

# VL 14

---

## VL13. Spin-Bahn-Kopplung (II)

- 13.1. Landé-Faktor (Einstein-deHaas Effekt)
- 13.2. Berechnung des Landé-Faktors
- 13.3. Anomaler Zeeman-Effekt

## VL14. Spin-Bahn-Kopplung (III)

- 14.1. Spin-Bahn-Kopplung
- 14.2. Paschen-Back Effekt

## VL15. Wasserstoffspektrum

- 15.1. Lamb Shift
- 15.2. Hyperfeinstruktur

# Vorlesung 14:

## Roter Faden:

Lamb-Retherford Verschiebung  
Hyperfeinstruktur

Folien auf dem Web:

<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/>

Siehe auch: Demtröder, Experimentalphysik 3, Springer-Verlag

Und [http://www.ipf.uni-stuttgart.de/lehre/online-skript/f30\\_11.html](http://www.ipf.uni-stuttgart.de/lehre/online-skript/f30_11.html)

# Zusammenfassung der Feinstruktur

Da die Wellenfunktion des Wasserstoffatoms exakt bestimmt ist, ist eine exakte Berechnung der Feinstruktur erlaubt.

$$E_{n,l,j} = E_{n,l} + E_{rel.} + E_{l,s}$$

Vollständige Berechnung von Dirac:

$$E_{FS} = -\frac{E_n \alpha^2}{n} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) Z^2$$

$$\left[ \left( \alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137} \right) \right]$$

Dies entspricht der Sommerfeldschen Berechnung von  $E_{rel.}$ , wenn man  $l$  durch  $j$  ersetzt.

Bemerkenswert:

$$\begin{aligned} E_{rel} &= \text{abh. von } l \\ E_{l,s} &= \text{abh. von } j, l, s \\ E_{FS}^{Dirac} &= \text{abh. von } j \end{aligned}$$

**Problem: bei Wasserstoff Aufspaltung von  $2S_{1/2}$  and  $2P_{1/2}$   
(entdeckt von Lamb und Retherford) Erklärung: Vakuumpol.**

# Energiequantelung beim Wasserstoffatom

Andere Schreibweise:  $E = -\frac{\mu e^4 \cdot Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} = -Ry^* \cdot \frac{Z^2}{n^2}$

Mit  $Ry^* = Ry \cdot h \cdot c = \frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$  **n=Hauptquantenzahl**

Energie des Elektrons nimmt nur diskrete Werte  $E(n)$  an!

Durch Quantenzahlen  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$  festgelegt

**Stationärer Zustand - Quantenzustand des Atoms!**

**Quantenzahl gibt Zahl der Perioden der de Broglie Welle auf Kreisumfang an.**

Man beachte:

**Rydbergkonstante**  $Ry_\infty = 109737,31534 \text{ cm}^{-1}$  ( $m_K = \infty; \mu = m_e$ )

**Rydbergkonstante** für reale  $m_K$ :  $Ry = Ry_\infty \cdot \mu/m_e$

# Energieniveaus des H-Atoms mit relativ. Korrekturen nach Dirac und Feinstruktur der L.S-Kopplung

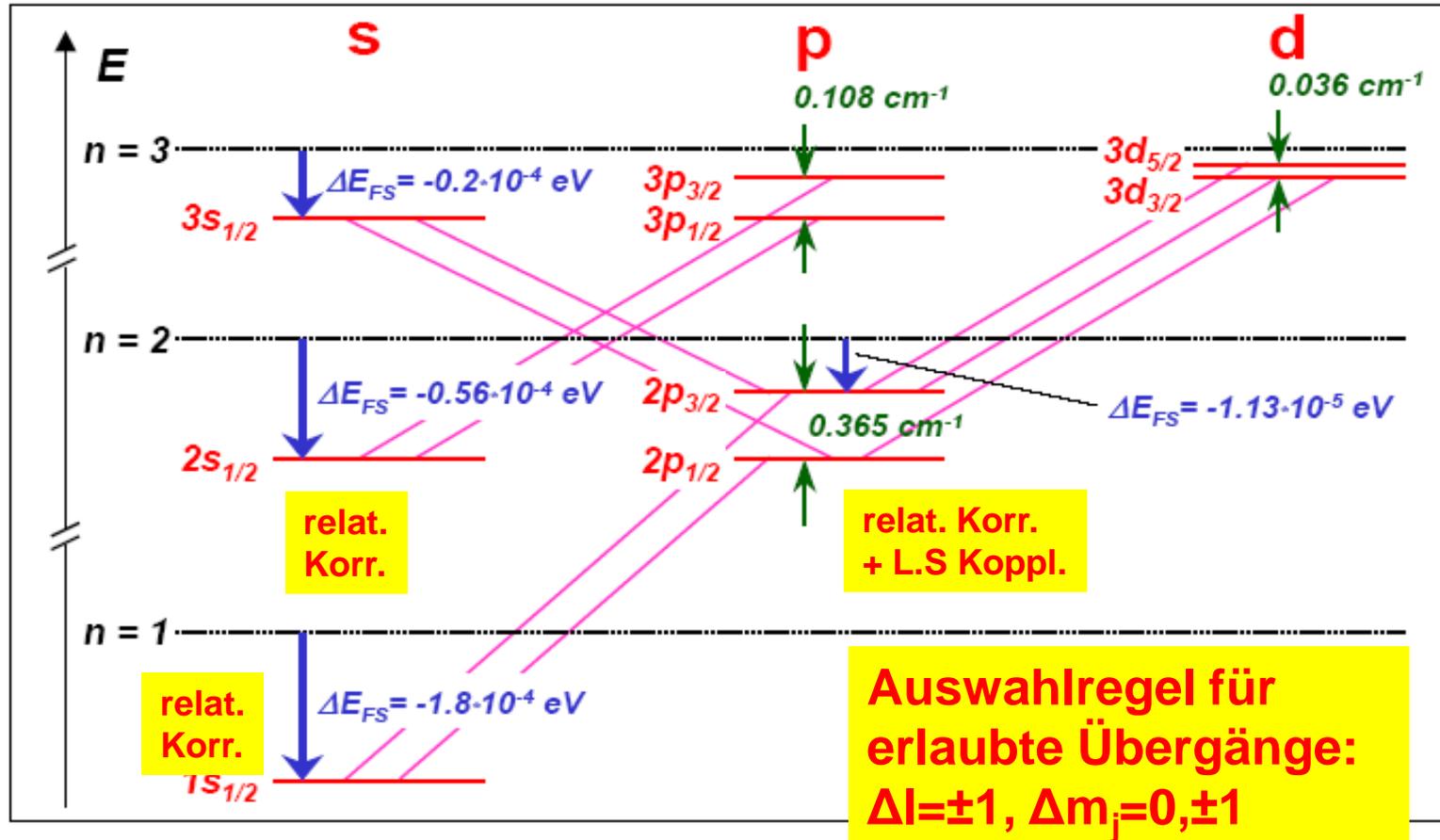


Abbildung 4.4: Termschema des Wasserstoffatoms bei Berücksichtigung der Spin-Bahn-Wechselwirkung und der relativistischen Massenzunahme. Die gestrichelten Linien geben die Lage der Energieniveaus  $E_n$  ohne die Korrekturterme an.



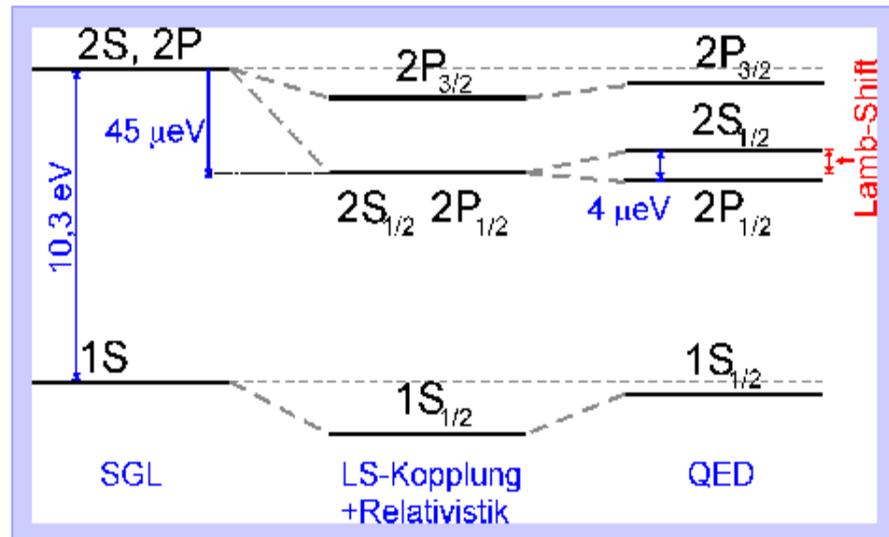
# Relativ. Korrekturen und Lamb-Shift

Weitere Korrekturen sind Folge der relativistischen Massezunahme. Aus der relativistischen quantenmechanischen **Dirac-Gleichung** folgt für die **Feinstrukturaufspaltung**

$$E_{nj} = E_n \left( 1 + \frac{\alpha^2}{n} \left( \frac{3}{4n} - \frac{1}{j+1/2} \right) \right)$$

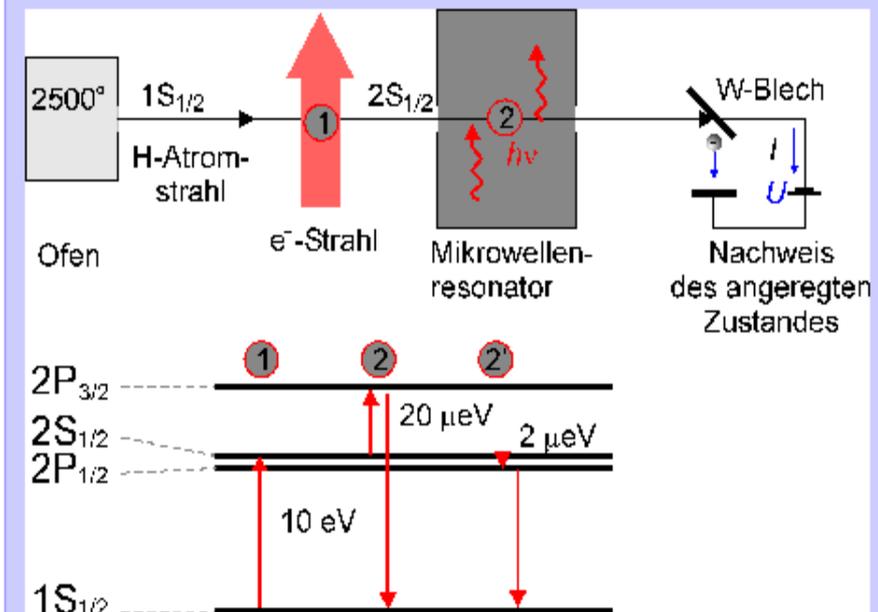
mit der **Sommerfeld-Feinstrukturkonstanten**

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$



Weitere Korrekturen aus der **Quantenelektrodynamik (QED)**: Elektron emittiert und absorbiert im Vakuum ständig Photonen und hat so für kurze Zeit eine veränderte kinetische Energie ( $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ ).

## Messung der **Lamb-Shift** 1950



Nachweis des Lamb-Shift: H-Atomstrahl im Grundzustand wird durch Elektronen angeregt. Rückübergang ist wegen  $\Delta l = 0$  verboten. Als Nachweis wird beim Auftreffen auf Wolframblech durch Anregungsenergie ein Elektron ausgelöst. Im Mikrowellenresonator wird je nach Frequenz Übergang nach  $2P_{3/2}$  (10 GHz) oder  $2P_{1/2}$  (1 GHz) induziert. Wegen  $\Delta l = 1$  geht das H-Atom sofort in Grundzustand über, was durch eine Reduktion des Stromes  $I$  nachgewiesen wird.

# Lamb-Retherford-Experiment

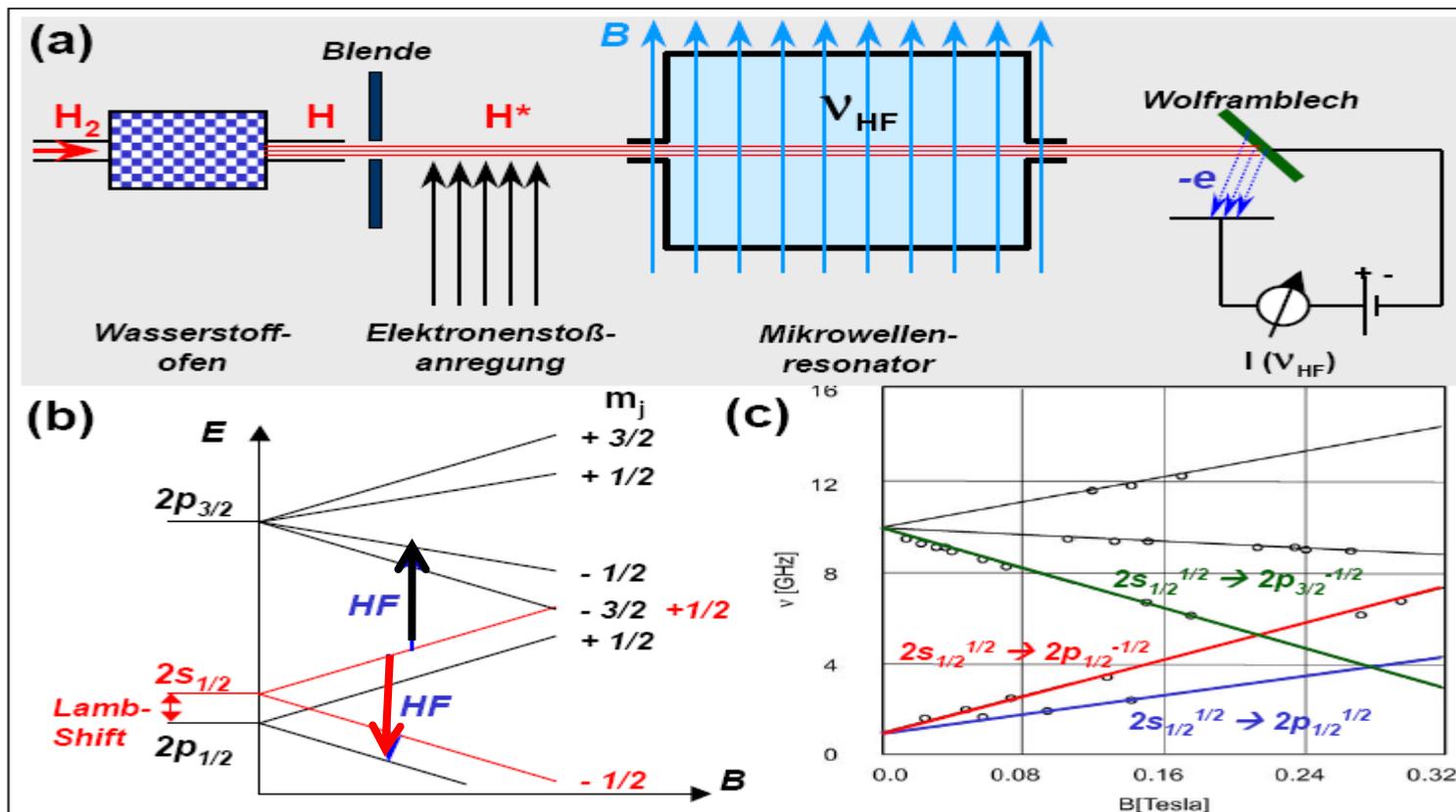
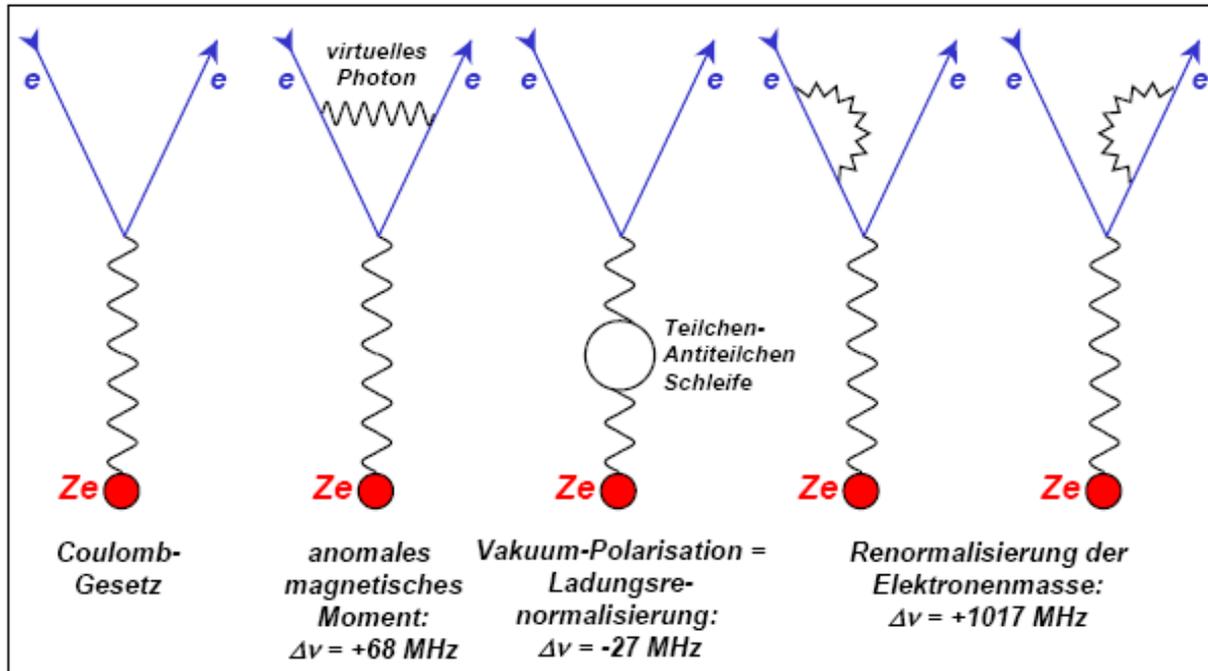


Abbildung 4.7: (a) Lamb-Retherford-Experiment. (b) Zeeman-Aufspaltung der  $2s_{1/2}$ -,  $2p_{1/2}$ - und  $2p_{3/2}$ -Niveaus und ihre Ausnutzung zur Messung der Lamb-Shift. (c) Originaldaten von Lamb und Retherford (Phys. Rev. 79, 549 (1950)) zur Bestimmung der Niveaueverschiebung als Funktion des Magnetfelds im  $2s/2p$ -System des Wasserstoffs. Die Punkte stellen die Messdaten dar, durchgezogene Linien entsprechen theoretischen Vorhersagen der Dirac-Theorie, wobei die Lamb-Verschiebung zusätzlich berücksichtigt wird. Man stellt fest, dass sich die Linien schon bei relativ schwachen Magnetfeldern kreuzen. Eine klare Trennung von Spin-Bahn-Kopplung und Zeeman-Effekt (siehe Abschnitt 4.6 und 4.7) ist nicht mehr möglich.

# Lamb-Shift durch QED Korrekturen höherer Ordnung



Lamb-Shift kann genau berechnet werden in der QED und ist daher ein wichtiger Test für die QED

Abbildung 4.5: Feynman-Diagramme, die zur Streuung eines Elektrons an einer statischen Ladung beitragen. Das linke Diagramm entspricht dem uns vertrauten Coulomb-Gesetz. Die weiteren Diagramme sind von der Ordnung  $\alpha^2$  und ziehen eine Renormalisierung des magnetischen Moments, der Ladung und der Masse nach sich. Die Frequenzangaben zu den Diagrammen beziehen sich auf den jeweiligen Beitrag zur Verschiebung des  $2s_{1/2}$ - gegenüber dem  $2p_{1/2}$ -Niveau. Die Lamb-Verschiebung kann experimentell auf 0.1 MHz genau vermessen werden. Dies erlaubt es, die Beiträge der einzelnen Diagramme getrennt zu verifizieren. Dabei werden Diagramme höherer als der gezeigten Ordnung (2-Schleifen-Beiträge) von Bedeutung. Die eigentliche Grenze bei der theoretischen Vorhersage des Termschemas stellt der nicht exakt behandelbare Einfluss der Protonenstruktur auf die Elektronenfrequenzen dar.

# QED Formel für Lamb-Shift

$$\langle E_{\text{pot}} \rangle = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \left\langle \frac{1}{r + \delta r} \right\rangle.$$

The Lamb shift itself is given by

$$\Delta E_{\text{Lamb}} = \alpha^5 m_e c^2 \frac{k(n, 0)}{4n^3} \text{ for } \ell = 0$$

with  $k(n, 0)$  around 13 varying slightly with  $n$ , and

$$\Delta E_{\text{Lamb}} = \alpha^5 m_e c^2 \frac{1}{4n^3} \left[ k(n, \ell) \pm \frac{1}{\pi(j + \frac{1}{2})(\ell + \frac{1}{2})} \right] \text{ for } \ell \neq 0$$

with  $k(n, \ell)$  a small number ( $< 0.05$ ).

A qualitative picture of the level shift was given by Welton<sup>19</sup> in 1948. The fluctuating zero-point electric field of the quantized vacuum acts on an electron bound in a hydrogen atom. As a result, the electron is caused to move about its unperturbed position in a rapid and highly erratic manner. The point electron effectively becomes a sphere of a radius almost  $10^{-12}$  cm. Such an electron in a hydrogen atom is not so strongly attracted to the nucleus at short distances as would be a point electron. States of zero orbital angular momentum like  $2^1S_0$  are therefore raised in energy relative to other states like  $2^1P$  in which the electron has a smaller probability of being found near the nucleus.

# Nobelpreis Lamb

## Willis Eugene Lamb (geb. 1913), Nobelpreis für Physik 1955:

**Willis Eugene Lamb** wurde am 12. Juli 1913 in Los Angeles geboren. Er begann 1930 sein Studium an der University of California at Berkeley und erhielt dort 1934 den Bachelor of Science in Chemie. Im Jahr 1938 erhielt er an der gleichen Universität seinen Dokortitel. Seine Doktorarbeit über die Analyse der elektromagnetischen Eigenschaften von Kernsystemen wurde von J.R. Oppenheimer betreut.

Nach seiner Doktorarbeit ging er an die Columbia University und wurde dort 1945 Assistant Professor, 1947 Associate Professor und 1948 schließlich Full Professor. Von 1943 bis 1951 war er auch mit dem Columbia Radiation Laboratory assoziiert, wo er seine mit dem Nobelpreis ausgezeichneten Arbeiten machte. 1951 ging er an die Stanford University als Professor für Physik. Von 1953-1954 war er Morris Loeb Lecturer an der Harvard University. Von 1956 bis 1962 war er Fellow of New College and Wykeham Professor of Physics an der University of Oxford, England. 1962 wurde er Henry Ford II Professor of Physics an der Yale University, New Haven, Conn.

Im Jahr 1953 erhielt er den Rumford Premium der American Academy of Arts and Sciences. Die University of Pennsylvania verlieh ihm einen Ehrendoktor im Jahr 1954. Er erhielt ferner 1955 den Research Corporation Award. Er ist Mitglied in einer Zahl von National Academy of Sciences und Fellow der American Physical Society.



# Lamb-Shift

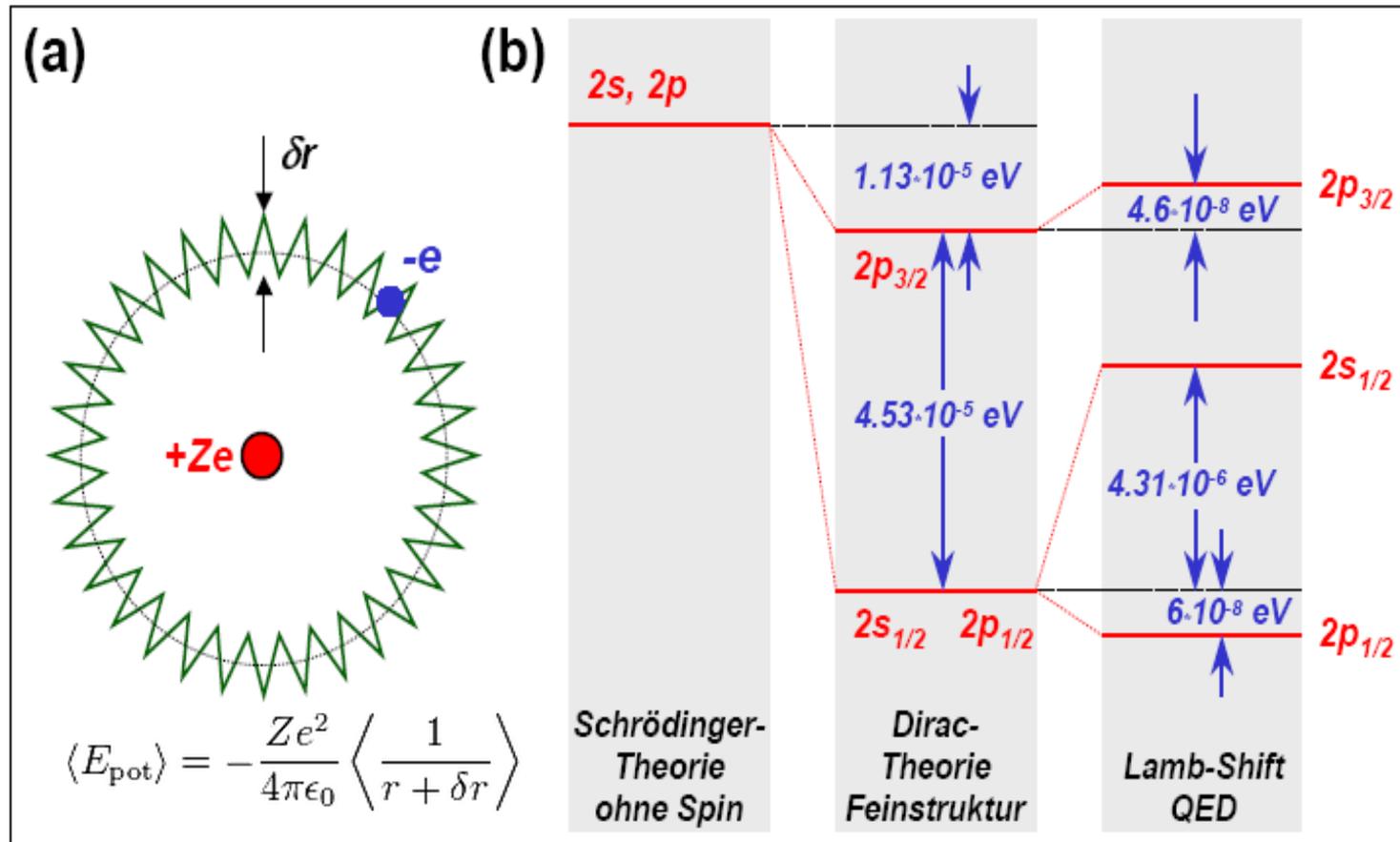


Abbildung 4.6: (a) Zur Veranschaulichung der Zitterbewegung eines Elektrons aufgrund der Emission und Absorption von virtuellen Photonen. (b) Feinstruktur und Lamb-Verschiebung beim Wasserstoffniveau mit  $n = 2$ .

# Aufhebung der Entartung bei der Wasserstoff Balmer-Linie $H_\alpha$

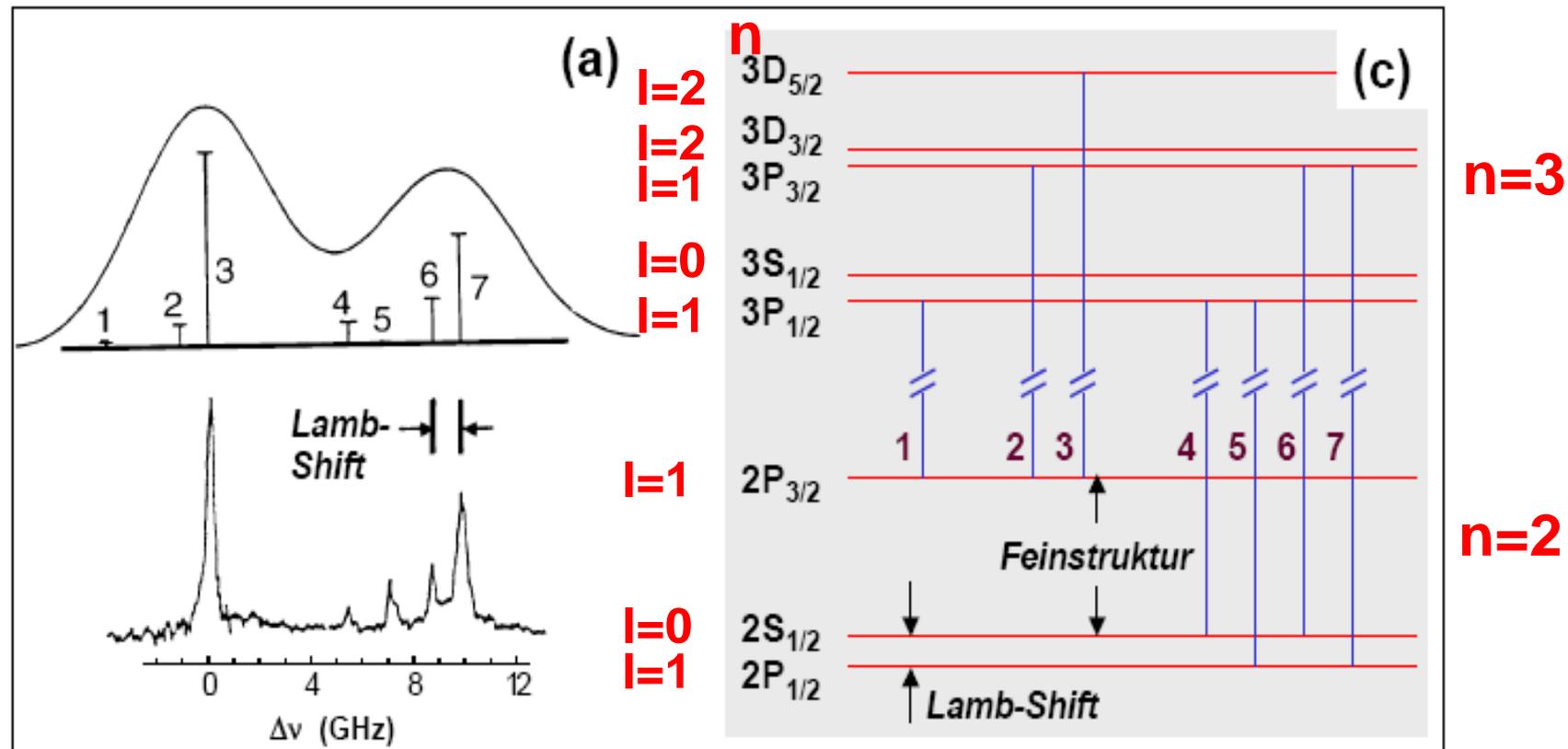


Abbildung 4.1: Feinstruktur der Balmer-Linie  $H_\alpha$  gemessen mit (a) hochauflösender Spektroskopie und (b) mit höchstauflösender Laser-Spektroskopie. (c) Verfeinertes Termschema des Wasserstoffs. Die erlaubten Übergänge werden durch die Auswahlregeln bestimmt, die wir erst später diskutieren werden.

**Hyperfinestruktur:** Aufspaltung der Energieniveaus eines Atomes aufgrund der Kopplung des magnetischen Kernmomentes mit dem von den Elektronen der Atomhülle am Kernort erzeugten Magnetfeld .

Die Kopplung bewirkt, dass der Gesamtdrehimpuls des Atoms  $F$ , der die Summe des Hüllendrehimpulses  $J$  und des Kernspins  $I$  ist, gequantelt ist:

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} \quad \text{mit} \quad \vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

Die Quantenzahl  $F$  ist halb- (Fermi-Dirac-Statistik) oder ganzzahlig (Bose-Einstein-Statistik) und kann die Werte

$$|\vec{F}| = \hbar \sqrt{F(F+1)}$$

im Abstand von 1 annehmen.  $J$  und  $I$  sind die Quantenzahlen des Hüllendrehimpulses und des Kerndrehimpulses.

$$\{J + I, \dots, |J - I|\}$$

Die Wechselwirkung ist ähnlich wie bei der Spin-Bahn-Kopplung:

$$V_{\text{HFS}} = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_J = \frac{g_I \mu_K B_J [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)]}{2\sqrt{J(J+1)}}$$

$$\vec{\mu}_I = \frac{g_I \mu_K}{\hbar} \vec{I}$$

$$A = \frac{g_I \mu_K B_J}{\sqrt{J(J+1)}}$$

$$\Delta E_{\text{HFS}} = \frac{A}{2} (F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)).$$

mit

$$\Delta E_{F+1} - \Delta E_F = A(F+1).$$

# Zusammenfassung Spin-Bahn-Kopplung

Gesamtdrehimpuls des Elektrons setzt sich aus Spin- und Bahnanteil vektoriell zusammen:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

Es gelten die quantenmechanischen Eigenschaften:

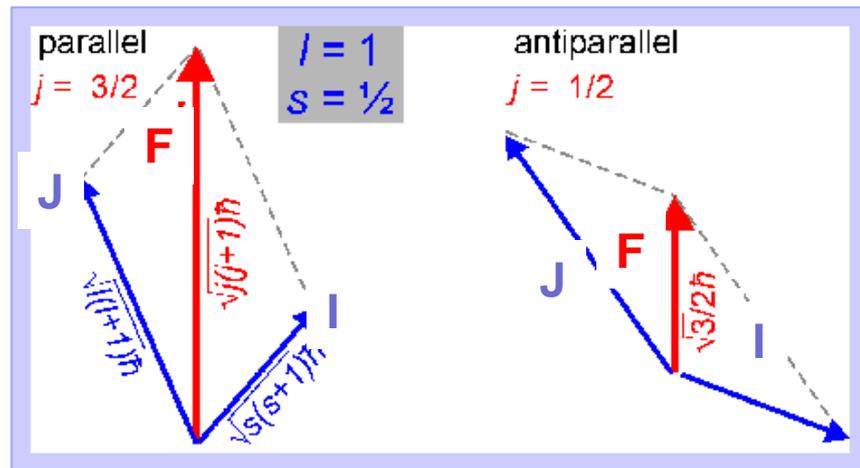
$$J^2 = j(j+1)\hbar^2$$

$$J_z = m_j \hbar$$

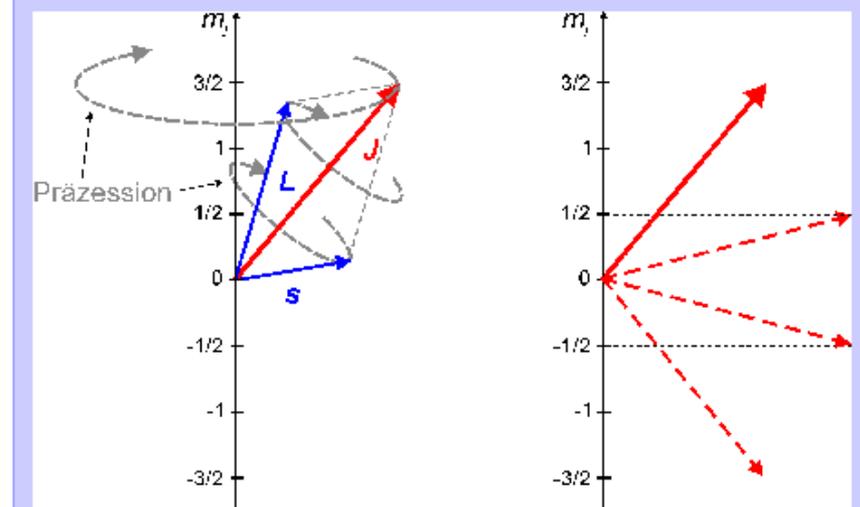
$$-j \leq m_j \leq j$$

Beim H-Atom kann die Gesamtspinquantenzahl je nach Kopplung zwei Werte annehmen:

- ▶ parallel:  $j=l+1/2$
- ▶ antiparallel:  $j=l-1/2$



Die Zustände sind  $2j+1$ -fach entartet.



Gleichzeitig scharf gemessen können werden:

- ▶ Bahndrehimpuls  $L^2 = l(l+1)\hbar^2$
- ▶ Gesamtdrehimpuls  $J^2 = j(j+1)\hbar^2$
- ▶ Projektion des Gesamtdrehimpulses  $J_z = m_j \hbar$

Nicht scharf messbar sind die

- ▶ Projektion des Bahndrehimpulses  $m_l$
- ▶ Projektion des Spins  $m_s$

Für Übergänge muss gelten:  $\Delta l = \pm 1$ ,  $\Delta j = 0, \pm 1$ ,  $\Delta m_j = 0, \pm 1$ .  $\Delta j = 0$  (Spin-flip) ist unwahrscheinlicher.

# Spin-Bahn-Kopplung $V_{LS}$

$\vec{\mu}_l$  und  $\vec{\mu}_s$  beeinflussen einander  $\Rightarrow$  Feinstruktur der Spektrallinien durch Spin-Bahn oder  $\vec{L} - \vec{S}$ -Kopplung.

$\vec{\mu}_l$  erzeugt ein B-Feld  $B_l$  am Ort des Elektrons. Die Potentielle Energie lautet hierbei :  $V_{l,s} = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_l$  (1)

$$V_{pot} = \int D d\alpha = \int \vec{\mu} \times \vec{B} d\alpha = \int |\mu| |B| \sin \alpha d\alpha \equiv |\mu| |B| \cos \alpha = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Aus der relativistischen Elektrodynamik ( $\equiv$  Biot - Savart  $\times \frac{1}{2}$ ) folgt :

$$\vec{B}_l = \frac{Ze\mu_0 \vec{l}}{8\pi r^3 m_0} = O(1T) \text{ f\u00fcr } Z = 1 \text{ und } r = 1 \text{ \AA} \equiv 10^{-10}m \text{ (2)}$$

(2) in (1) :

$$V_{l,s} = \frac{a}{\hbar^2} |l| |s| \cos(\vec{l}, \vec{s}) \approx 10^{-4}eV \text{ f\u00fcr } Z = 1 \text{ und } r = 1\text{\AA} \text{ (3)}$$

$$a \equiv \frac{Ze^2\mu_0\hbar^2}{8\pi r^3 m_0^2}$$

Wie gro\u00df ist  $|l| |s| \cos(\vec{l}, \vec{s})$  ?

# Vektormodell der Spin-Bahn-Kopplung

VEKTORMODELL :  $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$  (zuerst für ein Elektron)

Mathe :  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos \alpha$  ergibt mit  $\left\{ \begin{array}{l} a^2 = l(l+1)\hbar^2 \\ b^2 = s(s+1)\hbar^2 \\ c^2 = j(j+1)\hbar^2 \end{array} \right\}$

$\Rightarrow \frac{|l||s|}{\hbar^2} \cos \alpha = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{2} \rightarrow$  aus (3) :

$$V_{l,s} = \frac{a}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]$$

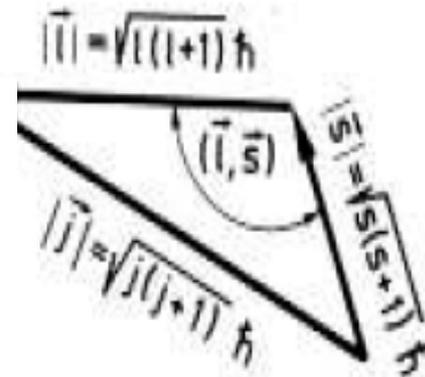
Bisher hat man so gerechnet, als ob sich das Elektron auf festen Bahnen bewegt. In der Quantenmechanik geht man davon aus, dass es keine festen Bahnen gibt, daher ersetzt man  $\frac{1}{r^3}$  durch den Mittelwert

$$\langle \frac{1}{r^3} \rangle = \int \frac{|\Psi|^2}{r^3} dV \rightarrow a \propto \frac{2}{r^3} \propto Z^4$$

Die  $\vec{L} - \vec{S}$  Kopplung ist wichtig für große Z und kleine n.

$$\begin{aligned} \vec{L} &= \sum \vec{l}_i \\ \text{Bei mehreren Elektronen : } \vec{S} &= \sum \vec{s}_i \\ \vec{J} &= \vec{L} + \vec{S} \end{aligned}$$

Beispiel: Die berühmten Natrium D-Linien werden durch eine  $\vec{L} - \vec{S}$  Kopplung in Dublett-Niveaus gespalten.



# Zusammenfassung Hyperfeinstruktur

Bei extremer Auflösung ist jede Feinstrukturkomponente aufgespalten.

Grund: Ausrichtung des Kernspins  $I$  im Magnetfeld der Elektronen.

$$|\vec{I}| = \sqrt{I(I+1)}\hbar$$

Gesamtdrehimpuls des Atoms

$$|\vec{F}| = |\vec{I} + \vec{J}| = \sqrt{F(F+1)}\hbar$$

mit  $F=j+l, j+l-1 \dots j-l$

Damit ist ein magnetisches Kernmoment verbunden:

$$\mu_I = g_I \mu_k I$$

mit dem Kernmagnet on

$$\mu_k = \frac{e}{2m_p} \hbar = \frac{m_e}{m_p} \mu_B = 5,0510^{-27} \text{ J/T}$$

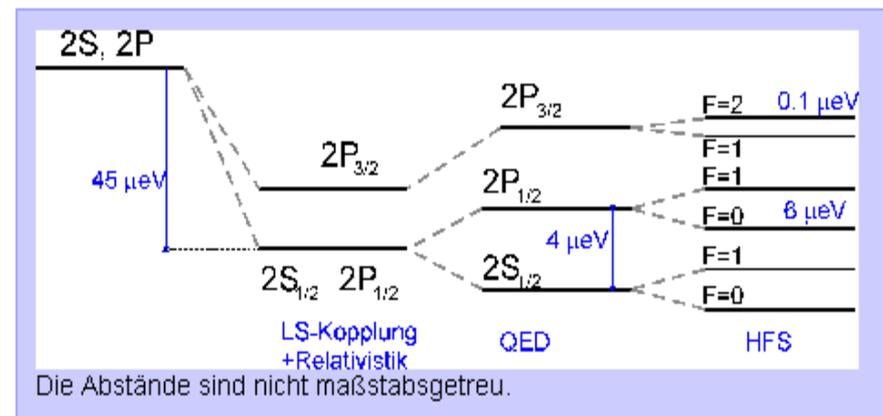
Die aus der Wechselwirkung mit dem inneren Magnetfeld resultierende Energieaufspaltung ist:

$$\Delta E \sim g_I \mu_k \frac{F(F+1) - j(j+1) - I(I+1)}{\sqrt{j(j+1)}}$$

Beispiele für das Kernmagnet on:

Kern	$I$	$g_I$
Proton	1/2	5,58
Neutron	1/2	-3,82
Kern	1	0,86
$\alpha$ - Teilchen	0	-

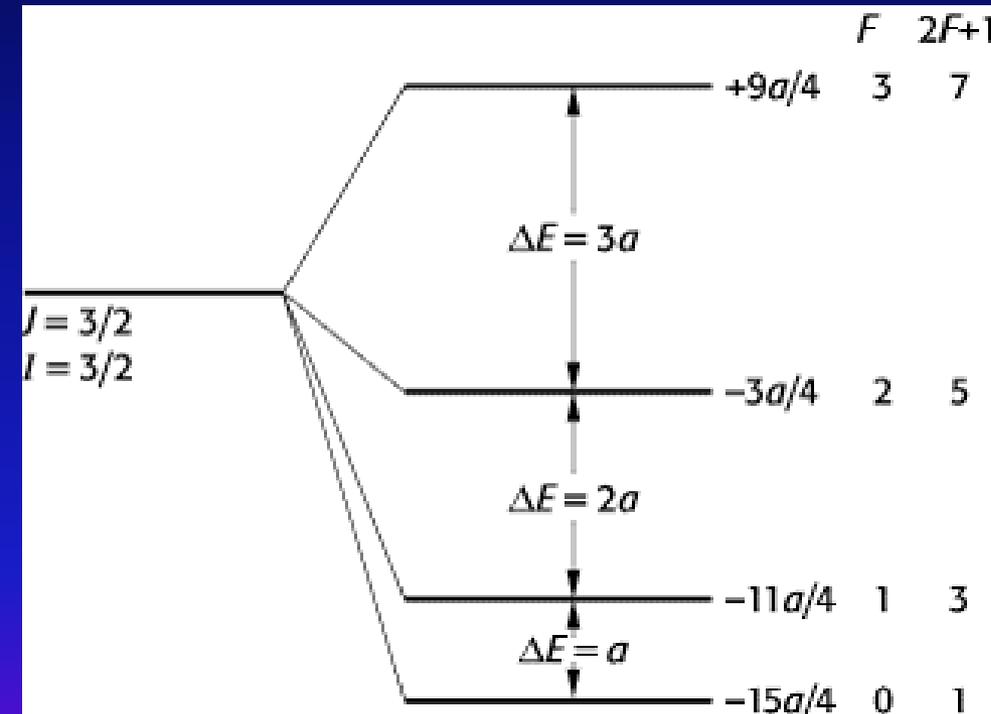
Termschema



# Beispiel Hyperfeinstruktur

$$\Delta E \sim g_I \mu_k \frac{F(F+1) - j(j+1) - I(I+1)}{\sqrt{j(j+1)}}$$

$$F = J+I, J+I-1, \dots, J-I$$



$$\frac{1}{2}a \cdot 3(3+1) - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} = 12 - \frac{15}{4} - \frac{15}{4} = \frac{9}{4}$$

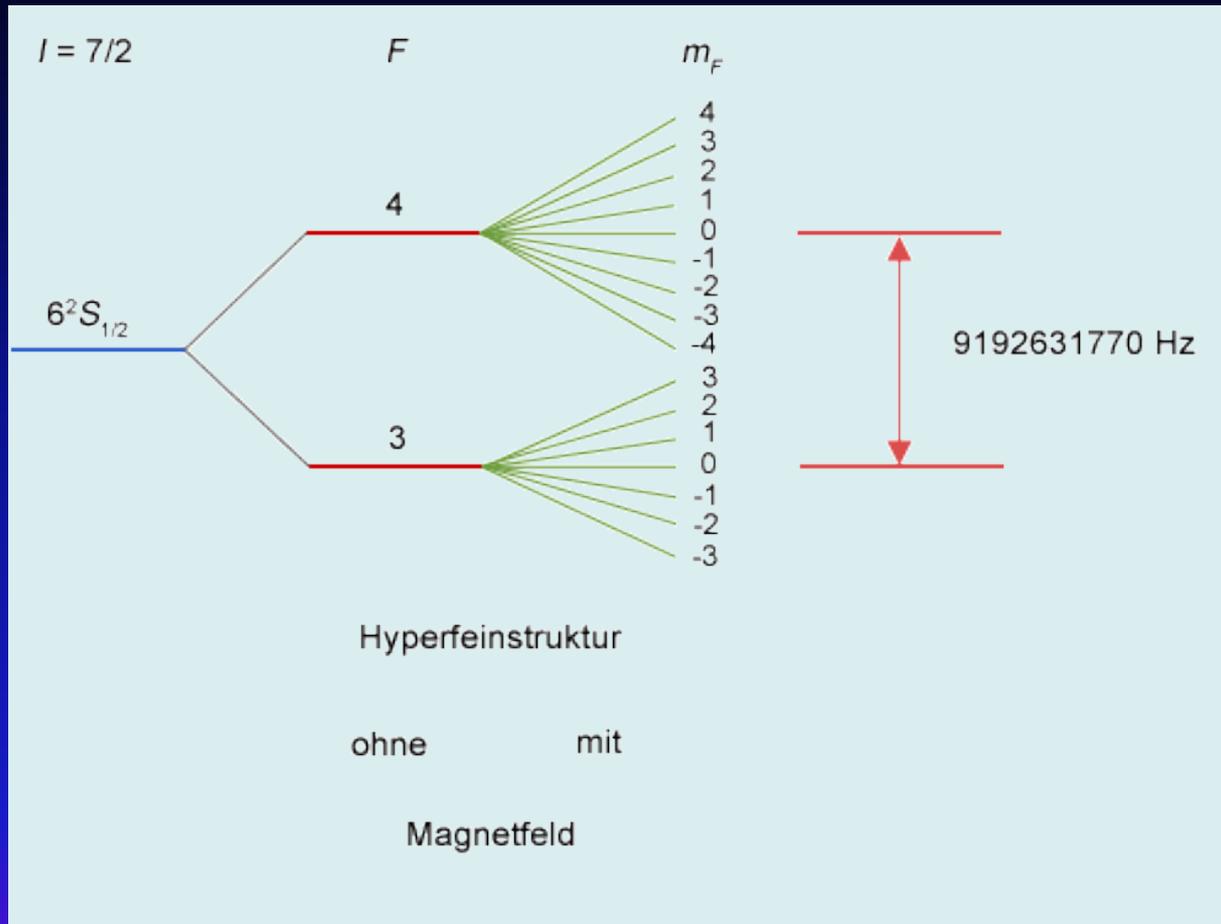
$$\frac{1}{2}a \cdot 2(2+1) - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{24}{4} - \frac{15}{4} - \frac{15}{4} = -\frac{3a}{4}$$

$$\frac{1}{2}a \cdot 1(1+1) - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{8}{4} - \frac{15}{4} - \frac{15}{4} = -\frac{11a}{4}$$

$$\frac{1}{2}a \cdot 0 - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{8}{4} - \frac{15}{4} - \frac{15}{4} = -\frac{15a}{4}$$

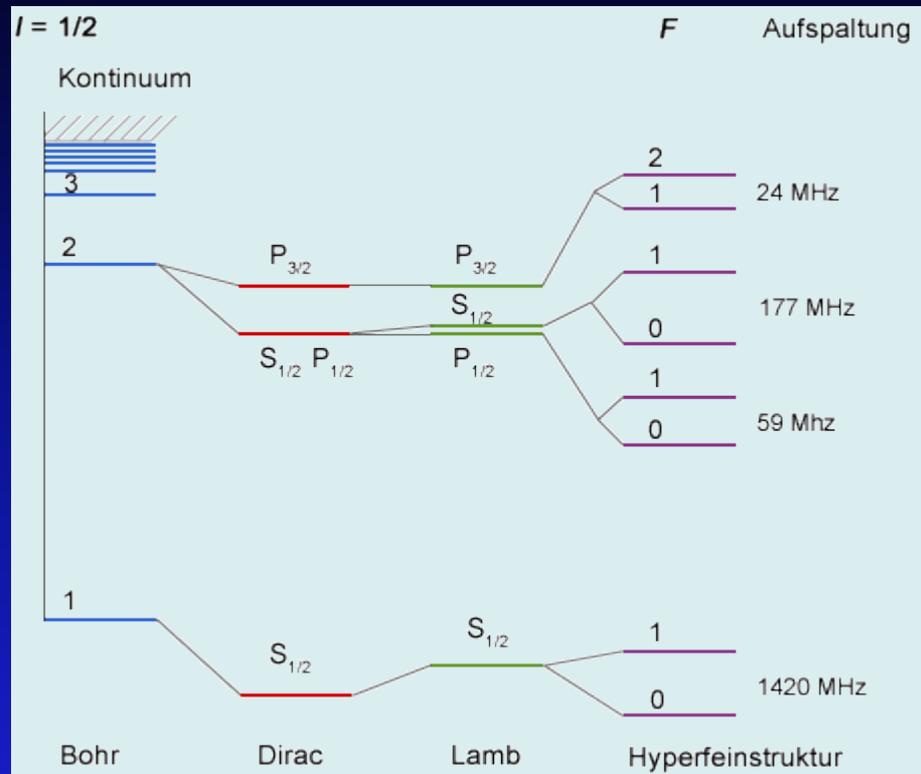
$$V_{I,S} = \frac{a}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]$$

# Hyperfeinstruktur von Caesium ( $^{133}\text{Cs}$ ).



Hyperfeinstruktur des Grundzustandes von Caesium. Hier ist  $I=7/2$ . Der Übergang von  $F=I+J=7/2+1/2=4$  nach  $F=I-J=7/2-1/2=3$  (jeweils mit  $m_F=0$ ) dient als Zeitnormal. <http://www.chemgapedia.de>

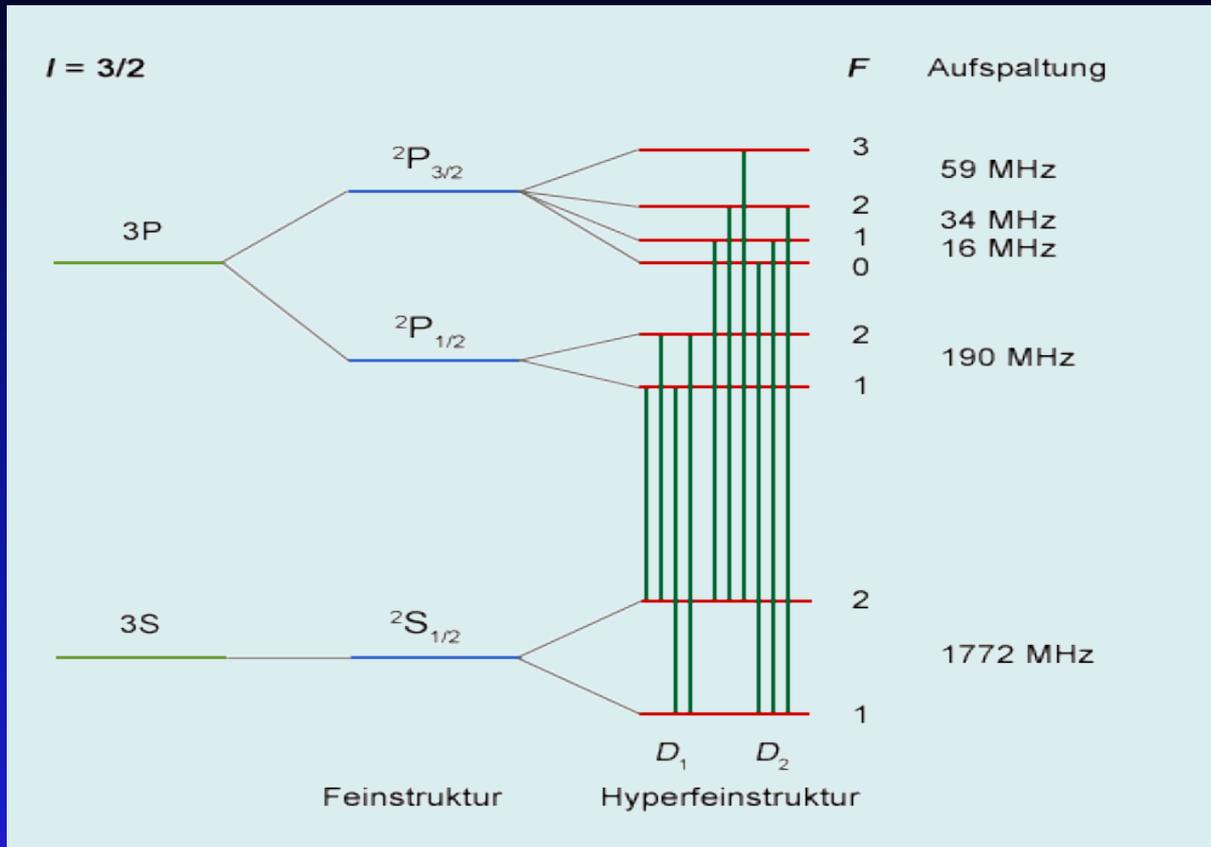
# Hyperfeinstruktur des Wasserstoffatoms



Mit Bohr ist das Energieniveauschema bezeichnet, das man nach dem gleichnamigen Atommodell erhält, mit Dirac die Feinstruktur nach Dirac und mit Lamb die gleichnamige Verschiebung und Aufspaltung durch quantenelektrodynamische Effekte. Nur das Termschema nach Bohr ist maßstäblich.

<http://www.chemgapedia.de>

# Hyperfeinstruktur des Natriumatoms



Hyperfeinstrukturaufspaltung der niedrigsten Niveaus des Natrium-Atoms gezeigt, die zur bekannten Doppellinie D gehören. Aus der Abbildung ist ersichtlich, dass D1 aus vier und D2 aus sechs Komponenten besteht, die wegen der endlichen Linienbreite aber im Allgemeinen nicht alle sichtbar sind.

<http://www.chemgapedia.de>

# Hyperfeinstruktur im UV-Bereich

---

Die Größe der Aufspaltung wird besonders groß bei großer Kernladungszahl und kleiner Hauptquantenzahl. So konnte man mit Hilfe von Hochenergiebeschleunigern hochionisierte Bismut-Ionen des Typs  $\text{Bi}^{82+}$  mit nur noch einem Elektron herstellen. **WICHTIG**, weil alle andere Elektronen Kern abschirmen und auch magnetische Momente sich aufheben.

Diese haben einen Kernspin von  $9/2$ , so dass es für den  $1s$ -Zustand des Elektrons zwei Hyperfeinstruktur-Niveaus mit  $F=4$  und  $F=5$  gibt, deren Energiedifferenz einer Wellenlänge von ca. 245 nm entspricht, also im Ultravioletten liegt!

<http://www.chemgapedia.de>

# Hyperffeinstruktur, 21cm Linie des Wasserstoffs

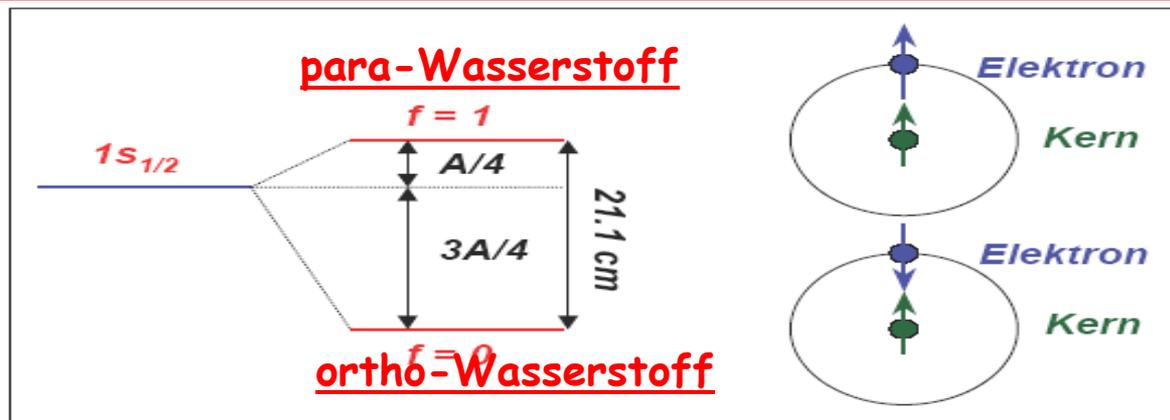


Abbildung 4.10: Hyperfeinstrukturaufspaltung des Grundzustandes im Wasserstoffatom. Beim Übergang zwischen dem Triplett- und dem Singulett-Zustand wird Strahlung der Frequenz  $\nu_H = 1.42 \text{ GHz}$  bzw. der Wellenlänge  $\lambda_H = 21.1 \text{ cm}$  ausgesandt, die im Mikrowellenbereich liegt. Beim Aussenden der Strahlung muss der Spin des Elektron gekippt werden, man spricht deshalb von einem Spin-Flip-Übergang. Gemäß den allgemeinen Auswahlregeln für Dipolstrahlung, auf die wir später noch zu sprechen kommen, sind Spin-Flip-Übergänge verboten. Das heißt, die Übergangswahrscheinlichkeit bei Strahlungsemission ist nur über höhere Momente möglich und daher sehr klein. Im Labor kann man deshalb diesen Übergang kaum beobachten, da die Abregung eher durch Stoß stattfindet. Da aber im Weltraum im interstellaren Gas große Mengen an atomarem Wasserstoff vorliegen, wird trotzdem die 21 cm Linie in genügender Intensität ausgesendet, um sie auf der Erde mit empfindlichen Antennen beobachten zu können.<sup>13</sup> Die Untersuchung der 21 cm Linie spielt in der *Radioastronomie* eine wichtige Rolle, weil ihre Untersuchung Auskunft über die Dichteverteilung, Geschwindigkeiten und Temperatur von Wasserstoffatomen im Universum gibt.

# Hyperfinestruktur im starken Magnetfeld

$$\Delta E_{\text{HFS}} = \underbrace{+ g_J \mu_B m_J B_0}_{\text{Zeemann-Effekt H\u00fc}} \quad \underbrace{- g_I \mu_K m_I B_0}_{\text{Zeemann-Effekt Kern}} \quad \underbrace{+ a m_I m_J}_{\text{Hyperfine-WW.}}$$

Zeemann-Effekt  
H\u00fc

Zeemann-Effekt  
Kern

Hyperfine-WW.  
Entkoppelte  $\vec{I}$  und  $\vec{J}$   
Aus Vektormodell

Bei starkem Magnetfeld wieder Paschen-Back Effekt, d.h. keine Kopplung zum gesamten Drehimpuls  $F$ , sondern Kernspin richtet sich im \u00e4u\u00dferen statt inneren Magnetfeld

Achtung:

- Vorzeichen  $m_I$  richtet sich nach  $\vec{B}_0$
- $B_J$  kann aber  $\parallel$  oder  $\uparrow\downarrow$  sein und das Vorzeichen des  $\Delta E$  bestimmen

$$a = \frac{g_I \mu_K B_J}{\sqrt{j(j+1)}}$$

Transversale  
Komponenten von  
 $B_J$  durch schnelle  
Pr\u00e4zession von  $J$   
im Mittel null.

# Zum Mitnehmen

---

Energieniveaus nur abhängig von Gesamtdrehimpuls- $QZ j$ , wenn man sehr kleine höhere Ordnung Korrekturen (Lamb-Shift) weglässt.  
Lamb-Shift verschiebt auch Niveaus mit gleichen  $QZ j$ .

**Ursache:** Strahlungskorrekturen der Quantenelektrodynamik QED.  
wie z.B. Photonemission und Reabsorbtion des Elektrons. Hierdurch entsteht eine Art "Zitterbewegung", wodurch das Elektron nahe am Kern weniger stark am Kern gebunden ist, wodurch die Energie erhöht wird.

**Hyperfeinstruktur:** Aufspaltung der Energieniveaus eines Atomes aufgrund der Kopplung des magnetischen Kernmomentes mit dem von den Elektronen der Atomhülle am Kernort erzeugten Magnetfeld .