

VL11. Das Wasserstoffatom in der QM II

11.1. Energiezustände des Wasserstoffatoms

11.2. Radiale Abhängigkeit (Laguerre-Polynome)

VL12. Spin-Bahn-Kopplung (I)

12.1 Bahnmagnetismus (Zeeman-Effekt)

12.2 Spinmagnetismus (Stern-Gerlach-Versuch)

VL13. Spin-Bahn-Kopplung (II)

13.1. Landé-Faktor (Einstein-deHaas Effekt)

13.2. Berechnung des Landé-Faktors

13.3. Anomaler Zeeman-Effekt

VL14. Spin-Bahn-Kopplung (III)

14.1. Vektormodell der Spin-Bahn-Kopplung

14.2. Das Experiment von Lamb und Retherford

14.3. Energieniveaus des Wasserstoffatoms

Vorlesung 13:

Roter Faden:

Landé-Faktor (Einstein-deHaas Effekt)
Berechnung des Landé-Faktors

Folien auf dem Web:

<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/>

Siehe auch: Demtröder, Experimentalphysik 3, Springer-Verlag

Und http://www.ipf.uni-stuttgart.de/lehre/online-skript/f30_11.html

Zusammenfassung Elektronspin

Eigenschaften des Elektrons:

- ▶ Spinquantenzahl $s=1/2$
- ▶ innerer Drehimpuls (Spin) $S = (s(s+1))^{1/2}$
- ▶ magnetische Spinquantenzahl $m_s = \pm 1/2$

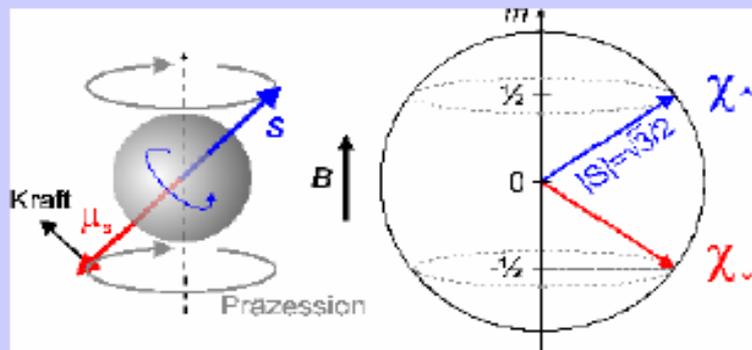
Magnetisches Moment des Elektrons

$$\vec{\mu}_s = -g_s \frac{e}{2m_e} \vec{S} = -g_s \mu_B \vec{S} / \hbar$$

mit dem **G-Faktor** $g_s = 2.0024$

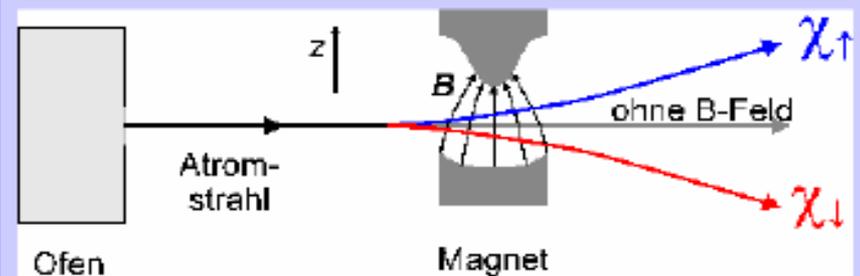
Die Wellenfunktion des Elektrons im H-Atom wird um den Spinanteil χ ergänzt, die nur 2 Werte annimmt

$$\Psi_{nlm m_s} = R_{nl} Y_l^m \chi_{m_s}$$



Der Spin kann als Rotation des Elektrons um die eigene Achse aufgefasst werden (links), wobei das Elektron allerdings punktförmig ist! Im Magnetfeld kann sich der Spin in zwei Positionen ausrichten (rechts). Dann bewirkt das Drehmoment eine Präzessionsbewegung.

Stern-Gerlach-Experiment



Ein Strahl aus wasserstoffähnlichen Atomen spaltet in einem Magnetfeldgradienten in zwei nach der magnetischen Spinquantenzahl getrennte Strahlen auf.

Erklärung

auf magnetisches Moment wirkt die Kraft

$$F_z = -\mu_z \frac{dB}{dz} = g_s \frac{em_s \hbar}{m_e} \frac{dB}{dz}$$

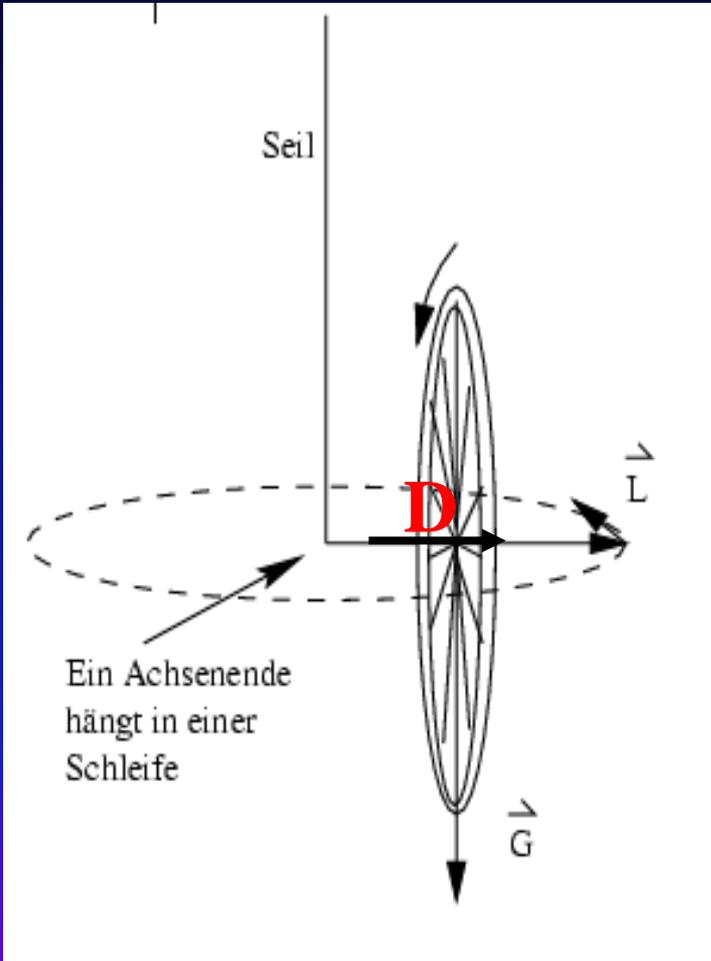
dies führt zur Ablenkung des Strahls in Abhängigkeit von der magnetischen Spinquantenzahl.

Im Magnetfeld erzeugt das magnetische Moment ein Drehmoment, das wie beim Kreisel zu einer Präzessionsbewegung mit der Larmor-Frequenz führt:

$$\omega_L = \frac{\vec{p}_m \times \vec{B}}{L_z} = \frac{p_m B}{L} = \frac{\mu_s B}{S} = \frac{2g_s}{\hbar} B \mu_B$$

**Bahnfreq. in B-Feld: $mv^2/r = evB$
oder $\omega = v/r = eB/m = 2\mu_B B/\hbar$**

Präzessionsfrequenz in klass. Mechanik



Beobachtung: drehendes Rad fällt nicht, sondern dreht sich in horizontaler Ebene.

Erklärung:

Gewichtskraft übt Drehmoment in horizontaler Richtung aus und $M=mgD=dL/dt$ schiebt

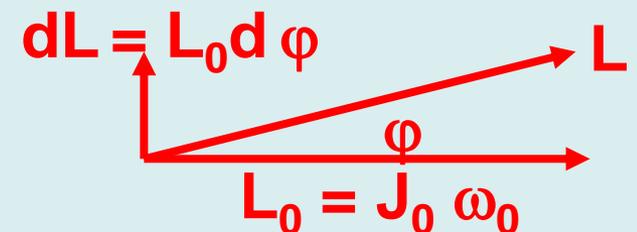
$\underline{L}_0=J_0 \underline{\omega}_0$ in die horizontale Richtung!

Diese Bewegung nennt man Präzession.

Präzessionsfrequenz aus

$M=dL/dt=L_0 d\varphi/dt=L_0 \omega_p$ oder

$$\omega_p = M/L_0 = M/J_0 \omega_0$$



Präzessionsfrequenz des Spins

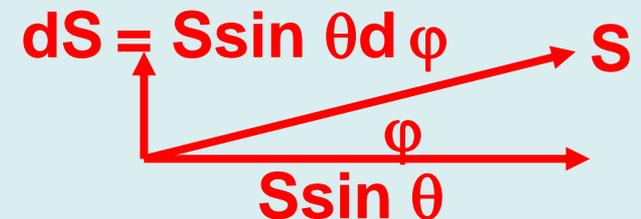
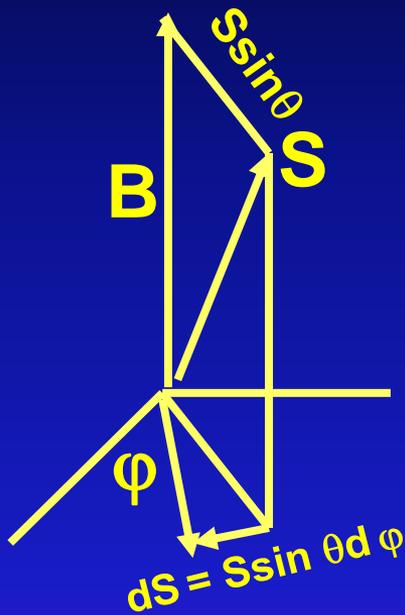
Beobachtung: Spin nicht parallel B, sondern dreht sich in horizontaler Ebene.

Erklärung:

Magnetfeld übt Drehmoment in horizontaler Richtung aus und $M = \mu \times B = -g_S (e/2m) B S \sin \theta = \gamma B S \sin \theta$ schiebt $S \sin \theta$ in die horizontale Richtung! $\gamma = g_S (e/2m) = \text{gyromagn. Verhältnis}$. Präzessionsfrequenz aus

$M = dS/dt = S \sin \theta d\varphi/dt = S \sin \theta \omega_L$ oder

$\omega_L = M / S \sin \theta = -\gamma B \sin \theta / S \sin \theta = -\gamma B$



Einstein-de Haas-Effekt

Bestimmung des Verhältnis magnetisches Momet des Elektrons zu Elektronenspin

Experiment: Eisenzylinder (Masse m , Radius R) hängt in longitudinalen B-Feld,

B hoch genug - Eisenzylinder in Sättigung $M = N \cdot \mu_s$; d.h. alle Spins der N freien Elektronen stehen antiparallel zur Feldrichtung

Feld wird umgepolt \rightarrow magnetischen Spinmomente klappen ebenfalls um - Änderung der Magnetisierung: $\Delta M = 2M = 2N \cdot \mu_{sz}$

M-messen $\rightarrow N \cdot \mu_{sz}$ bestimmen

$$\Delta S = 2N \cdot \mu_{sz} = N \cdot \hbar = -\vec{L} = -I \cdot \omega$$

Änderung des mechanischen Drehimpulses aller Elektronen muß durch entgegengesetzten Drehimpuls $-\vec{L}$ des Zylinders kompensiert werden.

Gesamtdrehimpuls des Systems muß erhalten bleiben.

Einstein-de Haas-Effekt

Drehimpuls (Zylinder): $I \cdot \omega = -N\hbar$

$I = \frac{1}{2}mR^2$...mechanisches Trägheitsmoment

Vorgang führt zu Torsion - Winkel φ wird gemessen

Bestimmung des gyromagnetischen Verhältnisses.

$$\frac{\Delta M}{\Delta s} = \frac{\mu_{sz}}{s_z} = \gamma_s$$

Für Bahndrehimpuls des Elektrons gilt: $\gamma_l = \frac{|\vec{\mu}_e|}{|\vec{l}|} = \frac{e}{2m_e} = \mu_B/\hbar$

Einstein-de-Haas Versuch: $\gamma_s \approx \frac{e}{m_e} = 2\gamma_l$

Verhältnis magnetisches Moment zu mechanischen Drehimpuls ist für Spin doppelt so groß als für Bahndrehimpuls!

Man schreibt analog zu $\vec{\mu}_l = (\mu_B/\hbar) \cdot \vec{l}$

$$\vec{\mu}_s = -g_s(\mu_B/\hbar) \cdot \vec{s}$$

$g_s \approx 2$ "Lande-Faktor"

Einstein-de Haas-Effekt

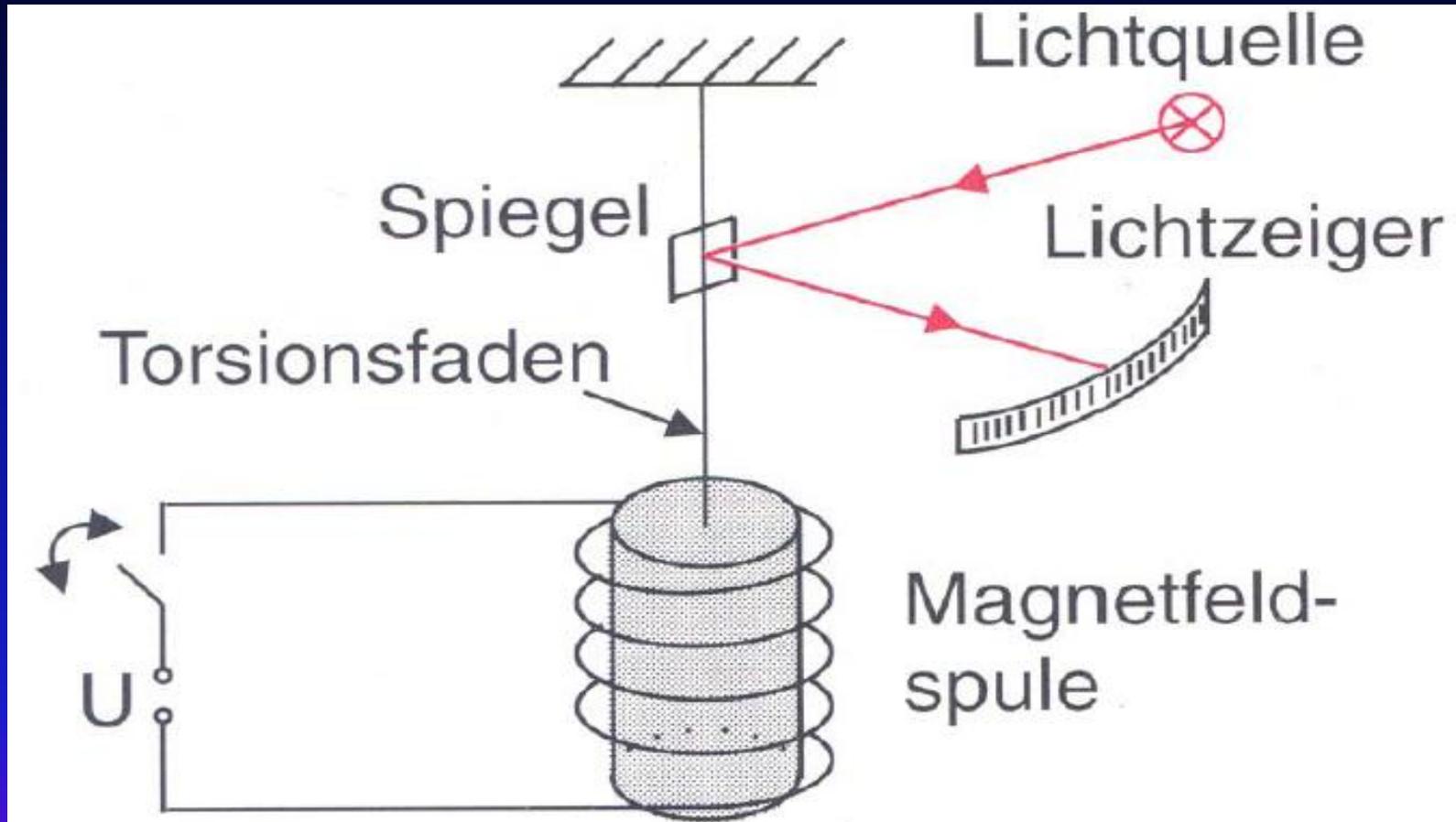


Abb. 5.17. Einstein-de Haas-Effekt

Praxis: Wechslung des Magnetfeldes bei Resonanzfreq.

<http://ssv.prp.physik.tu-darmstadt.de/~schaefer/edh/bewegungsgleichung.html>

- Dem rücktreibenden Moment:

$$D_R = -J \cdot \omega_0^2 \cdot \varphi$$

(bei ω_0 handelte es sich um die Eigenfrequenz des ungedämpften Systems)

Rücktreibendes Moment: $D=J\ddot{\varphi}$

- Dem dämpfenden Moment aufgrund von Reibung:

$$D_k = -k \cdot \varphi'$$

(k : Dämpfungskonstante)

Reibung: $D= -k\dot{\varphi}$

- Und dem Moment, das durch die zeitliche Änderung der Längsmagnetisierung (hier M_B genannt) hervorgerufen wurde, dadurch dass wir einen Wechselstrom an der Spule anlegten.

$$D_A = -\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{d}{dt} M_B$$

Magnetisierung (klein!!!)

$$\text{mit } M_B = M_{B_0} \cdot e^{i\omega t}$$

γ = gyromagnetisches Verhältnis

Zusammenaddiert erhielten wir folgende Bewegungsgleichung:

$$J \cdot \varphi'' = -J \cdot \omega_0^2 \cdot \varphi - k \cdot \varphi' - \frac{1}{\gamma} M_B'$$

Lösung: Wechslung des Magnetfeldes bei Resonanzfreq.

Zur Lösung wählen wir einen komplexen Ansatz:

$$\varphi = \varphi_0 \cdot e^{i(\omega t + \alpha)}$$

$$\varphi' = i \cdot \omega \cdot \varphi_0 \cdot e^{i(\omega t + \alpha)}$$

$$\varphi'' = -\omega^2 \cdot \varphi_0 \cdot e^{i(\omega t + \alpha)}$$

Eingesetzt in die Bewegungsgleichung, teilen wir gleich durch $e^{i(\omega t + \alpha)}$ und erhielten nun folgende Zeile:

$$-J \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 = -J \cdot \omega_0^2 \cdot \varphi_0 - i \cdot k \cdot \omega \cdot \varphi_0 - i \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \omega \cdot M_{B_0} \cdot e^{-i\alpha}$$

Wir formten um:

$$\varphi_0 \cdot (J \cdot \omega_0^2 - J \cdot \omega^2 + i \cdot k \cdot \omega) = -i \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \omega \cdot M_{B_0} \cdot e^{-i\alpha}$$

$$\varphi_0 \cdot e^{i\alpha} = \frac{-i \cdot \omega \cdot M_{B_0}}{\gamma \cdot J \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) + i \cdot k \cdot \gamma \cdot \omega}$$

Erweiterten mit i :

$$\varphi_0 \cdot e^{i\alpha} = \frac{\omega \cdot M_{B_0}}{i \cdot \gamma \cdot J \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) - k \cdot \gamma \cdot \omega}$$

Bildeten den Betrag:

$$|\varphi_0 \cdot e^{i\alpha}| = \varphi_0 = \frac{\omega \cdot M_{B_0}}{\sqrt{\gamma^2 \cdot J^2 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (k \cdot \omega \cdot \gamma)^2}}$$

Setzen, für die Resonanzkatastrophe, die von außen angelegte Frequenz gleich der Eigenfrequenz $\omega = \omega_0$, und erhielten für den Auslenkwinkel:

$$\varphi_0 = \frac{M_{B_0}}{k \cdot \gamma}$$

**Ausschlag $\propto B/\gamma$
Jedoch Dämpfung
und Hysterese unsicher.
Schwierig! Heute wissen wir:**

$$\gamma_s \approx \frac{e}{m_e} = 2\gamma_1$$

Magnetisierung

In Materie induzierte Wirbelströme erzeugen ein magnetisches Moment:

$$P_m = IA = jldA$$

Daraus definieren wir die **Magnetisierung**

$$J = \frac{P_m}{V} = jd \quad [\text{A/m}]$$

Wie in einer Spule  entsteht daraus das Feld

$$\vec{B}_m = \mu_0 \frac{jdl}{l} = \mu_0 \vec{J}$$

Das Gesamtfeld innerhalb Materie ist also

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J}$$

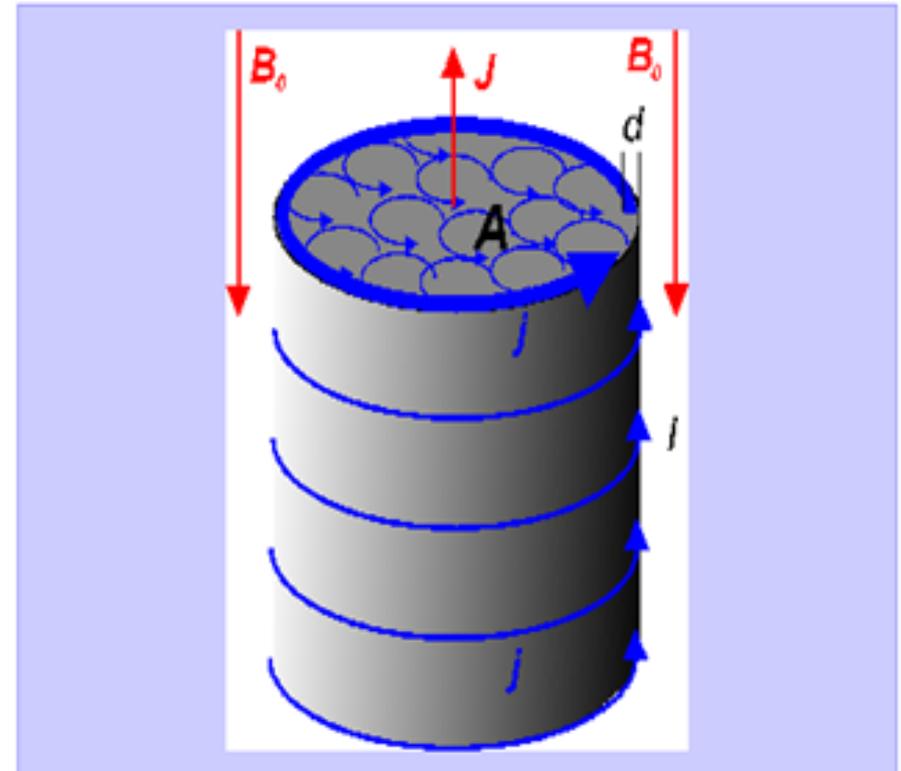
Für Stoffe mit der Eigenschaft

$$\vec{J} = \frac{\chi}{\mu_0} \vec{B}_0$$

Gilt:

$$\vec{B} = (1 + \chi) \vec{B}_0 = \mu \vec{B}_0$$

Wirbelströme heben sich im Innern auf. Effektiv fließt ein Oberflächenstrom in einer Schichtdicke d .



Materialeigenschaften:

- Suszeptibilität: χ [-]
- Permeabilität: $\mu_r = 1 + \chi$ [-]

Diamagnetismus und Paramagnetismus

Diamagnetismus liegt vor wenn:

- ▶ $\chi < 0$
- ▶ $\mu_r < 1$
- ▶ $|\chi| \ll 1$

Das äußere Feld wird geschwächt: $B < B_0$

Wegen $\vec{F} = (\vec{p}_m \nabla) \vec{B}$

$$\vec{F} = (\vec{p}_m \nabla) \vec{B} = V \frac{\chi}{\mu_0} (\vec{B}_0 \nabla) \vec{B}_0 < 0$$

werden diamagnetische Stoffe von einem Feldgradienten **abgestoßen**.

Entsteht durch:

- Induktion von Wirbelströmen (klingt wegen elektrischem Widerstand ab).
- Induktion von Strömen in gebundenen Elektronen

$$\chi = -\frac{1}{2} \mu_0 n Z \frac{e^2}{m} \langle r^2 \rangle$$

Atom mit Radius r , Ladungszahl Z , Elektronenmasse m und Dichte n .

Paramagnetismus liegt vor wenn:

- ▶ $\chi > 0$
- ▶ $\mu_r > 1$
- ▶ $|\chi| \ll 1$

Das äußere Feld wird gestärkt: $B > B_0$

Hier ist

$$\vec{F} = V \frac{\chi}{\mu_0} (\vec{B}_0 \nabla) \vec{B}_0 > 0$$

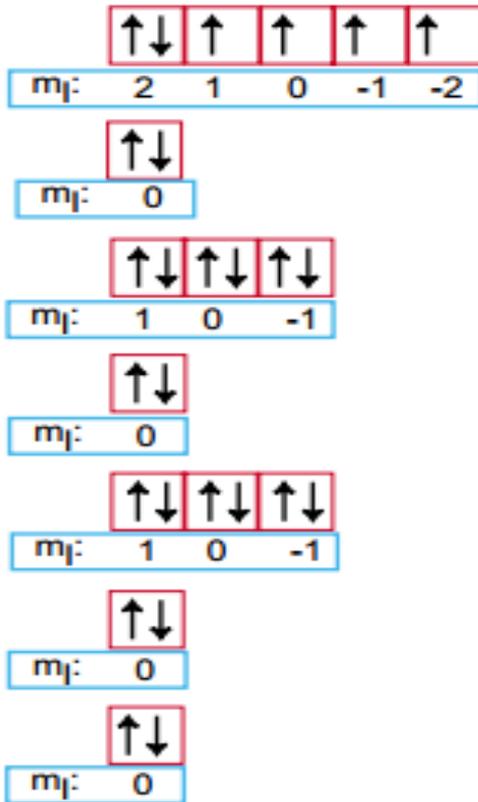
Paramagnetische Stoffe werden von Feldgradienten **angezogen**.

Entsteht durch:

- Ausrichtung von atomaren permanenten Dipolen

Paramagnetische Stoffe

Fe: 5D_4



Ni: 3F_4

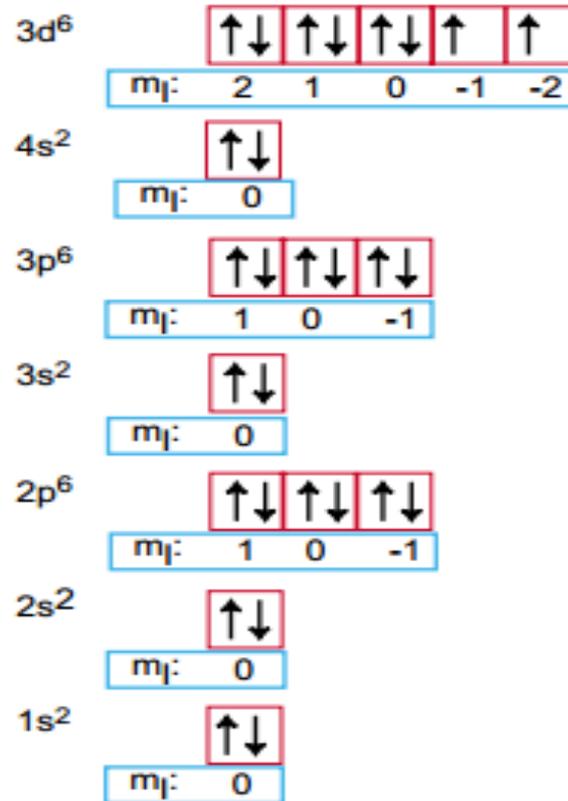


Abb. 1a | Aufbau der Elektronenhülle

n	l	m_l	Spin
1	s ($l = 0$)	0	↑↓
		0	↑↓
2	p ($l = 1$)	1	↑↓
		0	↑↓
		-1	↑↓
3	s ($l = 0$)	0	↑↓
		0	↑↓
	p ($l = 1$)	1	↑↓
		0	↑↓
		-1	↑↓
	d ($l = 2$)	2	↑↓
1		↑↓	
0		↑↓	
-1		↑↓	
		-2	↑↓

Nach Hundschen Regeln haben parallele Spins die niedrigste Energie, wenn diese Zustände nicht durch das Pauli Prinzip verboten sind

Elektronenanordnung im Grundzustand

Schale			K		L		M			N	Schale			K		L		M			N			O	
Z		Element	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	Z		Element	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	5s	5p		
1	H	Wasserstoff	1							28	Ni	Nickel	2	2	6	2	6	8	2						
2	He	Helium	2							29	Cu	Kupfer	2	2	6	2	6	10	1						
3	Li	Lithium	2	1						30	Zn	Zink	2	2	6	2	6	10	2						
4	Be	Beryllium	2	2						31	Ga	Gallium	2	2	6	2	6	10	2	1					
5	B	Bor	2	2	1					32	Ge	Germanium	2	2	6	2	6	10	2	2					
6	C	Kohlenstoff	2	2	2					33	Ar	Arsen	2	2	6	2	6	10	2	3					
7	N	Stickstoff	2	2	3					34	Se	Selen	2	2	6	2	6	10	2	4					
8	O	Sauerstoff	2	2	4					35	Br	Brom	2	2	6	2	6	10	2	5					
9	F	Fluor	2	2	5					36	Kr	Krypton	2	2	6	2	6	10	2	6					
10	Ne	Neon	2	2	6					37	Rb	Rubidium	2	2	6	2	6	10	2	6			1		
11	Na	Natrium	2	2	6	1				38	Sr	Strontium	2	2	6	2	6	10	2	6			2		
12	Mg	Magnesium	2	2	6	2				39	Y	Yttrium	2	2	6	2	6	10	2	6	1	2			
13	Al	Aluminium	2	2	6	2	1			40	Zr	Zirkonium	2	2	6	2	6	10	2	6	2	2			
14	Si	Silizium	2	2	6	2	2			41	Nb	Niob	2	2	6	2	6	10	2	6	4	1			
15	P	Phosphor	2	2	6	2	3			42	Mo	Molybdän	2	2	6	2	6	10	2	6	5	1			
16	S	Schwefel	2	2	6	2	4			43	Tc	Technetium	2	2	6	2	6	10	2	6	6	1			
17	Cl	Chlor	2	2	6	2	5			44	Ru	Ruthenium	2	2	6	2	6	10	2	6	7	1			
18	Ar	Argon	2	2	6	2	6			45	Rh	Rhodium	2	2	6	2	6	10	2	6	8	1			
19	K	Kalium	2	2	6	2	6		1	46	Pd	Palladium	2	2	6	2	6	10	2	6	10				
20	Ca	Calcium	2	2	6	2	6		2	47	Ag	Silber	2	2	6	2	6	10	2	6	10	1			
21	Sc	Scandium	2	2	6	2	6	1	2	48	Cd	Cadmium	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2			
22	Ti	Titan	2	2	6	2	6	2	2	49	In	Indium	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	1		
23	V	Vanadium	2	2	6	2	6	3	2	50	Sn	Zinn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	2		
24	Cr	Chrom	2	2	6	2	6	5	1	51	Sb	Antimon	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	3		
25	Mn	Mangan	2	2	6	2	6	5	2	52	Te	Tellur	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	4		
26	Fe	Eisen	2	2	6	2	6	6	2	53	I	Iod	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	5		
27	Co	Kobalt	2	2	6	2	6	7	2	54	Xe	Xenon	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	6		

Elektron im B-Feld

Was passiert in einem Magnetfeld, wenn das magnetische Moment des Spins ZWEI mal so groß ist wie für Bahndrehimpulses, also

$$\vec{\mu}_s = -g_s(\mu_B/\hbar)\cdot\vec{S} \quad \text{und} \quad \vec{\mu}_l = (\mu_B/\hbar)\cdot\vec{l} \quad \text{mit } g_s=2?$$

Antwort: hängt von der Stärke des Magnetfeldes ab.

Wenn das interne Magnetfeld überwiegt: $J=L+S$,
d.h. Bahndrehimpuls und Spin koppeln zum Gesamtdrehimpuls

Magnetische Moment ist Vektor von Spin- und Bahnanteil,
dass mit effektiven G-Faktor beschrieben wird .

Wenn externe Magnetfeld überwiegt: Bahndrehimpuls
und Spin entkoppeln und jedes magnetische Moment richtet
sich aus im Magnetfeld -> Paschen-Back Effekt (später)

Gesamtdrehimpuls hat Bahn- und Spinanteil: $J=L+S$

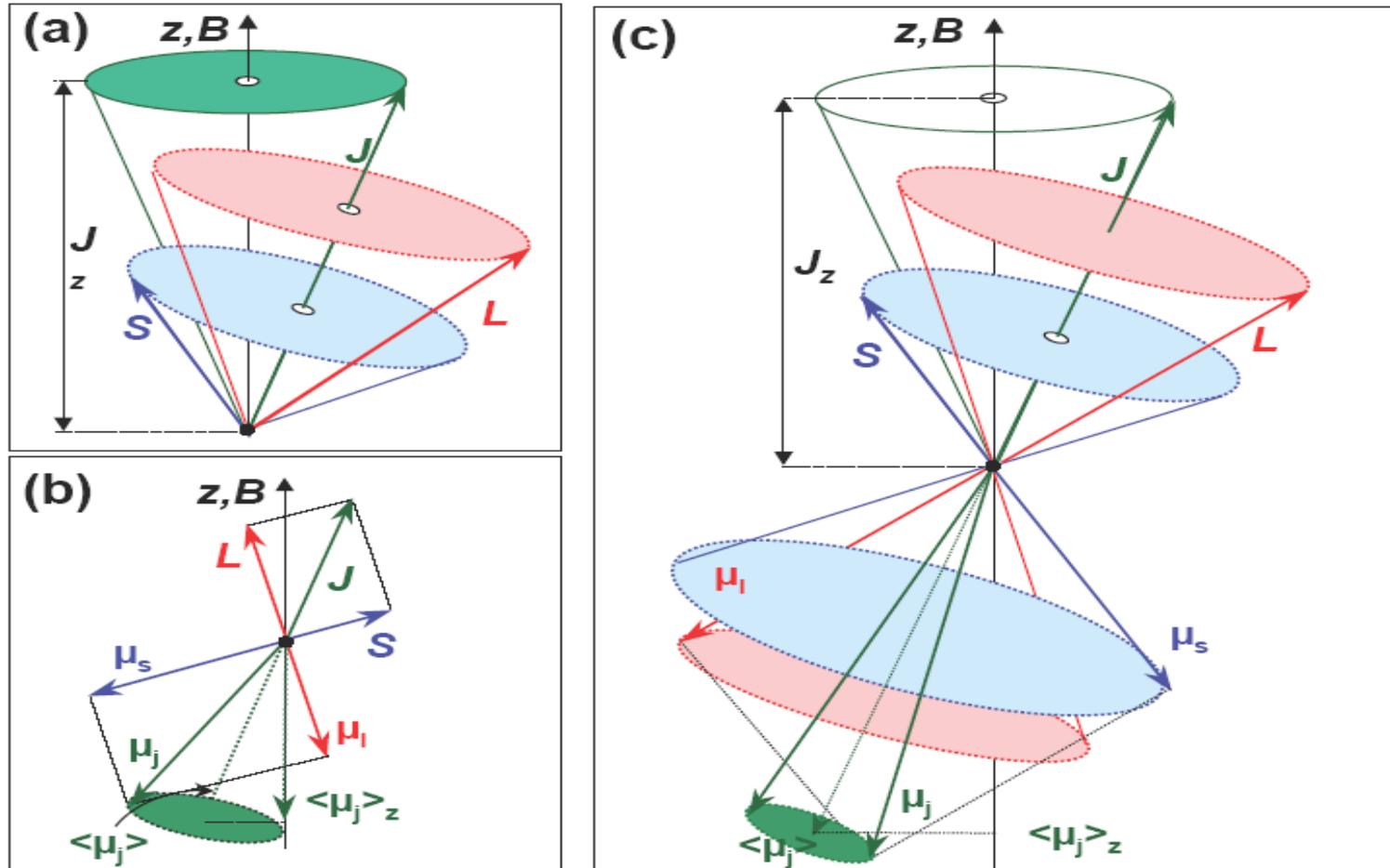


Abbildung 4.15: (a) Präzession von J um die z -Achse in einem äußeren Magnetfeld. (b) Vektorielle Zusammensetzung des Drehimpulses und des von ihm erzeugten magnetischen Moments. (c) Präzession aller magnetischen Momente und Drehimpulse um die Magnetfeldrichtung.

Berechnung des effektiven G-Faktors (Landé-Faktor)

$$\begin{aligned}\langle \mu_j \rangle &= \frac{\mu_j \cdot \mathbf{J}}{|\mathbf{J}|} \\ &= -\frac{\mu_B}{\hbar} \left(g_l \frac{\mathbf{L} \cdot \mathbf{J}}{|\mathbf{J}|} + g_s \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{J}}{|\mathbf{J}|} \right) \cdot\end{aligned}$$

VEKTORMODELL : $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ (zuerst für ein Elektron)

Mathe : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ ergibt mit $\begin{cases} a^2 = l(l+1)\hbar^2 \\ b^2 = s(s+1)\hbar^2 \\ c^2 = j(j+1)\hbar^2 \end{cases}$

$$\begin{aligned}\mathbf{L} \cdot \mathbf{J} &= \frac{1}{2} [\mathbf{J}^2 + \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2] \\ &= \frac{1}{2} \hbar^2 [j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)]\end{aligned}$$

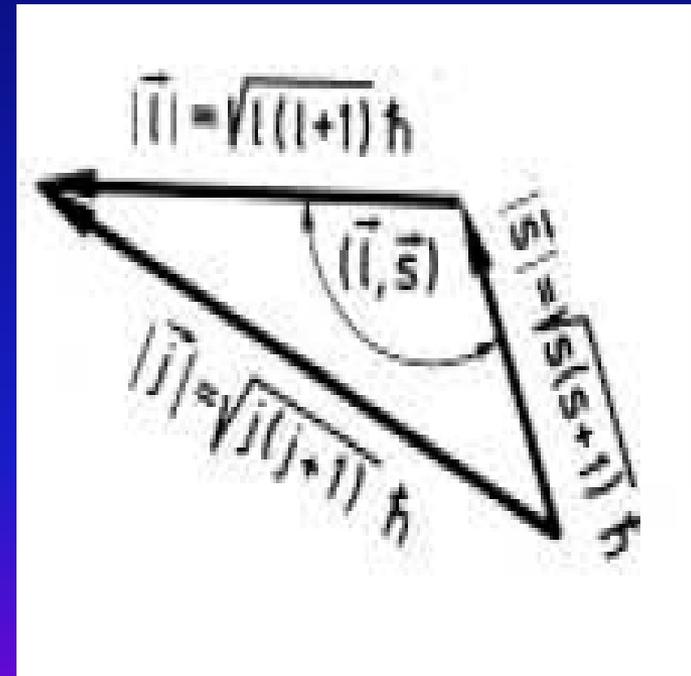
$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{J} = \frac{1}{2} \hbar^2 [j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)]$$

$$\langle \mu_j \rangle = -\mu_B \frac{3j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2\sqrt{j(j+1)}}$$

$$= g_j \mu_B \sqrt{j(j+1)}$$

$$= g_j \mu_B \frac{|\mathbf{J}|}{\hbar}$$

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$



Aufspaltung beim anomalen Zeeman-Effekt

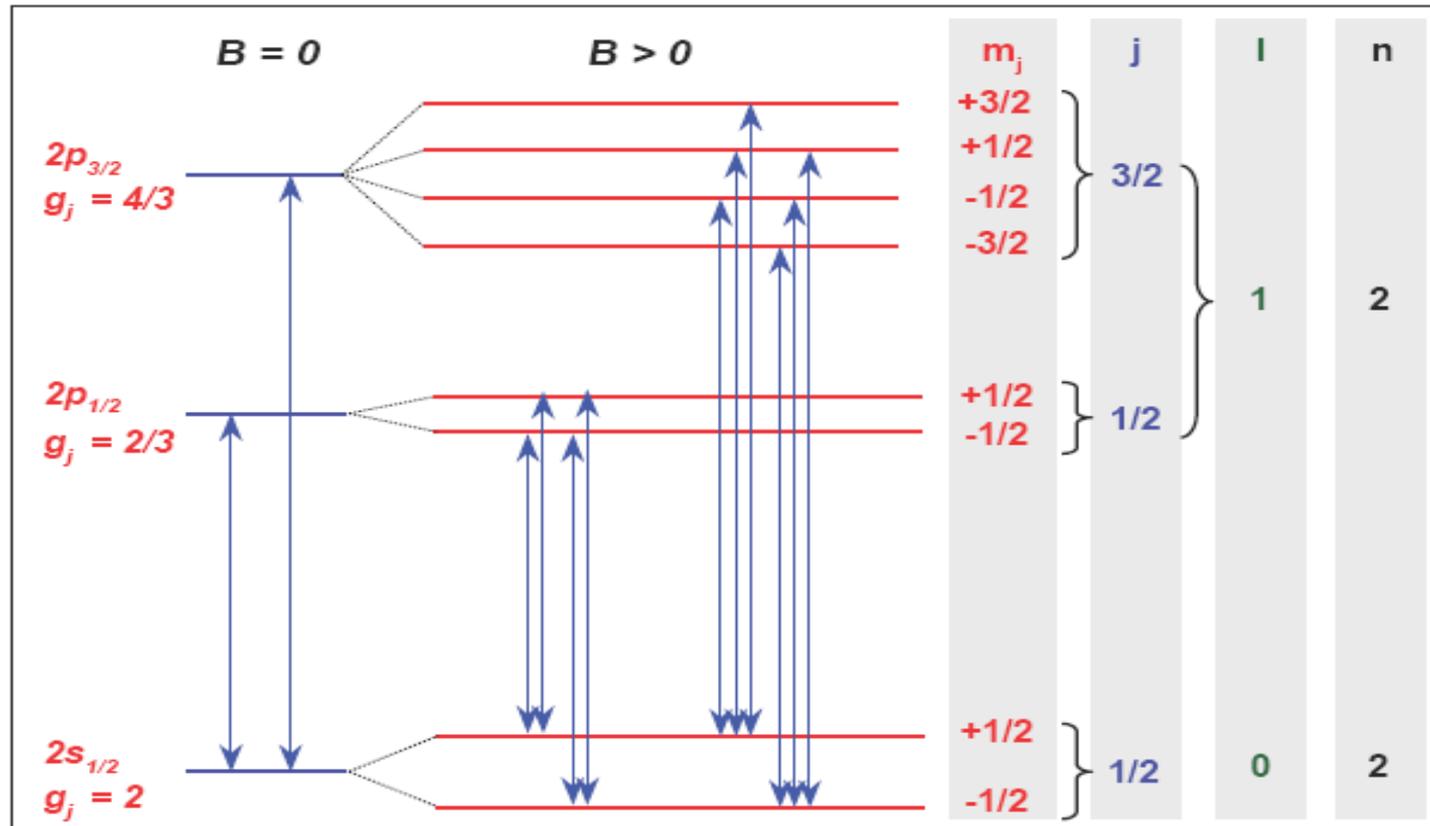
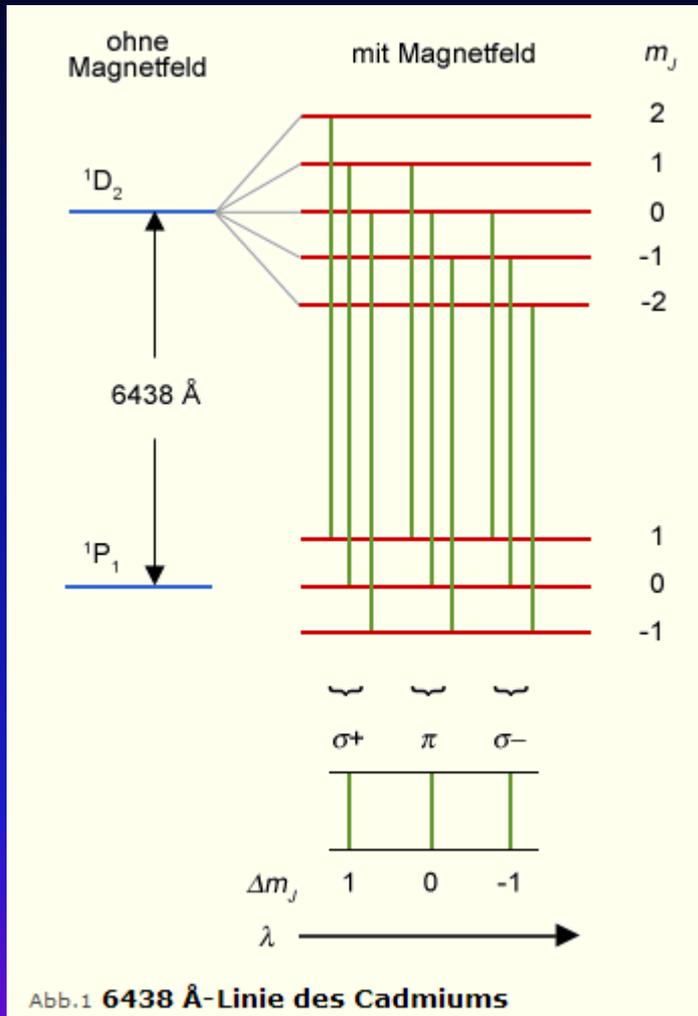


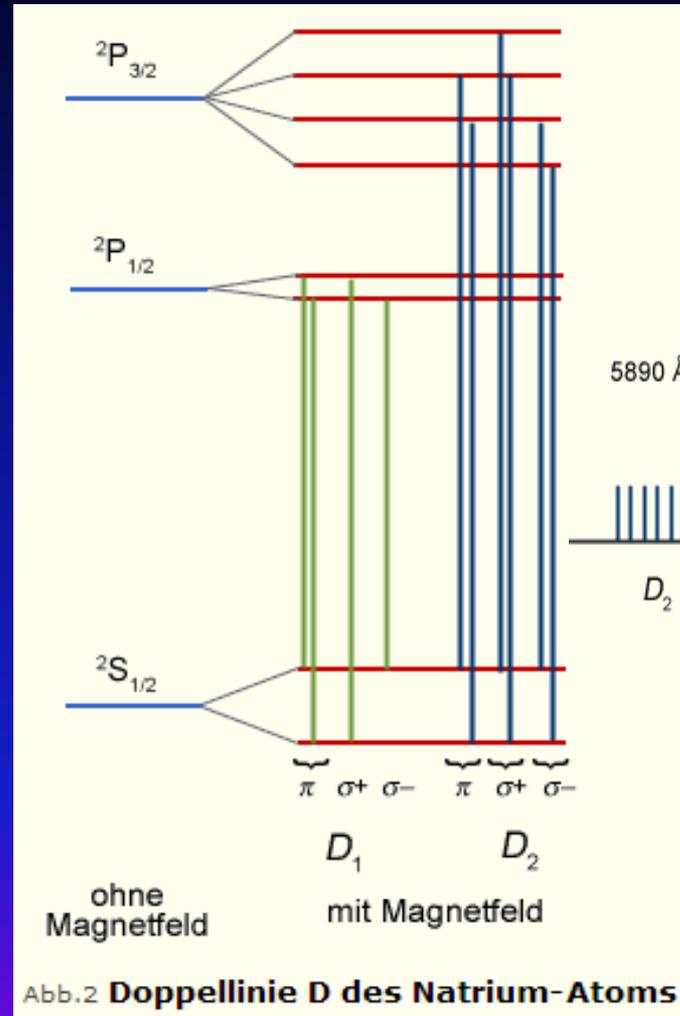
Abbildung 4.16: Zeeman-Aufspaltung für die Zustände $1s_{1/2}$, $2p_{1/2}$ und $2p_{3/2}$ des Wasserstoffs.

Da der Landé-Faktor g_j vom Zustand (j, l) abhängt, ist die Aufspaltung für Niveaus mit unterschiedlichen Quantenzahlen (j, l) im Gegensatz zum normalen Zeeman-Effekt verschieden. Das Aufspaltungsbild ist somit beim anomalen Zeeman-Effekt komplizierter.

Beispiele



Normaler Zeff. mit $S=0$



Anomaler Zeff. mit $S=1/2$

Notation
der Niveaus:
 $2S+1L_J$

Elektronenanordnung im Grundzustand

Schale			K		L		M			N			
Z		Element	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s				
1	H	Wasserstoff	1										
2	He	Helium	2										
3	Li	Lithium	2	1									
4	Be	Beryllium	2	2									
5	B	Bor	2	2	1								
6	C	Kohlenstoff	2	2	2								
7	N	Stickstoff	2	2	3								
8	O	Sauerstoff	2	2	4								
9	F	Fluor	2	2	5								
10	Ne	Neon	2	2	6								
11	Na	Natrium	2	2	6	1							
12	Mg	Magnesium	2	2	6	2							
13	Al	Aluminium	2	2	6	2	1						
14	Si	Silizium	2	2	6	2	2						
15	P	Phosphor	2	2	6	2	3						
16	S	Schwefel	2	2	6	2	4						
17	Cl	Chlor	2	2	6	2	5						
18	Ar	Argon	2	2	6	2	6						
19	K	Kalium	2	2	6	2	6		1				
20	Ca	Calcium	2	2	6	2	6		2				
21	Sc	Scandium	2	2	6	2	6	1	2				
22	Ti	Titan	2	2	6	2	6	2	2				
23	V	Vanadium	2	2	6	2	6	3	2				
24	Cr	Chrom	2	2	6	2	6	5	1				
25	Mn	Mangan	2	2	6	2	6	5	2				
26	Fe	Eisen	2	2	6	2	6	6	2				
27	Co	Kobalt	2	2	6	2	6	7	2				
28	Ni	Nickel	2	2	6	2	6	8	2				
29	Cu	Kupfer	2	2	6	2	6	10	1				
30	Zn	Zink	2	2	6	2	6	10	2				
31	Ga	Gallium	2	2	6	2	6	10	2	1			
32	Ge	Germanium	2	2	6	2	6	10	2	2			
33	As	Arsen	2	2	6	2	6	10	2	3			
34	Se	Selen	2	2	6	2	6	10	2	4			
35	Br	Brom	2	2	6	2	6	10	2	5			
36	Kr	Krypton	2	2	6	2	6	10	2	6			
37	Rb	Rubidium	2	2	6	2	6	10	2	6		1	
38	Sr	Strontium	2	2	6	2	6	10	2	6		2	
39	Y	Yttrium	2	2	6	2	6	10	2	6	1	2	
40	Zr	Zirkonium	2	2	6	2	6	10	2	6	2	2	
41	Nb	Niob	2	2	6	2	6	10	2	6	4	1	
42	Mo	Molybdän	2	2	6	2	6	10	2	6	5	1	
43	Tc	Technetium	2	2	6	2	6	10	2	6	6	1	
44	Ru	Ruthenium	2	2	6	2	6	10	2	6	7	1	
45	Rh	Rhodium	2	2	6	2	6	10	2	6	8	1	
46	Pd	Palladium	2	2	6	2	6	10	2	6	10		
47	Ag	Silber	2	2	6	2	6	10	2	6	10	1	
48	Cd	Cadmium	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	
49	In	Indium	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	1
50	Sn	Zinn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	2
51	Sb	Antimon	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	3
52	Te	Tellur	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	4
53	I	Iod	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	5
54	Xe	Xenon	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	6

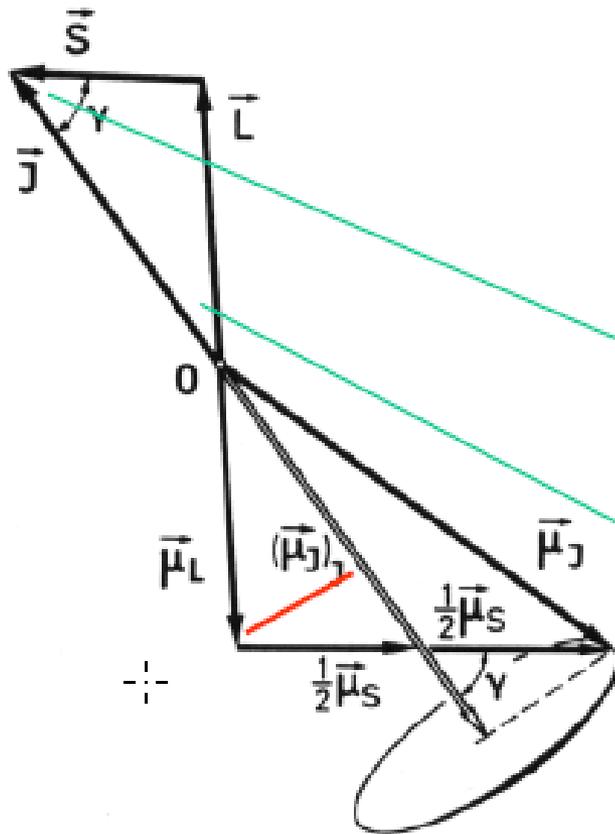
Zum Mitnehmen

Bahndrehimpuls L und Spin bilden Gesamtdrehimpuls $J=L+S$, dessen z -Komponente wieder quantisiert ist \rightarrow magnetische QZ m_j . L und S präzessieren um J und daher tun die „Kompassnadel“ p_L und p_S dies auch.

Spin hat g -Faktor = 2, d.h. Eigendrehimpuls ist zweimal so effektiv als Bahndrehimpuls um magnetisches Moment zu erzeugen (klassisch nicht erklärbar, folgt jedoch aus relativ. Wellen-Gleichung (DIRAC-Gleichung))

Aufspaltung im Magnetfeld beschrieben durch Landé-Faktor, die von m_j abhängt \rightarrow anomaler Zeeman-Effekt.

Andere Berechnung des Landé-Faktors



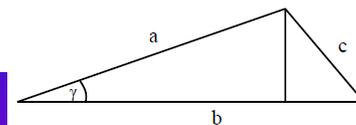
$$\left(\vec{\mu}_j \right)_j$$

setzt sich zusammen aus Beiträgen von $\vec{\mu}_L$ und $\vec{\mu}_S$

$$\vec{\mu}_j = -\frac{e}{2m_e} (\vec{L} + g_s \vec{S}) \quad \langle \vec{\mu}_j \rangle = \frac{\vec{\mu}_j \cdot \vec{J}}{J}$$

$$\cos(\angle \vec{S}, \vec{J}) = -\frac{L(L+1) - J(J+1) - S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{S(S+1)}}$$

$$\cos(\angle \vec{L}, \vec{J}) = -\frac{S(S+1) - J(J+1) - L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{L(L+1)}}$$



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Andere Berechnung des Landé-Faktors

$$\begin{aligned}
 (\bar{\mu}_J)_J &= \bar{\mu}_L \cos(\angle \bar{L}, \bar{J}) + \bar{\mu}_S \cos(\angle \bar{S}, \bar{J}) & \langle \bar{\mu}_j \rangle &= \frac{\bar{\mu}_j \bar{J}}{J} \\
 &= -\mu_B [\sqrt{L(L+1)} \cos(\angle \bar{L}, \bar{J}) + 2\sqrt{S(S+1)} \cos(\angle \bar{S}, \bar{J})] \frac{\bar{J}}{|\bar{J}|} \\
 &= \mu_B \frac{S(S+1) - J(J+1) - L(L+1) + 2L(L+1) - 2J(J+1) - 2S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1)}} \frac{\bar{J}}{|\bar{J}|} \\
 &= -\mu_B \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)}} \frac{\bar{J}}{|\bar{J}|} = -g_J \sqrt{J(J+1)} \mu_B \frac{\bar{J}}{|\bar{J}|}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (\bar{\mu}_J)_J = -g_J \mu_B \frac{\bar{J}}{\hbar}$$

mit:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (\text{Landé-Faktor})$$