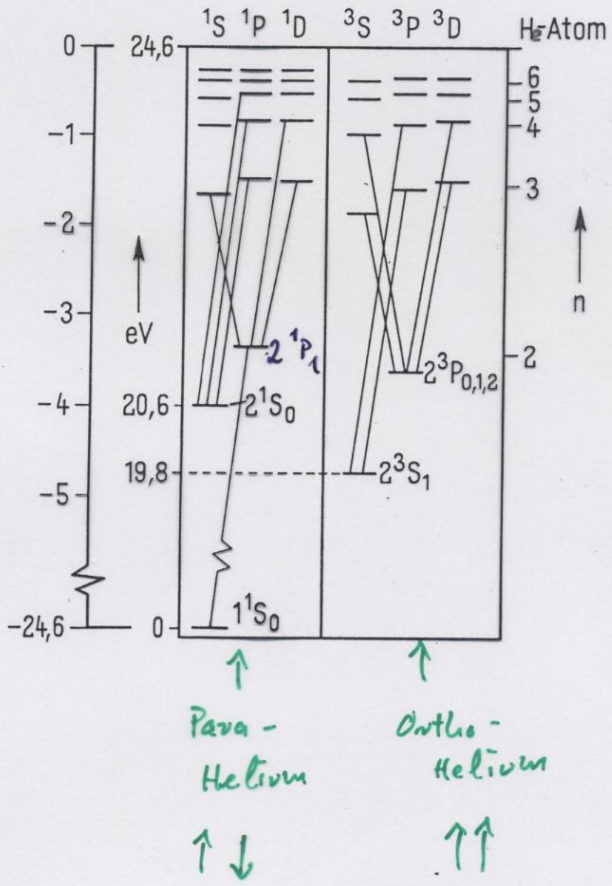
Termschema von Helium



d) Energieniveaus

$$1\,{}^1S_0 : \Delta E = \iint \psi^* V_{12} \psi \, dx_1 dx_2$$

$$= \iint |\psi_{100}(r_1) \cdot \psi_{100}(r_2)|^2 \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} dx_1 dx_2$$

$$= \langle V_{12} \rangle$$

$\chi^* \chi = 1$!

$$= \frac{5}{4} \frac{m e^4}{2\hbar^2 (4\pi\varepsilon_0)^2} = 34\,eV$$

Einheitsung: $E_0 = -54{,}4\,eV$ $1e^-$ ΔE

$-24{,}6\,eV$ $2e^-$

2^1S_0 : $\Delta E = \frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\iint\Big[\Big\{\psi_{100}^2(r_1)\cdot\psi_{200}^2(r_2) + \psi_{100}^2(r_2)\cdot\psi_{200}^2(r_1)\Big\} +$

$\Big\{\psi_{100}^*(r_1)\,\psi_{200}^*(r_2)\cdot\psi_{100}(r_2)\cdot\psi_{200}(r_1) + \psi_{100}^*(r_2)\,\psi_{200}^*(r_1)\cdot\psi_{100}(r_1)\cdot\psi_{200}(r_2)\Big\}\Big]$

$dr_1\,dr_2$

$= \langle V_{12}^1 \rangle + \Delta E_{Austausch}$

2^3S_1 : $\Delta E = \frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\iint[\{\} - \{\}]\,dr_1\,dr_2$

$= \langle V_{12}^1 \rangle - \Delta E_{Austausch}$

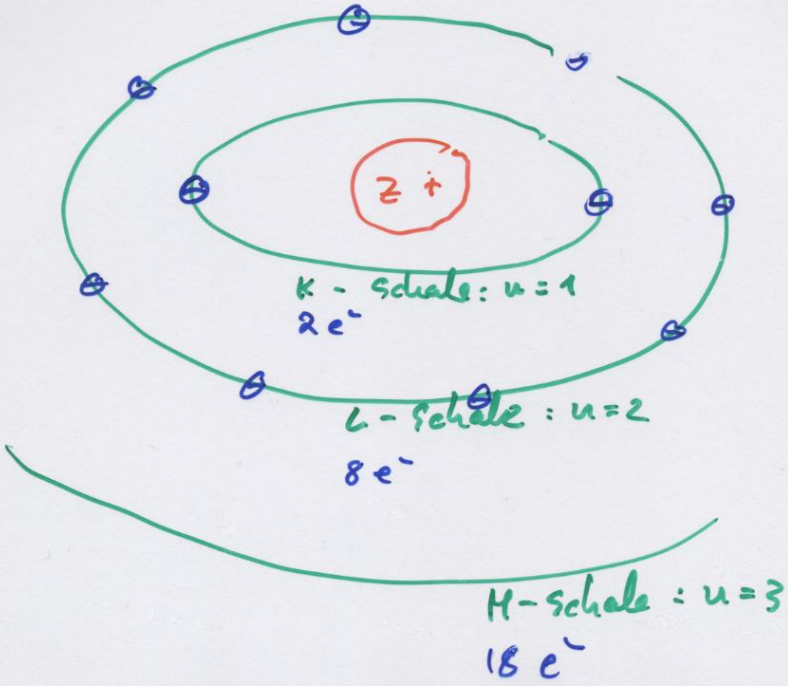
$\Delta E_{Austausch} = 0{,}4\ eV$

9.2. Aufbau der Elemente

Schalenstruktur ($Z > 1$)

a) Ohne Pauliprinzip: Alle Elektronen auf Niveau $n = 1$

Mit Pauliprinzip:



K-Schale: $n = 1$ $\quad l = 0 \quad m_l = 0 \quad m_s = \pm \frac{1}{2}$

$\Rightarrow n_e = 2$

L-Schale: $n = 2$ $\quad l = 0 \quad m_l = 0 \quad m_s \pm \frac{1}{2}$

$1 \quad \{ 1, 0, -1$

$\Rightarrow n_e = 8$

M-Schale: $n = 3$ $\quad l = 0 \quad 0 \quad \pm 2$

$1 \quad 1, 0, -1$

$2 \quad 2, 1, 0, -1, -2 \quad \Rightarrow n_e = 18$

Allgemein: $n = n$: $\quad n$ Werte von l

$2l+1$ Orientierungen v. l

2 Orientierungen v. s

$$\Rightarrow \sum_{l=0}^{n-1} \cdot 2(2l+1) = 2n^2$$

Element	Z	First ionization potential, V	Atom in the ground state			
			Quantum number of last added electron		Electron configuration	Outermost shell occupied
			n	l		
H	1	13.6	1	0	$1s$	K
He	2	24.6	1	0	$1s^2$	K
Li	3	5.39	2	0	Helium core, 2 electrons + $2s$	L
Be	4	9.32	2	0	Helium core, 2 electrons + $2s^2$	L
B	5	8.30	2	1	Helium core, 2 electrons + $2s^2\ 2p$	L
C	6	11.3	2	1	Helium core, 2 electrons + $2s^2\ 2p^2$	L
N	7	14.5	2	1	Helium core, 2 electrons + $2s^2\ 2p^3$	L
O	8	13.6	2	1	Helium core, 2 electrons + $2s^2\ 2p^4$	L
F	9	17.4	2	1	Helium core, 2 electrons + $2s^2\ 2p^5$	L
Ne	10	21.6	2	1	Helium core, 2 electrons + $2s^2\ 2p^6$	L
Na	11	5.14	3	0	Neon core, 10 electrons + $3s$	M
Mg	12	7.64	3	0	Neon core, 10 electrons + $3s^2$	M
Al	13	5.98	3	1	Neon core, 10 electrons + $3s^2\ 3p$	M
Si	14	8.15	3	1	Neon core, 10 electrons + $3s^2\ 3p^2$	M
P	15	10.6	3	1	Neon core, 10 electrons + $3s^2\ 3p^3$	M
S	16	10.4	3	1	Neon core, 10 electrons + $3s^2\ 3p^4$	M
Cl	17	13.0	3	1	Neon core, 10 electrons + $3s^2\ 3p^5$	M
Ar	18	15.8	3	1	Neon core, 10 electrons + $3s^2\ 3p^6$	M
K	19	4.34	4	0	Argon core + $4s$	N

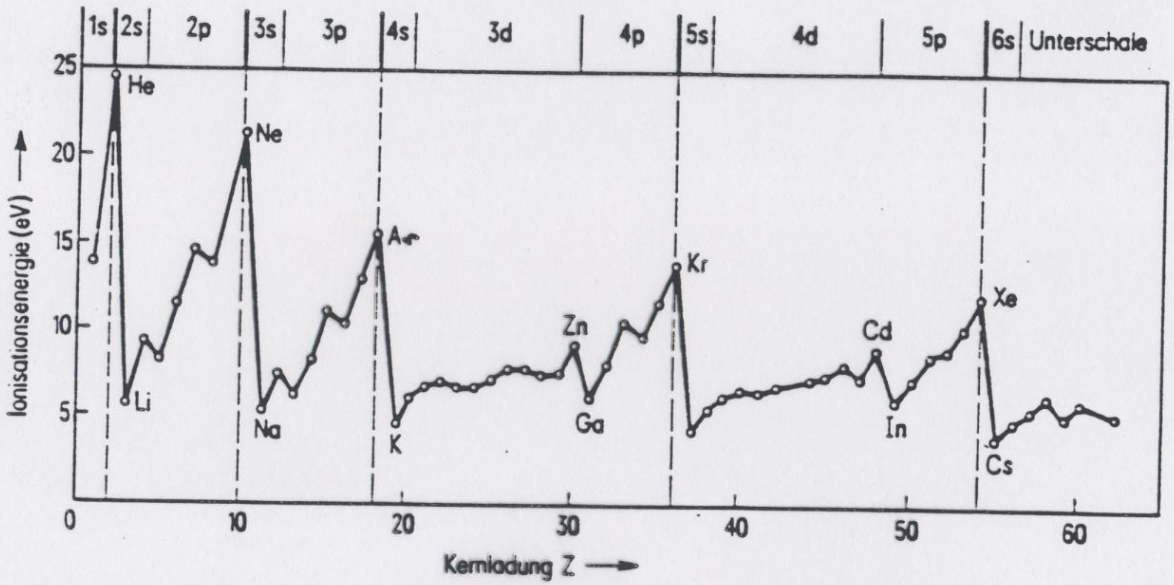


Fig. 77 Ionisationsenergien der Atome

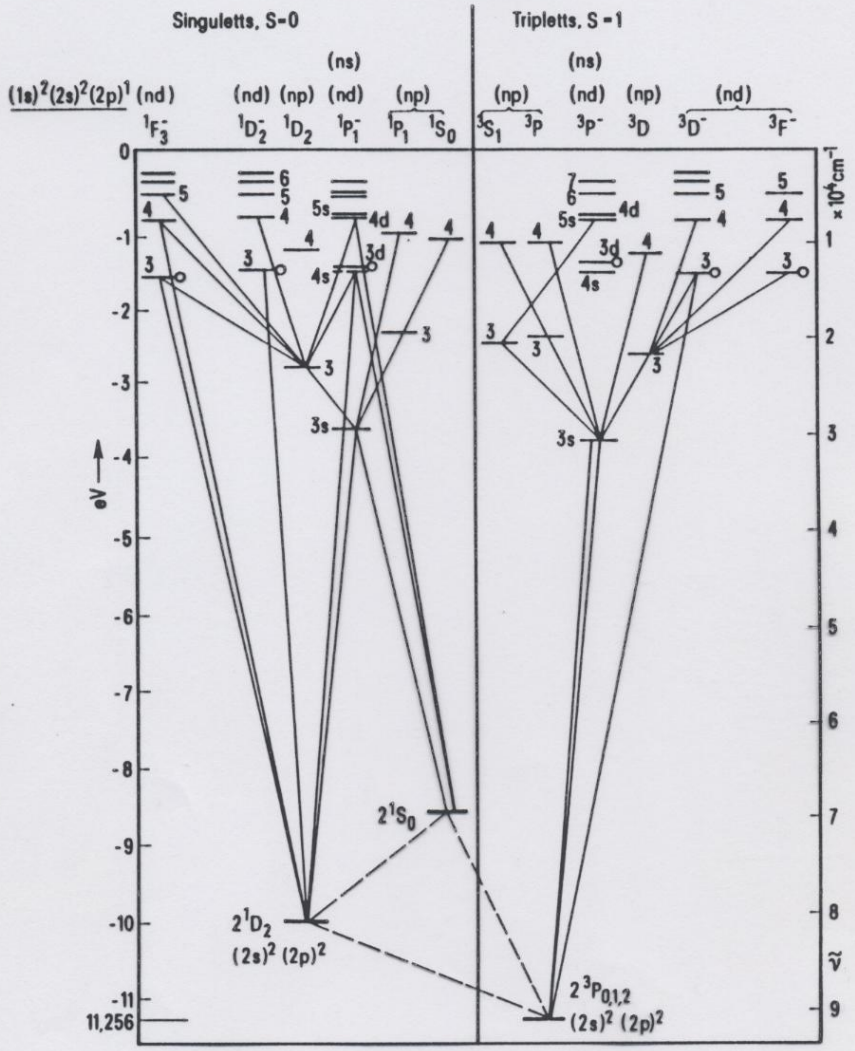
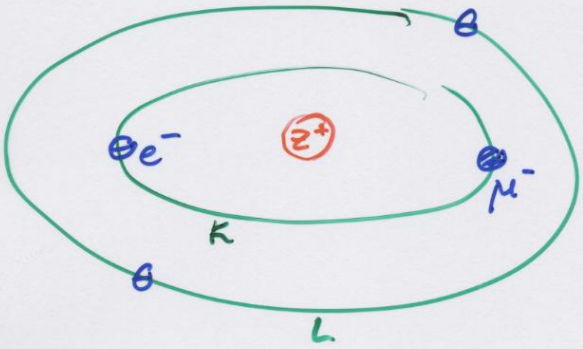


Fig. 88 Termschema des Kohlenstoffs (nur einfache Terme). Oben ist die Konfiguration für das Leuchtelektron angegeben

$2\,^1D_2$: $\uparrow_{\vec{e}_1}\uparrow_{\vec{e}_2}$ $\uparrow_{\xi_1}\downarrow_{\xi_2}$; $2\,^1S_0$: $\uparrow_{\vec{e}_1}\downarrow_{\vec{e}_2}$ $\uparrow_{\xi_1}\downarrow_{\xi_2}$; $2\,^3P$: $\uparrow_{\vec{e}_1}$ $\uparrow_{\vec{e}_2}$ $\uparrow_{\xi_1}\uparrow_{\xi_2}$

10 Exotische Atome

10.1 Myonische Atome



Ersetze Elektron durch μ^-

$$E_n^{(\mu)} = -\frac{Z^2 \alpha^2 m_\mu c^2}{2n^2}$$

$$\approx 207 \cdot E_n^{(e)}$$

$$r_n^{(\mu)} = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{Ze^2 m_\mu} n^2 = \frac{r_n^{(e)}}{207}$$

B_s: 12 Magnesium: $E_1^{(e)} = -2\,\text{keV}$

$r_1^{(e)} = 4{,}5 \cdot 10^{-12}\,\text{m}$

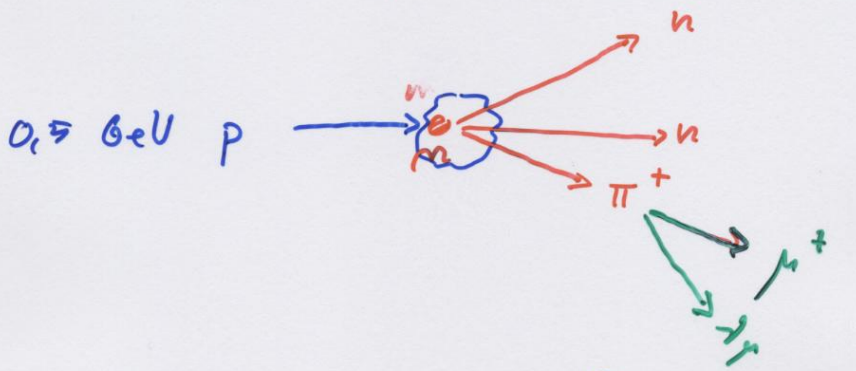
12 Magnesium (μ^-): $E_1^{(\mu)} = -414\,\text{keV}$

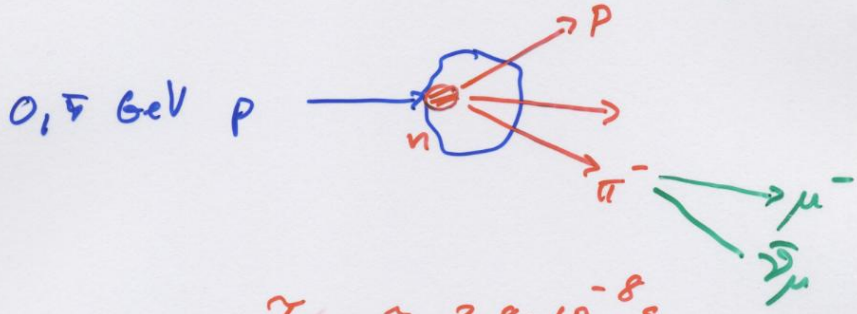
$r_1^{(\mu)} = 2{,}2 \cdot 10^{-14}\,\text{m}$

$\hat{=} 22\,\text{fm}$

Im Kernnähe

Erzeugung von $\mu^{\pm}$ am Beschleuniger





$\tau_\pi \sim 2{,}8 \cdot 10^{-8}\,s$

$\tau_\mu \approx 10^{-6}\,s$

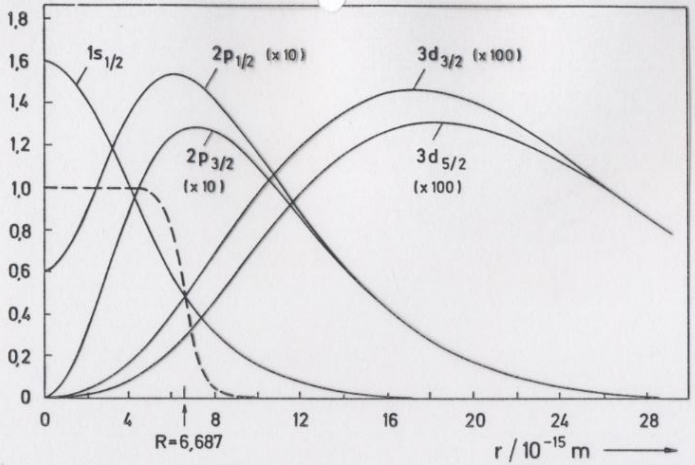


Abb. 8.8. Wahrscheinlichkeit, ein Myon im Abstand r vom Kernzentrum eines Myonenatoms anzutreffen, in willkürlichen Einheiten, für verschiedene Schalen (ausgezogene Linien) und Verteilung der Kernladung (gestrichelt), für den Kern von Blei, $Z = 82$, Kernradius $R = 6{,}687 \cdot 10^{-15}$ m. Die Symbolik zur Bezeichnung der Schalen wird erst später erklärt

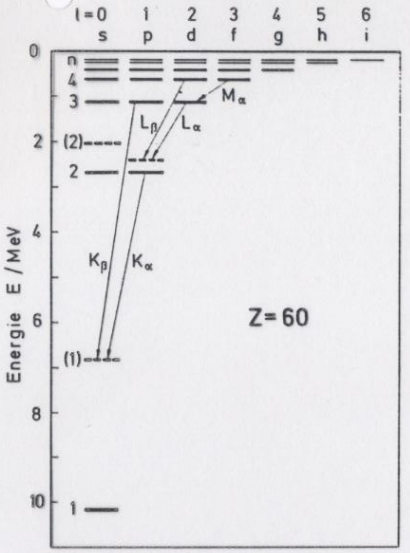


Abb. 8.9. Myonische Terme für ein Atom mit $Z = 6$ Die ausgezogenen Terme entsprechen der Annahm eines punktförmigen Kerns. Die gestrichelten Term berücksichtigen die endliche Kernausdehnung. D Bezeichnung der Übergänge entspricht derjenigen fü Röntgenlinien, siehe Kapitel 18. Man beachte de Energie-Maßstab

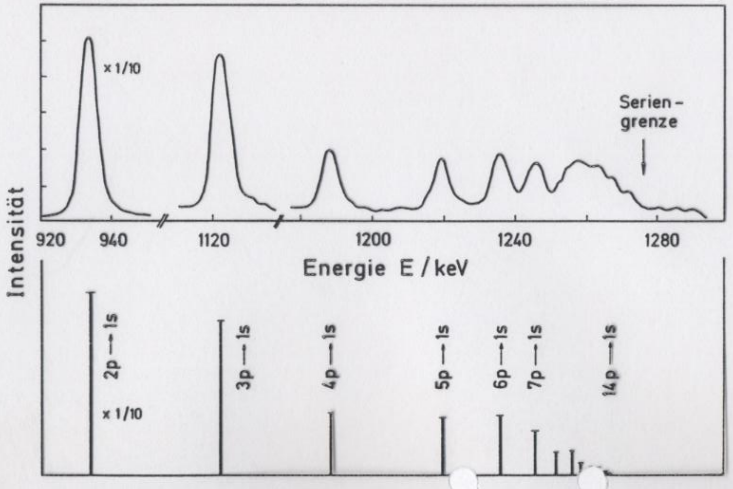


Abb. 8.10. Lyman-Serie ($np \rightarrow 1s$) der myonisch Übergänge im Titan-Atom. Man beachte den En gie-Maßstab

10.2 Positronium

Analog zum H-Atom:

$$E_n^{(Pos)} = -\frac{\alpha^2 m c^2}{2n^2},$$

$$\left\{ m = \frac{m_{e^+} \cdot m_{e^-}}{m_{e^+} \cdot m_{e^-}} = \frac{m_e}{2} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} E_n^{(H)}$$

$$\Delta E_{FS}^{(Pos.)} = \frac{1}{2} \Delta E_{FS}^{(H)}$$

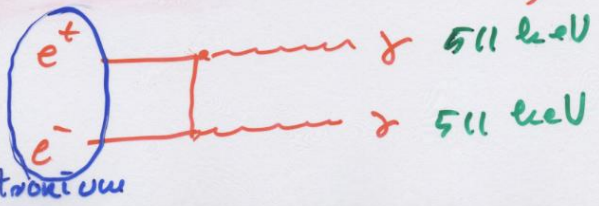
$$\Delta E_{HFS}^{(Pos)} \approx \Delta E_{FS}^{(Pos)}$$

da $\mu_{Pos} = -\mu_{e^-}$

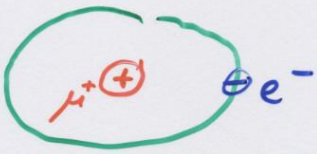
$\approx 2000 * \frac{2}{5{,}6} \mu_p$

„Ende" vom Positronium:

Verschwindet durch Vernichtung von e^+, e^-



10.3. Myonium



Berücksichtige $m = \frac{m_\mu m_e}{m_\mu + m_e}$

$= m_e \cdot \frac{207}{208}$

$\Rightarrow E_n^{(\mu e)} = 0{,}995 \cdot E_n^{(H)}$

Entspricht ganz dem H-Atom

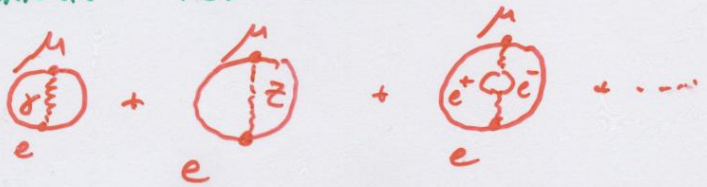
HFS: Aufspaltung von $1^2S_{1/2}$:

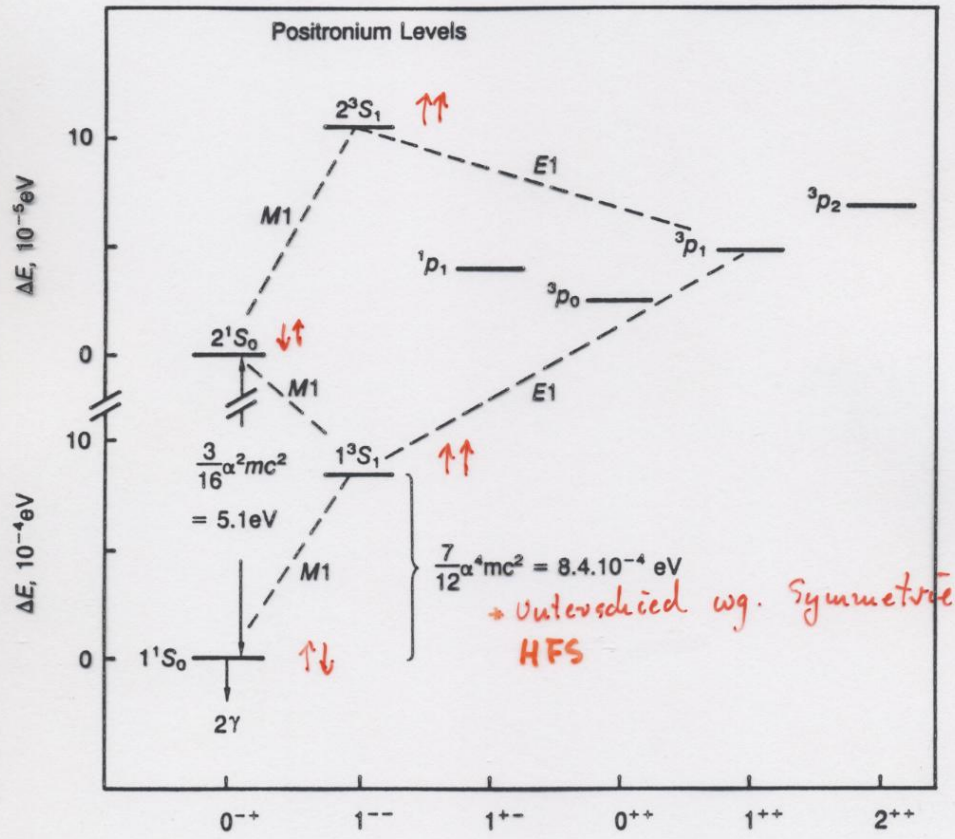
$\Delta \nu_{HFS} = 4463$ MHz für Myonium

1419 MHz für H

$\Rightarrow \frac{\mu_\mu}{\mu_p} = 3{,}2 \quad \left(\frac{m_\mu}{m_p} \approx 9\right)$

Interessant: Test der QED





Energy levels of positronium. Note the varying scale along the vertical axis.

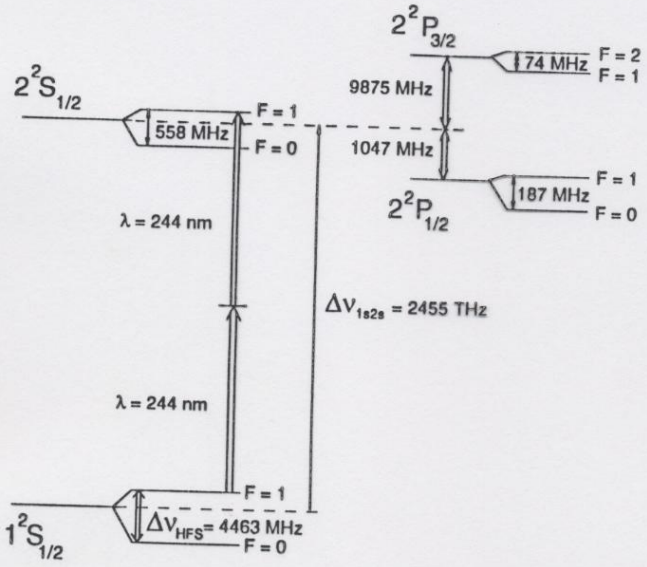


Abb. 1: Die Grob-, Fein- und Hyperfeinstruktur des Grundzustandes ($n = 1$) und des ersten angeregten Zustandes ($n = 2$) im wasserstoffähnlichen Myoniumatom. Die mit Doppelpfeilen angedeuteten Übergänge konnten bisher experimentell beobachtet werden. Sehr hohe Meßgenauigkeit wurde mit Mikrowellenspektroskopie bei der Hyperfeinstruktur $\Delta\nu_{HFS}$ im $1^2S_{1/2}$-Zustand und durch Doppler-freie Zweiphotonen-Laserspektroskopie beim Abstand $\Delta\nu_{1s2s}$ der $1^2S_{1/2}$- und $2^2S_{1/2}$-Zustände erzielt. Beide Messungen involvieren den Grundzustand, in dem die exotischen Atome in ausreichender Anzahl produziert werden können.

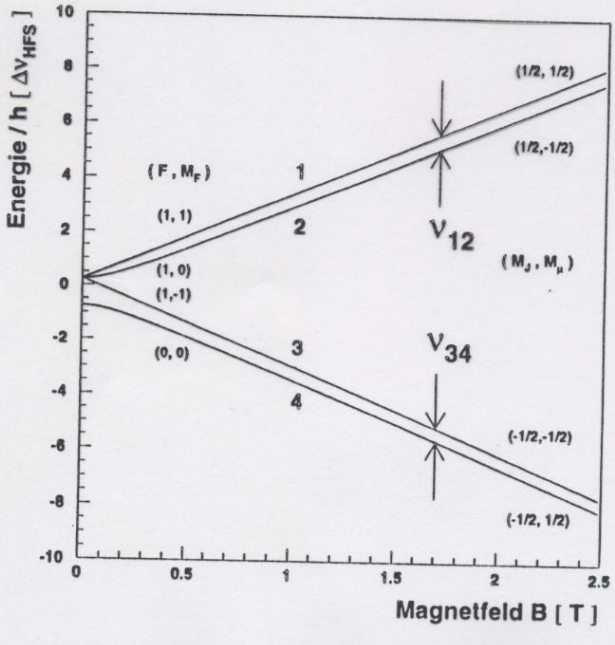


Abb. 2: Der Verlauf der Zeeman-Niveaus im Grundzustand des Myoniumatoms in einem äußeren Magnetfeld. Am LAMPF werden bei einem Magnetfeldwert von 1,7 Tesla die Übergangsfrequenzen ν_{12} und ν_{34} vermessen.