

Einteilung der Vorlesung

VL1. Einleitung

Die fundamentalen Bausteine und Kräfte der Natur

VL2. Experimentelle Grundlagen der Atomphysik

2.1. Masse, Größe der Atome

2.2. Elementarladung, spezifische Ladung des Elektrons

2.3 Massenspektroskopie

2.4. Struktur der Atome, Rutherford-Streuversuch

VL3. Photonen (Quanteneigenschaften des Lichts I)

3.1. Photoeffekt

3.2. Comptoneffekt

VL4. Photonen (Quanteneigenschaften des Lichts II)

3.3. Gravitationseffekte des Photons

3.4. Temperaturstrahlung

VL5. Materiewellen (Welleneigenschaften von Teilchen)

4.1. Beugung und Interferenz von Elektronen

4.2. Materiewellen und Wellenpakete

4.3. Heisenbergsche Unschärferelation

Vorlesung 4: Das Photon

Roter Faden:

Eigenschaften des Photons

Photoeffekt	}	->VL3
Comptonstreuung		
Gravitation	}	->VL4
Plancksche Temperaturstrahlung		

Folien auf dem Web:

<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/>

Teilweise benutzte Skripte:

<http://www.wmi.badw-muenchen.de/E23/lehre/skript/>

<http://www.ifp.tuwien.ac.at/institut/lva/skripten/>

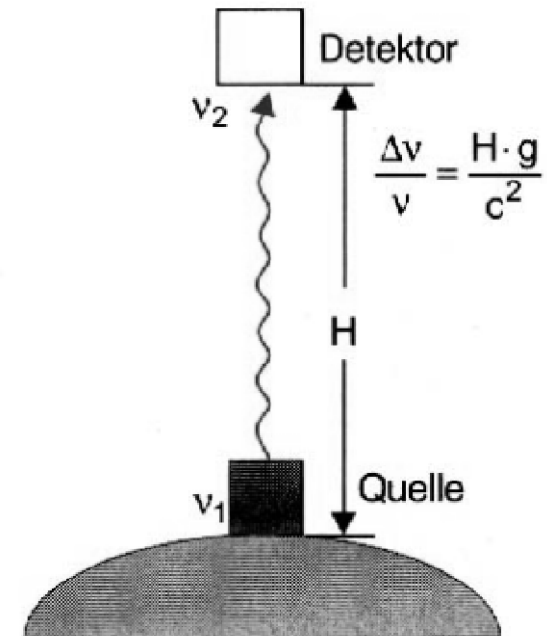
3.3. Gravitationseffekte des Photons

Gravitationseffekt beim Photon

Das Photon hat eine relativistische Masse $m = E/c^2 = hv/c^2$ und empfindet dementsprechend eine Gravitationskraft, die sich als Rotverschiebung (oder Blauverschiebung bei “fallendem” Photon) im Gravitationsfeld bemerkbar macht.

Diese Rotverschiebung wurde im berühmten Experiment von Pound und Repka (1960) nachgewiesen: durch Gravitation verliert ein Photon bei der Höhe H nach Newtonscher Mechanik die Energie $mgH = h\Delta v$ und mit Photonmasse $m = hv/c^2$

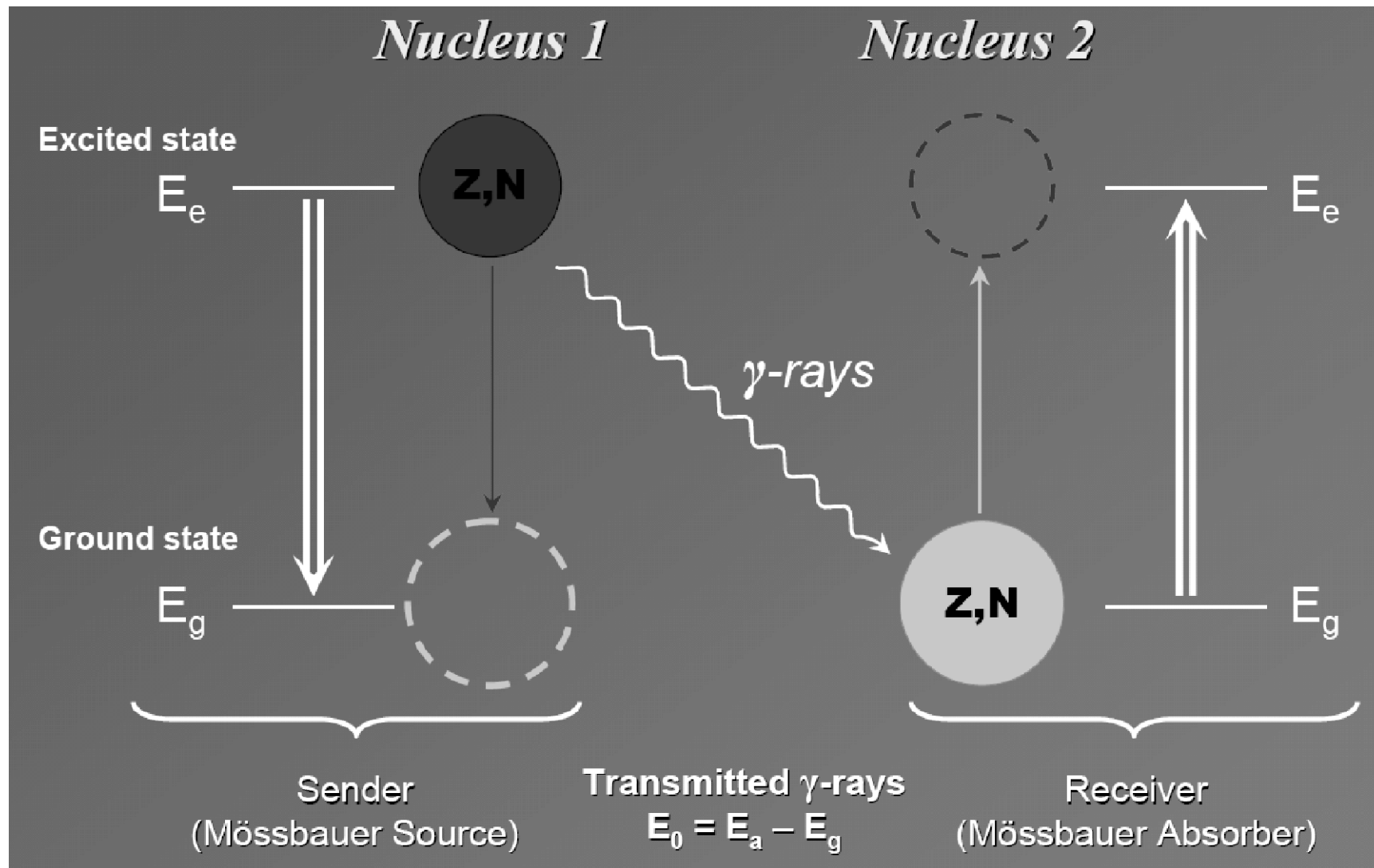
folgt $\Delta v/v = gH/c^2$



Effekte jedoch sehr klein ($\Delta v/v \approx 4 \cdot 10^{-15}$ für $H = 45\text{m}$).

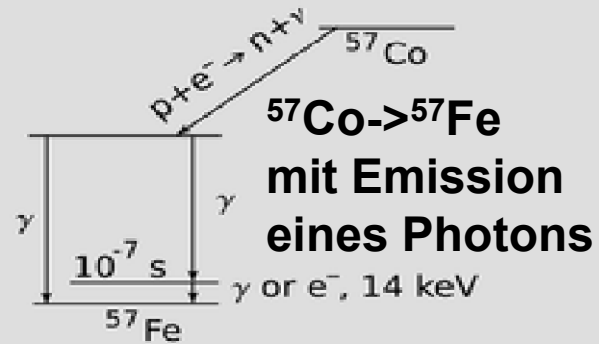
Trick: benutze Mössbauer-Effekt um Frequenzverschiebungen sehr genau zu messen. (PS. Korrekte Beschreibung nach der Allgemeinen Relativitätstheorie ergibt für kleine Δv die gleiche Antwort)

Mössbauer Effekt (Nobelpreis 1961)

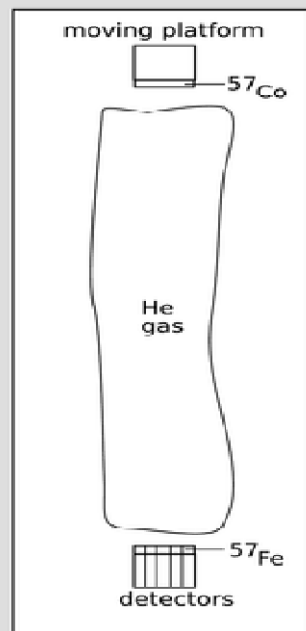


[/tu-dresden.de/die_tu_dresden/fakultaeten/fakultaet_mathematik_und_naturwissenschaften/fachrichtung_physik/ifp/methoden/mb_spek/mb-effekt-guetlich.png](http://tu-dresden.de/die_tu_dresden/fakultaeten/fakultaet_mathematik_und_naturwissenschaften/fachrichtung_physik/ifp/methoden/mb_spek/mb-effekt-guetlich.png)

Pound-Repka Versuch zur gravitativen Rotverschiebung der e.m. Strahlung



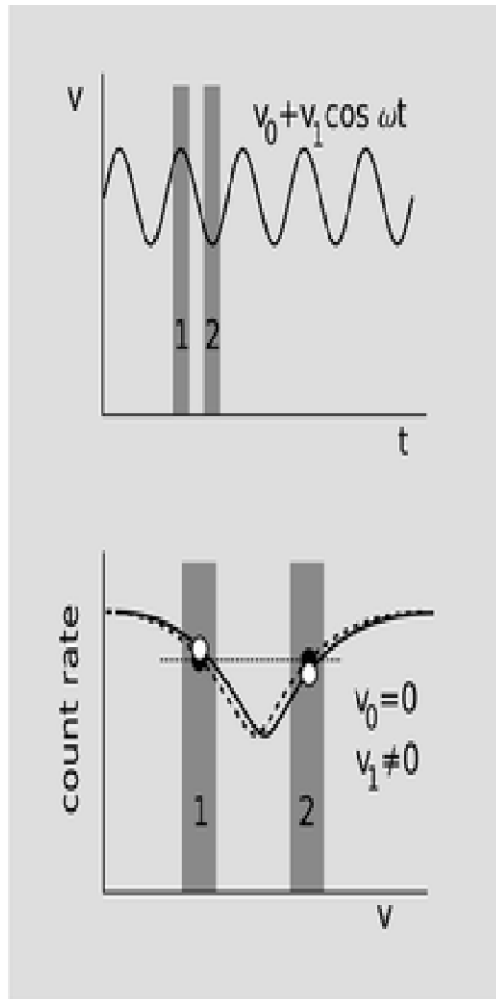
Pound und Repka benutzten die Schärfe der Mössbauer Linien um die sehr kleine Rotverschiebung der Photonen im Gravitationsfeld ($\Delta\nu/\nu \approx 10^{-15}$) in 1959 nachzuweisen durch den Abstand zwischen Quelle und Eisenabsorber bis zu 22 m zu variieren.



Pound und Repka oben und unten

http://www.lightandmatter.com/html_books/genrel/ch01/ch01.html#eg:pound-rebka

Pound-Repka Versuch zur gravitativen Rotverschiebung der e.m. Strahlung



Quelle wird sinusförmig variiert.

Photondetektoren (NaI Szintillator) messen Photonrate als Fkt. der Geschwindigkeit der Quelle. Wenn die Dopplerverschiebung Gravitationsverschiebung ausgleicht, werden Photonen absorbiert in Fe Folie und nimmt die Zählrate ab.

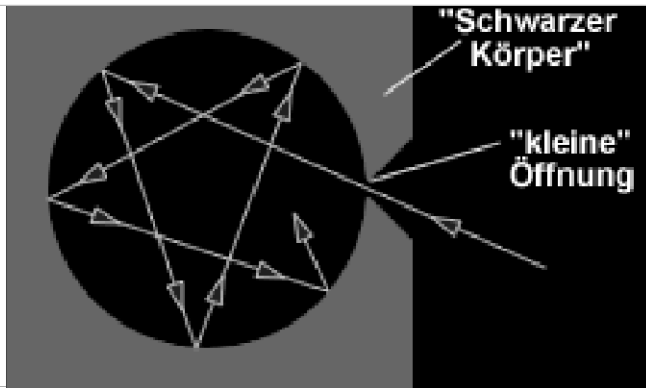
Exp. beweist, dass für Photon gilt:
$$m=E/c^2=hv/c^2$$

http://www.lightandmatter.com/html_books/genrel/ch01/ch01.html#eg:pound-rebka

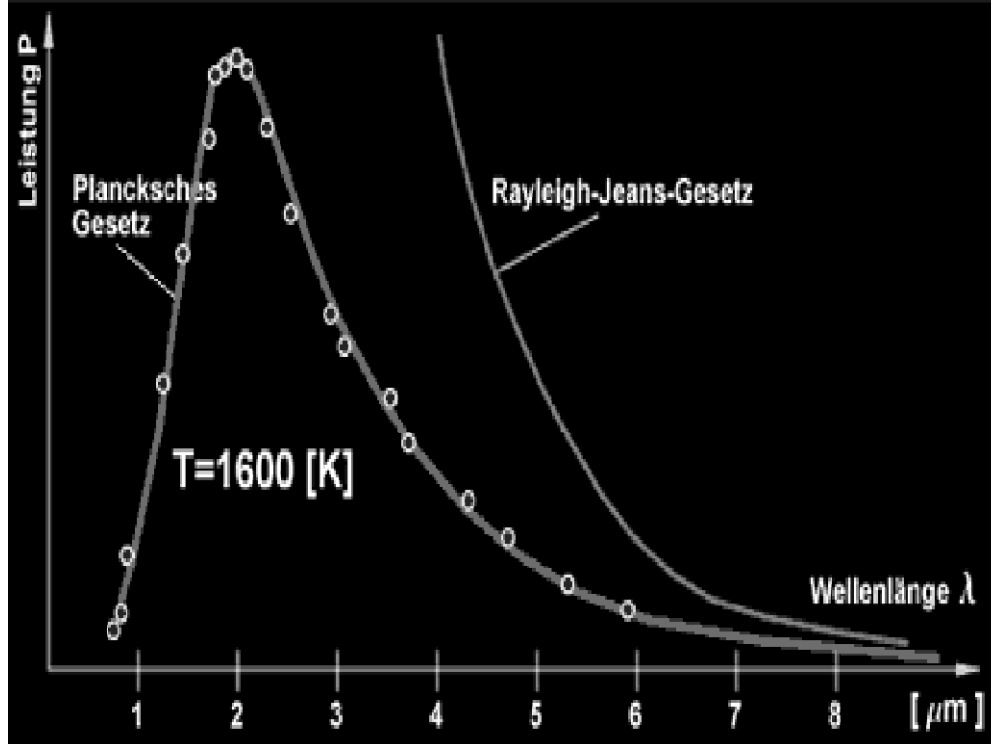
3.4. Temperaturstrahlung

Temperaturstrahlung oder Hohlraumstrahlung oder Schwarzkörperstrahlung

Strahlung eines sogenannten 'Schwarzen Körpers' ist nichts anderes als ein System, das sämtliche einfallende Strahlung absorbieren soll. Am nächsten kommt man diesem Idealfall mit einem Hohlraumstrahler, der ungefähr so aussieht:



Strahlungsleistung P eines Hohlraumstrahlers als Funktion von Wellenlänge λ (bei Temperatur $T=1600$ K)



Die austretende Strahlung ist unabh. vom Material und hat ein Maximum bei einer Wellenlänge, das - wie Wilhelm Wien zeigen konnte - bei $2,898[\mu\text{m}]/T[\text{K}]$ liegt. D.h. je größer die Temperatur des schwarzen Körpers ist, desto weiter verschiebt sich das Maximum zu *kleineren* Wellenlängen hin. Das ist das **Wiensche Verschiebungsgesetz**. Klassisch nicht erklärbar, siehe Kurve.

Rayleigh-Jeans Gesetz

Die Spektralverteilungsfunktion lässt sich nach der klassischen Thermodynamik relativ einfach berechnen. Als Ergebnis erhält man die Gleichung von Rayleigh-Jeans:

$$P(\lambda, T) = \frac{8\pi k_B T}{\lambda^4}$$

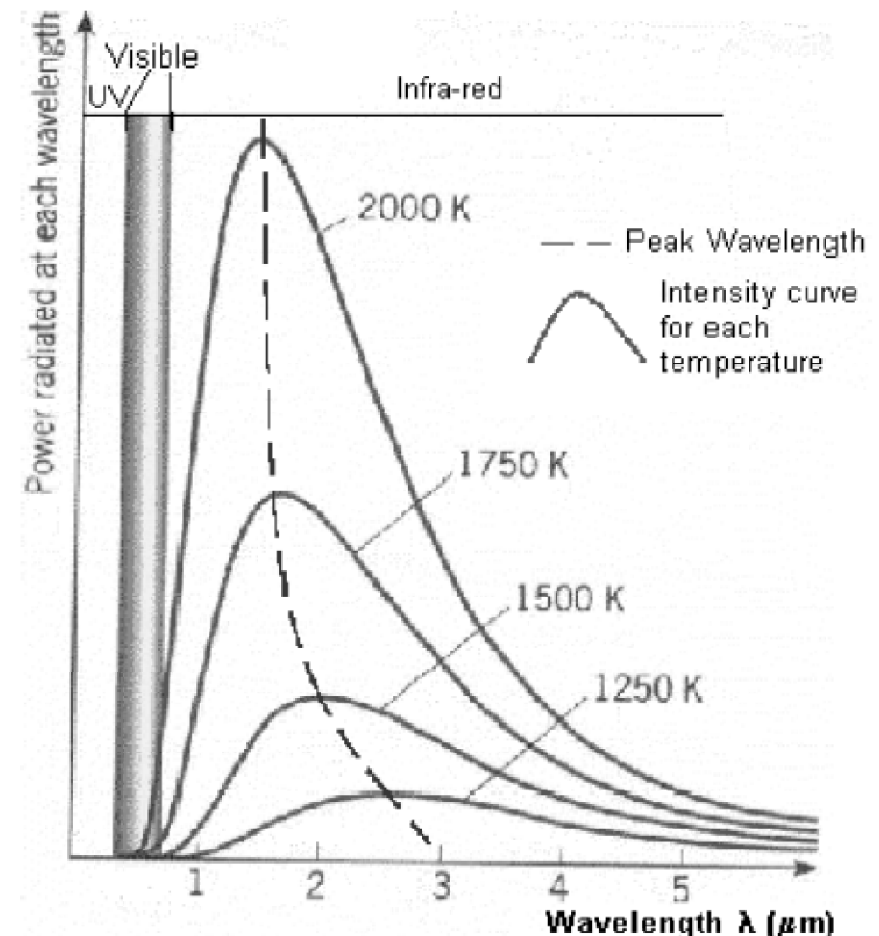
k_B ist dabei die Boltzmannkonstante. Im vorigen Diagramm ist das als blaue Kurve dargestellt. Man sieht, dass diese Beziehung nur bei großen Wellenlängen halbwegs vernünftig mit der Spektralfunktion übereinstimmt. Je kleiner die Wellenlängen werden, desto deutlicher weicht die Rayleigh-Jeans-Kurve von der 'richtigen' Verteilung ab. Da λ im Nenner steht, strebt dieser Wert gegen unendlich, wenn λ gegen 0 geht, was man auch als 'Ultraviolett katastrophe' bezeichnet hat.

Schwarzkörperstrahlung nach Planck (ohne UV-Kat.)

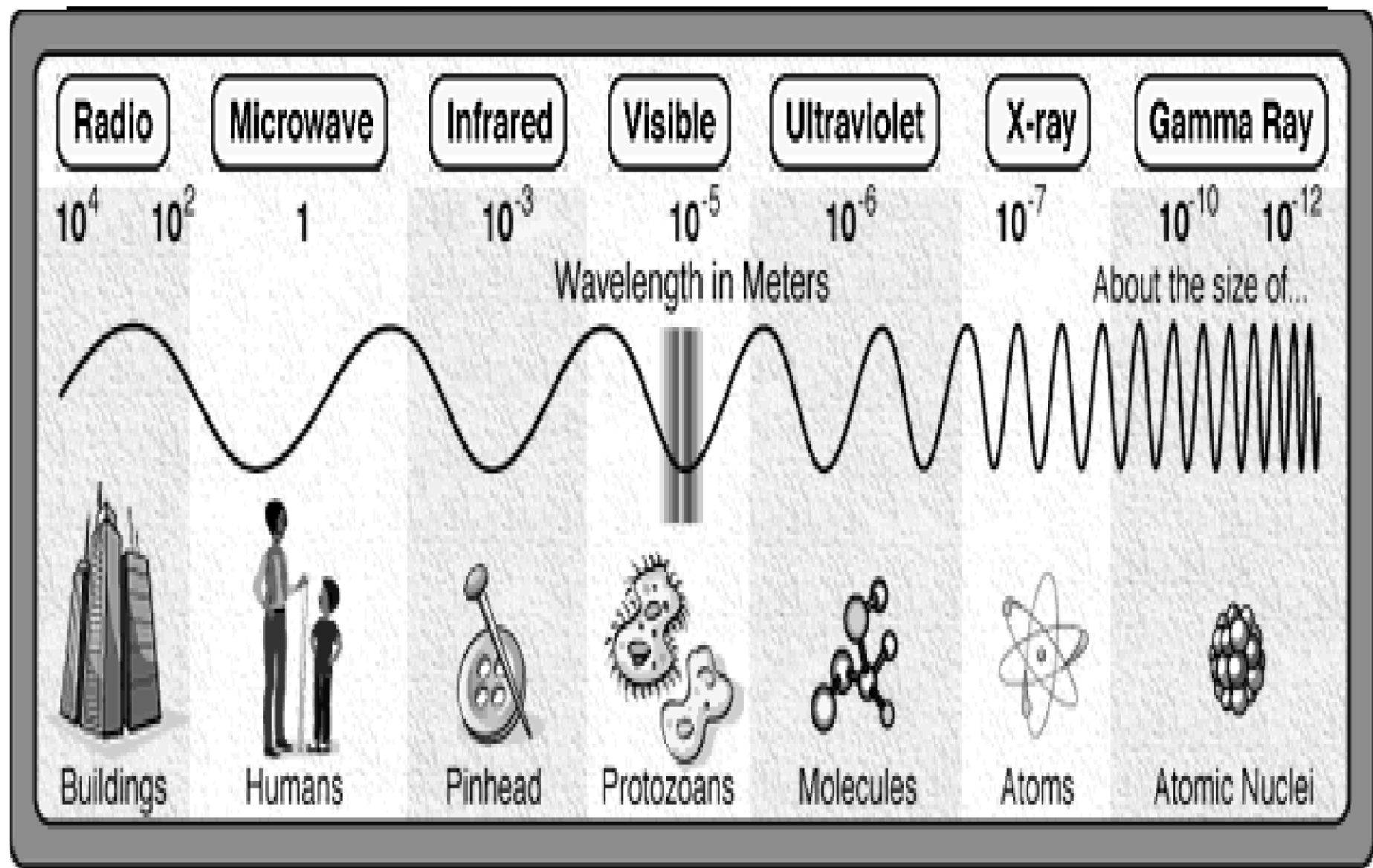
- Die Charakteristik der Schwarzkörperstrahlung ist nur von der Temperatur an der Oberfläche des Strahlers abhängig.
- Stefan-Boltzmann: **Energiedichte $\sim T^4$**
- Wien: $\lambda_{\text{max}} T = \text{const} = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$.
- Plancksche Intensitätsverteilung:

$$I(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

Für große Wellenlängen:
 $\exp(hc/\lambda kT) = 1 + hc/\lambda kT$, d.h.
 $I \propto 1/\lambda^4$, wie vom klassischen
Rayleigh-Jeans Gesetz
erwartet



Das elektromagnetische Spektrum





Aus Planck's Nobelpreis Rede

Eventually after some weeks of the hardest work of my life, light entered the darkness, and a new inconceivable perspective opened up before me. ...

Because [a constant in the radiation law] represents the product of energy and time ... I described it as the elementary quantum of action. ... As long as it was looked on as infinitely small ... everything was fine; but in the general case, however, a gap opened wide somewhere or other, which became more striking the weaker and faster the vibrations considered. Either the quantum of action was a fictional quantity, then the whole deduction of the radiation law was essentially an illusion or the derivation of the radiation law was based on a sound physical conception. In this case the quantum of action must play a fundamental role in physics, and here was something completely new, never heard of before, .. My futile attempts to put the elementary quantum of action into the classical theory continued for a number of years and they cost me a great deal of effort.

Herleitung der Planckschen Strahlungsformel nach Einstein

Planck erklärte seine Formel durch die Annahme, dass die Wellen in einem Hohlraum sich verhalten wie harmonische Oszillatoren, die nur diskrete Energiewerte $E = nh\nu$ annehmen können und bei diesen Energien Strahlung absorbieren und emittieren.

Einstein konnte in 1917, nach der Entdeckung der Photonen und die Quantisierung der Energieniveaus der Atome die Plancksche Strahlungsformel relativ einfach herleiten.
Es gibt folgende Möglichkeiten für die Strahlung:

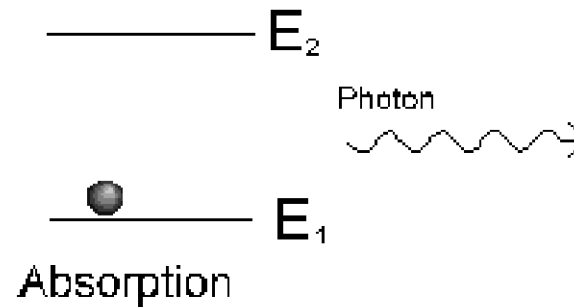
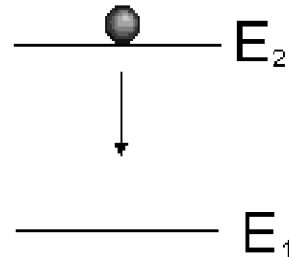
- a) Spontane Emission nach einem niedrigen Niveau unter Aussendung eines Photons (unabh. von Strahlungsdichte)
- b) Absorption eines Photons ($\propto$ Photonendichte) und Übergang nach einem höheren Niveau
- c) Induzierte Emission ($\propto$ Photonendichte) und Übergang nach einem höheren Niveau

Nur nach dieser Verknüpfung von Photoeffekt, Comptonstreuung, Bohrsche Atommodell und Plancksche Strahlungsformel wurde Plancks Quantenhypothese akzeptiert. Er gilt als Gründer der Quantenmechanik.

Bildliche Darstellung der möglichen Übergängen bei Schwarzkörperstrahlung

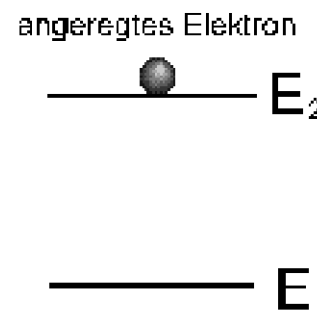
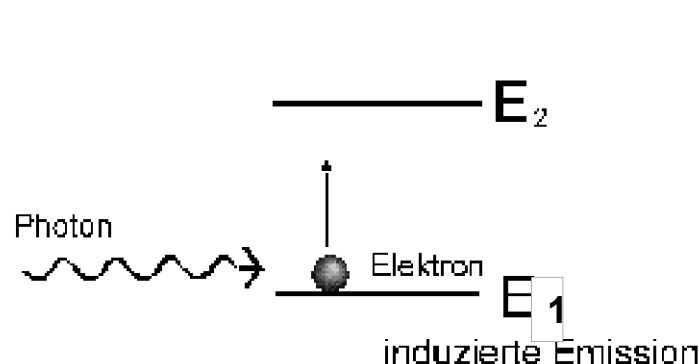
spontane Emission

angeregtes Elektron



$$dN_{21} = A_{21}N_2dt$$

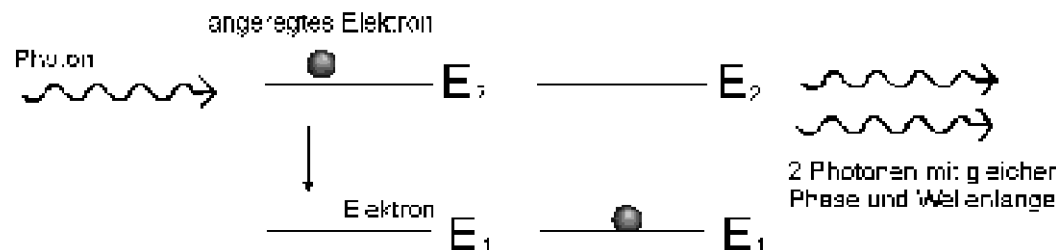
N_1, N_2 sind die
Besetzungszahlen



$$dN_{12} = B_{12}u(\nu) N_1dt,$$

$u(\nu)$ = Dichte der Photonen;

A_{21}, B_{21}, B_{12} sind die
Einsteinkoeffizienten



$$dN_{21} = B_{21} u(\nu)N_2dt$$

Herleitung der Planckschen Streuformel nach Einstein

Induzierte Emission: $dN_{21} = B_{21} u(\nu) N_2 dt$

Spontane Emission: $dN_{21} = A_{21} N_2 dt$ (unabhängig von der Dichte der Photonen)

Im thermischen Gleichgewicht: $dN_{12} = dN_{21}$ oder $\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12} u(\nu)}{A_{21} + B_{21} u(\nu)}$ (1)

Im thermischen Gleichgewicht sind die Besetzungszahlen

auch durch die Boltzmann-Statistik gegeben: $\frac{N_2}{N_1} = \frac{\exp(\frac{-E_1}{kT})}{\exp(\frac{-E_2}{kT})}$ (2)

Aus (1) + (2) = (3):

$$u(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12} \exp(\frac{h\nu}{kT}) - B_{21}}$$

Randbedingungen:

- $T \rightarrow \infty$ ergibt $u(\nu) \rightarrow \infty$. Nach (3) kann $u(\nu)$ nur ∞ werden

$$B_{12} = B_{21}$$

- Bei kleinen Frequenzen : $u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} kT$ (RJ-Gesetz), dann gilt:

$$u(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{kT}{h\nu} \rightarrow \left| \frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \right| (4)$$

Aus (3) und (4) :

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1}$$

Zusammenfassung

Im Einheitsvolumen und dem Frequenzintervall $(\nu, \nu + d\nu)$ sind

$$n_\gamma(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (5.3)$$

Photonen der Energie $h\nu$ enthalten. Zur Herleitung dieser Formel sei auf die Thermodynamik und Quantenmechanik verwiesen. Gegen Ende des 19. Jahrhunderts brauchte man dazu übrigens 40 Jahre. Erstaunlicherweise hängt Plancks Formel von lediglich einer Variablen, der Temperatur T ab. Der Peak des Energiespektrums von Photonen im thermischen Gleichgewicht liegt bei

$$\nu_{max} \approx 6 \times 10^{10} T, \quad (5.4)$$

wenn ν in Hertz und T in Kelvin gegeben sind.

Die Gesamtzahl der Photonen im Einheitsvolumen, die *Anzahldichte* N_γ ist gegeben durch

$$N_\gamma = \int_0^\infty n_\gamma(\nu) d\nu \approx 1.202 \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{kT}{ch} \right)^3. \quad (5.5)$$

Da jedes Photon der Frequenz ν die Energie $h\nu$ trägt, ist die Gesamtenergiedichte der Strahlung durch das *Stefan-Boltzmann-Gesetz*

$$\epsilon_\gamma = \int_0^\infty h\nu n_\gamma(\nu) d\nu = \frac{\pi^2}{15} \frac{k^4 T^4}{h^3 c^3} \equiv a T^4 \quad (5.6)$$

Wiensches Verschiebungsgesetz

Durch Differenzieren der Plank'schen Verteilung:

$$\frac{T}{\nu_{\max}} = \text{const.}$$

$\Rightarrow$

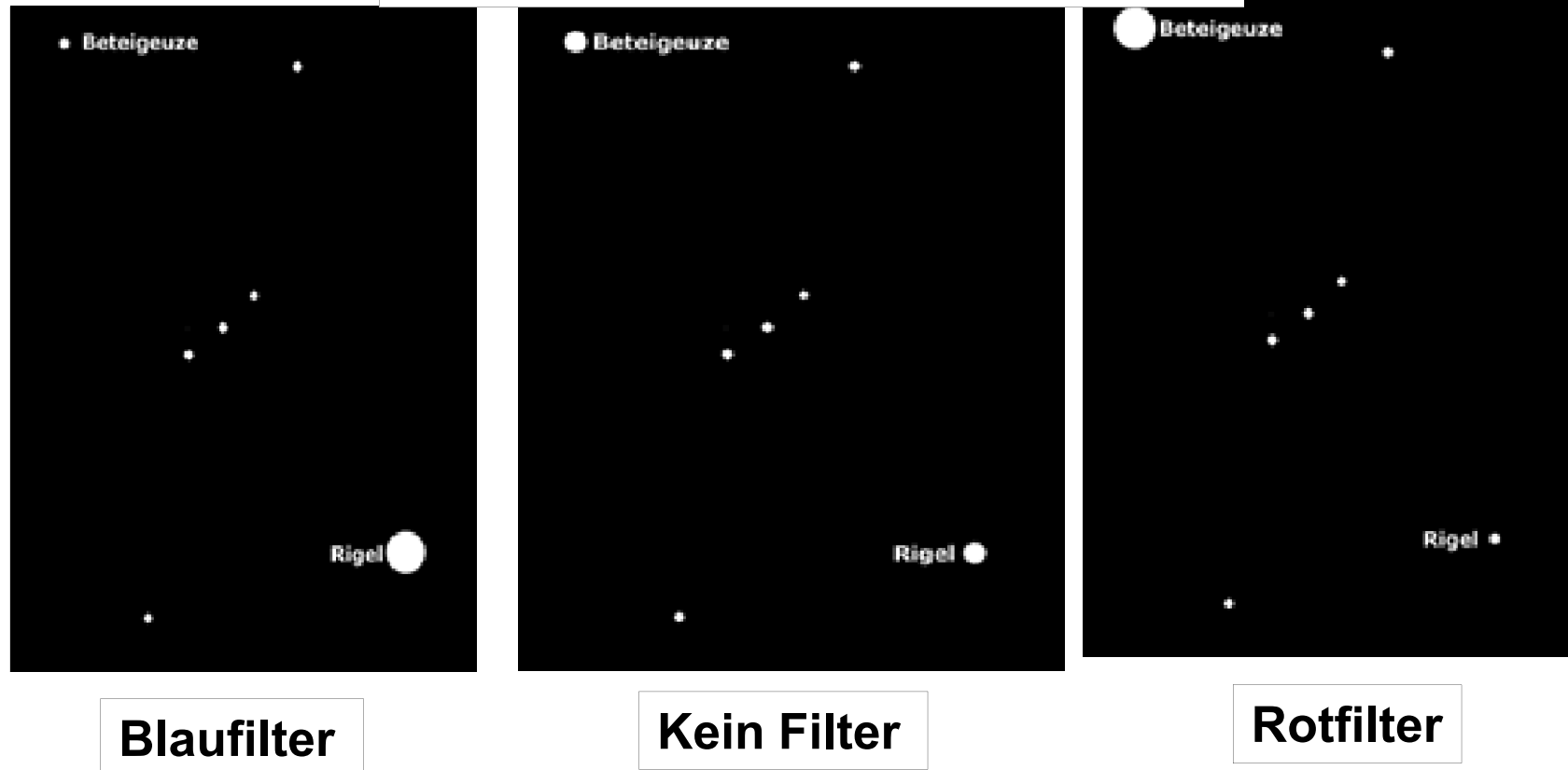
$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{const} = 2.9 \cdot 10^{-3} [\text{m} \cdot \text{K}]$$

Wien'sches
Verschiebungsgesetz

Beispiel: Oberflächentemperatur der Sonne etwa 5500 K, zugehörige Wellenlänge $\lambda_{\max}$ 530 nm (im Grünen)

Farbe und Helligkeit L der Sterne starke Fkt. der Temperatur: $\text{Freq.} \propto T$ und $L \propto T^4$

Helligkeit im Bild prop. zur Fläche



Durch Verschiebungsgesetz sind die Helligkeiten der Sterne eine starke Funktion der Farbe! Brauche mehrere Filter um Abstand zu bestimmen.

Der Urknall und seine Teilchen

Kosmologie

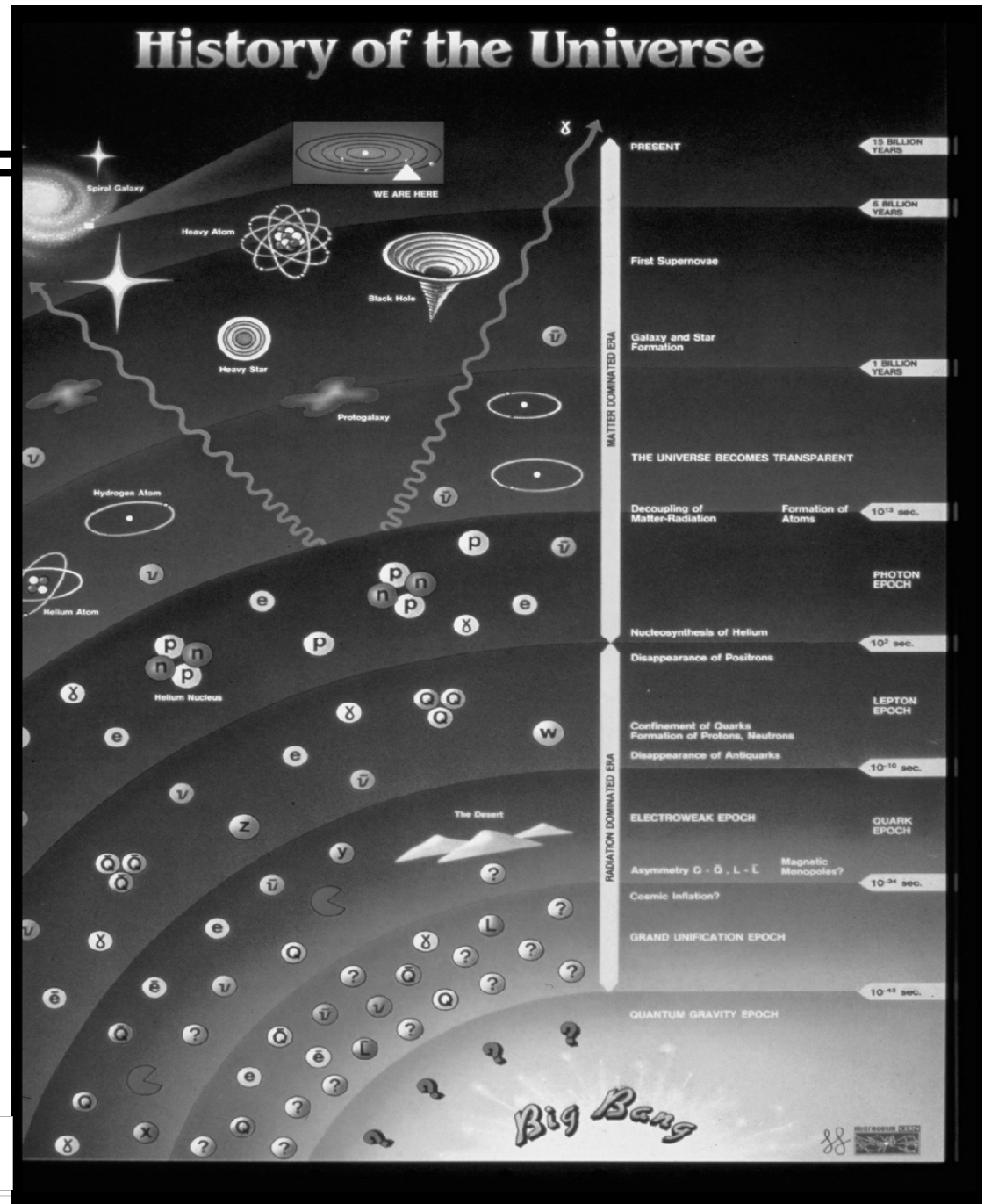
Astrophysik

Teilchenphysik

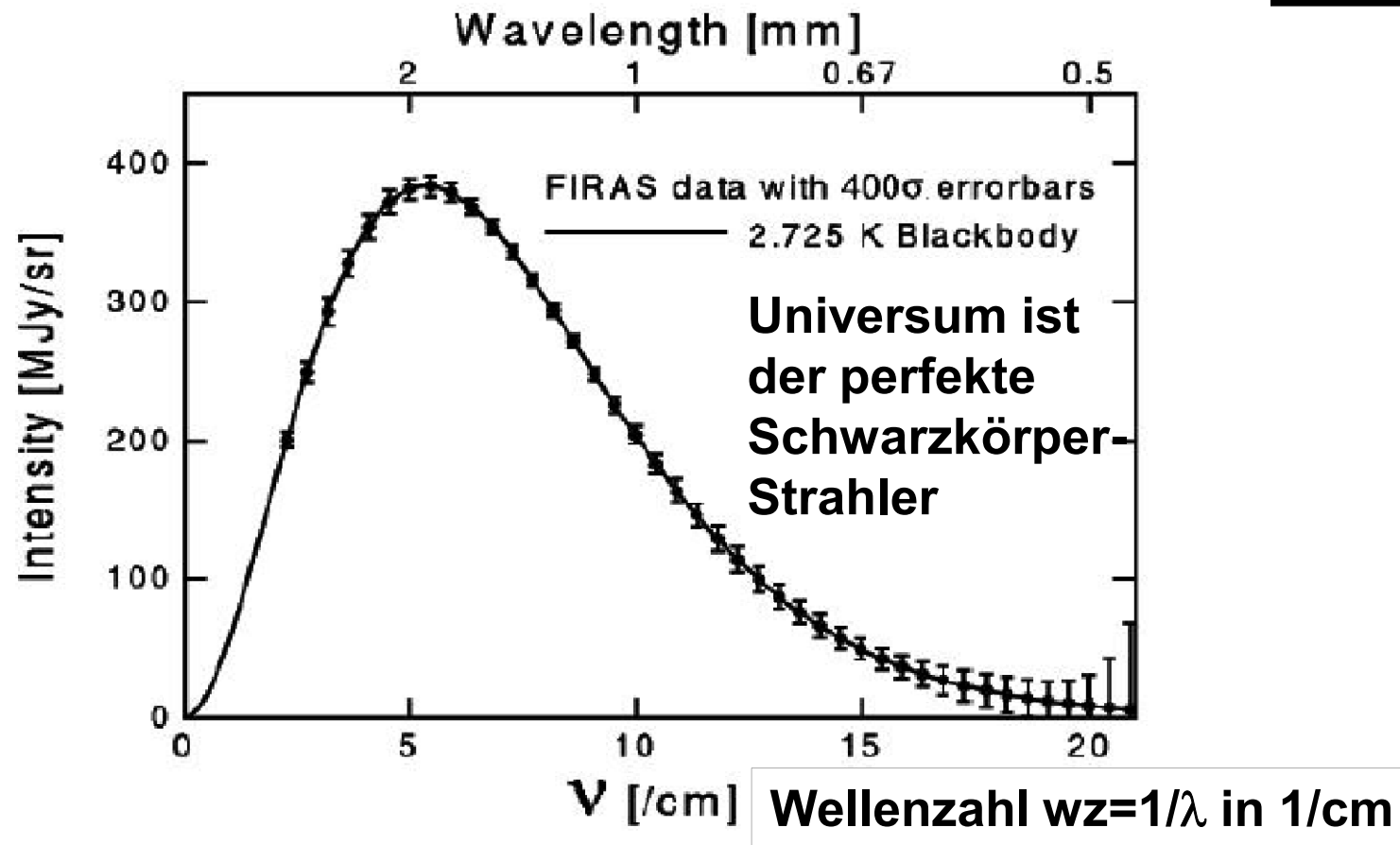
seine Teilchen

Der Urknall

Siehe VL Kosmologie in WS

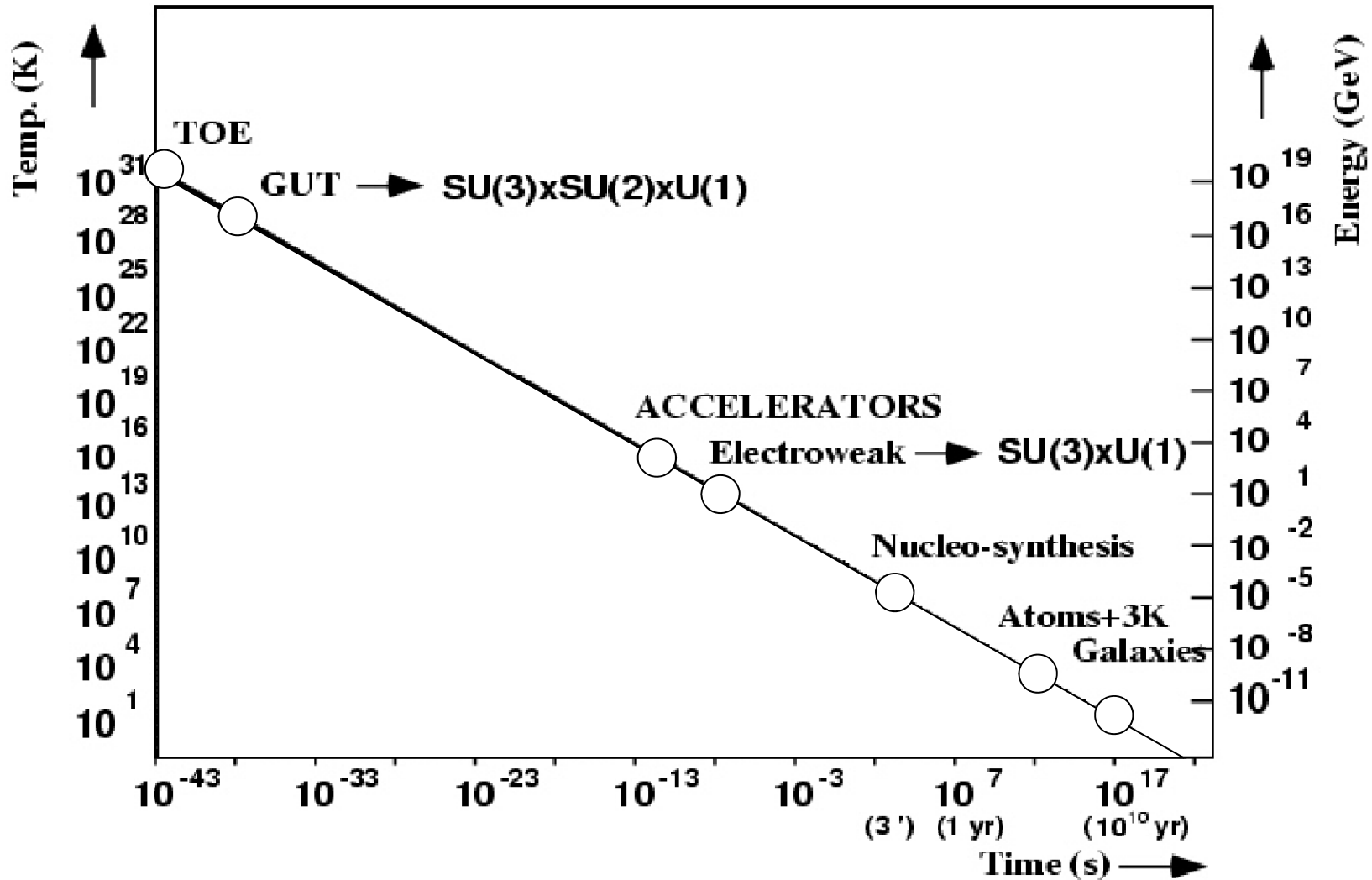


Temperatur unseres Universums aus der kosmischen Hintergrundstrahlung



$T = 2.728 \pm 0.004 \text{ K} \Rightarrow$ Dichte der Photonen 412 pro cm^3
Wellenlänge der Photonen ca. 1,5 mm, so dichteste Packung
ca. $(10 \text{ mm} / 1.5 \text{ mm})^3 = \text{ca. } 300/\text{cm}^3$, so 400 sind viele Photonen/ cm^3

Temperaturentwicklung des Universums



Zum Mitnehmen

Planck postulierte in 1900 die Quantisierung der elektromagnetische Strahlung um die Spektralverteilung der Strahlung eines Schwarzen Körpers zu erklären. Damit war die Quantenmechanik geboren.

18 J. später lieferte Einstein die Herleitung der Planckschen Strahlungsformel in der Form von Absorption und Emission von Photonen.

Da Photonen Energie besitzen, haben sie nach $E=mc^2=h\nu$ eine Masse, die im Pound-Repka Versuch als Rotverschiebung im Gravitationsfeld beobachtet wurde.