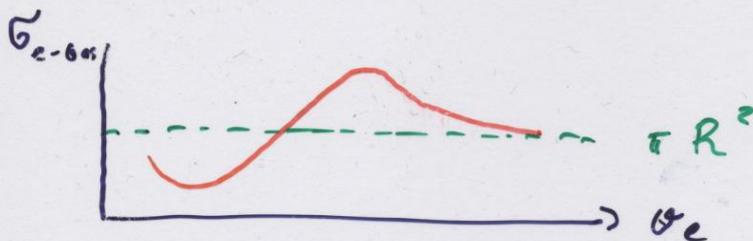


5. Materiewellen

5.1. Beugung und Interferenz

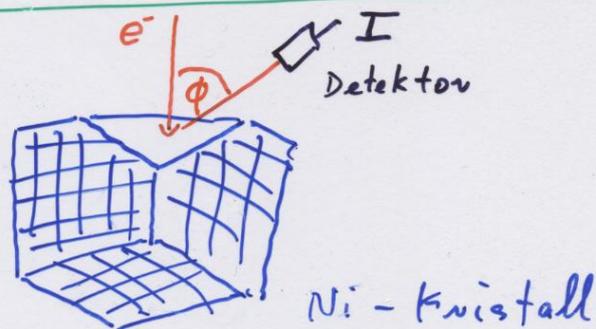
5.1.1. erste Beobachtungen mit Elektronen

a) Ramsauer - Effekt (1921)

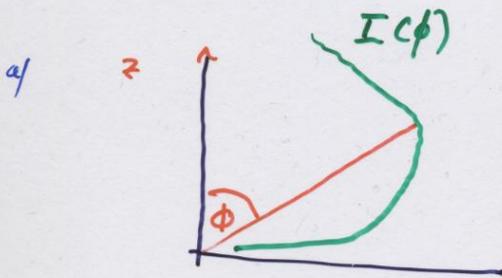


Wirkungsquerschnitt von El. - Gas - Streuung

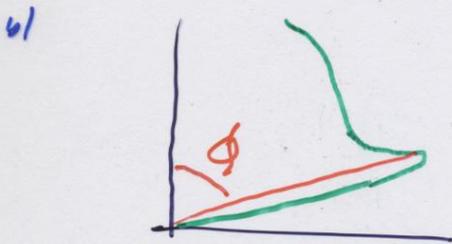
b) Davisson, Germer (1919; Erklärung 1927)



Beobachtung:

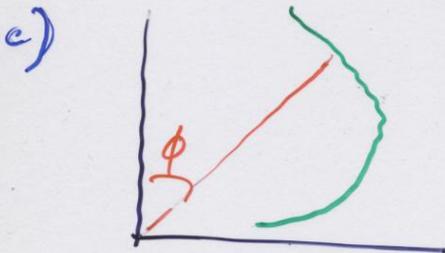


$$E_{e^-} = 40 \text{ eV}$$



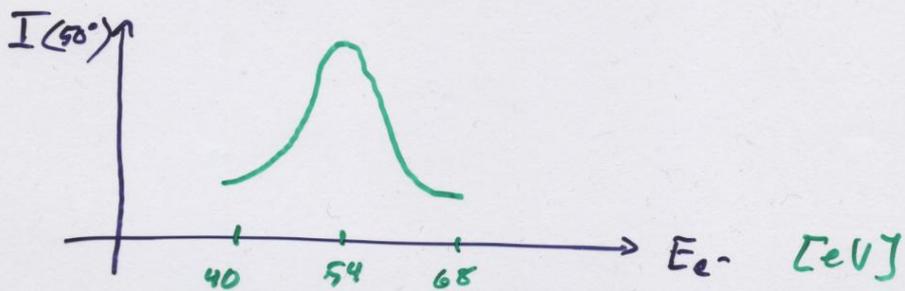
$$E_{e^-} = 54 \text{ eV}$$

$I(\phi)$ ist maximal
bei $\phi = 50^\circ$

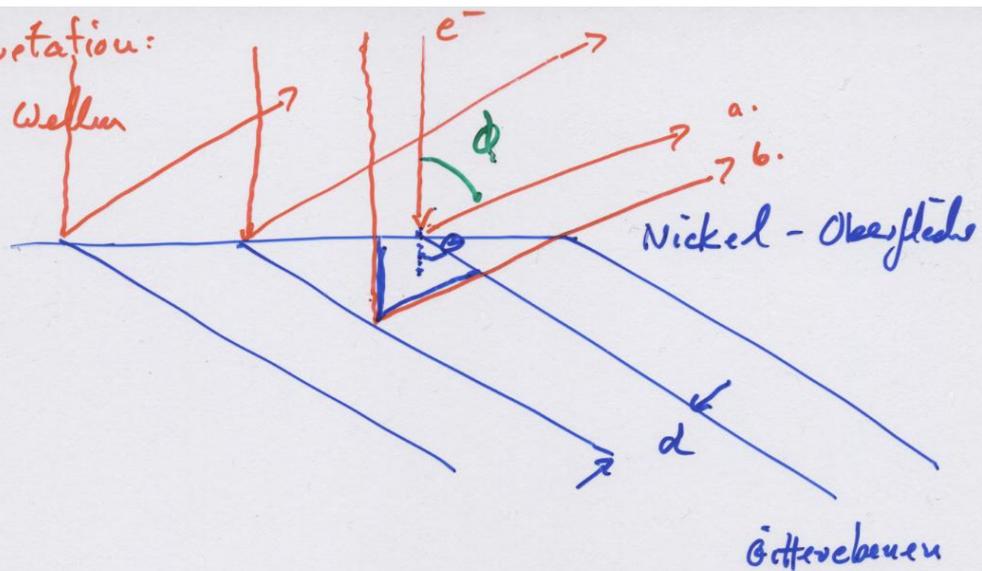


$$E_{e^-} = 68 \text{ eV}$$

Kein Maximum



Interpretation:
 e^- sind Wellen



Gangunterschied von a., b.:

$$2d \sin \theta$$

$$\text{Mit } \theta = 90^\circ - \frac{\phi}{2} = 65^\circ$$

Bragg - Beziehung: Interferenzmax
für $2d \sin \theta = \lambda \cdot n$
 $n=1 \dots$

Für N: $d = 0,91 \text{ \AA}$ (was bekannt)
Röntgenstreuung

$$\Rightarrow \lambda_{e^-} = 1,65 \text{ \AA}$$

Wellenlänge von 54 eV
Elektronen

nd Fehlendes in vielen
n zu ergänzen (Thermo-
sifähigkeit bei tiefsten
r metallischen Leitung)
daß wir trotz des unge-
Vorstellungen in allen
rkennt erfahren haben,
doch nicht als veraltet
n wertvolles Dokument
sich heute noch weit
schon der Autor
s heute einen befriedi-
stelle zu setzen hätten,
Erscheinungskomplex
lich dargestellte Elek-

schwer verständlichen
benen Darstellung des
folgt nun ein längeres
s Nordlicht. So inter-
anderen durchaus eben-
scheint er uns ein wenig
erauszufallen. Das ist
an würde die vorzüg-
gung aus berufenster
nden missen wollen.
fert sich organisch an
E: „Theorie der elek-
lekul: „Eigenschaften“.
bildet die Phänomene
ekule im elektrischen
ihrer dauernden elek-
omente. Das experi-
theoretisch durchaus
et ist mit der an diesen
Klarheit und souve-
Stoff dargestellt. Da
sten Materie arbeitet,
auch vieles Neue, in
vorliegende mitgeteilt

organisch: und etwas
und Anordnung des
bedingt loben wollen,
Preis für einen nicht
a Vorzug: jeder Autor
was ihm am Herzen
äußeren Zwang. In
schöpfend sein Wollen
s Grab der Tiefe und
Langeweile des Autors
es kommt der wohl-
a zustande, der etwas
hat. Nichts von dem
Viel öfter hat man das
s zu i. Man ist
st mit i. selbsten Per-
Geist, deren Führung

s hinsichtlich Druck.
öglich. Etwas störend
er. Ferner nimmt es
Nichtdeutschen (Ve-
sprachliche Korrektur
an bewundert die sehr
g des Autors, die das
ich will nicht leugnen.
Abweichungen von
len Reiz der Intimität
en Kontaktes erhöhen.

Der Autor wäre aber wahrscheinlich für die Beseitigung dieser Abweichungen dankbar gewesen.

Dem Werk größte Verbreitung zu wünschen, haben wir nicht nötig. Wir glauben, daß es auf den Gebieten,

die es behandelt, als Spiegel des gegenwärtigen Wissensstandes eine dauernde klassische Geltung sich erwerben wird.

E. SCHRÖDINGER, Zürich.

Zuschriften und vorläufige Mitteilungen.

Bemerkungen zur Quantenmechanik freier Elektronen.

Vor einiger Zeit ist EINSTEIN¹⁾ auf dem Umweg über die Statistik zu einem physikalisch sehr merkwürdigen Resultat gelangt. Er macht nämlich die Annahme wahrscheinlich, daß jedem Translationsvorgang eines materiellen Teilchens ein Wellenfeld zuzuordnen sei, das die Kinematik des Teilchens bestimmt. Die Hypothese solcher Wellen, die bereits vor EINSTEIN von DE BROGLIE²⁾ aufgestellt wurde, wird durch EINSTEINS Theorie so sehr gestützt, daß es angebracht scheint, nach experimentellen Kriterien für sie zu suchen.

Man wird also vor die Aufgabe gestellt, Beugung und Interferenz bei der Bewegung von Atomen und Elektronen nachzuweisen. Die Wellenlänge, welche die Beugungsphänomene bestimmt, erhält man nach DE BROGLIE³⁾ aus der Beziehung

$$\lambda = \frac{h}{m v} \quad (1)$$

wobei $m v$ den Impuls des Teilchens bedeutet. EINSTEIN hat auf die Erscheinungen hingewiesen, die daraus entspringend, die Gasentartung bei niedriger Temperatur hervorrufen. Man kann versuchen, dies dahin zu ergänzen, daß man analoge Effekte auch für langsame Elektronen annimmt. Es wären dann wegen der kleinen Elektronenmasse in einem gut zugänglichen Geschwindigkeitsbereich starke Abweichungen von der gewöhnlichen Mechanik zu erwarten. Der Zweck dieser Zeilen ist, auf einen möglichen Zusammenhang dieser Folgerungen mit gewissen Experimenten über das Verhalten langsamer Elektronen hinzuweisen. Versucht man z. B. den merkwürdigen Gang der freien Weglänge von Elektronen, den RAMSAUER⁴⁾ und nach ihm eine Reihe anderer Autoren gefunden haben, mit der oben besprochenen Hypothese zu deuten, so zeigt sich, daß die Kurven, die diesen Gang wiedergeben, eine ganz auffällige Übereinstimmung aufweisen mit den Kurven, die man in der klassischen Theorie für die Beugung von Licht an kolloidalen Kügelchen erhält⁵⁾. Es sieht danach so aus, als ob die langsamen Elektronen an den Atomen nach Gesetzen gestreut würden, wie sie für Licht der berechneten Wellenlänge bei Streuung an Kugeln vom Radius der Atome gelten würden. Naturgemäß ist die Übereinstimmung nur qualitativ.

Auch für Interferenz scheinen Anzeichen vorhanden zu sein in einem Experiment von DAVISSON und KUNSMAN⁶⁾, bei welchem die Winkelverteilung von Elektronen, die an einer Platinplatte reflektiert waren, untersucht wurde. Es zeigten sich mehrere starke Maxima, die mit wachsender Elektronengeschwindigkeit in einer

Richtung wanderten, wie sie nach Gl. (1) zu erwarten ist, wenn man die Maxima als Beugungsbilder nach Art eines optischen Gitters auffaßt. Setzt man als Gitterkonstante diejenige des Platinkristallgitters ein und rechnet wegen der relativ geringen Eindringungstiefe der Elektronen in erster Näherung mit einem ebenen Gitter, so erhält man durch diese rohe Rechnung Werte für die Wellenlänge, die mit den nach Gl. (1) berechneten der Größenordnung nach (auf etwa 100%) übereinstimmen. Da keine Untersuchungen an wohldefinierten Kristallobjekten vorliegen, wird die Abweichung bisher nicht entscheidend sein, vielmehr müssen weitere Experimente, die sich zur Zeit hier in Vorbereitung befinden, abgewartet werden.

Für verschiedene Hinweise habe ich Herrn Prof. I. FRANCK besonders zu danken.

Göttingen, den 18. Juli 1925.

II. Physikalisches Institut.

WALTER ELSASSER.

Reaktionsleuchten und Reaktionsgeschwindigkeit.

DR. von HABER und ZISCH¹⁾ durch die Entdeckung der Chemilumineszenz des Natriumdampfes bei der Reaktion von Na mit Cl₂ eröffnete Arbeitsrichtung hat in letzter Zeit eine bemerkenswerte Entwicklung genommen. Einerseits finden FRÄNZ und KALLMANN²⁾, daß die Vereinigung von Na mit Cl₂ nicht nur den überschüssigen Na-Dampf zur Lumineszenz anregt, sondern auch beigemischten Hg-Dampf. Andererseits zeigt BONHOEFFER³⁾, daß sowohl die Na- wie die Hg-Lumineszenz auch durch aktiven Wasserstoff (Wood-scher Art) ausgelöst wird.

Zur Klärung der Frage nach dem hier zugrunde liegenden Mechanismus wurde folgende Anordnung gewählt. Bei 300–350° wird Natriumdampf von 0,01 bis 0,1 mm Druck in ein etwa 1 m langes geheiztes Rohr eingeführt, an dessen anderem Ende Cl₂, Br₂, I₂ oder ein anderer zur Reaktion geeigneter Stoff mit etwa gleichem Druck einströmt. Infolge Diffusion gelangen beide Gase zum Reaktionsort, der sich in der Mitte des Rohres ausbildet und die Gase verzehrt. In einer Zone von etwa 10 cm Länge leuchtet der Rohrinhalt unter Ausstrahlung der D-Linie und es findet eine Abscheidung der entstehenden Na-Verbindungen (NaCl, NaBr oder NaJ) als Wandbelag statt. Bei Variation der Einströmungsdrücke des Na bzw. Halogenids verschiebt sich der Schwerpunkt der Reaktion und ihre Länge ändert sich gesetzmäßig.

Die Beobachtung dieser Umsetzungen gewährt Einblick in den Reaktionsmechanismus:

1. Die Länge der Reaktionszone ist ein Maß der Reaktionsgeschwindigkeit. Je schneller die Gase sich verbinden, um so kürzer wird die Strecke sein, längs deren sie in einander eindringen. Die Rechnung ergibt,

¹⁾ HABER und ZISCH, Zeitschr. f. Physik. 9, 302. 1922.

²⁾ KALLMANN und FRÄNZ, Naturwissenschaften 13, 447. 1925.

³⁾ BONHOEFFER, Zeitschr. f. physikal. Chem. 116, 394 (1925).

¹⁾ A. EINSTEIN, Berl. Akad. 1924, 22; 1925, 1.

²⁾ L. DE BROGLIE THÈSES. Paris 1924.

³⁾ Siehe EINSTEIN l. c.

⁴⁾ Ann. 72, 345. 1923. Für weitere Literatur und Figuren vgl. MINKOWSKI und SPONER, Ergebn. d. exakt. Naturwiss. 3.

⁵⁾ G. MIE, Ann. 25, 377. 1908.

⁶⁾ Phys. Rev. 22, 243. 1923.

de Broglie (1924) in seiner Doktorarbeit:

Analog zu Licht besitzen Materie-
teilchen Korpuskel- und Wellen-
Natur !

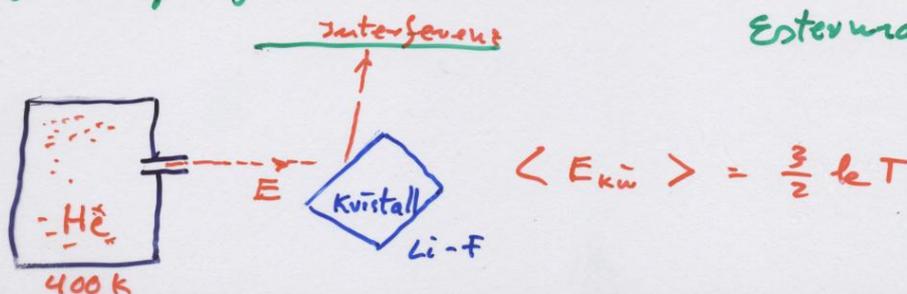
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$E_{kin} [eV]$	10	100	1000	10^6	10^9
$\lambda [Å]$	3,5	1,2	0,4	10^{-2}	10^{-5}
	Atome			Protonen	

Anwendung : Elektronenmikroskop

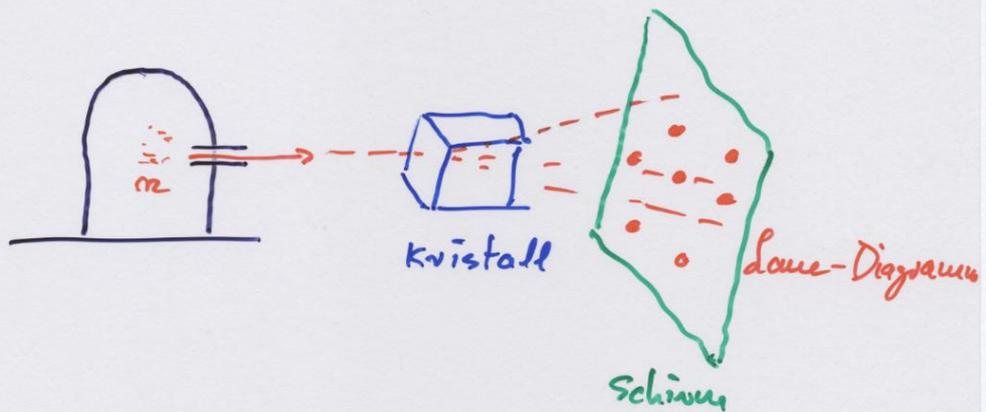
5.1.2 Weitere Versuche

a) Beugung von Atomstrahlen (Stevenson, Frisch, Estermann '31)



$$\lambda_{\text{He}} = \frac{h}{\sqrt{2 m_{\text{He}} \cdot E_{\text{kin}}}} = \frac{h}{\sqrt{3 m_{\text{He}} kT}}$$

b) Neutronenbeugung



Anwendung: Materialstudien

5.2. Materiewellen

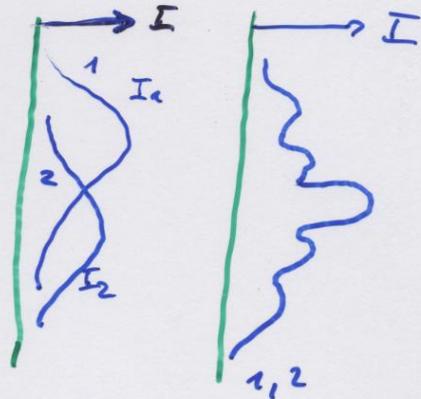
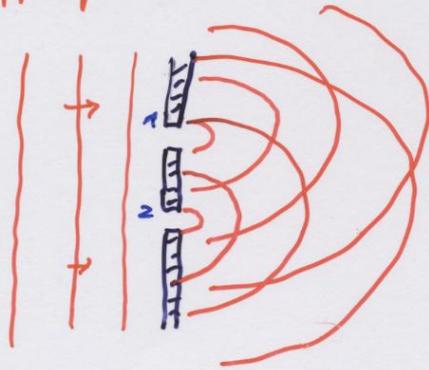
5.2.1. Kenntnis:

Licht, Materie
Welle und Korpuskel

Licht: $E = h \cdot \nu$
 $p = h \cdot \frac{\nu}{c}$

Materie $E = h \cdot \nu$
 $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda} = h \cdot k$
Wellenzahl

Doppelgaltversuch:



Für Wellen

Für reine Korpuskel



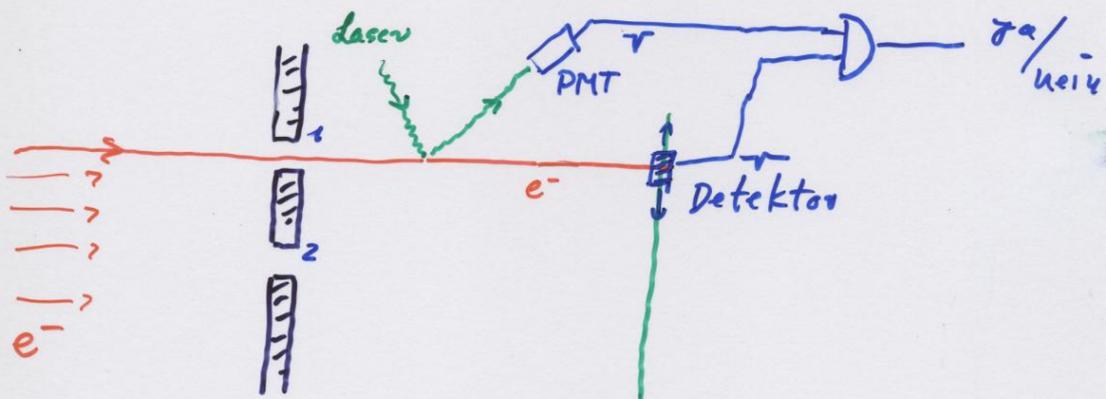
$$I_{12} = |A_1 + A_2|^2$$

$\uparrow \quad \uparrow$
 Amplituden

$$= \left| a_1 \cdot e^{i(\omega t + \phi_1)} + a_2 \cdot e^{i(\omega t + \phi_2)} \right|^2$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\phi_2 - \phi_1)$$

Gedanken experiment -



5.2.2. Wahrscheinlichkeitsinterpretation

$\Psi(x, t)$: Wahrscheinlichkeitsamplitude,
Wellenfunktion Teilchen am Ort x zur
Zeit t zu „messen“

$$P(x, t) = |\Psi(x, t)|^2 \quad \text{Wahrscheinlichkeit}$$

$$\text{Für } \Psi = \Psi_1 + \Psi_2 \Rightarrow P = |\Psi_1 + \Psi_2|^2$$

Bsp: freie Materiewelle:

$$\Psi(\vec{r}, t) = a e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad 3d$$

$$\Psi(x, t) = a e^{i(kx - \omega t)} \quad 1d$$

Wahrscheinlichkeit muß unabhängig
vom Bezugssystem sein (Lorentzinvariant)

$$\text{System 1: } \Psi(t) = a e^{-i\omega t} \quad \text{zu Ruhe, } x=0$$

$$\text{System 2: } t = \gamma \left(t' - \frac{x'}{c} \beta \right)$$

$$\begin{aligned}
 \psi(x', t') &= a \cdot e^{-i\omega(\gamma t' - \frac{x'}{c} \beta \gamma)} \\
 &= a \cdot e^{i/\gamma (\frac{E_0}{c} \beta \gamma x' - E_0 \gamma t')} \\
 &\quad (E_0 = \hbar \omega) \\
 &= a \cdot e^{i (\frac{p}{\hbar} x' - \frac{E}{\hbar} t')} \\
 &\quad (p = \gamma m_0 v) \\
 &= a \cdot e^{i (k x' - \omega t')} \\
 &\quad (p = \hbar k)
 \end{aligned}$$

Freie Welle

$$\begin{aligned}
 \text{Mit } \psi(x, t) &= a e^{i/\hbar (px - Et)} \\
 P(x, t) &= |a|^2 \cdot |e^{i(\dots)}|^2 \\
 &= a^2 \\
 &= \text{const}
 \end{aligned}$$

5.3 Wellenpakete

Überlagerung verschiedener Wellen

$$B_2 \quad a) \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

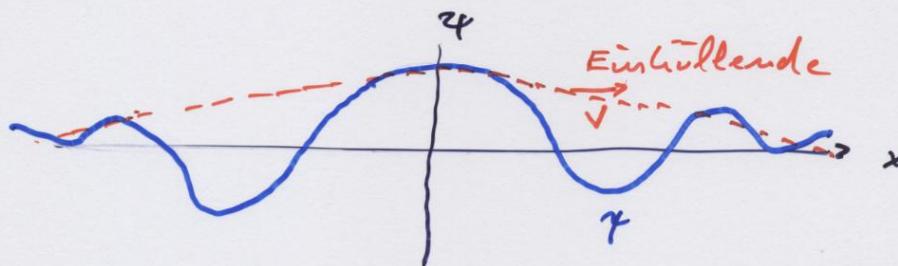
$$= a \cos(k_1 x - \omega_1 t) + a \cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

$$= 2a \cos(k x - \omega t) \cdot \cos(\Delta k x - \Delta \omega t)$$

↑
Einhüllende

$$k = \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \quad \omega \text{ analog}$$

$$\Delta k = \frac{1}{2}(k_2 - k_1) \quad \Delta \omega$$



Phasengeschwindigkeit der Einhüllenden
 $\hat{=}$ Gruppengeschw. der Wellenpaket v_G

$$v_g = \frac{\Delta \omega}{\Delta k}$$

$$\text{Allg.:} \quad v_g = \frac{d\omega}{dk} ;$$

mit $\omega = \frac{E_{tot}}{\hbar} = \frac{\sqrt{p^2 c^2 + E_0^2}}{\hbar}$

$$\hbar \omega = \frac{P}{t}$$

$$v_g = \frac{dE_{tot}}{dp} = \frac{2pc^2}{2\sqrt{p^2 c^2 + E_0^2}}$$

$$= \frac{p \cdot c^2}{\gamma m_0 c^2}$$

$$= \frac{P}{\gamma m_0} = v \quad \uparrow$$

Klass. Geschw.

b) Wellenpakete in beliebiger Form

$t=0$, 1d

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(k) \cdot e^{ikx} dk;$$

$$A(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) e^{-ikx} dx$$

Fouriertransformierte

BS:

