{B})$$

Richard Becker, Über den Stark-Effekt bei Alkalien.

$\alpha_1 r^2$ oder mit $\alpha_1 r^4$ rechnet. Mit Hilfe von (19a) erhält man leicht das Ergebnis: In beiden Fällen wird (31) nur insofern geändert, daß L. Z. durch eine andere Funktion mittleren Grades der Größen- zahlen zu ersetzen ist, welche jedoch ebenfalls stets von der Größen- ordnung 1 bleibt, und daß

2. der Zahlenfaktor 6,27 · 10⁻¹⁵ im Falle $\alpha_1 r^2$ mit 3,0 und im Falle $\alpha_1 r^4$ mit 0,43 zu multiplizieren ist.

In beiden Fällen würde die numerische Übereinstimmung der Tabelle merklich verschlechtert werden, so daß man schließen kann: Wenn man überhaupt der zentralen Störung in allererster Näherung für gewisse Bereiche von r durch ein Potenzgesetz $\alpha_1 r^a$ Rechnung tragen kann, so spricht der Stark-Effekt für den Exponenten $a = 3$.

Zusammenfassung. Es wird gezeigt, daß man — abgesehen von einem noch fehlenden Auswahlprinzip — zu einer näherungs- weise brauchbaren Formel für den quadratischen Stark-Effekt bei den Alkalimetallen gelangt, wenn man annimmt, daß der störenden Wir- kung der kernnahen Elektronen auf die Bahn des Leuchtelektrons in erster Näherung Rechnung getragen werden kann durch ein Zusatz- glied $\alpha_1 r^3$ zur potentiellen Energie, wo die Größe α_1 mit Hilfe des relativen Defekts δ des betreffenden Terms gegenüber dem idealen Balmerterm gleicher Laufzahl aus den Spektraltabellen zu bestimmen ist.

Bemerkung bei der Korrektur. Während des Druckes der vorstehenden Mitteilung erschienen in dieser Zeitschrift die Arbeiten von Heisenberg (Bd. 8, S. 273, vgl. auch Sommerfeld, Atombau, 3. Aufl., S. 497 ff.) sowie diejenige von Bohr (Bd. 9, S. 1). In beiden Arbeiten werden über die den einzelnen Termen zuzuordnenden Quanten- zahlen Vorstellungen entwickelt, die von den hier benutzten wesentlich abweichen. Die Art, in welcher oben dem störenden Einfluß des Kernfeldes Rechnung getragen wurde, ist auch zu roh, um mit Hilfe des Stark-Effektes ein Kriterium für oder gegen die verschiedenen Auffassungen zu liefern. Jedoch ist bestimmt zu erwarten, daß eine der speziellen Modellvorstellungen entsprechende Veriefung der obigen Überlegungen zusammen mit einer Vervollständigung des experimen- tellen Materials die Wahl zwischen verschiedenen Modellen wesentlich erleichtern wird.

Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld.

Von Walther Gerlach in Frankfurt a. M. und Otto Stern in Rostock.

Mit sieben Abbildungen. (Eingegangen am 1. März 1922.)

Vor kurzem¹⁾ wurde in dieser Zeitschrift eine Möglichkeit an- gegeben, die Frage der Richtungsquantelung im Magnetfeld experi- mentell zu entscheiden. In einer zweiten Mitteilung²⁾ wurde gezeigt, daß das normale Silberatom ein magnetisches Moment hat. Durch die Fortsetzung dieser Untersuchungen, über die wir uns im folgenden zu berichten erlauben, wurde die Richtungsquantelung im Magnet- feld als Tatsache erwiesen.

Versuchsanordnung. Methode und Apparat waren im allgemeinen die gleichen wie bei unseren früheren Versuchen. Im einzelnen wurden jedoch wesentliche Verbesserungen³⁾ vorgenommen, welche wir in Ergänzung unserer früheren Angaben hier mitteilen. Der Silberatomstrahl kommt aus einem elektrisch geheizten Ofen aus Schmelze mit einem Silbersatz, in dessen Deckel zum Austritt des Silber- strahls eine 1 mm² große kreisförmige Öffnung sich befindet. Der Abstand zwischen Ofenöffnung und erster Strahlenblende wurde auf 2,9 cm vergrößert, wodurch ein Verkleben der Öffnung durch gelegentlich aus dem Ofen spritzende Silbertröpfchen wie auch ein zu schnelles Zuvachsen durch das Niederschlagen des Atomstrahls verhindert wurde. Diese erste Blende ist annähernd kreisförmig und hat eine Fläche von 3 · 10⁻³ mm². 3,3 cm hinter dieser Lochblende passiert der Silberstrahl eine zweite spaltförmige Blende von 0,8 mm Länge und 0,03 bis 0,04 mm Breite. Beide Blenden sind aus Platin- blech. Eine Spaltblende sitzt am Anfang des Magnetfeldes. Die Öffnung der Spaltblende liegt unmittelbar über der Schneide S (vgl. hierzu Fig. 1) und ist zur ersten Lochblende und zur Ofenöffnung so justiert, daß der Silberstrahl parallel der 3,3 cm langen Schneide ver- läuft. Unmittelbar am Ende der Schneide trifft der Silberatomstrahl auf ein Glasplättchen, auf dem er sich niederschlägt.

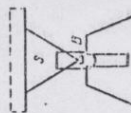


Fig. 1.

¹⁾ O. Stern, ZS. f. Phys. 7, 249, 1921.

²⁾ W. Gerlach u. O. Stern, ebenda 8, 110, 1921.

³⁾ Diese konnten in gemeinsamer Arbeit während der Weihnachtsferien ausgeführt und erprobt werden. Die endgültigen Versuche wurden infolge Wegganges der einen von uns (St.) von Frankfurt von dem anderen (G.) allein ausgeführt werden.

Die beiden Blenden, die beiden Magnetpole und das Glasplättchen, sitzen in einem Messinggehäuse von 1 cm Wandstärke starr miteinander verbunden, so daß ein Druck der Pole des Elektromagneten weder eine Deformation des Gehäuses noch eine Verschiebung der relativen Lage der Blenden, der Pole und des Plättchens verursachen kann.

Evakuiert wird wie bei den ersten Versuchen mit zwei Vakuumpumpen und Gaede-Hg-Pumpe als Vorpumpe. Bei dauerndem Pumpen und Kühlen mit fester Kohlsäure wurde ein Vakuum von etwa 10^{-5} mm Hg erreicht und dauernd gehalten.

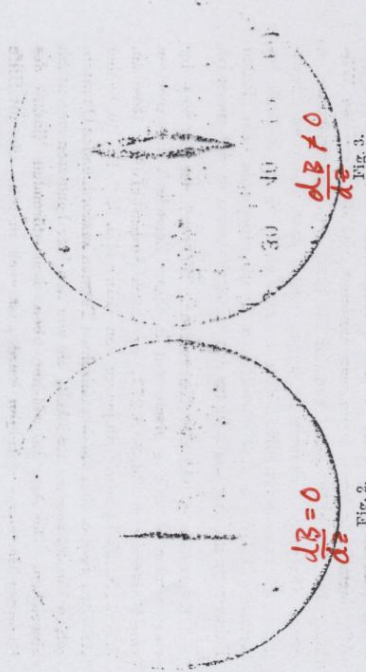


Fig. 2.

Die „Belichtungszeit“ wurde auf acht Stunden ohne Unterbrechung ausgerechnet. Aber auch nach achtstündiger Verdampfung war wegen der sehr engen Blenden und der großen Strahlänge der Niederschlag des Silbers auf der Auffangplatte noch so dünn, daß er — wie früher mitgeteilt — entwickelt werden mußte.

Ergebnisse. Fig. 2 gibt zunächst eine Aufnahme mit $4\frac{1}{2}$ stündiger Bestrahlungszeit ohne Magnetfeld; die Vergrößerung ist ziemlich genau 20fach. Die Ausmessung des Originals im Mikroskop mit Okularmikrometer ergab folgende Dimensionen: Länge 1,1 mm, Breite an der schmalsten Stelle 0,06 mm, an der breitesten Stelle 0,10 mm. Man sieht, daß der Spalt nicht ganz genau parallel ist. Es sei aber darauf hingewiesen, daß die Figur den Spalt selbst in 40facher Vergrößerung darstellt, da das „Silberbild“ des Spaltes schon doppelter Dimension hat; es ist schwierig, einen solchen Spalt in einer Fassung von wenigen Millimetern herzustellen.

Fig. 3 gibt eine Aufnahme bei achtstündiger Belichtungszeit mit Magnetfeld in 20facher Vergrößerung (20 Stk. des Skalbildes = 1 mm). Es ist dies die am besten gelungene Aufnahme. Zwei andere Aufnahmen ergaben in allen wesentlichen Punkten das gleiche Ergebnis, jedoch nicht mit dieser vollkommenen Symmetrie. Es muß hier gesagt werden, daß eine sichere Justierung so kleiner Blenden auf optischem Wege sehr schwierig ist, daß zur Erzielung einer so vollkommen symmetrischen Aufnahme wie in Fig. 3 schon etwas Glück gehört; Falschstellungen einer Blende um wenige hundertstel Millimeter genügen schon, eine Aufnahme völlig zum Scheitern zu bringen.

Die Ergebnisse der zwei anderen Versuche seien schematisch in Fig. 4a und 4b gegeben. Bei Fig. 4a verlief der Silberstrahl absichtlich in etwas größerer Entfernung von der Schneide als in dem Versuch der Fig. 3. Die Spaltblende war hier nicht vollständig ausgefüllt.

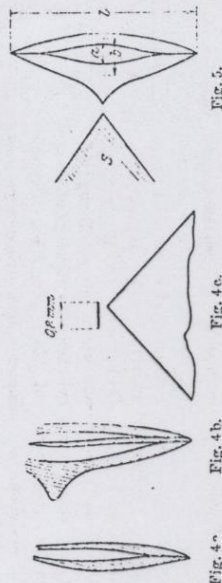


Fig. 4a.

Fig. 4b.

Fig. 4c.

Fig. 5.

Bei Fig. 4b war auf derselben Platte ein Niederschlag eines Versuches ohne Feld und mit Feld; der Strahl ging sehr nahe an der Schneide vorbei, war aber in Richtung senkrecht zum Feld um etwa 0,3 mm verschoben (Fig. 4c). Bezüglich der Klarheit der Bilder, der vollständigen Aufspaltung und aller anderen Einzelheiten stehen aber auch diese Aufnahmen der in Fig. 3 wiedergegebenen in nichts nach.

Die Aufnahmen zeigen, daß der Silberatomstrahl in inhomogenen Magnetfeld in der Richtung der Inhomogenität in zwei Strahlen aufgespalten wird, deren einer zum Schneidepol hingezogen, deren anderer von Schneidepol abgestoßen wird. Die Niederschläge zeigen folgende Einzelheiten (vgl. hierzu die schematische Fig. 5).

- Die Dimensionen des Originals wurden im Mikroskop bestimmt: Länge 1,1 mm, Breite a 0,11 mm, Breite b 0,20 mm.
- Die Aufspaltung des Atomstrahles im Magnetfeld erfolgt in zwei diskrete Strahlen. Es sind keine angelenkten Atome nachweisbar.

c) Die Anziehung ist etwas stärker als die Abstoßung. Die angezogenen Atome kommen näher an den Pol und damit in Zonen größerer Inhomogenität, so daß die Ablenkung während des Vorbeiflusses immer größer wird. Fig. 3 und 4b zeigen die ganz beträchtlich erhöhte Ablenkung direkt an der Schneide des einen Magnetpols. In unmittelbarer Nähe der Schneide wird die Anziehung sehr groß, so daß die zur Schneide zeigende scharf zugespitzte Ausbuchtung entsteht.

d) Die Breite der abgelenkten Streifen ist größer als die Breite des unabgelenkten Bildes. Letzteres ist einfach das auf das Glasplättchen von der Blende B_1 aus projizierte Bild der Spaltblende B_2 . Der abgelenkte Streifen wird infolge der Geschwindigkeitsverteilung der Silberatome verbreitert.

e) Dieser Umstand verschärft den Nachweis dafür, daß unabgelenkte Atome nicht in merkbarer Menge vorhanden sind [vgl. b)]. Denn der Nachweis der auf kleiner Fläche zusammenfallenden unabgelenkten Atome ist viel empfindlicher als der auf breiterer Fläche ausinandergelagerten abgelenkten Atome. Die Stellung der magnetischen Achse senkrecht zur Feldrichtung scheint somit nicht vorhanden zu sein.

Wir erblicken in diesen Ergebnissen den direkten experimentellen Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld.

Eine ausführliche Darstellung der Versuche und Resultate unserer bisherigen kurzen Mitteilungen wird in den Annalen der Physik erscheinen, sobald wir auf Grund genauerer Ausmessungen der Inhomogenität des Magnetfeldes eine quantitative Angabe der Größe des Magnetons machen können.

Den für diese Versuche benötigten Elektromagneten beschafften wir mit Mitteln aus einer Stiftung des Kaiser Wilhelm-Instituts für Physik, dessen Direktor, Herrn A. Einstein, auch hier unser herzlichster Dank ausgesprochen werden soll. Ferner danken wir der Vereinigung von Freunden und Förderern der Universität Frankfurt a. M. ergebenst für die reichen Mittel, die sie uns so bereitwillig zur Weiterführung der Versuche zur Verfügung gestellt hat.

Frankfurt a. M. und Rostock i. M., im Februar 1922.

Das magnetische Moment des Silberatoms.

Von Walther Gerlach in Frankfurt a. M. und Otto Stern in Rostock.

(Eingegangen am 1. April 1922.)

In drei vorangehenden kurzen Abhandlungen wurde 1. darauf hingewiesen, daß die Untersuchung der Ablenkung eines Molekularstrahles im Magnetfeld eine Prüfung der Richtungsquantelung ermöglicht 1), 2. der Nachweis erbrachte, daß das normale Silberatom im Gaszustand ein magnetisches Moment besitzt 2), 3. der experimentelle Beweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld 3) mitgeteilt. Die folgende Notiz bringt die Messung des magnetischen Moments des Silberatoms.

Hierzu ist zweierlei nötig: Erstens muß der Abstand z des Atomstrahls von der Polschneide sowohl im unabgelenkten (Magnetfeld 0) wie im abgelenkten (Magnetfeld H) Zustand genau bekannt sein. Zweitens muß in den Entfernungen, in denen die abgelenkten Atome längs der Schneide vorbeilaufen, die Inhomogenität des Feldes in Richtung senkrecht zum Strahl ($\frac{\partial H}{\partial z}$, s. I.) gemessen werden.

Erstere wurde durch weitere Verbesserungen an der Justierungsmethode sowie durch am Ende der Schneide angebrachte Marken aus Quarzfäden, welche im Silberniederschlag als „Schattens“ zu sehen sind und Bezugspunkte für die Ausmessung geben, erreicht. Auch wurden noch engere Spaltblenden (als in III) verwendet, wodurch die Niederschläge schmäler wurden.

Die Inhomogenität des Magnetfeldes wurde über die ganze Feldbreite bestimmt aus Messungen von grad 3° durch direkte Wägung der Abstoßungskraft auf einen sehr kleinen Probekörper aus Wismut von Punkt zu Punkt und der Messung der Feldstärke durch Widerstandsänderung eines dünnen parallel zur Schneide gespannten Wismutdrahtes. Die folgende Tabelle gibt die Inhomogenität in Gauß pro cm

z mm	$\frac{\partial H}{\partial z} \times 10^{-4}$
0,15	25,6
0,20	17,3
0,30	13,5
0,40	11,2

1) O. Stern, Zs. f. Phys. 7, 249, 1921 (zitiert als I).

2) W. Gerlach und O. Stern, ebenda 8, 110, 1921 (zitiert als II).

3) W. Gerlach und O. Stern, ebenda 9, 349–352, 1922 (zitiert als III).

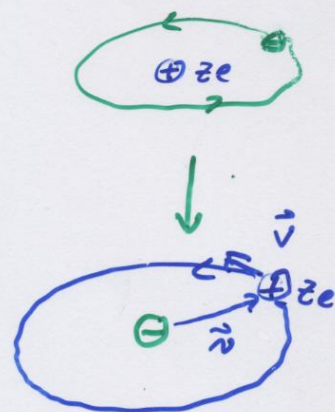
$$\begin{aligned}
 \approx F_z &= \mu \cdot \frac{dB}{dz} \quad \text{const} \\
 &= \pm g_s \cdot \mu_B \cdot \frac{dB}{dz} \quad m_s \\
 &= \pm \frac{dB}{dz} \mu_B
 \end{aligned}$$

7.4 Spin - Bahnkopplung, Feinstruktur

7.4.1 Spin - Bahn - Momente

(i) Potentielle Energie des Elektrons durch magnet. Kopplung:

$$\begin{aligned}
 V_{es} &= -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_e \\
 &= -g_s \frac{e}{2m} \cdot \vec{s} \cdot \vec{B}_e
 \end{aligned}$$



Elektron sieht Kreisstrom:

$$I = \frac{q}{T} ; v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow I = \frac{Ze \cdot v}{2\pi r}$$

Kreisstrom erzeugt Magnetfeld (Biot-Savart)

$$\vec{B} = \frac{I \cdot \mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi d} \frac{d\vec{s} \times \vec{v}}{r^3}$$

$$= - \frac{ze}{4\pi\epsilon_0 c^2 n^3} \cdot \vec{v} \times \vec{v}$$

(v konstant)

Mit Bahndrehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$

$$\Rightarrow \vec{B}_e = \frac{ze}{4\pi\epsilon_0 c^2 n^3 m} \vec{L}$$

$$\begin{aligned} V_{es} &= -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_e = \frac{ze^2}{8\pi\epsilon_0 c^2 m n^3} \vec{L} \cdot \vec{s} \\ &= a \frac{|\vec{L}| |\vec{s}|}{\hbar^2} \cos(\vec{L}, \vec{s}) \end{aligned}$$

$$= \Delta E$$

(ii) Drehimpulse



$$|\vec{j}| = \sqrt{j(j+1)} \hbar$$

$$|\vec{s}| = \sqrt{\frac{3}{4}} \hbar$$

$$|\vec{l}| = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

Mit $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$:

$$|\vec{j}|^2 = \vec{l}^2 + \vec{s}^2 + 2 \cdot \vec{l} \cdot \vec{s}$$

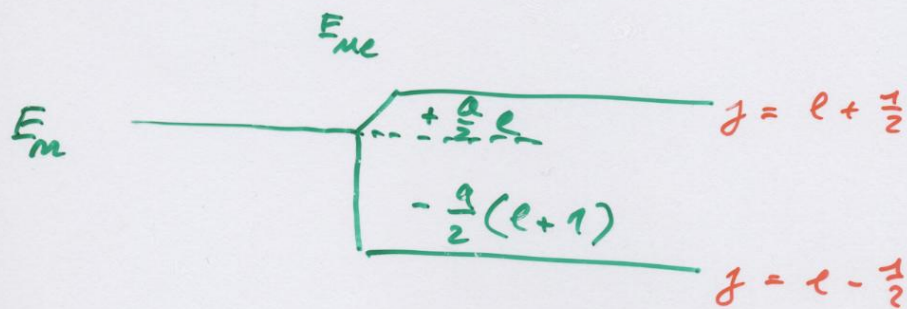
$$\Rightarrow \vec{l} \cdot \vec{s} = \frac{1}{2} (j^2 - l^2 - s^2)$$

$$4E = \frac{a}{2} (j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4})$$

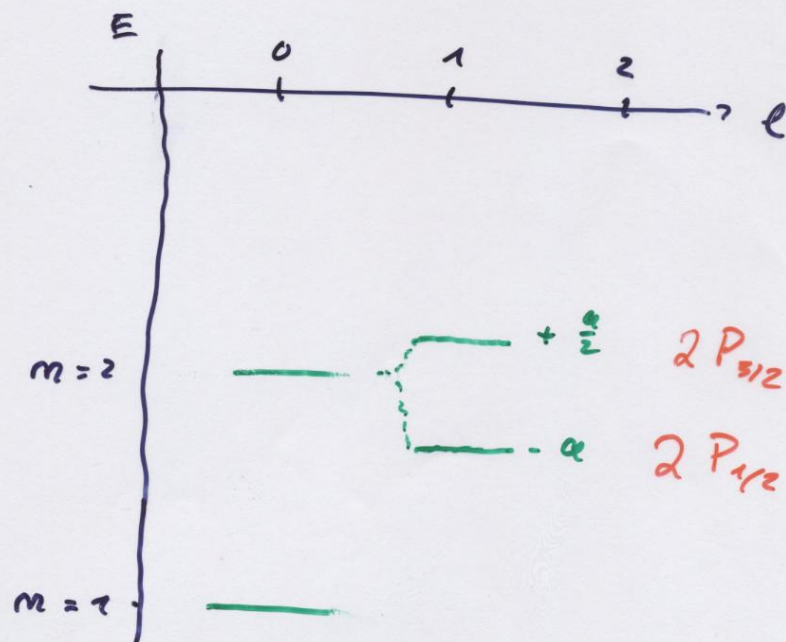
$$j = l + \frac{1}{2} \quad \text{oder} \quad l - \frac{1}{2}$$

$$4E \begin{cases} = l \cdot \frac{a}{2} & \text{für } j = l + \frac{1}{2} \quad \uparrow \uparrow \\ = -(l+1) \frac{a}{2} & \text{für } j = l - \frac{1}{2} \quad \uparrow \downarrow \end{cases}$$

ΔE : Feinstruktur im atomaren
Spektrum durch Spin-Bahn-
Kopplung



Bsp: H-Atom ($z=1$)



→ Aufhebung der Entartung des Energieniveaus