

VL 13

VL11. Das Wasserstoffatom in der QM II

11.1. Energiezustände des Wasserstoffatoms

11.2. Radiale Abhängigkeit (Laguerre-Polynome)

VL12. Spin-Bahn-Kopplung (I)

12.1 Bahnmagnetismus (Zeeman-Effekt)

12.2 Spinmagnetismus (Stern-Gerlach-Versuch)

VL13. Spin-Bahn-Kopplung (II)

13.1. Landé-Faktor (Einstein-deHaas Effekt)

13.2. Berechnung des Landé-Faktors

13.3. Anomaler Zeeman-Effekt

VL14. Spin-Bahn-Kopplung (III)

14.1. Vektormodell der Spin-Bahn-Kopplung

14.2. Das Experiment von Lamb und Retherford

14.3. Energieniveaus des Wasserstoffatoms

Vorlesung 13:

Roter Faden:

Landé-Faktor (Einstein-deHaas Effekt)
Berechnung des Landé-Faktors

Folien auf dem Web:

<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/>

Siehe auch: Demtröder, Experimentalphysik 3, Springerverlag

Und http://www.ipf.uni-stuttgart.de/lehre/online-skript/f30_11.html

Zusammenfassung Elektronspin

Eigenschaften des Elektrons:

- ▶ Spinquantenzahl $s=1/2$
- ▶ innerer Drehimpuls (Spin) $S = (s(s+1))^{1/2} \hbar$
- ▶ magnetische Spinquantenzahl $m_s = \pm 1/2$

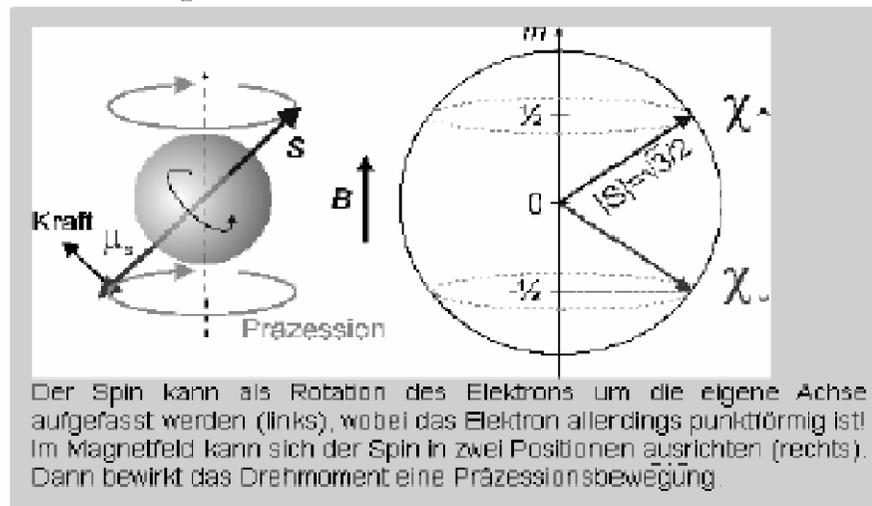
Magnetisches Moment des Elektrons

$$\vec{\mu}_s = -g_s \frac{e}{2m_e} \vec{S} = -g_s \mu_B \vec{S} / \hbar$$

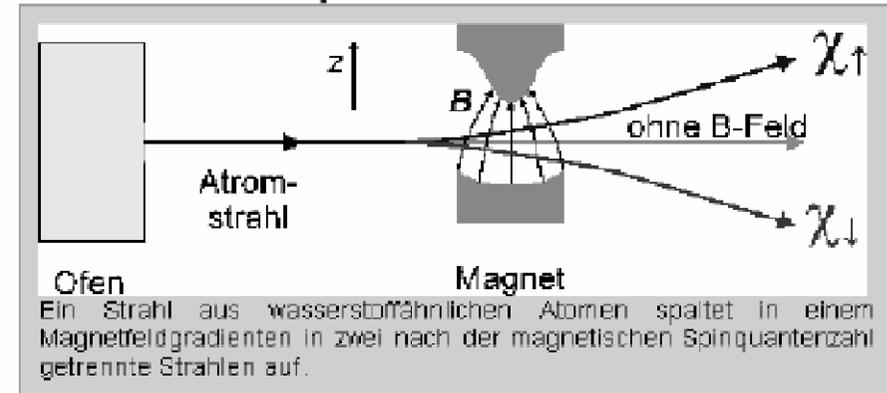
mit dem G-Faktor $g_s = 2.0024$

Die Wellenfunktion des Elektrons im H-Atom wird um den Spinanteil χ ergänzt, die nur 2 Werte annimmt

$$\Psi_{nlm m_s} = R_{nl} Y_l^m \chi_{m_s}$$



Stern-Gerlach-Experiment



Erklärung

auf magnetisches Moment wirkt die Kraft

$$F_z = -\mu_z \frac{dB}{dz} = g_s \frac{e m_s \hbar}{m_e} \frac{dB}{dz}$$

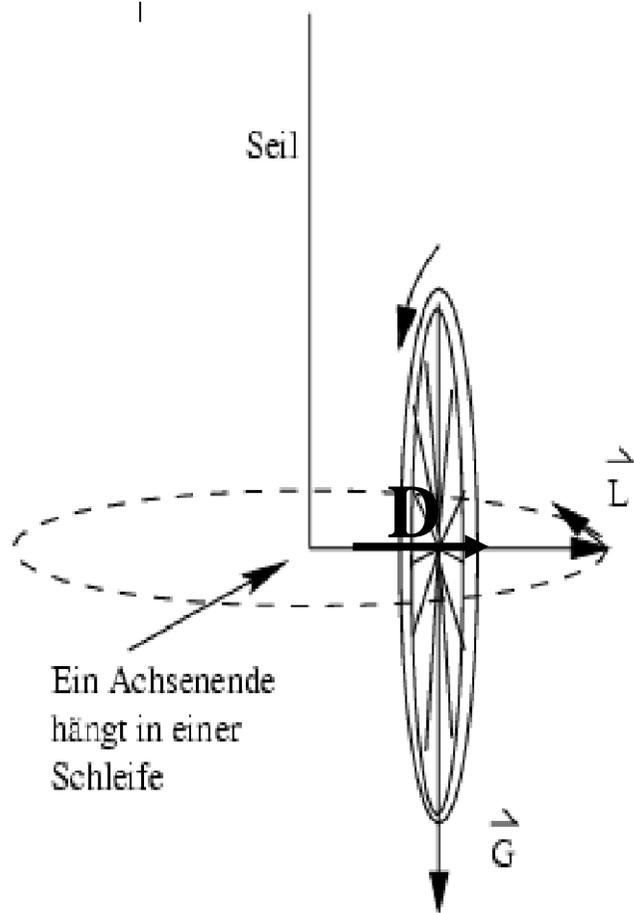
dies führt zur Ablenkung des Strahls in Abhängigkeit von der magnetischen Spinquantenzahl.

Im Magnetfeld erzeugt das magnetische Momente ein Drehmoment, das wie beim Kreisel zu einer Präzessionsbewegung mit der Larmor-Frequenz führt:

$$\omega_L = \frac{\vec{p}_m \times \vec{B}}{L_z} = \frac{p_m B}{L} = \frac{\mu_s B}{S} = \frac{2g_s}{\hbar} B \mu_B$$

Bahnfreq. in B-Feld: $mv^2/r = evB$
oder $\omega = v/r = eB/m = 2\mu_B B/\hbar$

Präzessionsfrequenz in klass. Mechanik



Beobachtung: drehendes Rad fällt nicht, sondern dreht sich in horizontaler Ebene.

Erklärung:

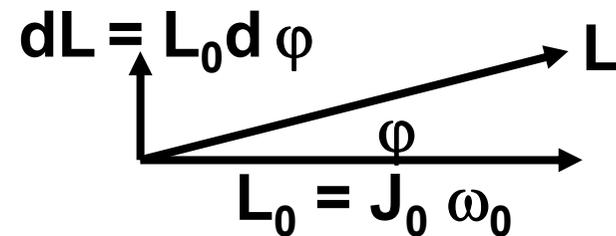
Gewichtskraft übt Drehmoment in horizontaler Richtung aus und $M=mgD=dL/dt$ schiebt

**$\underline{L}_0 = J_0 \underline{\omega}_0$ in die horizontale Richtung!
Diese Bewegung nennt man Präzession.**

Präzessionsfrequenz aus

$M=dL/dt=L_0 d\varphi/dt=L_0 \omega_p$ oder

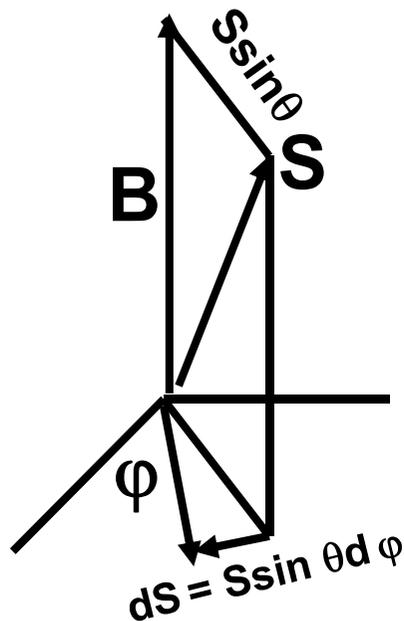
$$\omega_p = M/L_0 = M/J_0 \omega_0$$



Präzessionsfrequenz des Spins

Beobachtung: Spin nicht parallel B, sondern dreht sich in horizontaler Ebene.

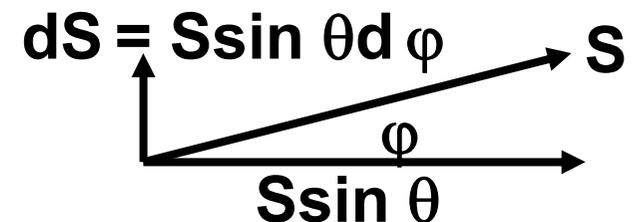
Erklärung:



Magnetfeld übt Drehmoment in horizontaler Richtung aus und $\mathbf{M} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} = -g_S (e/2m) \mathbf{B} S \sin \theta = \gamma \mathbf{B} S \sin \theta$ schiebt $\mathbf{S} \sin \theta$ in die horizontale Richtung! $\gamma = g_S (e/2m)$ – gyromagn. Verhältnis. Präzessionsfrequenz aus

$$\mathbf{M} = d\mathbf{S}/dt = S \sin \theta d\phi/dt = S \sin \theta \omega_L \text{ oder}$$

$$\omega_L = \mathbf{M} / S \sin \theta = -\gamma \mathbf{B} \sin \theta / S \sin \theta = -\gamma \mathbf{B}$$



Einstein-de Haas-Effekt

Bestimmung des Verhältnis magnetisches Moment des Elektrons zu Elektronenspin

Experiment: Eisenzylinder (Masse m , Radius R) hängt in longitudinalen B-Feld,

B hoch genug - Eisenzylinder in Sättigung $M = N \cdot \mu_s$; d.h. alle Spins der N freien Elektronen stehen antiparallel zur Feldrichtung

Feld wird umgepolt \rightarrow magnetischen Spinmomente klappen ebenfalls um - Änderung der Magnetisierung: $\Delta M = 2M = 2N \cdot \mu_{sz}$

M-messen $\rightarrow N \cdot \mu_{sz}$ bestimmen

$$\Delta S = 2N \cdot \mu_{sz} = N \cdot \hbar = -\vec{L} = -I \cdot \omega$$

Änderung des mechanischen Drehimpulses aller Elektronen muß durch entgegengesetzten Drehimpuls $-\vec{L}$ des Zylinders kompensiert werden.

Gesamtdrehimpuls des Systems muß erhalten bleiben.

Einstein-de Haas-Effekt

Drehimpuls (Zylinder): $I \cdot \omega = -N\hbar$

$I = \frac{1}{2}mR^2$...mechanisches Trägheitsmoment

Vorgang führt zu Torsion - Winkel φ wird gemessen

Bestimmung des gyromagnetischen Verhältnisses.

$$\frac{\Delta M}{\Delta s} = \frac{\mu_{sz}}{s_z} = \gamma_s$$

Für Bahndrehimpuls des Elektrons gilt: $\gamma_l = \frac{|\vec{\mu}_e|}{|\vec{l}|} = \frac{e}{2m_e} = \mu_B/\hbar$

Einstein-de-Haas Versuch: $\gamma_s \approx \frac{e}{m_e} = 2\gamma_l$

Verhältnis magnetisches Moment zu mechanischen Drehimpuls ist für Spin doppelt so groß als für Bahndrehimpuls!

Man schreibt analog zu $\vec{\mu}_l = (\mu_B/\hbar) \cdot \vec{l}$

$$\vec{\mu}_s = -g_s(\mu_B/\hbar) \cdot \vec{s}$$

$g_s \approx 2$ "Lande-Faktor"

Einstein-de Haas-Effekt

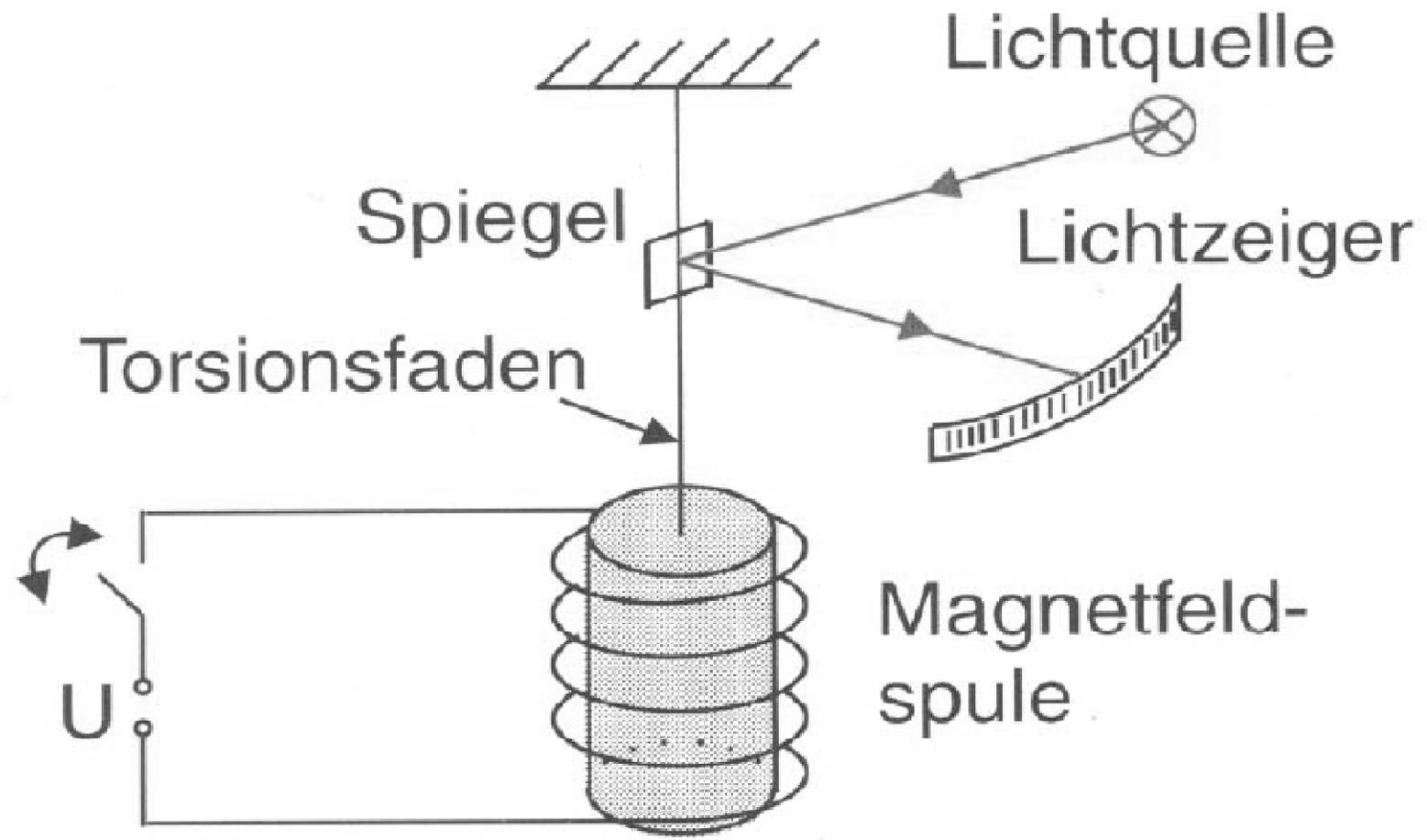


Abb. 5.17. Einstein-de Haas-Effekt

Praxis: Wechslung des Magnetfeldes bei Resonanzfreq.

<http://ssv.prp.physik.tu-darmstadt.de/~schaefer/edh/bewegungsgleichung.html>

- Dem rücktreibenden Moment:

$$D_R = -J \cdot \omega_0^2 \cdot \varphi$$

(bei ω_0 handelte es sich um die Eigenfrequenz des ungedämpften Systems)

Rücktreibendes Moment: $D=J\ddot{\varphi}$

- Dem dämpfenden Moment aufgrund von Reibung:

$$D_k = -k \cdot \dot{\varphi}$$

(k : Dämpfungskonstante)

Reibung: $D= -k\dot{\varphi}$

- Und dem Moment, das durch die zeitliche Änderung der Längsmagnetisierung (hier M_B genannt) hervorgerufen wurde, dadurch dass wir einen Wechselstrom an der Spule anlegten.

$$D_A = -\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{d}{dt} M_B$$

Magnetisierung (klein!!!)

mit $M_B = M_{B0} \cdot e^{i\omega t}$

γ = gyromagnetisches Verhältnis

Zusammenaddiert erhielten wir folgende Bewegungsgleichung:

$$J \cdot \varphi'' = -J \cdot \omega_0^2 \cdot \varphi - k \cdot \dot{\varphi} - \frac{1}{\gamma} M_B'$$

Lösung: Wechslung des Magnetfeldes bei Resonanzfreq.

Zur Lösung wählen wir einen komplexen Ansatz:

$$\varphi = \varphi_0 \cdot e^{i(\omega \cdot t + \alpha)}$$

$$\varphi' = i \cdot \omega \cdot \varphi_0 \cdot e^{i(\omega \cdot t + \alpha)}$$

$$\varphi'' = -\omega^2 \cdot \varphi_0 \cdot e^{i(\omega \cdot t + \alpha)}$$

Eingesetzt in die Bewegungsgleichung, teilen wir gleich durch $e^{i(\omega \cdot t + \alpha)}$ und erhielten nun folgende Zeile:

$$-J \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 = -J \cdot \omega_0^2 \cdot \varphi_0 - i \cdot k \cdot \omega \cdot \varphi_0 - i \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \omega \cdot M_{B_0} \cdot e^{-i\alpha}$$

Wir formten um:

$$\varphi_0 \cdot (J \cdot \omega_0^2 - J \cdot \omega^2 + i \cdot k \cdot \omega) = -i \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \omega \cdot M_{B_0} \cdot e^{-i\alpha}$$

$$\varphi_0 \cdot e^{i\alpha} = \frac{-i \cdot \omega \cdot M_{B_0}}{\gamma \cdot J \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) + i \cdot k \cdot \gamma \cdot \omega}$$

Erweiterten mit i :

$$\varphi_0 \cdot e^{i\alpha} = \frac{\omega \cdot M_{B_0}}{i \cdot \gamma \cdot J \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) - k \cdot \gamma \cdot \omega}$$

Bildeten den Betrag:

$$|\varphi_0 \cdot e^{i\alpha}| = \varphi_0 = \frac{\omega \cdot M_{B_0}}{\sqrt{\gamma^2 \cdot J^2 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (k \cdot \omega \cdot \gamma)^2}}$$

Setzen, für die Resonanzkatastrophe, die von außen angelegte Frequenz gleich der Eigenfrequenz $\omega = \omega_0$, und erhielten für den Auslenkwinkel:

$$\varphi_0 = \frac{M_{B_0}}{k \cdot \gamma}$$

**Ausschlag $\propto B/\gamma$
 Jedoch Dämpfung
 und Hysterese unsicher.
 Schwierig! Heute wissen wir:**

$$\gamma_s \approx \frac{e}{m_e} = 2\gamma_1$$

Magnetisierung

In Materie induzierte Wirbelströme erzeugen ein magnetisches Moment:

$$P_m = IA = jld A$$

Daraus definieren wir die Magnetisierung

$$J = \frac{P_m}{V} = jd \quad [\text{A/m}]$$

Wie in einer Spule entsteht daraus das Feld

$$\vec{B}_m = \mu_0 \frac{jdl}{l} = \mu_0 \vec{J}$$

Das Gesamtfeld innerhalb Materie ist also

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J}$$

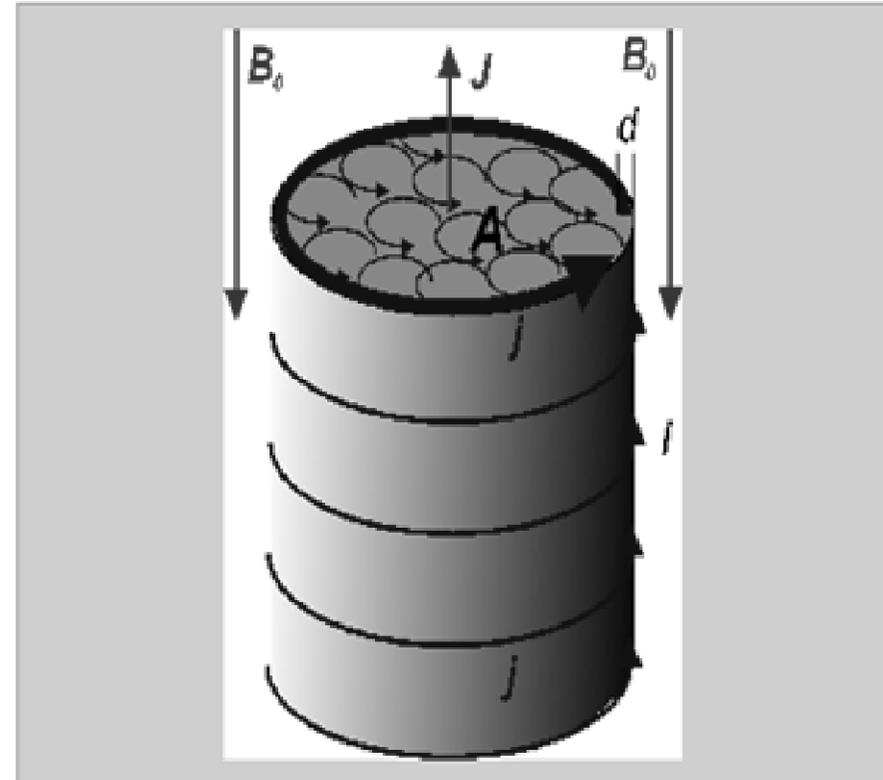
Für Stoffe mit der Eigenschaft

$$\vec{J} = \frac{\chi}{\mu_0} \vec{B}_0$$

Gilt:

$$\vec{B} = (1 + \chi) \vec{B}_0 = \mu \vec{B}_0$$

Wirbelströme heben sich im Innern auf. Effektiv fließt ein Oberflächenstrom in einer Schichtdicke d .



Materialeigenschaften:

- ▶ Suszeptibilität: χ [-]
- ▶ Permeabilität: $\mu_r = 1 + \chi$ [-]

Diamagnetismus und Paramagnetismus

Diamagnetismus liegt vor wenn:

- $\chi < 0$
- $\mu_r < 1$
- $|\chi| \ll 1$

Das äußere Feld wird geschwächt: $B < B_0$

Wegen $\vec{F} =$

$$\vec{F} = (\vec{p}_m \nabla) \vec{B} = V \frac{\chi}{\mu_0} (\vec{B}_0 \nabla) \vec{B}_0 < 0$$

werden diamagnetische Stoffe von einem Feldgradienten abgestoßen.

Entsteht durch:

- Induktion von Wirbelströmen (klingt wegen elektrischem Widerstand ab).
- Induktion von Strömen in gebundenen Elektronen

$$\chi = -\frac{1}{2} \mu_0 n Z \frac{e^2}{m} \langle r^2 \rangle$$

Atom mit Radius r , Ladungszahl Z , Elektronenmasse m und Dichte n .

Paramagnetismus liegt vor wenn:

- $\chi > 0$
- $\mu_r > 1$
- $|\chi| \ll 1$

Das äußere Feld wird gestärkt: $B > B_0$

Hier ist

$$\vec{F} = V \frac{\chi}{\mu_0} (\vec{B}_0 \nabla) \vec{B}_0 > 0$$

Paramagnetische Stoffe werden von Feldgradienten angezogen.

Entsteht durch:

- Ausrichtung von atomaren permanenten Dipolen

Paramagnetische Stoffe

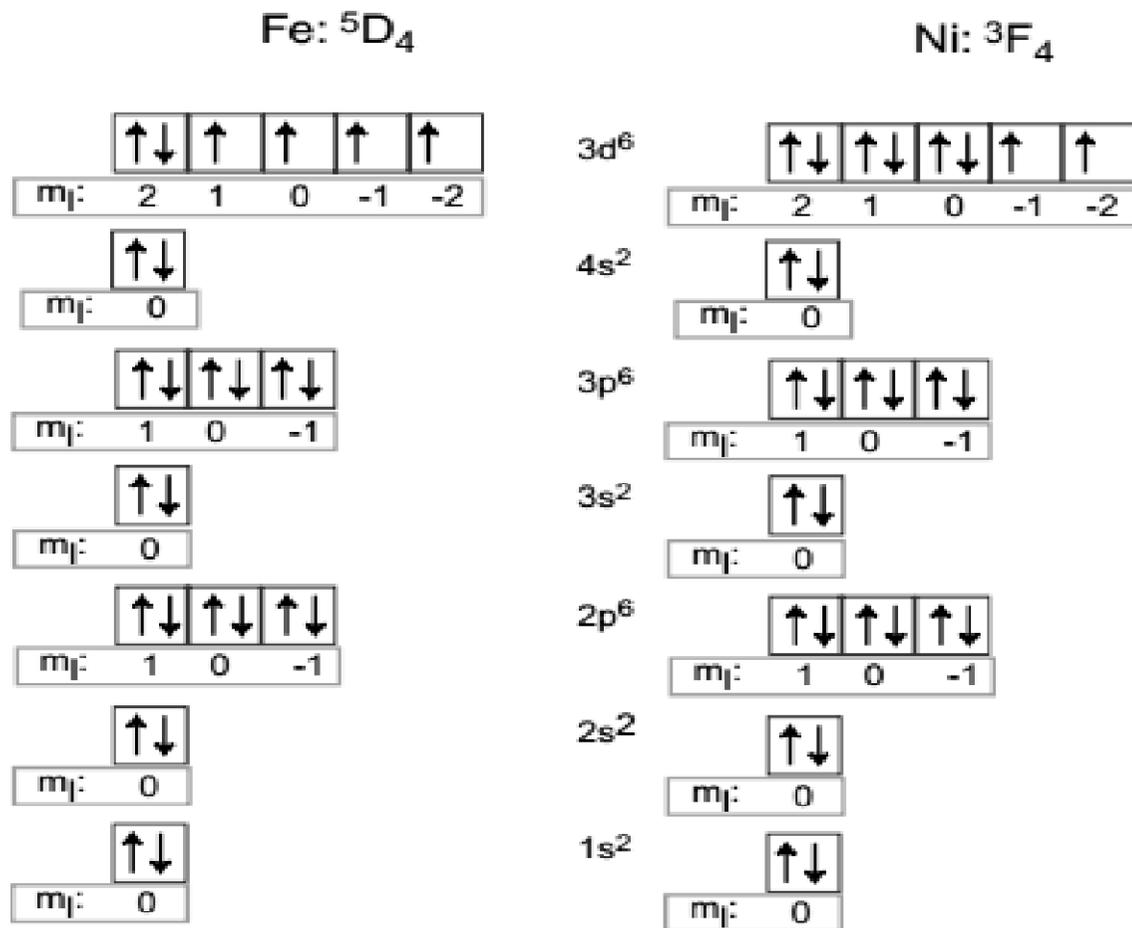


Abb. 1a | Aufbau der Elektronenhülle

n	l	m_l	Spin
1	s (l = 0)	0	$\uparrow\downarrow$
		0	$\uparrow\downarrow$
2	p (l = 1)	1	$\uparrow\downarrow$
		0	$\uparrow\downarrow$
		-1	$\uparrow\downarrow$
3	s (l = 0)	0	$\uparrow\downarrow$
		0	$\uparrow\downarrow$
	p (l = 1)	1	$\uparrow\downarrow$
		0	$\uparrow\downarrow$
		-1	$\uparrow\downarrow$
	d (l = 2)	2	$\uparrow\downarrow$
		1	$\uparrow\downarrow$
0		$\uparrow\downarrow$	
-1		$\uparrow\downarrow$	
		-2	$\uparrow\downarrow$

Nach Hund'schen Regeln haben parallele Spins die niedrigste Energie, wenn diese Zustände nicht durch das Pauli Prinzip verboten sind

Elektronenanordnung im Grundzustand

Schale			K		L		M			N			
Z	Element		1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s				
1	H	Wasserstoff	1										
2	He	Helium	2										
3	Li	Lithium	2	1									
4	Be	Beryllium	2	2									
5	B	Bor	2	2	1								
6	C	Kohlenstoff	2	2	2								
7	N	Stickstoff	2	2	3								
8	O	Sauerstoff	2	2	4								
9	F	Fluor	2	2	5								
10	Ne	Neon	2	2	6								
11	Na	Natrium	2	2	6	1							
12	Mg	Magnesium	2	2	6	2							
13	Al	Aluminium	2	2	6	2	1						
14	Si	Silizium	2	2	6	2	2						
15	P	Phosphor	2	2	6	2	3						
16	S	Schwefel	2	2	6	2	4						
17	Cl	Chlor	2	2	6	2	5						
18	Ar	Argon	2	2	6	2	6						
19	K	Kalium	2	2	6	2	6		1				
20	Ca	Calcium	2	2	6	2	6		2				
21	Sc	Scandium	2	2	6	2	6	1	2				
22	Ti	Titan	2	2	6	2	6	2	2				
23	V	Vanadium	2	2	6	2	6	3	2				
24	Cr	Chrom	2	2	6	2	6	5	1				
25	Mn	Mangan	2	2	6	2	6	5	2				
26	Fe	Eisen	2	2	6	2	6	6	2				
27	Co	Kobalt	2	2	6	2	6	7	2				
28	Ni	Nickel	2	2	6	2	6	8	2				
29	Cu	Kupfer	2	2	6	2	6	10	1				
30	Zn	Zink	2	2	6	2	6	10	2				
31	Ga	Gallium	2	2	6	2	6	10	2	1			
32	Ge	Germanium	2	2	6	2	6	10	2	2			
33	As	Arsen	2	2	6	2	6	10	2	3			
34	Se	Selen	2	2	6	2	6	10	2	4			
35	Br	Brom	2	2	6	2	6	10	2	5			
36	Kr	Krypton	2	2	6	2	6	10	2	6			
37	Rb	Rubidium	2	2	6	2	6	10	2	6		1	
38	Sr	Strontium	2	2	6	2	6	10	2	6		2	
39	Y	Yttrium	2	2	6	2	6	10	2	6	1	2	
40	Zr	Zirkonium	2	2	6	2	6	10	2	6	2	2	
41	Nb	Niob	2	2	6	2	6	10	2	6	4	1	
42	Mo	Molybdän	2	2	6	2	6	10	2	6	5	1	
43	Tc	Technetium	2	2	6	2	6	10	2	6	6	1	
44	Ru	Ruthenium	2	2	6	2	6	10	2	6	7	1	
45	Rh	Rhodium	2	2	6	2	6	10	2	6	8	1	
46	Pd	Palladium	2	2	6	2	6	10	2	6	10		
47	Ag	Silber	2	2	6	2	6	10	2	6	10	1	
48	Cd	Cadmium	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	
49	In	Indium	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	1
50	Sn	Zinn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	2
51	Sb	Antimon	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	3
52	Te	Tellur	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	4
53	I	Iod	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	5
54	Xe	Xenon	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	6

Elektron im B-Feld

Was passiert in einem Magnetfeld, wenn das magnetische Moment des Spins ZWEI mal so groß ist wie für Bahndrehimpulses, also

$$\vec{\mu}_s = -g_s(\mu_B/\hbar)\cdot\vec{S} \quad \text{und} \quad \vec{\mu}_l = (\mu_B/\hbar)\cdot\vec{l} \quad \text{mit } g_s=2?$$

Antwort: hängt von der Stärke des Magnetfeldes ab.

Wenn das interne Magnetfeld überwiegt: $\mathbf{J}=\mathbf{L}+\mathbf{S}$,
d.h. Bahndrehimpuls und Spin koppeln zum Gesamtdrehimpuls

Magnetische Moment ist Vektor von Spin- und Bahnanteil,
dass mit effektiven G-Faktor beschrieben wird .

Wenn externe Magnetfeld überwiegt: Bahndrehimpuls
und Spin entkoppeln und jedes magnetische Moment richtet
sich aus im Magnetfeld -> Paschen-Back Effekt (später)

Gesamtdrehimpuls hat Bahn- und Spinanteil: $J=L+S$

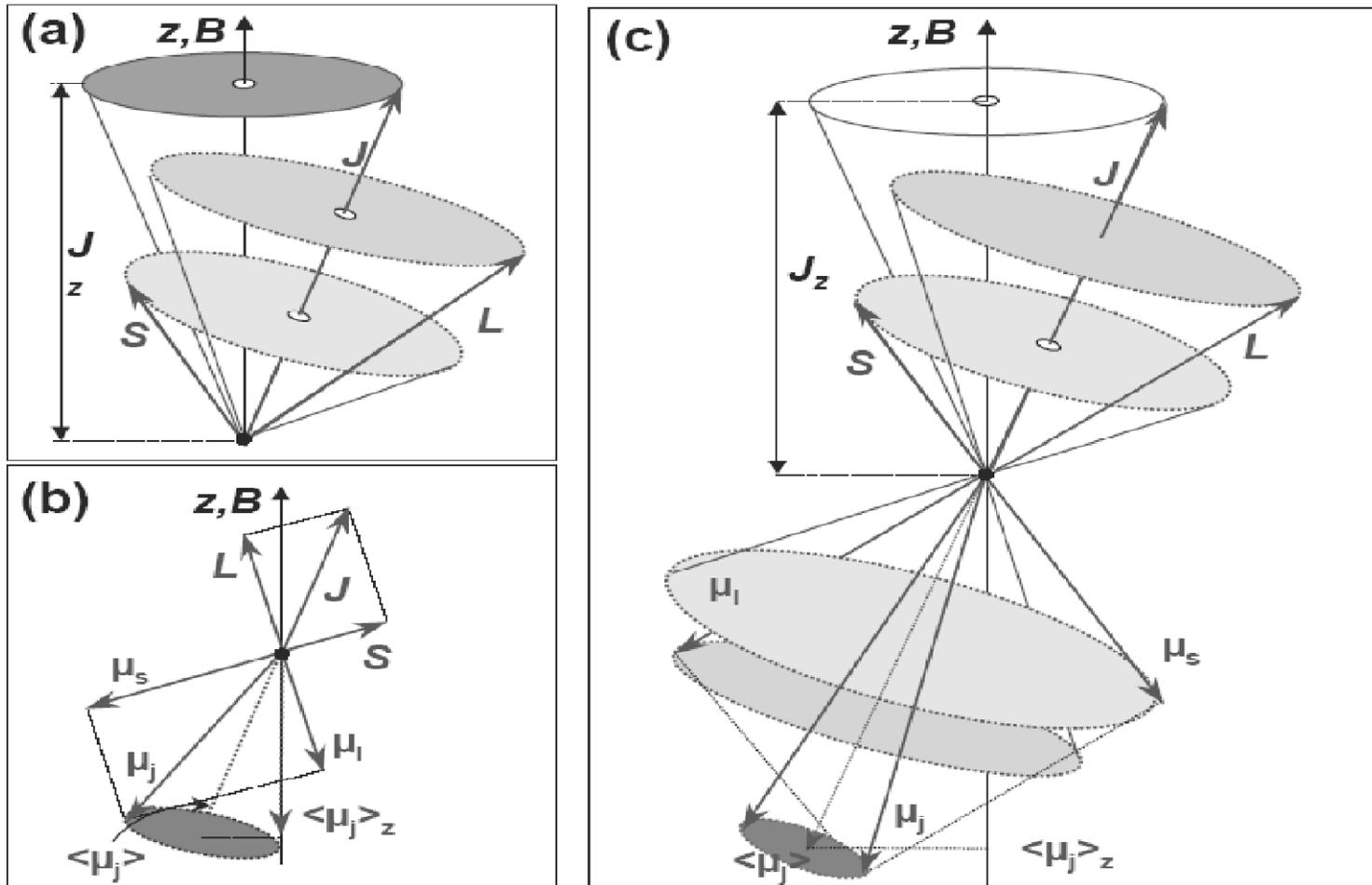


Abbildung 4.15: (a) Präzession von J um die z -Achse in einem äußeren Magnetfeld. (b) Vektorielle Zusammensetzung des Drehimpulses und des von ihm erzeugten magnetischen Moments. (c) Präzession aller magnetischen Momente und Drehimpulse um die Magnetfeldrichtung.

Berechnung des effektiven G-Faktors (Landé-Faktor)

VEKTORMODELL : $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ (zuerst für ein Elektron)

$$\langle \mu_j \rangle = \frac{\mu_j \cdot \mathbf{J}}{|\mathbf{J}|}$$

$$= -\frac{\mu_B}{\hbar} \left(g_l \frac{\mathbf{L} \cdot \mathbf{J}}{|\mathbf{J}|} + g_s \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{J}}{|\mathbf{J}|} \right) \cdot \quad \text{Mathe : } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \text{ ergibt mit } \left\{ \begin{array}{l} a^2 = l(l+1)\hbar^2 \\ b^2 = s(s+1)\hbar^2 \\ c^2 = j(j+1)\hbar^2 \end{array} \right.$$

$$\mathbf{L} \cdot \mathbf{J} = \frac{1}{2} [\mathbf{J}^2 + \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2]$$

$$= \frac{1}{2} \hbar^2 [j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)]$$

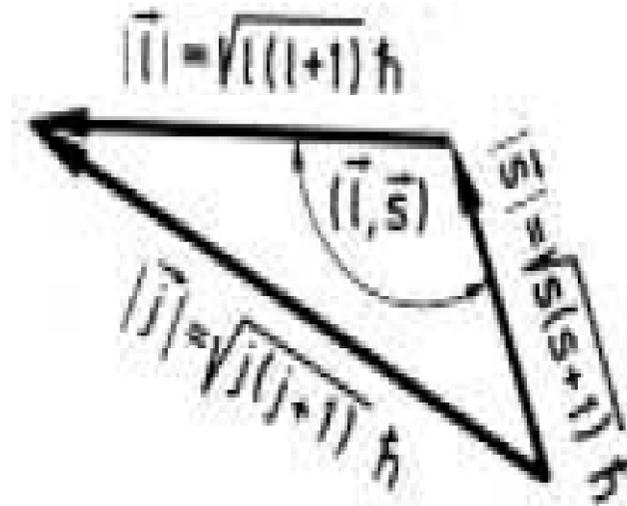
$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{J} = \frac{1}{2} \hbar^2 [j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)]$$

$$\langle \mu_j \rangle = -\mu_B \frac{3j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2\sqrt{j(j+1)}}$$

$$= g_j \mu_B \sqrt{j(j+1)}$$

$$= g_j \mu_B \frac{|\mathbf{J}|}{\hbar}$$

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$



Aufspaltung beim anomalen Zeeman-Effekt

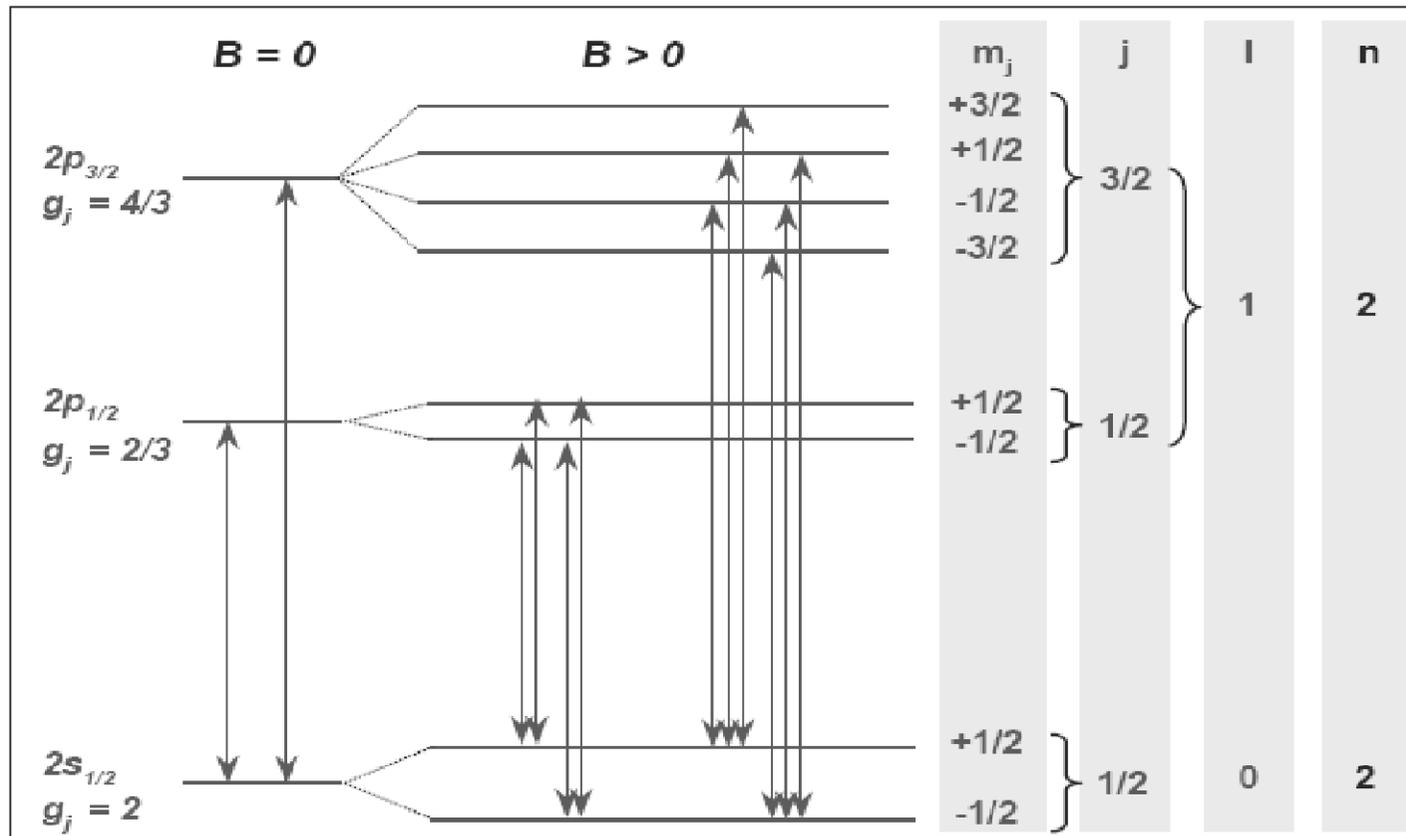


Abbildung 4.16: Zeeman-Aufspaltung für die Zustände $1s_{1/2}$, $2p_{1/2}$ und $2p_{3/2}$ des Wasserstoffs.

Da der Landé-Faktor g_j vom Zustand (j, l) abhängt, ist die Aufspaltung für Niveaus mit unterschiedlichen Quantenzahlen (j, l) im Gegensatz zum normalen Zeeman-Effekt verschieden. Das Aufspaltungsbild ist somit beim anomalen Zeeman-Effekt komplizierter.

Beispiele

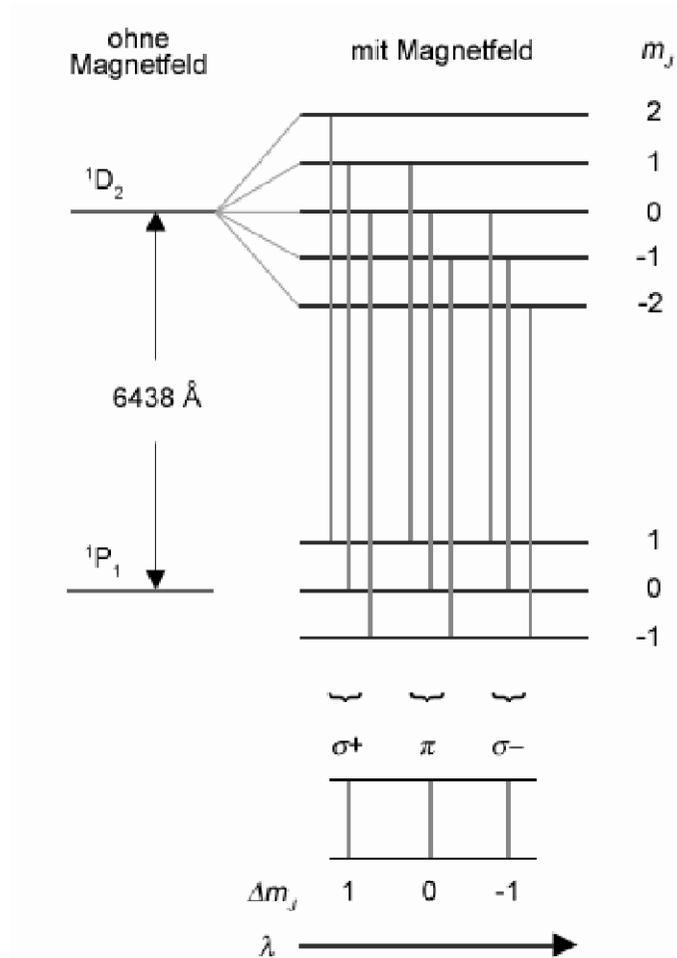


Abb.1 6438 Å-Linie des Cadmiums

Normaler Zeff. mit $S=0$

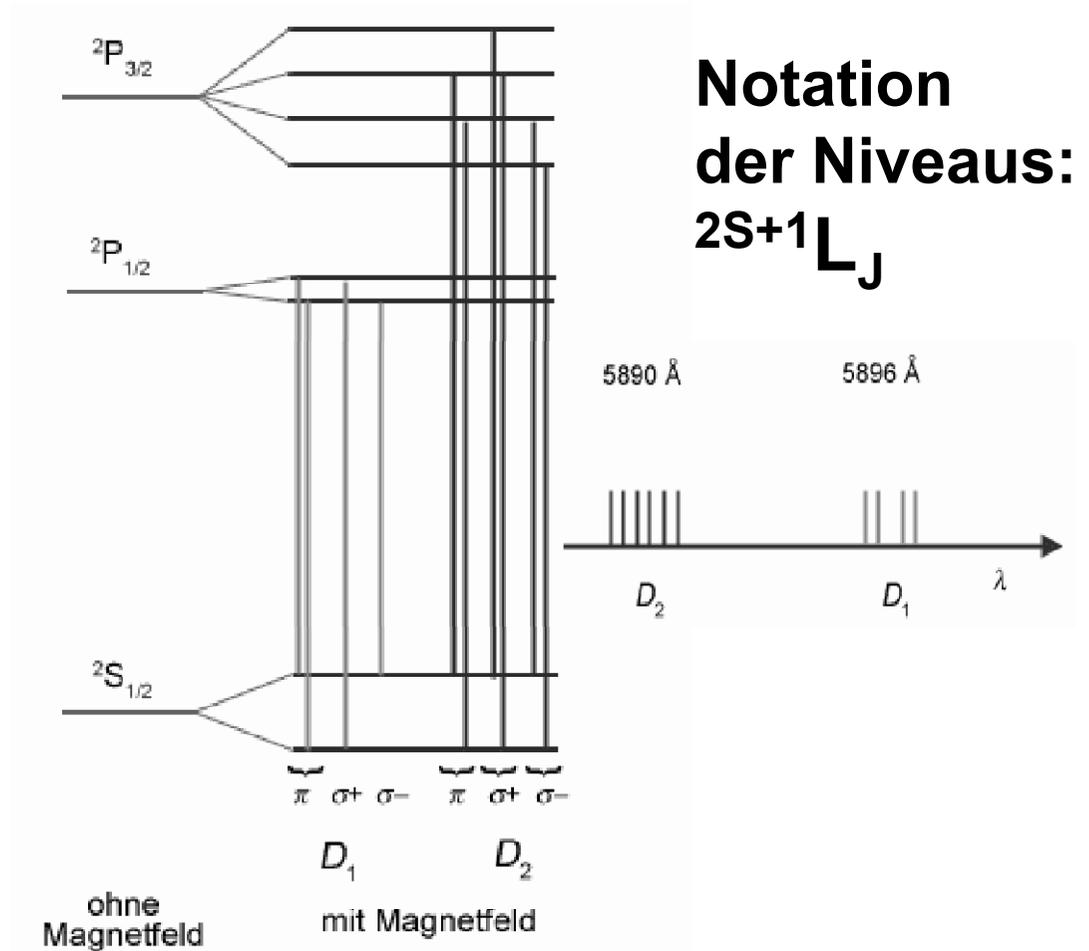


Abb.2 Doppellinie D des Natrium-Atoms

Anomaler Zeff. mit $S=1/2$

Elektronenanordnung im Grundzustand

Schale			K		L		M			N			
Z	Element		1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s				
1	H	Wasserstoff	1										
2	He	Helium	2										
3	Li	Lithium	2	1									
4	Be	Beryllium	2	2									
5	B	Bor	2	2	1								
6	C	Kohlenstoff	2	2	2								
7	N	Stickstoff	2	2	3								
8	O	Sauerstoff	2	2	4								
9	F	Fluor	2	2	5								
10	Ne	Neon	2	2	6								
11	Na	Natrium	2	2	6	1							
12	Mg	Magnesium	2	2	6	2							
13	Al	Aluminium	2	2	6	2	1						
14	Si	Silizium	2	2	6	2	2						
15	P	Phosphor	2	2	6	2	3						
16	S	Schwefel	2	2	6	2	4						
17	Cl	Chlor	2	2	6	2	5						
18	Ar	Argon	2	2	6	2	6						
19	K	Kalium	2	2	6	2	6		1				
20	Ca	Calcium	2	2	6	2	6		2				
21	Sc	Scandium	2	2	6	2	6	1	2				
22	Ti	Titan	2	2	6	2	6	2	2				
23	V	Vanadium	2	2	6	2	6	3	2				
24	Cr	Chrom	2	2	6	2	6	5	1				
25	Mn	Mangan	2	2	6	2	6	5	2				
26	Fe	Eisen	2	2	6	2	6	6	2				
27	Co	Kobalt	2	2	6	2	6	7	2				
28	Ni	Nickel	2	2	6	2	6	8	2				
29	Cu	Kupfer	2	2	6	2	6	10	1				
30	Zn	Zink	2	2	6	2	6	10	2				
31	Ga	Gallium	2	2	6	2	6	10	2	1			
32	Ge	Germanium	2	2	6	2	6	10	2	2			
33	As	Arsen	2	2	6	2	6	10	2	3			
34	Se	Selen	2	2	6	2	6	10	2	4			
35	Br	Brom	2	2	6	2	6	10	2	5			
36	Kr	Krypton	2	2	6	2	6	10	2	6			
37	Rb	Rubidium	2	2	6	2	6	10	2	6		1	
38	Sr	Strontium	2	2	6	2	6	10	2	6		2	
39	Y	Yttrium	2	2	6	2	6	10	2	6	1	2	
40	Zr	Zirkonium	2	2	6	2	6	10	2	6	2	2	
41	Nb	Niob	2	2	6	2	6	10	2	6	4	1	
42	Mo	Molybdän	2	2	6	2	6	10	2	6	5	1	
43	Tc	Technetium	2	2	6	2	6	10	2	6	6	1	
44	Ru	Ruthenium	2	2	6	2	6	10	2	6	7	1	
45	Rh	Rhodium	2	2	6	2	6	10	2	6	8	1	
46	Pd	Palladium	2	2	6	2	6	10	2	6	10		
47	Ag	Silber	2	2	6	2	6	10	2	6	10	1	
48	Cd	Cadmium	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	
49	In	Indium	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	1
50	Sn	Zinn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	2
51	Sb	Antimon	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	3
52	Te	Tellur	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	4
53	I	Iod	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	5
54	Xe	Xenon	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	6

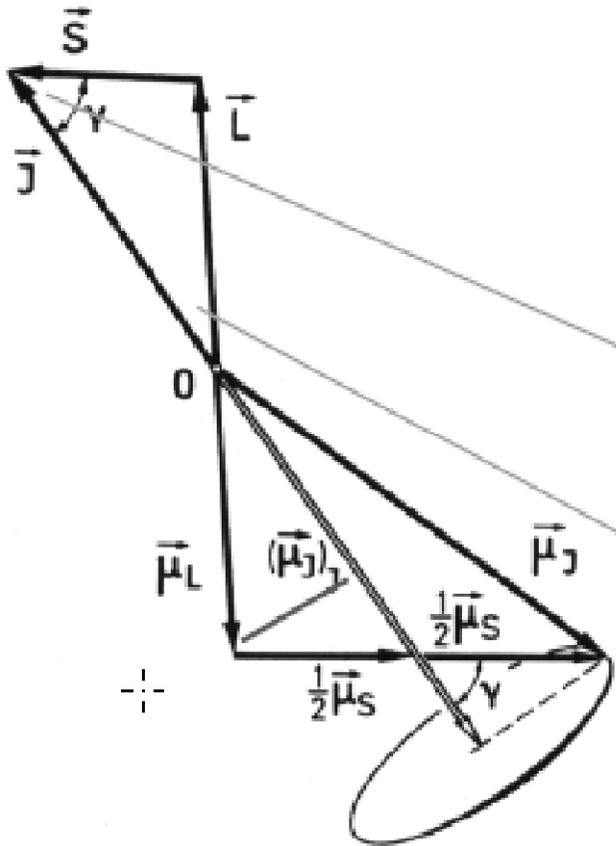
Zum Mitnehmen

Bahndrehimpuls L und Spin bilden Gesamtdrehimpuls $J=L+S$, dessen z -Komponente wieder quantisiert ist \rightarrow magnetische QZ m_j . L und S präzessieren um J und daher tun die „Kompassnadel“ p_L und p_S dies auch.

Spin hat g -Faktor = 2, d.h. Eigendrehimpuls ist zweimal so effektiv als Bahndrehimpuls um magnetisches Moment zu erzeugen (klassisch nicht erklärbar, folgt jedoch aus relativ. Wellen-Gleichung (DIRAC-Gleichung))

Aufspaltung im Magnetfeld beschrieben durch Landé-Faktor, die von m_j abhängt \rightarrow anomaler Zeeman-Effekt.

Andere Berechnung des Landé-Faktors

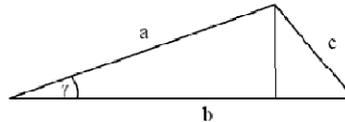


$\left(\vec{\mu}_J\right)_J$ setzt sich zusammen aus Beiträgen von $\vec{\mu}_L$ und $\vec{\mu}_S$

$$\vec{\mu}_j = -\frac{e}{2m_e} (\vec{L} + g_s \vec{S}) \quad \langle \vec{\mu}_j \rangle = \frac{\vec{\mu}_j \cdot \vec{J}}{J}$$

$$\cos(\angle \vec{S}, \vec{J}) = -\frac{L(L+1) - J(J+1) - S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{S(S+1)}}$$

$$\cos(\angle \vec{L}, \vec{J}) = -\frac{S(S+1) - J(J+1) - L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{L(L+1)}}$$



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Andere Berechnung des Landé-Faktors

$$\begin{aligned}
 (\bar{\mu}_J)_J &= \bar{\mu}_L \cos(\angle \bar{L}, \bar{J}) + \bar{\mu}_S \cos(\angle \bar{S}, \bar{J}) & \langle \bar{\mu}_J \rangle &= \frac{\bar{\mu}_J \bar{J}}{J} \\
 &= -\mu_B [\sqrt{L(L+1)} \cos(\angle \bar{L}, \bar{J}) + 2\sqrt{S(S+1)} \cos(\angle \bar{S}, \bar{J})] \frac{\bar{J}}{|\bar{J}|} \\
 &= \mu_B \frac{S(S+1) - J(J+1) - L(L+1) + 2L(L+1) - 2J(J+1) - 2S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1)}} \frac{\bar{J}}{|\bar{J}|} \\
 &= -\mu_B \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)}} \frac{\bar{J}}{|\bar{J}|} = -g_J \sqrt{J(J+1)} \mu_B \frac{\bar{J}}{|\bar{J}|} \\
 \Rightarrow (\bar{\mu}_J)_J &= -g_J \mu_B \frac{\bar{J}}{\hbar}
 \end{aligned}$$

mit:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (\text{Landé-Faktor})$$