VL 19

VL 17

17.1. Laser

(Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)

Maser = Laser im Mikrowellenbereich, d.h.

(Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation)

VL 18

18.1. Mehrelektronensysteme

VL 19

19.1. Periodensystem

Vorlesung 20:

Roter Faden:

Periodensystem

Folien auf dem Web:

<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/>

Siehe auch:

<http://www.wmi.badw.de/teaching/Lecturenotes/index.html>

<http://www.uni-stuttgart.de/ipf/lehre/online-skript/>

Zusammenfassung

- Bei Atomen mit mehreren Elektronen führt die elektrostatische Wechselwirkung zwischen den Elektronen dazu, dass das gesamte Potenzial nicht mehr kugelsymmetrisch ist.
- Für die Besetzung der Zustände eines Mehrelektronenatoms gilt das Pauli-Prinzip, für das man folgende äquivalente Formulierungen angeben kann:
 1. Die Gesamtwellenfunktion aller Elektronen muss antisymmetrisch gegenüber Vertauschung zweier Elektronen sein.
 2. Ein atomarer Zustand, der durch die 4 Quantenzahlen n (Hauptquantenzahl), l (Bahndrehimpulsquantenzahl), m Bahndrehimpulsorientierungsquantenzahl) und m_s (Spinorientierungsquantenzahl) charakterisiert ist, kann nur von einem Elektron besetzt werden.
- Die Besetzung der möglichen Elektronenzustände eines Mehrelektronenatoms erfolgt unter Berücksichtigung des Pauli-Prinzips und der Energieminimierung.
- In der Elektronenhülle von Mehrelektronenatomen fassen wir Zustände mit gleicher Hauptquantenzahl in Schalen ($n = 1, 2, 3, 4, \dots \Leftrightarrow K, L, M, N, \dots$) zusammen, solche mit gleicher Haupt- und Bahndrehimpulsquantenzahl in Unterschalen ($l = 0, 1, 2, 3, \dots \Leftrightarrow s, p, d, f, \dots$) zusammen.
- Der Schalenaufbau der Atome wird durch die Abhängigkeit der Ionisierungsenergie und der Atomvolumina von der Zahl der Elektronen in der Hülle widerspiegelt. Die Alkalimetalle haben von allen Atomen in der gleichen Periode die kleinsten Ionisierungsenergien und den größten Atomradius, die Edelgase die größten Ionisierungsenergien und den kleinsten Atomradius.

Reihenfolge der Besetzung im Periodensystem

Abbildung 7.9: Graphisches Merkverfahren zur energetischen Abfolge der Einteilchenniveaus. Die Zahlen geben die Schale an, die Buchstaben die zu jeder Schale gehörigen Unterschalen. Die schraffiert hinterlegten Niveaus werden im Grundzustand der stabilen Atome nicht mehr besetzt.

Große Drehimpulse = maximale Abschirmung = geringe Bindung

Abbildung 7.3: Zur Veranschaulichung der Aufhebung der l -Entartung mit Hilfe des Sommerfeldschen Modells. Für $l = n - 1$ haben wir es mit einem Orbital zu tun, das einer klassischen Kreisbahn sehr nahe kommt. Für $l \ll n - 1$ hingegen ist das Sommerfeldsche Orbit sehr stark elliptisch. Das Elektron kommt auf seiner "Tauchbahn" dem un abgeschirmten Kern häufiger sehr nahe, was auf Grund der Attraktivität der Wechselwirkung zu einer Absenkung der Energieniveaus führt.

Elektronenanordnung im Grundzustand

Schale			K		L		M			N	Schale			K		L		M			N			O	
Z		Element	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	Z		Element	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	5s	5p		
1	H	Wasserstoff	1							28	Ni	Nickel	2	2	6	2	6	8	2						
2	He	Helium	2							29	Cu	Kupfer	2	2	6	2	6	10	1						
3	Li	Lithium	2	1						30	Zn	Zink	2	2	6	2	6	10	2						
4	Be	Beryllium	2	2						31	Ga	Gallium	2	2	6	2	6	10	2	1					
5	B	Bor	2	2	1					32	Ge	Germanium	2	2	6	2	6	10	2	2					
6	C	Kohlenstoff	2	2	2					33	Ar	Arsen	2	2	6	2	6	10	2	3					
7	N	Stickstoff	2	2	3					34	Se	Selen	2	2	6	2	6	10	2	4					
8	O	Sauerstoff	2	2	4					35	Br	Brom	2	2	6	2	6	10	2	5					
9	F	Fluor	2	2	5					36	Kr	Krypton	2	2	6	2	6	10	2	6					
10	Ne	Neon	2	2	6					37	Rb	Rubidium	2	2	6	2	6	10	2	6			1		
11	Na	Natrium	2	2	6	1				38	Sr	Strontium	2	2	6	2	6	10	2	6			2		
12	Mg	Magnesium	2	2	6	2				39	Y	Yttrium	2	2	6	2	6	10	2	6	1	2			
13	Al	Aluminium	2	2	6	2	1			40	Zr	Zirkonium	2	2	6	2	6	10	2	6	2	2			
14	Si	Silizium	2	2	6	2	2			41	Nb	Niob	2	2	6	2	6	10	2	6	4	1			
15	P	Phosphor	2	2	6	2	3			42	Mo	Molybdän	2	2	6	2	6	10	2	6	5	1			
16	S	Schwefel	2	2	6	2	4			43	Tc	Technetium	2	2	6	2	6	10	2	6	6	1			
17	Cl	Chlor	2	2	6	2	5			44	Ru	Ruthenium	2	2	6	2	6	10	2	6	7	1			
18	Ar	Argon	2	2	6	2	6			45	Rh	Rhodium	2	2	6	2	6	10	2	6	8	1			
19	K	Kalium	2	2	6	2	6		1	46	Pd	Palladium	2	2	6	2	6	10	2	6	10				
20	Ca	Calcium	2	2	6	2	6		2	47	Ag	Silber	2	2	6	2	6	10	2	6	10	1			
21	Sc	Scandium	2	2	6	2	6	1	2	48	Cd	Cadmium	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2			
22	Ti	Titan	2	2	6	2	6	2	2	49	In	Indium	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	1		
23	V	Vanadium	2	2	6	2	6	3	2	50	Sn	Zinn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	2		
24	Cr	Chrom	2	2	6	2	6	5	1	51	Sb	Antimon	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	3		
25	Mn	Mangan	2	2	6	2	6	5	2	52	Te	Tellur	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	4		
26	Fe	Eisen	2	2	6	2	6	6	2	53	I	Iod	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	5		
27	Co	Kobalt	2	2	6	2	6	7	2	54	Xe	Xenon	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	6		

Elektronenanordnung im Grundzustand

Schale			N	O					P	Schale			N	O					P	Q
Z		Element	4f	5s	5p	5d	5f	6s	Z		Element	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
55	Cs	Cäsium		2	6			1	80	Hg	Quecksilber	14	2	6	10		2			
56	Ba	Barium		2	6			2	81	Tl	Thallium	14	2	6	10		2	1		
57	La	Lanthan		2	6	1		2	82	Pb	Blei	14	2	6	10		2	2		
58	Ce	Cer	2	2	6			2	83	Bi	Bismut	14	2	6	10		2	3		
59	Pr	Praseodym	3	2	6			2	84	Po	Polonium	14	2	6	10		2	4		
60	Nd	Neodym	4	2	6			2	85	At	Astat	14	2	6	10		2	5		
61	Pm	Promethium	5	2	6			2	86	Rn	Radon	14	2	6	10		2	6		
62	Sm	Samarium	6	2	6			2	87	Fr	Francium	14	2	6	10		2	6		1
63	Eu	Europium	7	2	6			2	88	Ra	Radium	14	2	6	10		2	6		2
64	Gd	Gadolinium	7	2	6	1		2	89	Ac	Actinium	14	2	6	10		2	6	1	2
65	Tb	Terbium	9	2	6			2	90	Th	Thorium	14	2	6	10		2	6	2	2
66	Dy	Dysprosium	10	2	6			2	91	Pa	Protactinium	14	2	6	10	2	2	6	1	2
67	Ho	Holmium	11	2	6			2	92	U	Uran	14	2	6	10	3	2	6	1	2
68	Er	Erbium	12	2	6			2	93	Np	Neptunium	14	2	6	10	5	2	6		2
69	Tm	Thulium	13	2	6			2	94	Pu	Plutonium	14	2	6	10	6	2	6		2
70	Yb	Ytterbium	14	2	6			2	95	Am	Americium	14	2	6	10	7	2	6		2
71	Lu	Lutetium	14	2	6	1		2	96	Cm	Curium	14	2	6	10	7	2	6	1	2
72	Hf	Hafnium	14	2	6	2		2	97	Bk	Berkelium	14	2	6	10	8	2	6	1	2
73	Ta	Tantal	14	2	6	3		2	98	Cf	Californium	14	2	6	10	10	2	6		2
74	W	Wolfram	14	2	6	4		2	99	Es	Einsteinium	14	2	6	10	11	2	6		2
75	Re	Rhenium	14	2	6	5		2	100	Fm	Fermium	14	2	6	10	12	2	6		2
76	Os	Osmium	14	2	6	6		2	101	Md	Mendelevium	14	2	6	10	13	2	6		2
77	Ir	Iridium	14	2	6	7		2	102	No	Nobelium	14	2	6	10	14	2	6		2
78	Pt	Platin	14	2	6	9		1	103	Lr	Lawrencium	14	2	6	10	14	2	6	1	2
79	Au	Gold	14	2	6	10		1	104	Rf	Rutherfordium	14	2	6	10	14	2	6	2	2

Periodensystem mit Elektronen-Konfiguration

Electron Configuration Table

H 1 1s																			He 2 1s	
Li 1 Be 2 2s																			B 1 C 2 N 3 O 4 F 5 Ne 6 ← 2p →	
Na 1 Mg 2 3s																			Al 1 Si 2 P 3 S 4 Cl 5 Ar 6 ← 3p →	
K 1 Ca 2 4s	Sc 1 Ti 2 V 3 Cr 4 Mn 5 Fe 6 Co 7 Ni 8 Cu 9 Zn 10 ← 3d →																			Ga 1 Ge 2 As 3 Se 4 Br 5 Kr 6 ← 4p →
Rb 1 Sr 2 5s	Y 1 Zr 2 Nb 3 Mo 4 Tc 5 Ru 6 Rh 7 Pd 8 Ag 9 Cd 10 ← 4d →																			In 1 Sn 2 Sb 3 Te 4 I 5 Xe 6 ← 5p →
Cs 1 Ba 2 6s	La* 1 Hf 2 Ta 3 W 4 Re 5 Os 6 Ir 7 Pt 8 Au 9 Hg 10 ← 5d →																			Tl 1 Pb 2 Bi 3 Po 4 At 5 Rn 6 ← 6p →
Fr 1 Ra 2 7s	+Ac 1 Rf 2 Db 3 Sg 4 Bh 5 Hs 6 Mt 7 Ds 8 Rg 9 10 ← 6d →																			← 7p →
																				Ce 1 Pr 2 Nd 3 Pm 4 Sm 5 Eu 6 Gd 7 Tb 8 Dy 9 Ho 10 Er 11 Tm 12 Yb 13 Lu 14 ← 4f →
																				Th 1 Pa 2 U 3 Np 4 Pu 5 Am 6 Cm 7 Bk 8 Cf 9 Es 10 Fm 11 Md 12 No 13 Lr 14 ← 5f →

Zusammenfassung-I

- Bei Atomen mit mehreren Elektronen führt die elektrostatische Wechselwirkung zwischen den Elektronen dazu, dass das gesamte Potenzial nicht mehr kugelsymmetrisch ist.
- Für die Besetzung der Zustände eines Mehrelektronenatoms gilt das Pauli-Prinzip, für das man folgende äquivalente Formulierungen angeben kann:
 1. Die Gesamtwellenfunktion aller Elektronen muss antisymmetrisch gegenüber Vertauschung zweier Elektronen sein.
 2. Ein atomarer Zustand, der durch die 4 Quantenzahlen n (Hauptquantenzahl), l (Bahndrehimpulsquantenzahl), m (Bahndrehimpulsorientierungsquantenzahl) und m_s (Spinorientierungsquantenzahl) charakterisiert ist, kann nur von einem Elektron besetzt werden.
- Die Besetzung der möglichen Elektronenzustände eines Mehrelektronenatoms erfolgt unter Berücksichtigung des Pauli-Prinzips und der Energieminimierung.
- In der Elektronenhülle von Mehrelektronenatomen fassen wir Zustände mit gleicher Hauptquantenzahl in Schalen ($n = 1, 2, 3, 4, \dots \Leftrightarrow K, L, M, N, \dots$) zusammen, solche mit gleicher Haupt- und Bahndrehimpulsquantenzahl in Unterschalen ($l = 0, 1, 2, 3, \dots \Leftrightarrow s, p, d, f, \dots$) zusammen.
- Der Schalenaufbau der Atome wird durch die Abhängigkeit der Ionisierungsenergie und der Atomvolumina von der Zahl der Elektronen in der Hülle wiedergespiegelt. Die Alkalimetalle haben von allen Atomen in der gleichen Periode die kleinsten Ionisierungsenergien und den größten Atomradius, die Edelgase die größten Ionisierungsenergien und den kleinsten Atomradius.

Aufbau des Periodensystems

In Modell unabhängiger Teilchen entsteht das Periodensystem durch Auffüllen der Niveaus unter Berücksichtigung folgender Regeln:

Pauli-Prinzip

Zwei Elektronen dürfen nicht Zustände mit den gleichen Quantenzahlen einnehmen.

Hundsche Regel

Äquivalente Niveaus werden so besetzt, dass der Gesamtspin maximal ist (keine strenge Regel).

Nomenklatur:

- ▶ Einelektronenniveaus gegeben durch n, l, m, m_s
- ▶ **Äquivalent** sind Elektronen mit gleichem n, l
- ▶ Schreibweise bei X äquivalenten Elektronen: nl^X
- ▶ **Schalenabschlüsse** bei 2, 10, 18, 36, 54, 86, 118 Elektronen sind besonders stabil mit Gesamtdrehimpuls $J=0$.
- ▶ **Unterschalen** bei Auffüllung aller Niveaus mit n, l

Bindungsenergie des äußersten Elektrons

Interaktives Periodensystem

<http://www.periodensystem.info/elemente/>

Atomradien

Innerhalb einer Periode nimmt der Atomradius von links nach rechts ab. Diese auf den ersten Blick erstaunliche Beobachtung lässt sich verstehen, wenn man bedenkt, dass in einer Periode die Kernladungszahl stetig zunimmt, die hinzukommenden Elektronen aber keine Schalen neu beginnen. Dadurch wird die Anziehung auf die Elektronenhülle größer und es tritt eine Schrumpfung des Atomradius ein. Der Atomradius ist das Ergebnis von Anziehung der Elektronen durch den Kern einerseits und der gegenseitigen Abstoßung der Elektronen andererseits.

$$r_n = \frac{n^2}{Z} a_0 = \frac{n^2 h^2 \cdot \epsilon_0}{\pi \cdot \mu \cdot Z \cdot e^2}$$

Bohrsche Modell (VL 8):

$$E = -\frac{\mu e^4 \cdot Z^2}{8 \epsilon_0^2 h^2 n^2} = -Ry^* \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

Durch Abschirmung S der Kernladung: $Z_{\text{eff}} = Z - S$

Berechnung von Z_{eff} (Slater-Regeln)

- Aufschreiben der Elektronenkonfiguration, z.B.:
 $(1s^2), (2s^2, 2p^6), (3s^2, 3p^6)(3d^{10}), (4s^2, 4p^6)(4d^{10})(4f^{14}), (5s^1, 5p^0)...$
- Die Abschirmung S ist die Summe der Abschirmbeiträge aller abschirmenden Elektronen und wird immer von links nach rechts ausgerechnet.

Dabei wird das Elektron, für das die Abschirmung ermittelt werden soll, nicht mitgerechnet (im Beispiel das 5s-Elektron).

- Abschirmung innerhalb derselben Hauptschale:
 $S(ns, np) = 0.35$

aber $S(1s) = 0.30$.
- Abschirmung durch die erste darunterliegende Hauptschale:
 $S([n-1]s, p, d, f) = 0.85$.
- Abschirmung durch alle weiteren Hauptschalen davor:
 $S([n-m]s, p, d, f) = 1.00, m \geq 2$.
Erst diese Schalen schirmen vollständig ab, d.h. jedes Elektron schirmt eine ganze Kernladung ab.
- Ist das betrachtete Elektron ein nd- bzw. ein nf-Element so schirmen alle Elektronen links davon mit $S=1$ ab.
- Elektronen, die bei höherer Energie liegen (nach rechts) tragen nichts zur Abschirmung bei.

Beispiel: Berechnung von Z_{eff}

Beispiel: Berechnung der Abschirmung für ein 4s-Elektron in ^{30}Zn :

Elektronenkonfiguration:

$$S = 2 \cdot 1.00 + 8 \cdot 1.00 + 8 \cdot 0.85 + 10 \cdot 0.85 + 1 \cdot 0.35 = 25.65$$

$$Z_{eff} = Z - S = 30 - 25.65 = 4.35$$

Quelle: http://www.cci.ethz.ch/vorlesung/de/ac1/ac1_node10.html

Abgeschlossene Schalen

Elektronendichte bei vollen Schalen
 ($Z=2,10,28$ für $n=1,2,3$)

Atomradien und Ionisierungsenergie

Effektives Potential bei mehreren Elektronen

Zusammenfassung - II

- In einem Modell unabhängiger Elektronen nähert man man die Wechselwirkung eines Elektrons mit der Kernladung $+Ze$ und den verbleibenden $(Z - 1)$ anderen Elektronen durch ein effektives kugelsymmetrisches Potenzial. Dadurch wird das Problem für jedes einzelne Elektron auf ein Einteilchenproblem reduziert. Eine numerische Berechnung kann mit Hilfe des Hartree-Verfahren erfolgen. Die Vielelektronenwellenfunktion wird durch eine antisymmetrische Linearkombination von Produkten von Einelektronenfunktionen angenähert.
- Die Reihenfolge bei der Kopplung der Drehimpulse hängt von der Größe der beteiligten Wechselwirkungen ab:
 1. **L-S-Kopplung:**
Bei leichten Kernen ist die Spin-Bahn-Kopplung schwach, es koppeln zuerst alle Bahndrehimpulse zum Gesamtdrehimpuls $\mathbf{L} = \sum \mathbf{l}_i$ und alle Spin zum Gesamtspin $\mathbf{S} = \sum s_i$. Erst anschließend koppeln $\mathbf{L}$ und $\mathbf{S}$ zum Gesamtdrehimpuls $\mathbf{J}$ des Atoms.
 2. **j-j-Kopplung:**
Bei schweren Kernen ist die Spin-Bahn-Kopplung stark, es koppeln zuerst alle Bahndrehimpulse und Spins der einzelnen Elektronen zu den Gesamtdrehimpuls $\mathbf{j}_i = \mathbf{l}_i + s_i$ der einzelnen Elektronen. Anschließend koppeln dann die verschiedenen $\mathbf{j}_i$ zum Gesamtdrehimpuls $\mathbf{J} = \sum \mathbf{j}_i$ des Atoms.
- Für das Auffinden des Drehimpulszustandes des Grundzustandes eines Atoms können die Hundschen Regeln verwendet werden:

Atome mit 1 Valenzelektron

Abgeschlossene Schalen bilden Rumpf mit $L=0, S=0$.

Elektronen außerhalb (**Valenzelektronen**) bestimmen

- ▶ chemische Eigenschaften
- ▶ metallische Eigenschaften
- ▶ magnetische Eigenschaften

Der Rumpf schirmt Kernladung teilweise ab.

Atome mit 1 Valenzelektron (Li, Na ...) haben wasserstoffähnliche Spektren. Äquivalente Niveaus sind aber stärker gebunden als im H-Atom.

Termschema des Lithium-Atoms

$$E = -\frac{\mu e^4 \cdot Z^2}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}$$

Der Grundzustand des Li liegt höher als bei H. Äquivalente Zustände sind aber stärker gebunden, denn die Abschirmung durch den Rumpf ist nicht vollständig, da die Wellenfunktion des 2S-Zustandes bis in Kernnähe reicht.

Atome mit 2 Valenzelektronen (Be, Mg ...) treten, wie Helium, in zwei Zuständen (Singulett und Triplett) auf.

Termschema Na (1 Valenz-Elektron)

Abbildung 7.16: Termschema des Natriumatoms. Zur spektroskopischen Notation siehe (7.3.8). Besonders hervorgehoben ist die Dublettenstruktur der Natrium D-Linie.

Vollständiges Termschema des H-Atoms

Abbildung 4.19: Vollständiges Termschema des Wasserstoffatoms mit allen bisher bekannten Wechselwirkungen. Die Fein- und Hyperfeinstruktur, sowie die Lamb-Shift sind aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht maßstabsgerecht gezeichnet.

LS-Kopplung

Bahndrehimpulse der Elektronen koppeln zu

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i; \quad |\vec{L}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar$$

Spins der Elektronen koppeln zu Gesamtspin

$$\vec{S} = \sum \vec{S}_i; \quad |\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar$$

Der **Gesamtdrehimpuls** ist

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

mit

$$|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar$$

$$J_z = M\hbar; \quad M = J, J-1, \dots, -J$$

Beispiel: 2 Elektronen mit $l_1 > l_2$

Mögliche Werte für L : $l_1+l_2, l_1+l_2-1 \dots l_1-l_2$

Hierbei handelt es sich nicht um die Drehimpulsvektoren, sondern um eine symbolische Addition der Quantenzahlen.

Term: alle Zustände mit gleichem L und S .

Spin-Bahn-Kopplung $\rightarrow$ $(2S+1)$ Kombinationen:

$J = L+S, L+S-1 \dots L-S$ (**Multipletts**)

- ▶ 2 Elektronen: $S=0$ (Singulett) oder $S=1$ (Triplet)
- ▶ 3 Elektronen: $S=1/2$ (Doublett) oder $S=3/2$ (Quartett)
- ▶ 4 Elektronen: $S=0$ oder $S=1$ oder $S=2$ (Quintett)

Notation:

JJ-Kopplung

Mit steigender Kernladungszahl Z wird Spin-Bahn-Kopplung einzelner Elektronen stärker.

$$\vec{J}_i = \vec{L}_i + \vec{S}_i$$

Die J_i koppeln zum Gesamtdrehimpuls des Atoms:

$$\vec{J} = \sum \vec{J}_i; \quad |\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar$$

LS- und JJ-Kopplung gibt es nur bei leichten bzw. schweren Atomen in Reinform. Die Niveaus im Übergangsbereich lassen sich nicht einfach zuordnen.

Notation: $(J_1, J_2, J_3)_J$

Zusammenfassung LS und JJ Kopplung

Abbildung 7.5: Vektormodell der L-S-Kopplung (a) und der j-j-Kopplung (b).

Insgesamt ergibt sich damit folgende spektroskopische Notation:

$$2S+1L_J \quad L = S, P, D, F, \dots \quad (7.3.8)$$

Es sei hier nochmals darauf hingewiesen, dass diese Notation natürlich L-S-Kopplung voraussetzt.

Verbotene QZ

Elektronen-konfiguration	Drehimpulsquantenzahlen			Spektroskopische Symbole
	L	S	J	
s	0	1/2	1/2	${}^2S_{1/2}$
s ²	0	0	0	1S_0
	0	1	1	3S_1
sp	1	0	1	1P_1
	1	1	0,1,2	3P_0 3P_1 3P_2
p ²	0	0	0	1S_0
	1	1	0,1,2	3P_0 3P_1 3P_2
	2	0	2	1D_2
	0	1	1	3S_1
	1	0	1	1P_1
	2	1	1,2,3	${}^3D_{1,2,3}$

Rot ist verboten (Pauli)

Beispiel:
 3S_1 hat L=0 S=1, Bahn-und Spin-Anteil beide symm. Verboten.

Beispiel:
 1P_1 darf nicht mit 2 Elektronen besetzt werden, da L=1 und S=0, bedeutet Spinanteil antisymm, Ortsanteil symm., aber L=1 bedeutet ml1=0, ml2=1 erlaubt keine symm. Wellenfkt.

Tabelle 7.1: Mögliche Gesamtdrehimpulse und spektroskopische Symbole für verschiedene Elektronenkonfigurationen. Die rot markierten Terme sind aufgrund des Pauli-Prinzips für $n_1 = n_2$ verboten.

Die erlaubten QZ für die p^2 Konfiguration

L	S	m_{l1}	m_{l2}	m_{s1}	m_{s2}	M_S	M_J	Term
0	0	0	0	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	1S_0
1	1	0	-1	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	+1	0	3P_0
1	1	+1	-1	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	+1	+1	3P_1
		+1	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	0	
		+1	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1	
1	1	+1	0	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	+1	+2	3P_2
		+1	-1	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	+1	+1	
		0	0	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	
		+1	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1	
2	0	0	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	1D_2
		+1	+1	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	+2	
		+1	0	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	+1	
		0	-1	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	
2	0	0	-1	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	-1	1D_2
		-1	-1	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	-2	

Tabelle 7.2: Mögliche Zustände der Konfiguration np^2 mit Quantenzahlen $L, S, m_{l1}, m_{l2}, m_{s1}, m_{s2}, M_S = m_{s1} + m_{s2}$ und $M_J = m_{l1} + m_{l2} + m_{s1} + m_{s2}$ für gleiche Hauptquantenzahlen $n_1 = n_2$ der beiden p -Elektronen.

Zusammenfassung - II

- In einem Modell unabhängiger Elektronen nähert man man die Wechselwirkung eines Elektrons mit der Kernladung $+Ze$ und den verbleibenden $(Z - 1)$ anderen Elektronen durch ein effektives kugelsymmetrisches Potenzial. Dadurch wird das Problem für jedes einzelne Elektron auf ein Einteilchenproblem reduziert. Eine numerische Berechnung kann mit Hilfe des Hartree-Verfahren erfolgen. Die Vielelektronenwellenfunktion wird durch eine antisymmetrische Linearkombination von Produkten von Einelektronenfunktionen angenähert.
- Die Reihenfolge bei der Kopplung der Drehimpulse hängt von der Größe der beteiligten Wechselwirkungen ab:
 1. **L-S-Kopplung:**
Bei leichten Kernen ist die Spin-Bahn-Kopplung schwach, es koppeln zuerst alle Bahndrehimpulse zum Gesamtdrehimpuls $\mathbf{L} = \sum \mathbf{l}_i$ und alle Spin zum Gesamtspin $\mathbf{S} = \sum s_i$. Erst anschließend koppeln $\mathbf{L}$ und $\mathbf{S}$ zum Gesamtdrehimpuls $\mathbf{J}$ des Atoms.
 2. **j-j-Kopplung:**
Bei schweren Kernen ist die Spin-Bahn-Kopplung stark, es koppeln zuerst alle Bahndrehimpulse und Spins der einzelnen Elektronen zu den Gesamtdrehimpuls $\mathbf{j}_i = \mathbf{l}_i + s_i$ der einzelnen Elektronen. Anschließend koppeln dann die verschiedenen $\mathbf{j}_i$ zum Gesamtdrehimpuls $\mathbf{J} = \sum \mathbf{j}_i$ des Atoms.
- Für das Auffinden des Drehimpulszustandes des Grundzustandes eines Atoms können die Hundschen Regeln verwendet werden:

Zusammenfassung-III

Hundsche Regeln:

1. Für Atome mit angeschlossenen Schalen gilt $L = S = J = 0$.
 2. In offenen s -, p -, d - oder f -Unterschalen liegen die Zustände mit maximalem S energetisch am tiefsten.
 3. Für die Terme mit maximalem S liegen die Terme mit maximalem L energetisch am tiefsten.
 4. Ist eine s -, p -, d - oder f -Unterschale weniger als halb gefüllt, so bildet der Term mit $J = |L - S|$ den Grundzustand, ist sie mehr als halb gefüllt, der Term mit $J = L + S$.
- Es wird folgende spektroskopische Notation für die Bezeichnung der Energieniveaus von Mehrelektronenatomen verwendet:

$${}^M L_J \quad \text{mit der Multiplizität } M = 2S + 1 \quad \text{und} \quad |L - S| \leq J \leq L + S .$$

Für $L > S$ entspricht die Zahl $2S + 1$ der Feinstrukturkomponenten der Multiplizität des Zustandes. Für $L < S$ ist die Zahl $2L + 1$ der möglichen Feinstrukturkomponenten dagegen kleiner als die Multiplizität und wir sprechen von einer nicht vollständig entwickelten Multiplizität.

Friedrich Hund

Wir haben gesehen, dass durch die Kopplung der Drehimpulse eine Vielzahl von möglichen Termen für eine bestimmte Elektronenkonfiguration möglich ist. Ein Beispiel für die p^2 -Konfiguration wurde in Tabelle 7.1 gezeigt. Einer der vielen elektronischen Zustände muss der energetisch tiefste sein, den dann das Atom im Grundzustand einnimmt. Aus spektroskopischen Daten vieler Atome wurden von **Friedrich Hund**¹² die folgenden Regeln für das Auffinden des Grundzustandsterms aufgestellt:

Friedrich Hund (1896 - 1997) :

Friedrich Hund wurde 1896 in Karlsruhe geboren. Er studierte Mathematik, Physik und Geographie in Göttingen und Marburg und promovierte und habilitierte sich bei Born in Göttingen. Er war Privatdozent für theoretische Physik in Göttingen (1925) und wurde Professor in Rostock (1927). 1929 kam er nach Leipzig als enger Kollege Heisenbergs. Er war anschließend Professor in Jena (1946), Frankfurt (1951) und ab 1956 wieder in Göttingen an. Insgesamt wurden mehr als 100 Schriften und Aufsätze von Hund veröffentlicht.

Friedrich Hund starb 1997 in Göttingen.

Nobelpreis für Physik im Jahre 1945 für seine bahnbrechenden Beiträge in der Quantenmechanik und Molekülphysik.

Elektronenkonfiguration für $n=1,2$

Abbildung 7.11: Darstellung der Elektronenkonfigurationen für die zehn leichtesten Elemente. Vollbesetzte Zustände sind blau, halbbesetzte sind gelb hinterlegt.

1. Für Atome mit angeschlossenen Schalen gilt $L = S = J = 0$.
2. In offenen s -, p -, d - oder f -Unterschalen liegen die Zustände mit maximalem S energetisch am tiefsten.

Magnetische Materialien

Eisen und Nickel Atome haben starkes magnetisches Moment durch hohe L und S

Elektronenanordnung im Grundzustand

Schale			K		L		M			N	Schale			K		L		M			N			O	
Z		Element	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	Z		Element	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	5s	5p		
1	H	Wasserstoff	1							28	Ni	Nickel	2	2	6	2	6	8	2						
2	He	Helium	2							29	Cu	Kupfer	2	2	6	2	6	10	1						
3	Li	Lithium	2	1						30	Zn	Zink	2	2	6	2	6	10	2						
4	Be	Beryllium	2	2						31	Ga	Gallium	2	2	6	2	6	10	2	1					
5	B	Bor	2	2	1					32	Ge	Germanium	2	2	6	2	6	10	2	2					
6	C	Kohlenstoff	2	2	2					33	Ar	Arsen	2	2	6	2	6	10	2	3					
7	N	Stickstoff	2	2	3					34	Se	Selen	2	2	6	2	6	10	2	4					
8	O	Sauerstoff	2	2	4					35	Br	Brom	2	2	6	2	6	10	2	5					
9	F	Fluor	2	2	5					36	Kr	Krypton	2	2	6	2	6	10	2	6					
10	Ne	Neon	2	2	6					37	Rb	Rubidium	2	2	6	2	6	10	2	6			1		
11	Na	Natrium	2	2	6	1				38	Sr	Strontium	2	2	6	2	6	10	2	6			2		
12	Mg	Magnesium	2	2	6	2				39	Y	Yttrium	2	2	6	2	6	10	2	6	1	2			
13	Al	Aluminium	2	2	6	2	1			40	Zr	Zirkonium	2	2	6	2	6	10	2	6	2	2			
14	Si	Silizium	2	2	6	2	2			41	Nb	Niob	2	2	6	2	6	10	2	6	4	1			
15	P	Phosphor	2	2	6	2	3			42	Mo	Molybdän	2	2	6	2	6	10	2	6	5	1			
16	S	Schwefel	2	2	6	2	4			43	Tc	Technetium	2	2	6	2	6	10	2	6	6	1			
17	Cl	Chlor	2	2	6	2	5			44	Ru	Ruthenium	2	2	6	2	6	10	2	6	7	1			
18	Ar	Argon	2	2	6	2	6			45	Rh	Rhodium	2	2	6	2	6	10	2	6	8	1			
19	K	Kalium	2	2	6	2	6		1	46	Pd	Palladium	2	2	6	2	6	10	2	6	10				
20	Ca	Calcium	2	2	6	2	6		2	47	Ag	Silber	2	2	6	2	6	10	2	6	10	1			
21	Sc	Scandium	2	2	6	2	6	1	2	48	Cd	Cadmium	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2			
22	Ti	Titan	2	2	6	2	6	2	2	49	In	Indium	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	1		
23	V	Vanadium	2	2	6	2	6	3	2	50	Sn	Zinn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	2		
24	Cr	Chrom	2	2	6	2	6	5	1	51	Sb	Antimon	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	3		
25	Mn	Mangan	2	2	6	2	6	5	2	52	Te	Tellur	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	4		
26	Fe	Eisen	2	2	6	2	6	6	2	53	I	Iod	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	5		
27	Co	Kobalt	2	2	6	2	6	7	2	54	Xe	Xenon	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	6		

Zusammenfassung-I

- Bei Atomen mit mehreren Elektronen führt die elektrostatische Wechselwirkung zwischen den Elektronen dazu, dass das gesamte Potenzial nicht mehr kugelsymmetrisch ist.
- Für die Besetzung der Zustände eines Mehrelektronenatoms gilt das Pauli-Prinzip, für das man folgende äquivalente Formulierungen angeben kann:
 1. Die Gesamtwellenfunktion aller Elektronen muss antisymmetrisch gegenüber Vertauschung zweier Elektronen sein.
 2. Ein atomarer Zustand, der durch die 4 Quantenzahlen n (Hauptquantenzahl), l (Bahndrehimpulsquantenzahl), m (Bahndrehimpulsorientierungsquantenzahl) und m_s (Spinorientierungsquantenzahl) charakterisiert ist, kann nur von einem Elektron besetzt werden.
- Die Besetzung der möglichen Elektronenzustände eines Mehrelektronenatoms erfolgt unter Berücksichtigung des Pauli-Prinzips und der Energieminimierung.
- In der Elektronenhülle von Mehrelektronenatomen fassen wir Zustände mit gleicher Hauptquantenzahl in Schalen ($n = 1, 2, 3, 4, \dots \Leftrightarrow K, L, M, N, \dots$) zusammen, solche mit gleicher Haupt- und Bahndrehimpulsquantenzahl in Unterschalen ($l = 0, 1, 2, 3, \dots \Leftrightarrow s, p, d, f, \dots$) zusammen.
- Der Schalenaufbau der Atome wird durch die Abhängigkeit der Ionisierungsenergie und der Atomvolumina von der Zahl der Elektronen in der Hülle widerspiegelt. Die Alkalimetalle haben von allen Atomen in der gleichen Periode die kleinsten Ionisierungsenergien und den größten Atomradius, die Edelgase die größten Ionisierungsenergien und den kleinsten Atomradius.

Zusammenfassung - II

- In einem Modell unabhängiger Elektronen nähert man man die Wechselwirkung eines Elektrons mit der Kernladung $+Ze$ und den verbleibenden $(Z - 1)$ anderen Elektronen durch ein effektives kugelsymmetrisches Potenzial. Dadurch wird das Problem für jedes einzelne Elektron auf ein Einteilchenproblem reduziert. Eine numerische Berechnung kann mit Hilfe des Hartree-Verfahren erfolgen. Die Vielelektronenwellenfunktion wird durch eine antisymmetrische Linearkombination von Produkten von Einelektronenfunktionen angenähert.
- Die Reihenfolge bei der Kopplung der Drehimpulse hängt von der Größe der beteiligten Wechselwirkungen ab:
 1. **L-S-Kopplung:**
Bei leichten Kernen ist die Spin-Bahn-Kopplung schwach, es koppeln zuerst alle Bahndrehimpulse zum Gesamtdrehimpuls $\mathbf{L} = \sum \mathbf{l}_i$ und alle Spin zum Gesamtspin $\mathbf{S} = \sum \mathbf{s}_i$. Erst anschließend koppeln $\mathbf{L}$ und $\mathbf{S}$ zum Gesamtdrehimpuls $\mathbf{J}$ des Atoms.
 2. **j-j-Kopplung:**
Bei schweren Kernen ist die Spin-Bahn-Kopplung stark, es koppeln zuerst alle Bahndrehimpulse und Spins der einzelnen Elektronen zu den Gesamtdrehimpuls $\mathbf{j}_i = \mathbf{l}_i + \mathbf{s}_i$ der einzelnen Elektronen. Anschließend koppeln dann die verschiedenen $\mathbf{j}_i$ zum Gesamtdrehimpuls $\mathbf{J} = \sum \mathbf{j}_i$ des Atoms.
- Für das Auffinden des Drehimpulszustandes des Grundzustandes eines Atoms können die Hundschen Regeln verwendet werden:

Zusammenfassung-III

Hundsche Regeln:

1. Für Atome mit angeschlossenen Schalen gilt $L = S = J = 0$.
 2. In offenen s -, p -, d - oder f -Unterschalen liegen die Zustände mit maximalem S energetisch am tiefsten.
 3. Für die Terme mit maximalem S liegen die Terme mit maximalem L energetisch am tiefsten.
 4. Ist eine s -, p -, d - oder f -Unterschale weniger als halb gefüllt, so bildet der Term mit $J = |L - S|$ den Grundzustand, ist sie mehr als halb gefüllt, der Term mit $J = L + S$.
- Es wird folgende spektroskopische Notation für die Bezeichnung der Energieniveaus von Mehrelektronenatomen verwendet:

$${}^M L_J \quad \text{mit der Multiplizität } M = 2S + 1 \quad \text{und} \quad |L - S| \leq J \leq L + S .$$

Für $L > S$ entspricht die Zahl $2S + 1$ der Feinstrukturkomponenten der Multiplizität des Zustandes. Für $L < S$ ist die Zahl $2L + 1$ der möglichen Feinstrukturkomponenten dagegen kleiner als die Multiplizität und wir sprechen von einer nicht vollständig entwickelten Multiplizität.

Zum Mitnehmen

Mehrelektronen: Besetzung der Energieniveaus bestimmt durch Pauli-Prinzip und Hundsche Regeln.

Dies führt zum Periodensystem der Elemente