

# Einteilung der Vorlesung

---

## **VL1. Einleitung**

**1.1 Die fundamentalen Bausteine und Kräfte der Natur**

## **VL2. Experimentelle Grundlagen der Atomphysik**

**2.1. Masse, Größe der Atome**

**2.2. Elementarladung, spezifische Ladung des Elektrons**

**2.3 Massenspektroskopie**

**2.4. Struktur der Atome, Rutherford-Streuversuch**

## **VL3. Photonen (Quanteneigenschaften des Lichts (I))**

**3.1. Photoeffekt**

**3.2. Comptoneffekt**

## **VL4. Photonen (Quanteneigenschaften des Lichts (II))**

**4.1. Gravitationseffekte des Photons**

**4.2. Temperaturstrahlung**

## **VL5. Materiewellen (Welleneigenschaften von Teilchen)**

**5.1. Beugung und Interferenz von Elektronen**

**5.2. Materiewellen und Wellenpakete**

**5.3. Heisenbergsche Unschärferelation**

# Vorlesung 2:

---

---

## **Roter Faden:**

2.1 Größe der Atome

2.2 Elementarladung

2.3 Massenspektroskopie

2.4 Atomstruktur aus

Rutherfordstreuung (1911)

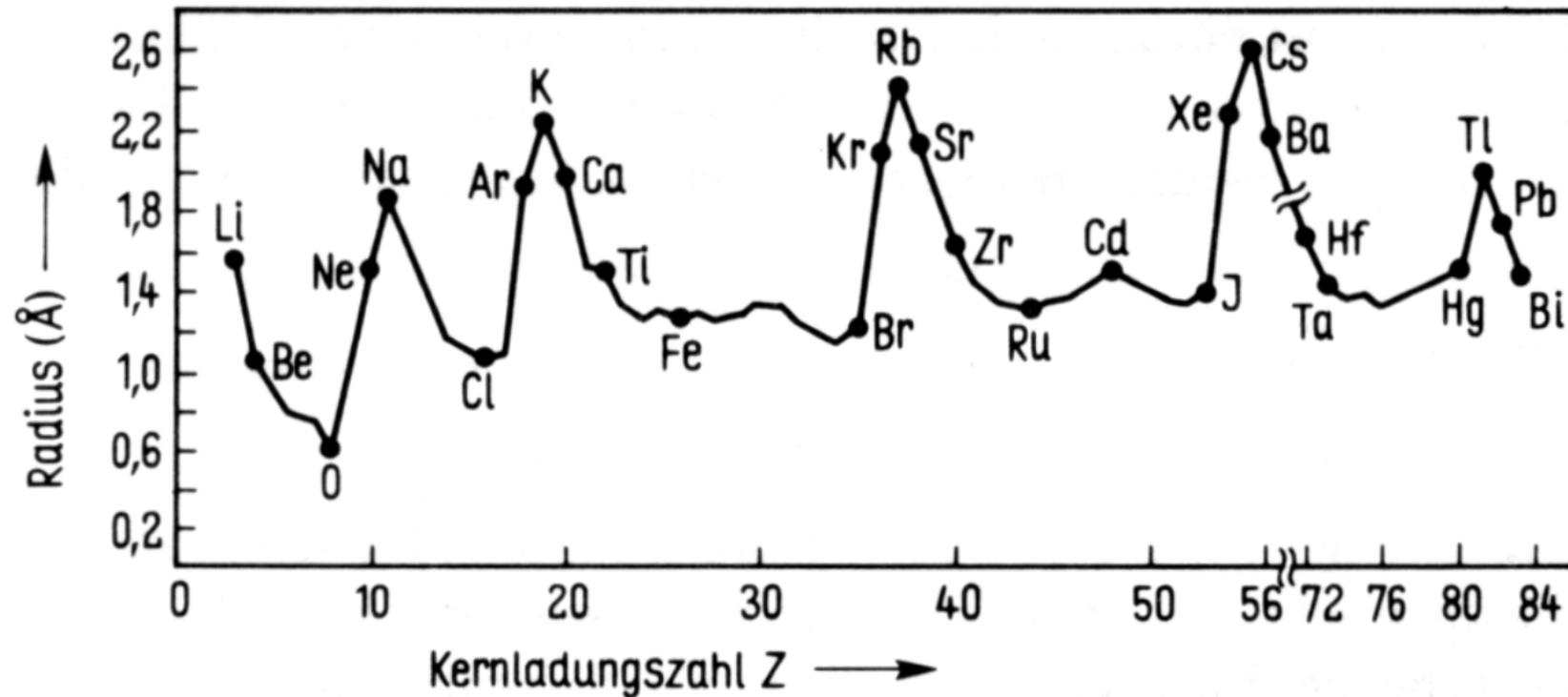
Folien auf dem Web:

<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/>

# Wie groß sind Atome?

- Abschätzung des Atomvolumens aus der rel. Atommasse  $A_r$ , der Dichte  $\rho$  und der Avogadro-Konstante  $N_A$
- **Dichte:**  $\rho = (m/V)$ ,
- $V = m/\rho = N_A (4/3) \cdot \pi \cdot R^3 = A_r/\rho$  für 1 Mol
- **Natrium:**  $\rho = 0,97 \text{ g cm}^{-3}$ ;  $A_r = 22,98 \text{ g mol}^{-1}$
- **Radius:**  $R \sim 2 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 2 \text{ \AA}$  (Angstrom)

# Systematik der Atomradien



- Alle Atome haben „fast gleiche“ Radien
- Unterschiede korrelieren mit ihrer Stellung im Periodensystem

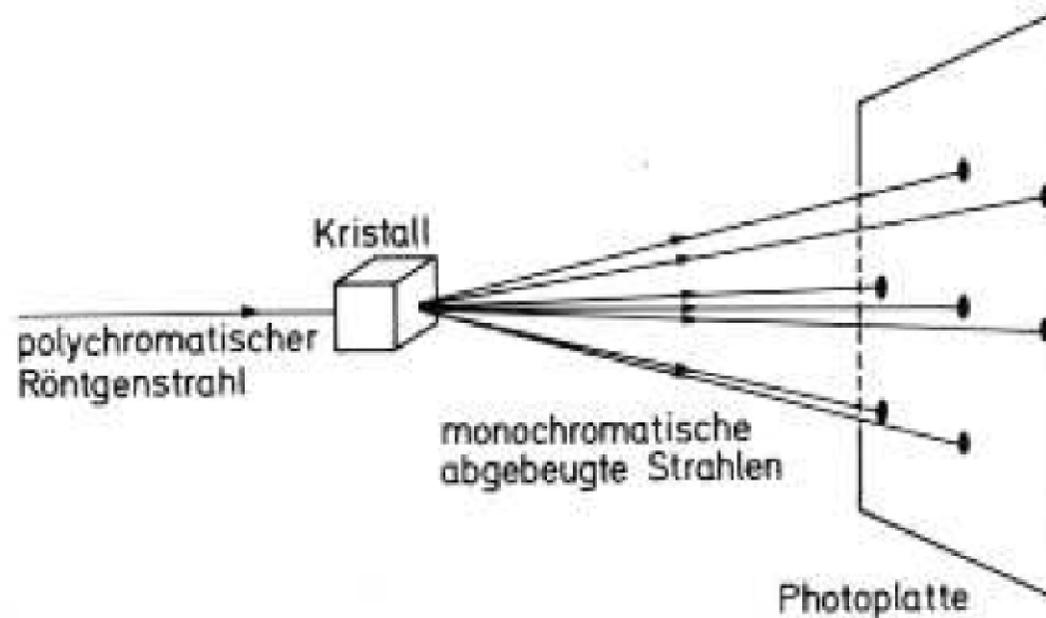
# Periodensystem mit Elektronen-Konfiguration

**Electron Configuration Table**

H <sup>1</sup> 1s																	He <sup>2</sup> 1s	
Li <sup>1</sup>   Be <sup>2</sup> 2s											B <sup>1</sup>   C <sup>2</sup>   N <sup>3</sup>   O <sup>4</sup>   F <sup>5</sup>   Ne <sup>6</sup> 2p							
Na <sup>1</sup>   Mg <sup>2</sup> 3s											Al <sup>1</sup>   Si <sup>2</sup>   P <sup>3</sup>   S <sup>4</sup>   Cl <sup>5</sup>   Ar <sup>6</sup> 3p							
K <sup>1</sup>   Ca <sup>2</sup> 4s	Sc <sup>1</sup>   Ti <sup>2</sup>   V <sup>3</sup>   Cr <sup>4</sup>   Mn <sup>5</sup>   Fe <sup>6</sup>   Co <sup>7</sup>   Ni <sup>8</sup>   Cu <sup>9</sup>   Zn <sup>10</sup> 3d											Ga <sup>1</sup>   Ge <sup>2</sup>   As <sup>3</sup>   Se <sup>4</sup>   Br <sup>5</sup>   Kr <sup>6</sup> 4p						
Rb <sup>1</sup>   Sr <sup>2</sup> 5s	Y <sup>1</sup>   Zr <sup>2</sup>   Nb <sup>3</sup>   Mo <sup>4</sup>   Tc <sup>5</sup>   Ru <sup>6</sup>   Rh <sup>7</sup>   Pd <sup>8</sup>   Ag <sup>9</sup>   Cd <sup>10</sup> 4d											In <sup>1</sup>   Sn <sup>2</sup>   Sb <sup>3</sup>   Te <sup>4</sup>   I <sup>5</sup>   Xe <sup>6</sup> 5p						
Cs <sup>1</sup>   Ba <sup>2</sup> 6s	La* <sup>1</sup>   Hf <sup>2</sup>   Ta <sup>3</sup>   W <sup>4</sup>   Re <sup>5</sup>   Os <sup>6</sup>   Ir <sup>7</sup>   Pt <sup>8</sup>   Au <sup>9</sup>   Hg <sup>10</sup> 5d											Tl <sup>1</sup>   Pb <sup>2</sup>   Bi <sup>3</sup>   Po <sup>4</sup>   At <sup>5</sup>   Rn <sup>6</sup> 6p						
Fr <sup>1</sup>   Ra <sup>2</sup> 7s	+Ac <sup>1</sup>   Rf <sup>2</sup>   Db <sup>3</sup>   Sg <sup>4</sup>   Bh <sup>5</sup>   Hs <sup>6</sup>   Mt <sup>7</sup>   Ds <sup>8</sup>   Rg <sup>9</sup> 6d											← 1 2 3 4 → 7p						
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Ce<sup>1</sup>   Pr<sup>2</sup>   Nd<sup>3</sup>   Pm<sup>4</sup>   Sm<sup>5</sup>   Eu<sup>6</sup>   Gd<sup>7</sup>   Tb<sup>8</sup>   Dy<sup>9</sup>   Ho<sup>10</sup>   Er<sup>11</sup>   Tm<sup>12</sup>   Yb<sup>13</sup>   Lu<sup>14</sup> 4f</td> </tr> <tr> <td>Th<sup>1</sup>   Pa<sup>2</sup>   U<sup>3</sup>   Np<sup>4</sup>   Pu<sup>5</sup>   Am<sup>6</sup>   Cm<sup>7</sup>   Bk<sup>8</sup>   Cf<sup>9</sup>   Es<sup>10</sup>   Fm<sup>11</sup>   Md<sup>12</sup>   No<sup>13</sup>   Lr<sup>14</sup> 5f</td> </tr> </table>																	Ce <sup>1</sup>   Pr <sup>2</sup>   Nd <sup>3</sup>   Pm <sup>4</sup>   Sm <sup>5</sup>   Eu <sup>6</sup>   Gd <sup>7</sup>   Tb <sup>8</sup>   Dy <sup>9</sup>   Ho <sup>10</sup>   Er <sup>11</sup>   Tm <sup>12</sup>   Yb <sup>13</sup>   Lu <sup>14</sup> 4f	Th <sup>1</sup>   Pa <sup>2</sup>   U <sup>3</sup>   Np <sup>4</sup>   Pu <sup>5</sup>   Am <sup>6</sup>   Cm <sup>7</sup>   Bk <sup>8</sup>   Cf <sup>9</sup>   Es <sup>10</sup>   Fm <sup>11</sup>   Md <sup>12</sup>   No <sup>13</sup>   Lr <sup>14</sup> 5f
Ce <sup>1</sup>   Pr <sup>2</sup>   Nd <sup>3</sup>   Pm <sup>4</sup>   Sm <sup>5</sup>   Eu <sup>6</sup>   Gd <sup>7</sup>   Tb <sup>8</sup>   Dy <sup>9</sup>   Ho <sup>10</sup>   Er <sup>11</sup>   Tm <sup>12</sup>   Yb <sup>13</sup>   Lu <sup>14</sup> 4f																		
Th <sup>1</sup>   Pa <sup>2</sup>   U <sup>3</sup>   Np <sup>4</sup>   Pu <sup>5</sup>   Am <sup>6</sup>   Cm <sup>7</sup>   Bk <sup>8</sup>   Cf <sup>9</sup>   Es <sup>10</sup>   Fm <sup>11</sup>   Md <sup>12</sup>   No <sup>13</sup>   Lr <sup>14</sup> 5f																		

# Größe der Atome aus Röntgenbeugung

Berühmter Versuch von v. Laue, Friedrich, Knipping:



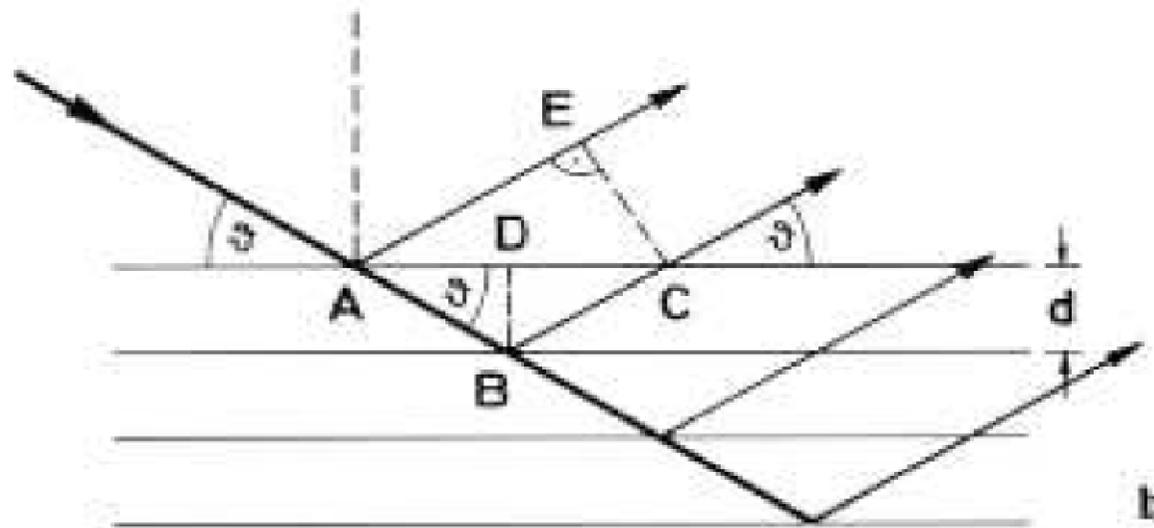
**Helle Punkte ! konstruktive Interferenz für  $2d \sin\theta = n\lambda$**

**$\theta$  = Ablenkwinkel**

**$\lambda$  = Wellenlänge des gebeugten Strahls**

**d = Gitterabstand der Netzebenen**

# Herleitung der Interferenzbedingung



**Gangunterschied:**

$$AB + BC - AE = 2AB - AE = 2 \frac{d}{\sin \theta} - 2 AD \cos \theta = \frac{2d}{\sin \theta} (1 - \cos^2 \theta) = 2d \sin \theta \equiv n\lambda$$

# Weitere Streumethoden

---

---

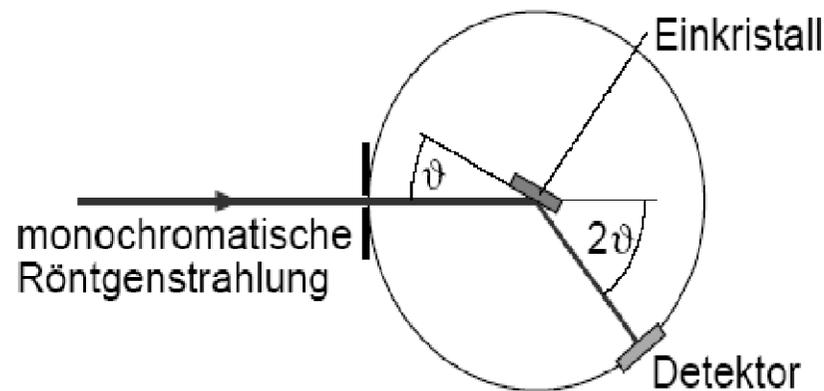
1)

**Braggsches Drehkristall-Verfahren mit monochromatischem Röntgenlicht; Interferenzwinkel bestimmt durch Drehen bis Maximum auftritt.**

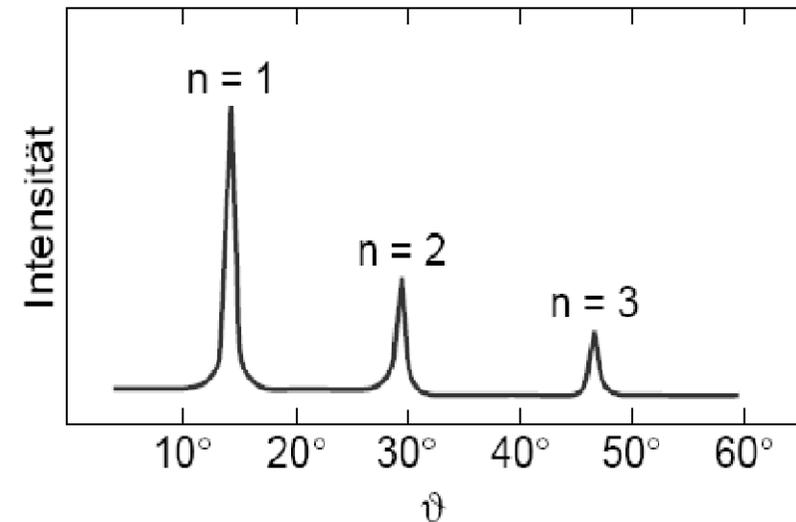
2.

**Debye-Scherrer-Verfahren: monochromatisches Röntgenlicht wird an einem Polykristall ("Pulver") gestreut; Punkte werden Kegel, da jede Netzebene in allen Orientierungen vorkommt  
Die Ausdehnung der Atome ist groß im Vergleich zur *Wellenlänge*,  
*d.h.* keine Punkte, die streuen, sondern ausgedehnte Objekte**

# Braggsche Drehkristall-Verfahren



Schema einer Vorrichtung zur Aufnahme eines Röntgenspektrums nach dem Drehkristallverfahren



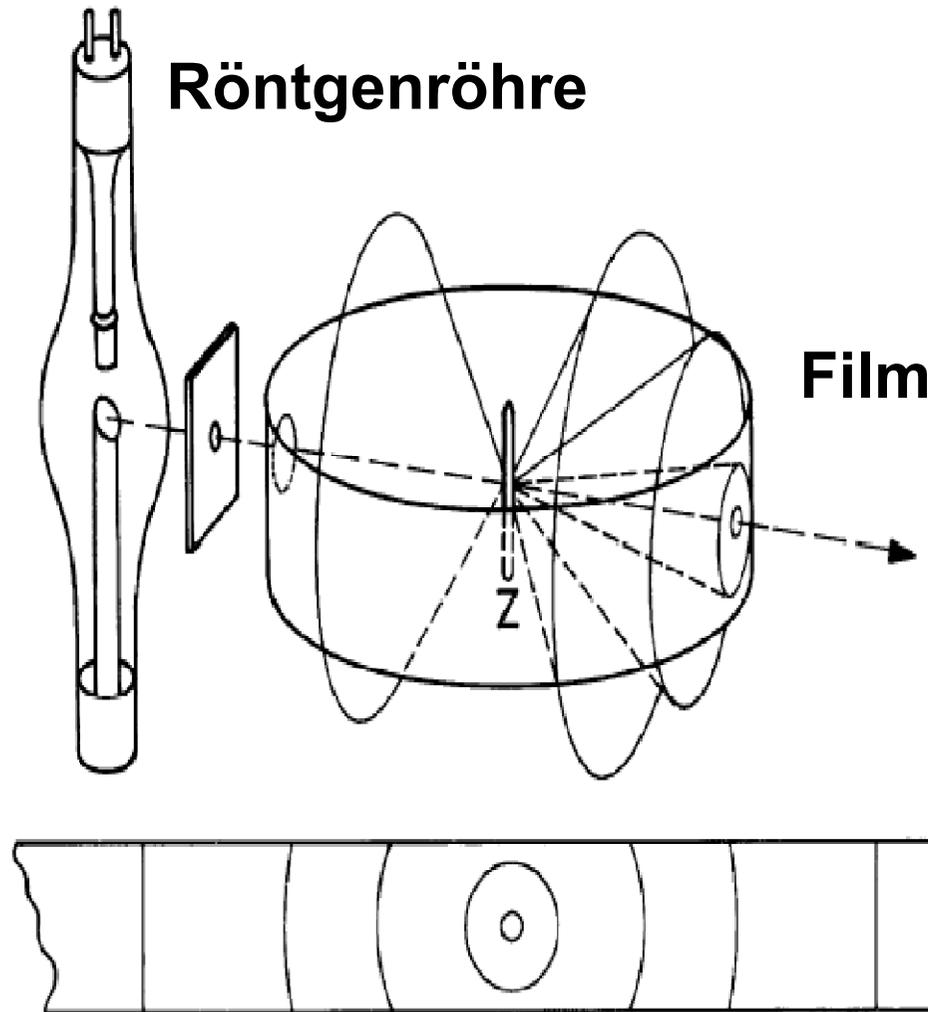
Röntgenspektrum nach dem Drehkristallverfahren

$$AB + BC - AE = 2AB - AE = 2 \frac{d}{\sin \theta} - 2 AD \cos \theta = \frac{2d}{\sin \theta} (1 - \cos^2 \theta) = 2d \sin \theta \equiv n\lambda$$

**Variere  $\theta$  bei fester  $\lambda$**

# Debye-Scherrer Verfahren

## Debye-Scherrer-Verfahren



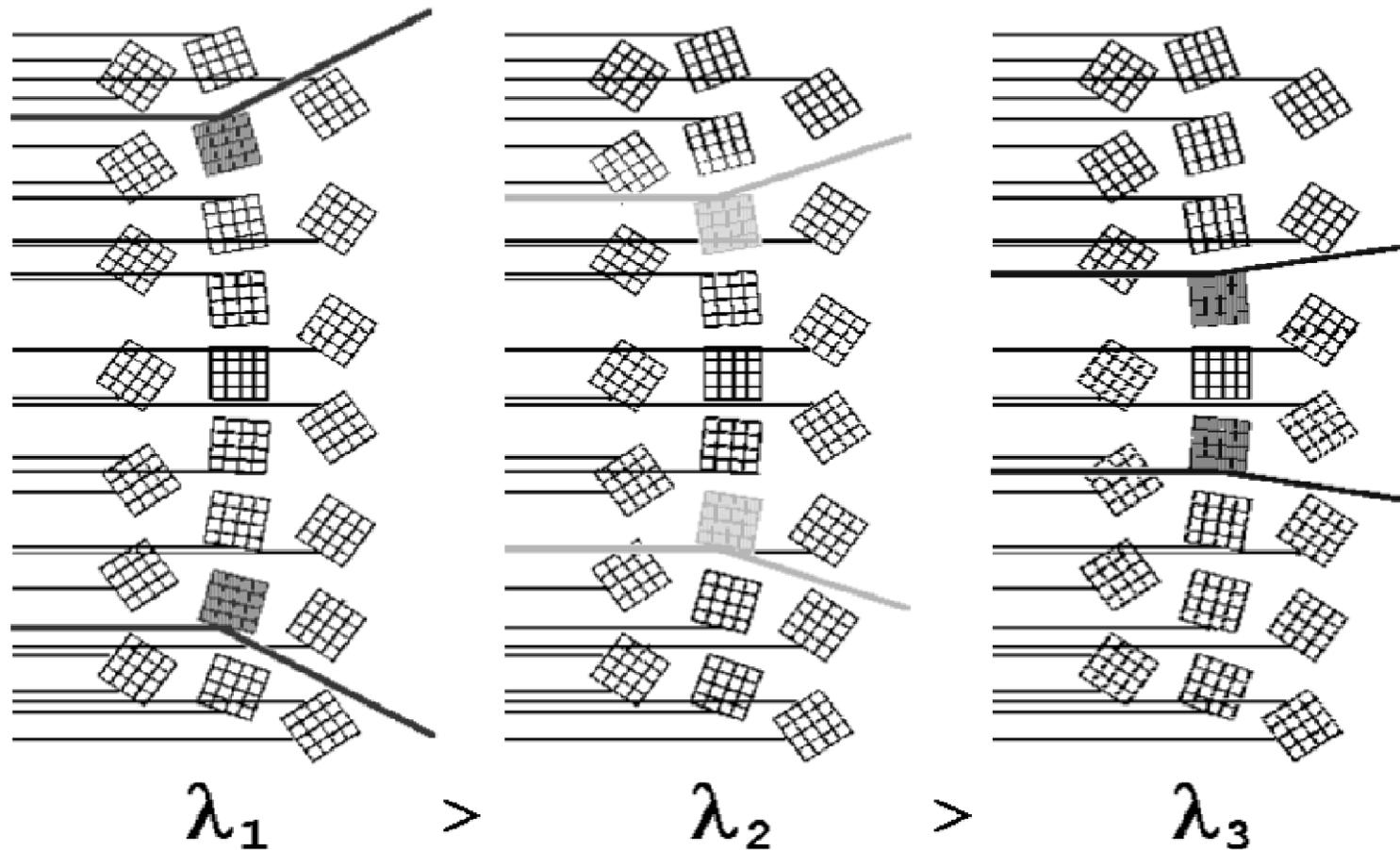
Debye-Scherrer-Verfahren:  
Röntgenbeugung von monochromatischem Röntgenlicht an einem Polykristall Z. Auf dem Film erscheinen die Schnittlinien der Beugungskegel an den verschiedenen Netzebenenscharen. Zur Erzeugung von monochromatischem Röntgenlicht verwendet man entweder die charakteristische Röntgenstrahlung nach Abb. 18.3, oder man muß einen Einkristall als Monochromator nach (2.31) verwenden

**Polykristalline Proben  
rotieren und beleuchten  
mit mehreren  $\lambda$ 's**

# Debye-Scherrer Verfahren

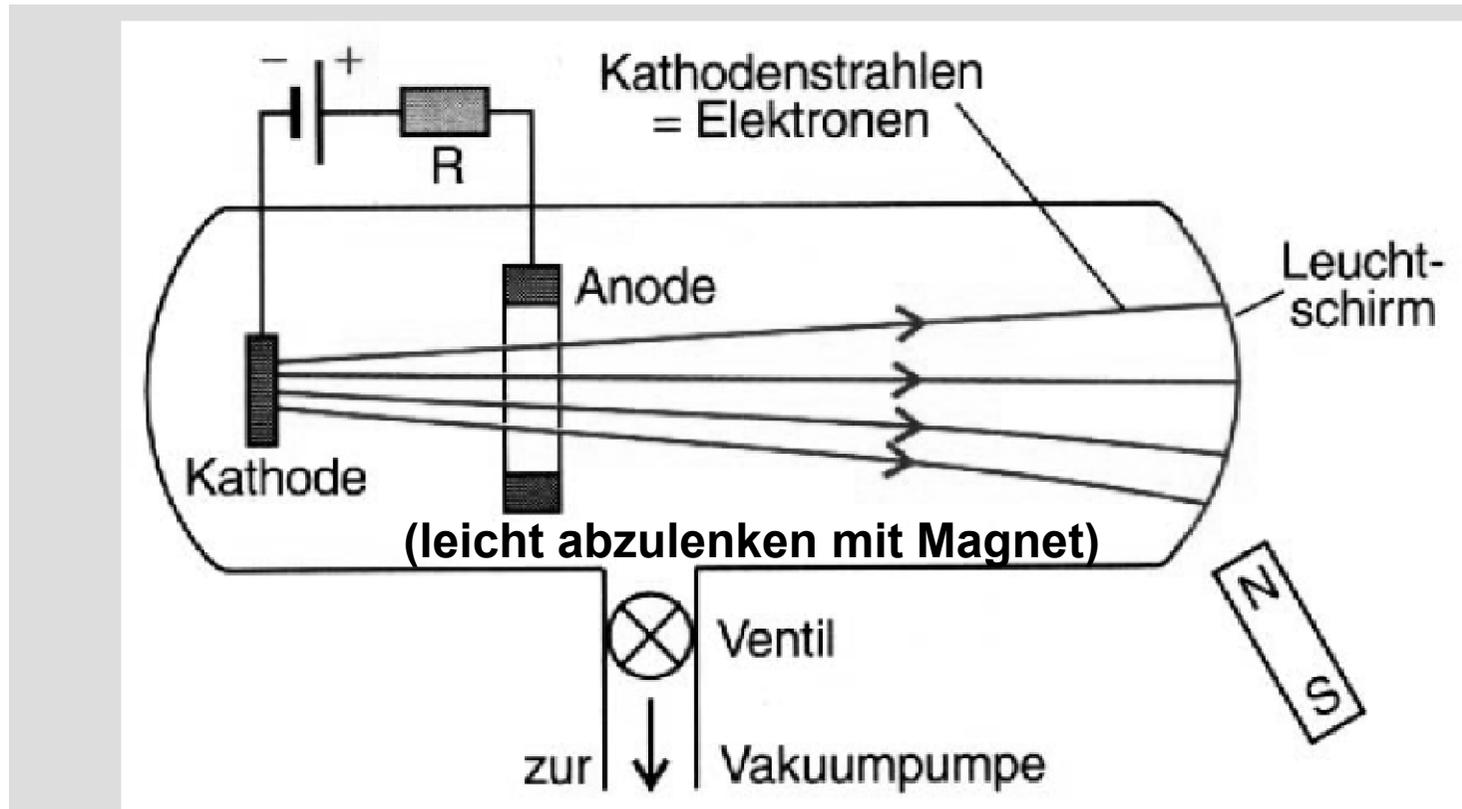
Braggsche Reflexion an einer Schicht  
zufällig angeordneter Mikrokristalle

(Kristalle, die für die fragliche Wellenlänge die  
Braggsche Reflexionsbedingung erfüllen, schraffiert)



<http://de.wikipedia.org/wiki/Debye-Scherrer-Verfahren>

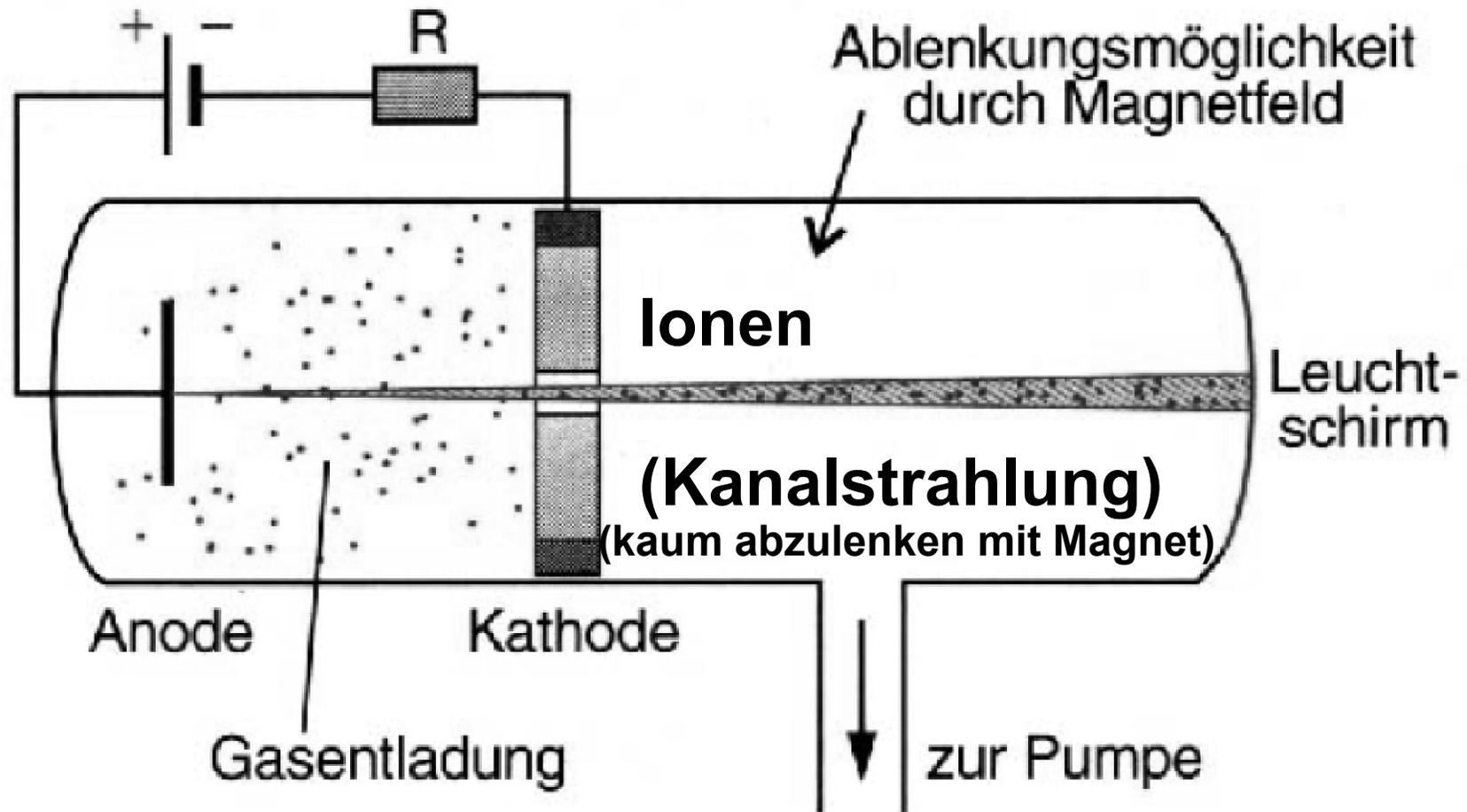
# Erste Experimente mit Elektronen



Schematische Darstellung der Anordnung zur Beobachtung der Kathodenstrahlung auf einem Leuchtschirm. Die Anordnung ermöglicht die Ablenkung der Strahlen durch Magnete.

**Gasentladungen ionisieren Gas -> neg. und pos. Teilchen**

# Erste Experimente mit Elektronen



Schematische Darstellung der experimentellen Realisierung von Kanalstrahlung in einer Gasentladung bei durchbohrter Kathode.

# Schlussfolgerung

---

---

**Kanalstrahlen sind positiv geladene Partikel (schwer)  
Kathodenstrahlen sind negativ geladene Partikel (leicht)**

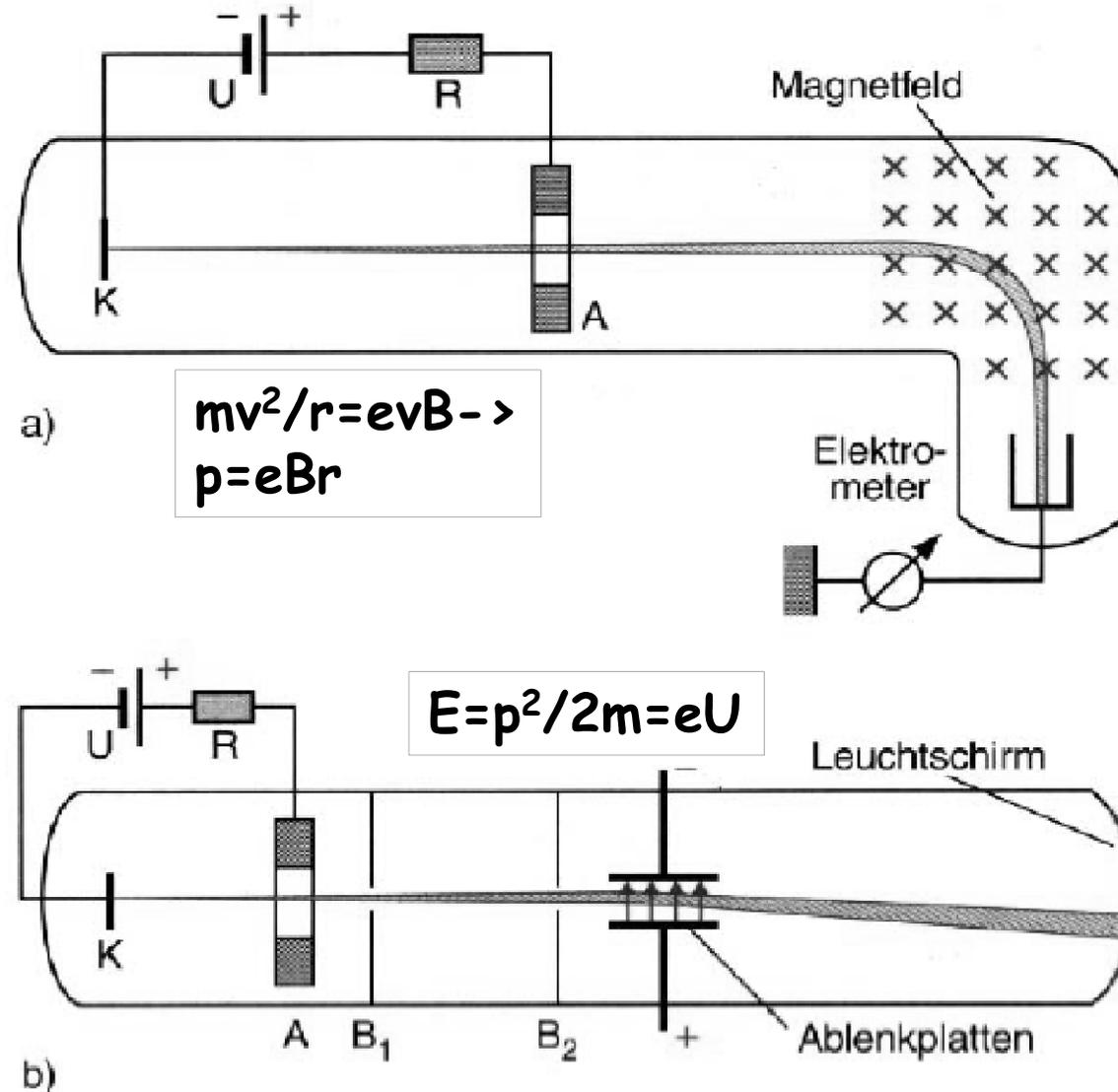
**Schlussfolgerung: Atome bestehen aus negativ geladenen Elektronen und einem positiven (schweren) Kern**

**Ionen sind Atome, denen ein oder mehrere Elektronen fehlen**

# Thomson: e/m Bestimmung

Anordnung von J.J. Thomson zur Bestimmung des Verhältnisses  $e/m$  der Kathodenstrahlung durch Ablenkung (a) im Magnetfeld, (b) im elektrischen Feld.

$$e/m = 2U/B^2r^2$$



## Kapitel 2.2

---

---

# Elektrische Ladung ist gequantelt

## 2.2 Elektrische Ladung ist gequantelt (Nobelpreis Millikan 1923)

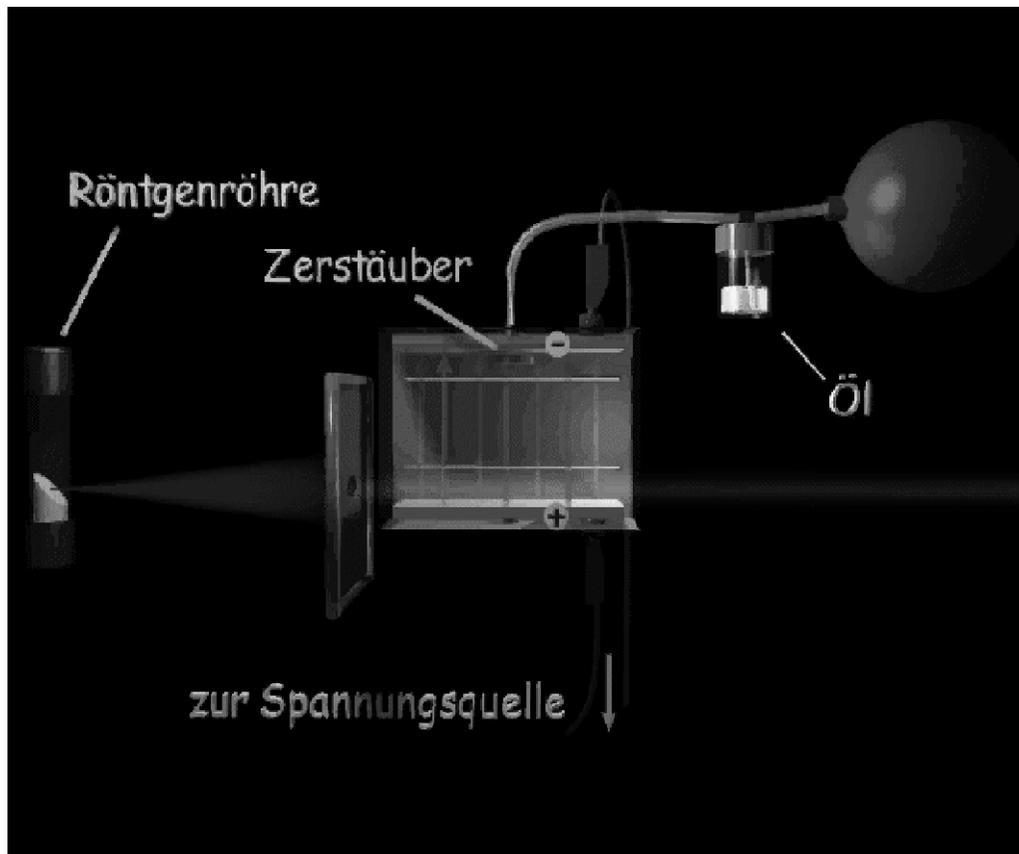
---

1881 Benjamin Franklin: Elektronen tragen Einheitsladung

1897 J. J. Thomson: Teilchencharakter der Elektronen

1903 H. A. Wilson: erstes Tröpfchenexperiment um Ladung zu bestimmen

1910 Robert Millikan an der University of Chicago: Verbesserung des Versuchs von Wilson.



Mit Zerstäuber ca.  $1 \mu\text{m}$  große Öltröpfchen zwischen Kondensatorplatten Mit Hilfe eines Mikroskops konnte er die Öltröpfchen beobachten und mit einer Stoppuhr die Zeit ermitteln, die ein Tröpfchen benötigte, um unter Einwirkung der Gravitationskraft (die gegen die Reibungskraft des Tröpfchens wirkte) eine markierte Entfernung von 1,3 cm zurückzulegen. Danach fiel das Tröpfchen in einen Strahl von Röntgenstrahlen, von denen es ionisiert wurde. Unter dem Einfluss des elektrischen Feldes stieg das Öltröpfchen dann wieder und die Durchgangszeit wurde ein zweites Mal gemessen. Oder man regelt die Spannung bis ein Tröpfchen zum Stillstand kommt.

# Quantelung der elektrischen Ladung

Öltröpfchenmethode von Millikan (1910)

Öltröpfchen in Luft im elektrischen Feld eines Plattenkondensators:

$$\frac{4\pi a^3}{3}(\rho - \sigma)g = 6\pi\eta a v_0$$

**Stokesche Reibungsgesetz**

$$\frac{4\pi a^3}{3}(\rho - \sigma)g + E \cdot e = 6\pi\eta a v_1$$

Teilchenradius  $a$ ,  $\rho$  Dichte des Teilchens,  $\sigma$  Dichte der Luft,

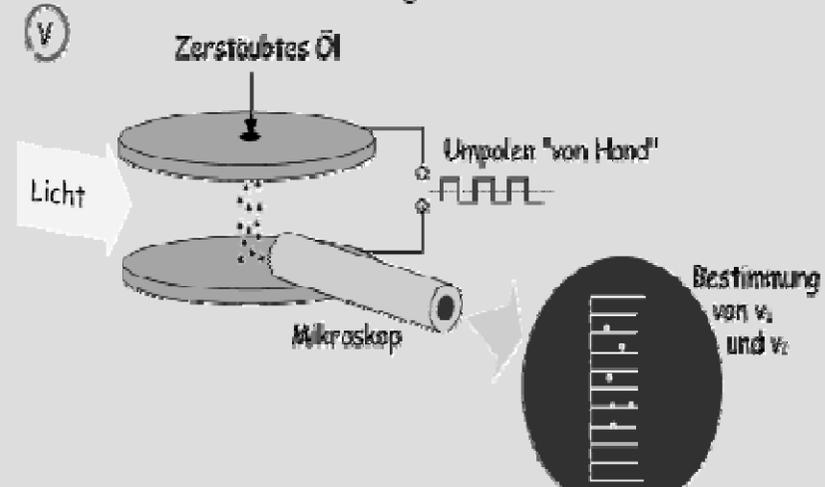
$v_0$  Sinkgeschwindigkeit (ohne E-Feld) gemessen mit Mikroskop

$v_1$  Sinkgeschwindigkeit (mit E-Feld) gemessen mit Mikroskop

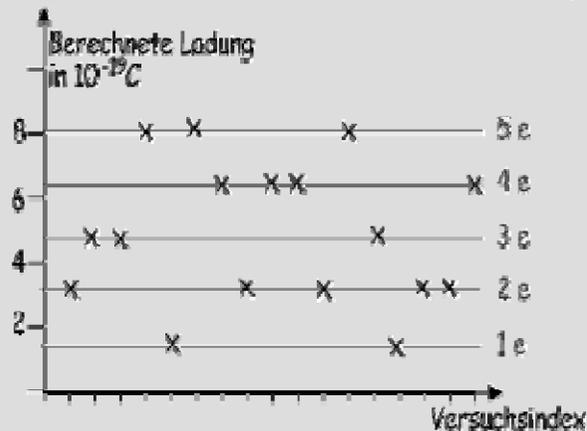
**Daraus folgt: Ladungen können nur in Vielfachen von  $e$  auftreten:**

$$e = 1.60217733(30) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Millikanversuch-Durchführung



[http://ne.lo-net2.de/selbstlernmaterial/p/e/mi/java1/mi\\_java1.html](http://ne.lo-net2.de/selbstlernmaterial/p/e/mi/java1/mi_java1.html)



$$\text{ggT}(Q_1, Q_2, Q_3, \dots) = e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Ladungen treten nur als Vielfache der Elementarladung  $e$  auf.

# Aus e/m Bestimmung und e-Bestimmung konnte relat. Massenanstieg bestimmt werden

## 5.2 1901 Kaufmann

entdeckte die relativistische Massenzunahme, die Messung von  $\frac{e}{m}$  als Funktion der Energie ergab :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \equiv \gamma m_0. \quad (E = 1\text{MeV} \rightarrow \gamma = \frac{E}{m_0 c^2} = \frac{1\text{MeV}}{0,5\text{MeV}} = 2 \rightarrow \beta = \frac{v}{c} \approx 0,9).$$

$$\text{Beachte: } \begin{cases} E = mc^2 \\ \beta = \frac{p}{E} \\ \gamma = \frac{E}{mc^2} \end{cases}$$

E und m beide in Einheiten von eV, wenn  $c = \hbar = 1$  (übliche Einheiten).

$$\text{LEP - Beschleuniger: } E = 100\text{GeV} \rightarrow \gamma = \frac{E}{m_0} = 2 \times 10^5 \rightarrow \beta = 0,999$$

**Entdeckung der relat. Massenzunahme von Kaufmann  
VOR der Relativitätstheorie in 1905 von Einstein!**

# Atom- und Elektronenmasse

---

- **Atommasse:**
- Atommassenkonstante  $m_u = m(^{12}\text{C})/N_A / 12$   
(12 weil 12 Nukleonen im C-Atom)
- $m_u = 1,660\,5402(10) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- **Elektronenmasse:**
- $m_e = e/(e/m_e) = 9,109\,3897(54) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- $m_u/m_e = 1\,838,683662(40)$
- **Atommasse/Elektronenmasse ~ 2000/1**

## Kapitel 2.3

---

---

# Massenspektroskopie

## 2.3 Massenspektroskopie

Methoden zur Trennung von Atomen mit unterschiedlichen Massen oder, genauer, unterschiedlichen  $e/m$

1913 Parabelmethode von Thomson

- $\vec{F}_E = e\vec{E}$
- $\vec{F}_B = e\vec{v} \times \vec{B}$  (Lorentzkraft  $\perp \vec{B}$ )

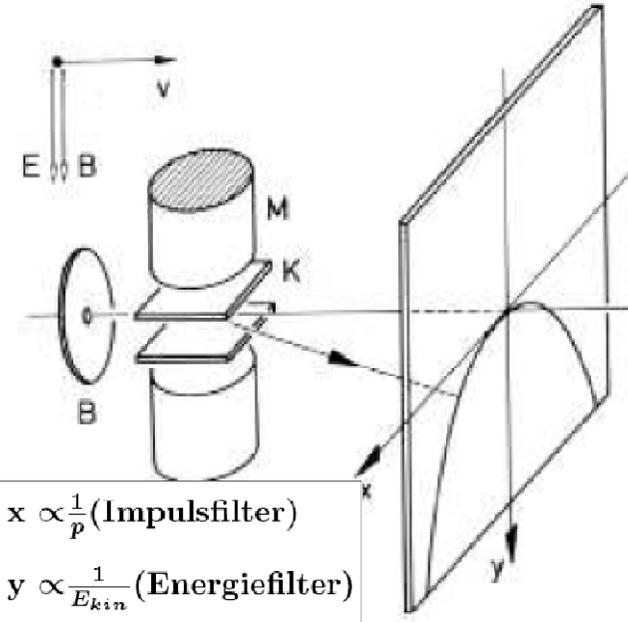
$$1. F_E = ma_y = m\ddot{y} = eE \rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2$$

$$2. F_B = ma_x = m\ddot{x} = evB \rightarrow x = \frac{evB}{2m} t^2 = \frac{eB}{2m} \frac{l^2}{v}$$

Aus (1) und (2)  $v$  eliminieren  $\rightarrow$

$$y = \frac{2E}{l^2 B^2} \frac{m}{e} x^2 \quad (= \text{Parabel unabhängig von } v!!)$$

Anwendung: Isotopentrennung, z.B. angereichertes oder depletiertes Uran



## Kapitel 2.4

---

---

# Struktur der Atome

## 2.4 Struktur der Atome

**Lenard:**

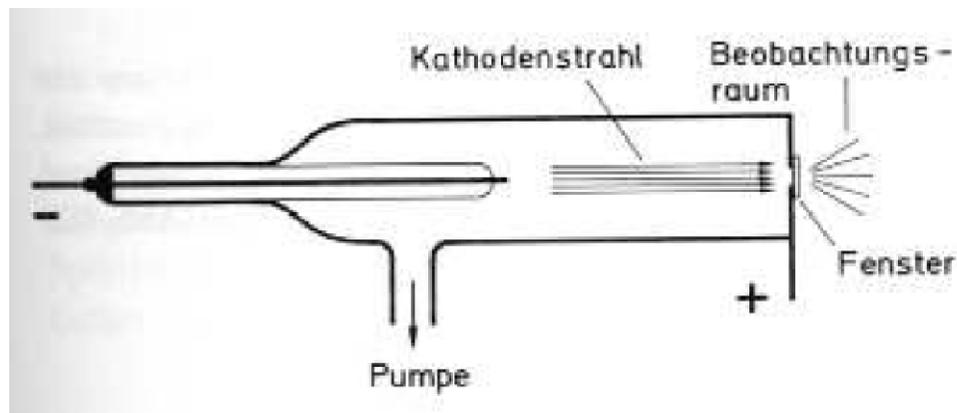
**Elektronen haben Reichweite von einigen cm in Luft, aber Reichweite sehr Energieabhängig.**

**Für schnelle Elektronen sind Atome  $10^8$ mal durchlässiger als für langsame Elektronen.**

**Heute wissen wir: schnelle Elektronen streuen nur am Kern, langsame an der ganzen Hülle (große Wellenlänge!)**

**”Das Innere des Atoms ist so leer wie das Weltall.”**

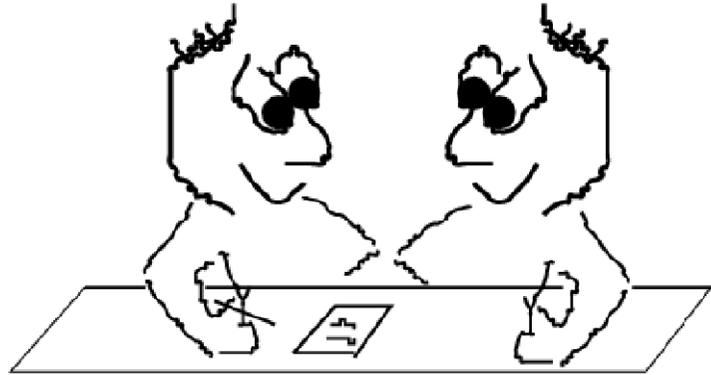
**Denn wenn Atome für Elektronen undurchdringbar wären, würde Reichweite in Luft nur typische gaskinetische freie Weglänge von  $10^{-5}$  cm betragen und würden Elektronen auch nicht Alu-Fenster von 10000 Atomschichten durchdringen können.**



**Lenard:**

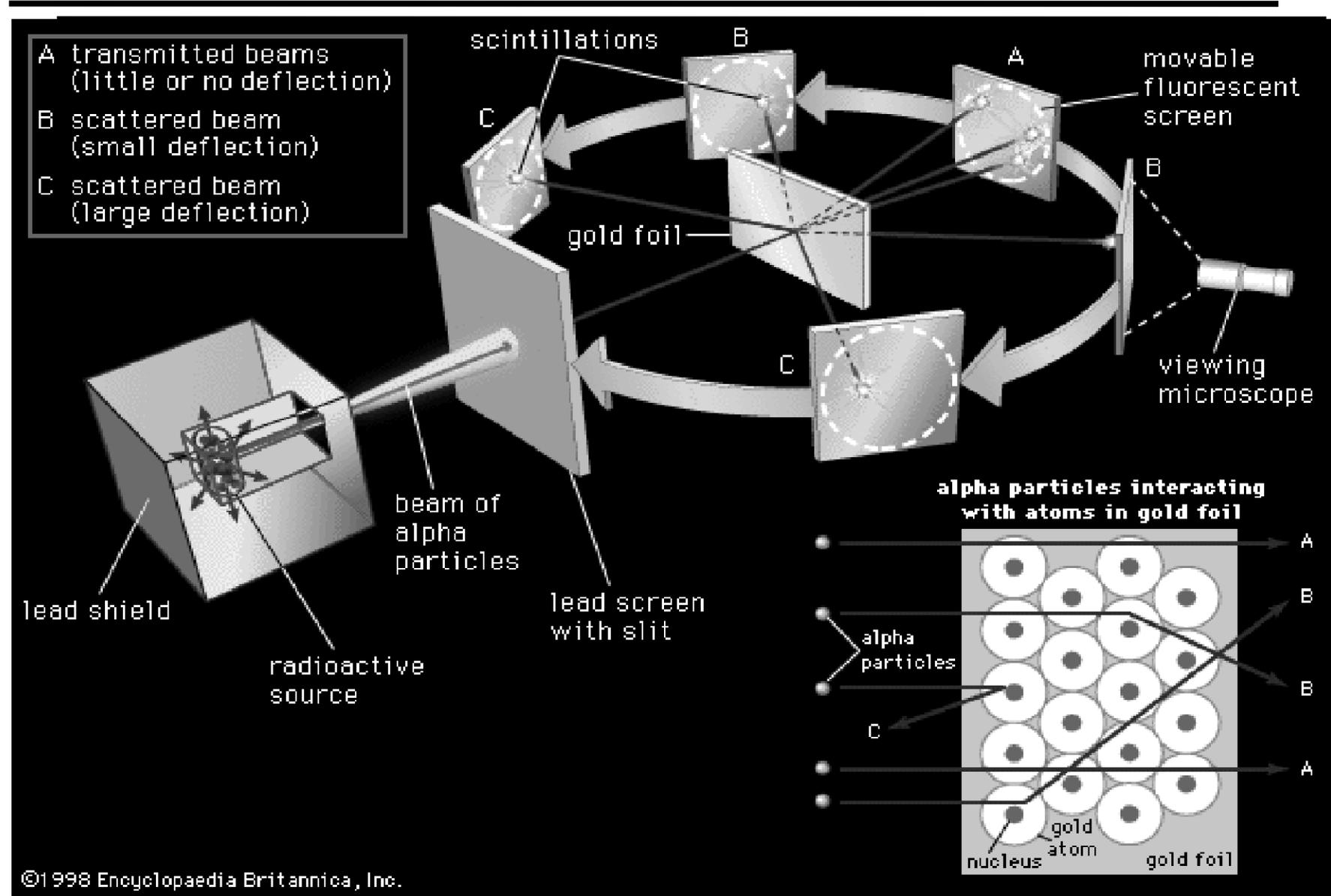
**Elektronen erzeugt durch Gasentladungen.**

**Glühelektrode noch nicht bekannt.**



**Frage: Wenn das Atom “leer” ist (Thomson Modell),  
was erwarten Sie für die Streuung von schweren  
Teilchen (wie z.B.  $\alpha$ -Teilchen (He-Kerne)) an Atomen?**

# Kernstruktur aus "Rutherfordstreuung"



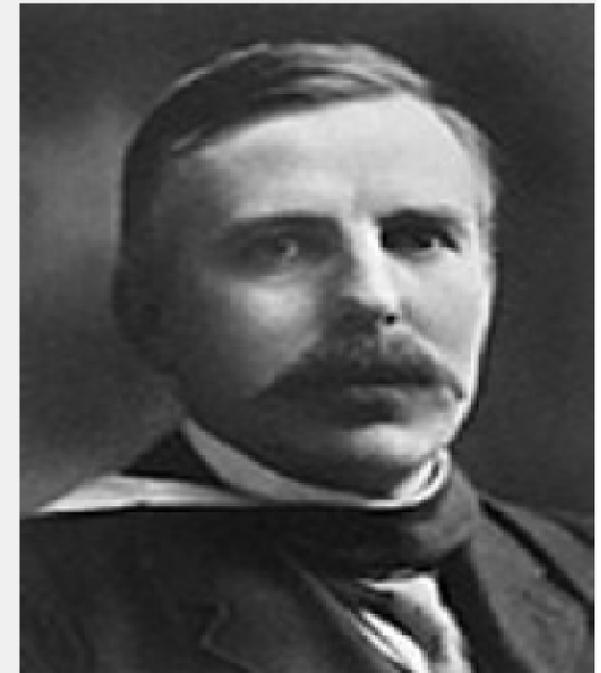
**Ernest Rutherford** wurde am 30. August 1871 in Brightwater, Neuseeland geboren.

Nach außergewöhnlichen schulischen Leistungen studierte er von 1890 bis 1894 in Christchurch (Neuseeland) und von 1895 bis 1898 am Cavendish-Laboratorium in Cambridge (England). Die Entdeckung der Radioaktivität durch Antoine Henri Becquerel im Februar 1896 gab seiner Laufbahn eine bestimmende Richtung. Im Sommer 1898 erhielt er eine Berufung als Professor für Physik an die McGill-Universität in Montreal, Kanada. Hier untersuchte er die ionisierende Wirkung radioaktiver Strahlung auf Gase. Außerdem stellte er eine These über den Atomzerfall auf und identifizierte die Alphastrahlung als Heliumionen. 1902 erkannte er die Radioaktivität als Element-Umwandlung und formulierte das radioaktive Zerfallsgesetz. 1903 gelang ihm die Ablenkung von  $\alpha$ -Teilchen im starken Magnetfeld und wies deren positive Ladung nach. Dass es sich um zweifach positiv geladene Heliumionen handelt, zeigten 1908 die beiden Mitarbeiter Rutherfords, Hans Geiger und Thomas Royds. 1907 kehrte Rutherford nach England auf den Langworthy-Lehrstuhl in Manchester zurück. Für die Untersuchungen über den Zerfall der Elemente und die Chemie der radioaktiven Materie erhielt er 1908 den Nobelpreis für Chemie. Rutherford arbeitete u.a. mit Radium, das ihm die Wiener Akademie der Wissenschaften lieh.

Hans Geiger und Ernest Marsden entdeckten 1911 in Rutherfords Labor, dass einige  $\alpha$ -Teilchen beim Durchstrahlen einer sehr dünnen Goldfolie stark abgelenkt werden. Daraus entwickelte er 1911 eine Streuformel sowie ein Atommodell, das auch heute noch in Schulen gelehrt wird. Niels Henrik Bohr entwickelte das Rutherford'sche Atommodell 1913 unter Berücksichtigung der klassischen Elektrodynamik fort; Henry Moseley schloss aus den Frequenzen radioaktiver Strahlen auf die Kernladungszahl der sie aussendenden Substanzen und ordnete sie demgemäß in das Periodensystem der Elemente.

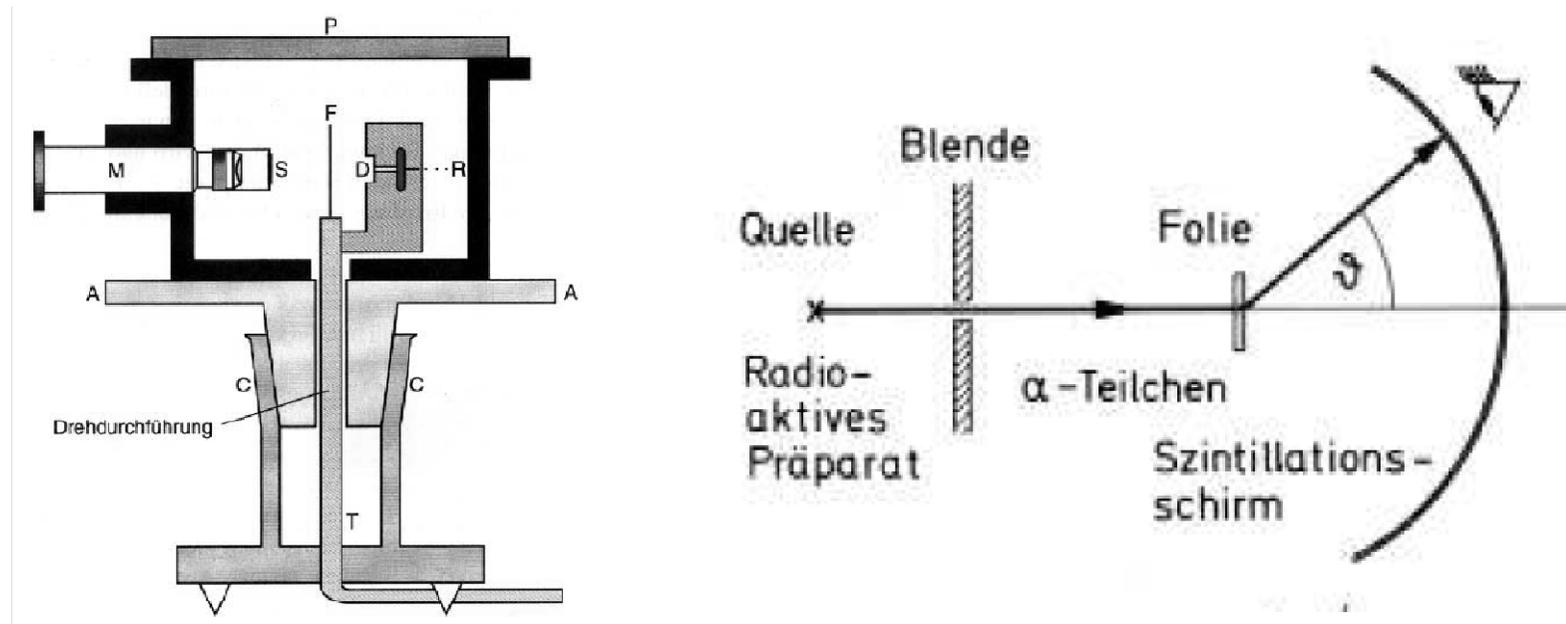
Rutherford wurde 1914 zum Ritter geschlagen. 1919 gelang ihm die erste künstlich erzielte Kernumwandlung durch Beschießen von Stickstoff mit  $\alpha$ -Teilchen. Im gleichen Jahr wurde Rutherford Direktor des Cavendish - Laboratoriums in Cambridge und hatte nach 1920 auch einen Lehrstuhl an der Royal Institution of Great Britain in London inne. Im Jahre 1925 wurde er zum Präsidenten der Royal Society gewählt und 1931 zum Lord ernannt (Lord Rutherford of Nelson).

Ernest Rutherford verstarb am 19. Oktober 1937 in Cambridge und wurde in Westminster Abbey nahe dem Grabe Newtons bestattet.



# Kernstruktur aus “Rutherfordstreuung”

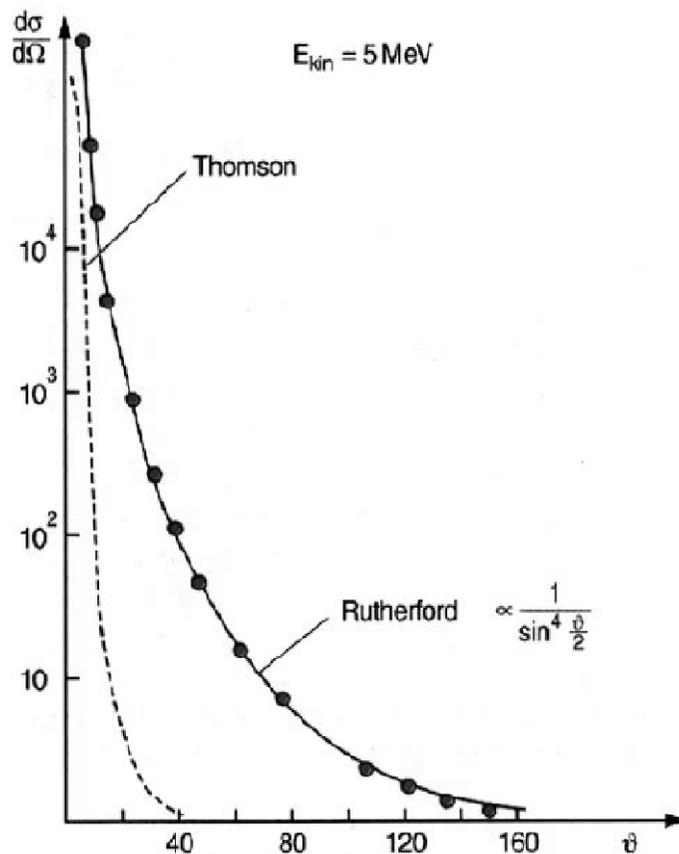
$\alpha$ -Teilchen (He-Kerne aus radioaktivem Präparat): Reichweite 3,5 cm in Luft bei  $E = 5$  MeV. (Geiger + Marsden, Studenten von Rutherford)



**Mit S wird die Intensität der durchgelassenen Strahlung durch dünne Goldfolie als Funktion vom Ablenkungswinkel  $\theta$  gemessen !**  
***Meiste Teilchen fliegen durch, wie erwartet, wenn Atom “leer” ist.***  
***Jedoch manchmal Rückstöße unter großen Winkeln:***  
**“Gewehr­kugel prallt an einem Plumpudding (Thomson Modell) ab.”**

# Winkelabhängigkeit der Rutherford-Streuung

Interpretation: Masse von Goldatom *schwerer* als Masse von  $^4\text{He}$  Atom und diese Masse ist konzentriert in einem Kern mit einem Radius  $R$  von ca.  $10^{-12}$  cm mit Ladung  $Ze$ .



Rutherford konnte zeigen, dass die  $1/\sin^4(\theta/2)$  Abhängigkeit der Winkelverteilung gerade der Coulomb Streuung an einer punktförmigen Ladung entspricht.

$$\text{Coulombkraft: } F_C = \frac{(Ze)(2e)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$Ze$  = Ladung des Kerns  
 $2e$  = Ladung des He-Atoms

# Streuung im kugelförmigen Coulombpotential

Bei Kugeln als Streuzentren nicht einfach Absorption oder Durchlass, sondern Streuwinkel Fkt. von Impaktparameter

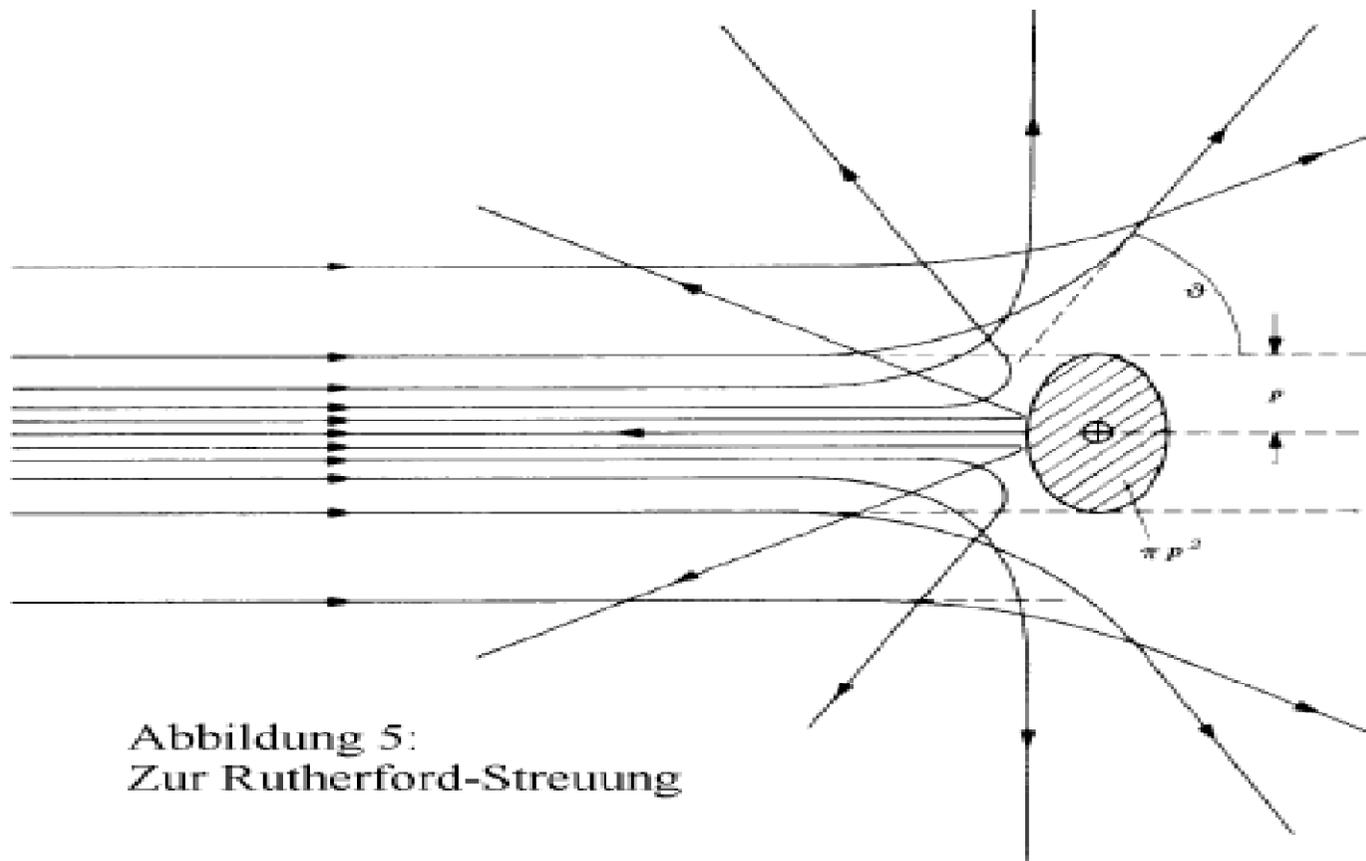


Abbildung 5:  
Zur Rutherford-Streuung

## Minimaler Abstand vom Kern

Abstoßung:  $E(\alpha) > 0 \Leftrightarrow$  Hyperbel

$$E(\alpha) = \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{-\infty}^2 =$$

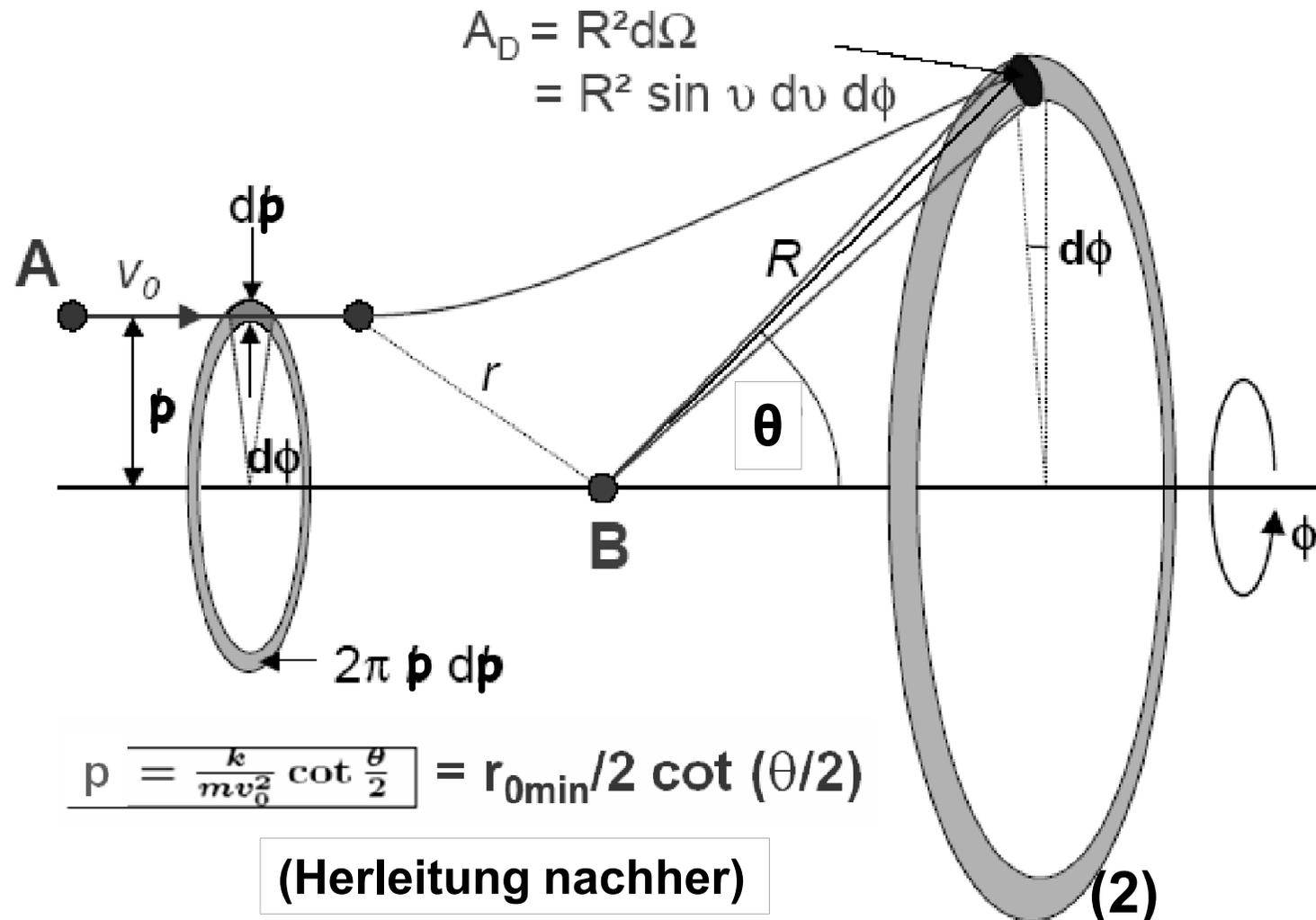
$$\underbrace{\frac{1}{2} m_{\alpha} v_0^2 + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_0}}_{\text{Periheldurchgang}}$$

(Periheldurchgang:  $r_0$  ist minimaler Abstand vom Kern)

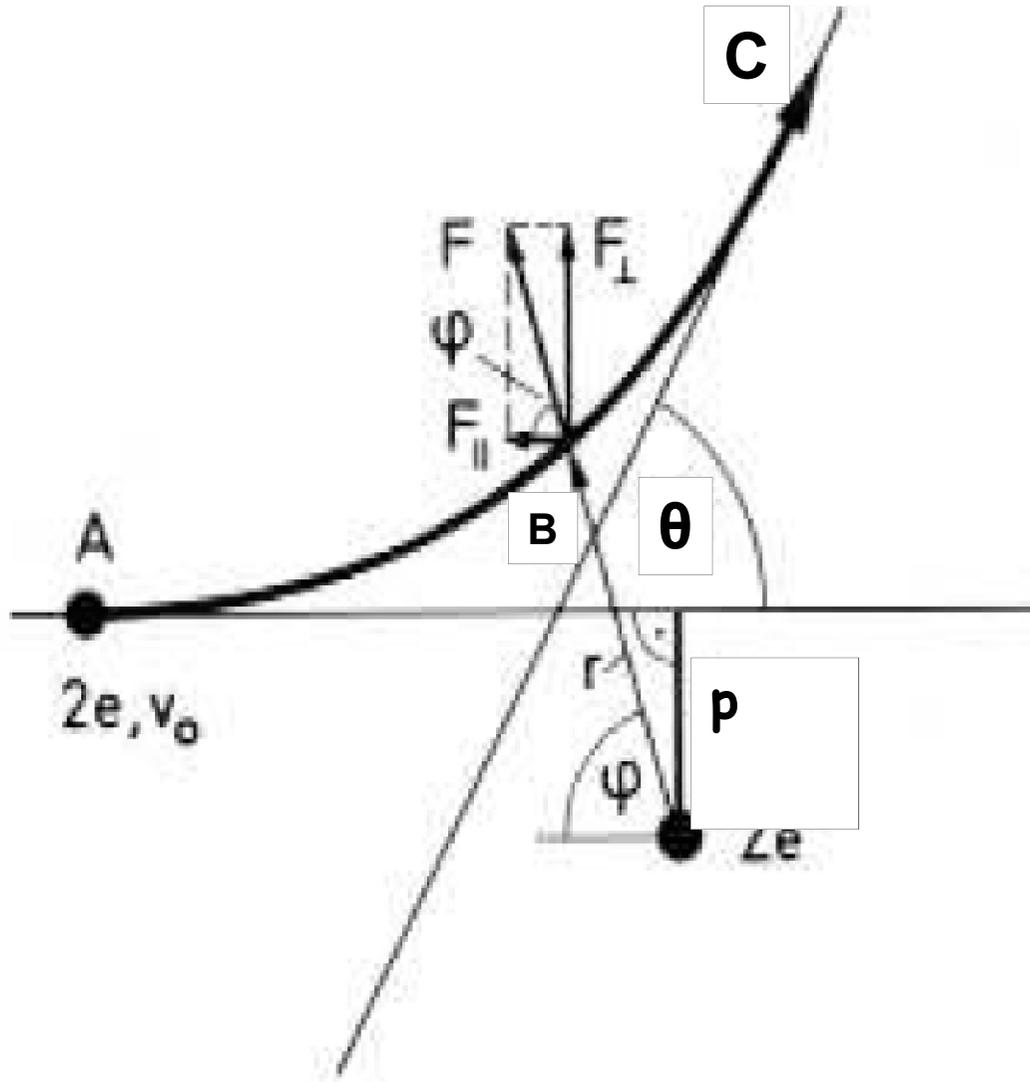
**Minimaler Abstand  
wenn  $E_{\text{kin}}=0$**

$$r_{0\text{min}} = \frac{4Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_{\alpha} v_{-\infty}^2}$$

# Streuwinkel $\theta$ hängt bei fester Energie und Ladung NUR vom Impaktparameter $p$ ab



## Herleitung Beziehung zwischen Streuwinkel und Impactparameter



**Wichtig:**  
**Coulombkraft**  
**Immer entlang**  
**Verbindungsline,**  
**so kein Drehmoment!**

->

**Drehimpulserhaltung**  
**Bei A:  $L = r \times mv_0 = pmv_0$**   
**Bei B:  $L = r \times mv_B =$**   
 **$m \frac{d\phi}{dt} r r$**

## Herleitung Beziehung zwischen Streuwinkel und Impaktparameter

---

1. Streuwinkel  $\theta$  hängt vom Impaktparameter  $p$  ab

$$2. F_{\perp} = F \sin\varphi \quad (1); \quad F_{\parallel} = F \cos\varphi \quad (2); \quad F = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (3);$$

$r$  variiert während der W(Integrieren über die Zeit, um  $\theta$  zu bekommen)

3. Drehimpulserhaltung (Radialkraft, d.h.  $\vec{F} \times \vec{r} = F \cdot r \cdot \sin\varphi = 0$ );

$$\Rightarrow \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \text{ in } \left\{ \begin{array}{l} A: \quad mv_0 p \\ B: \quad mv_B r = (v = \dot{\varphi} r) = m\dot{\varphi} r^2 \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{\dot{\varphi}}{v_0 p} \end{array} \right\} (4)$$

## Herleitung Beziehung zwischen Streuwinkel und Impaktparameter

4. Senkrechtbewegung:  $F_{\perp} = m \frac{dv_{\perp}}{dt} = [(1) + (3)] = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin \varphi$  (5)

(4) in (5) : mit  $k = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0}$  und integrieren über die Zeit:

$$\int_{t_A}^{t_C} \frac{dv_{\perp}}{dt} dt = \frac{k}{mv_0 \mathbf{p}} \int_A^C \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} dt \quad (6)$$

A bei  $-\infty$ :  $v_{\perp} = 0$ ,  $\varphi = 0$

C bei  $+\infty$ :  $v = v_0$  (Energieerhaltung)

Aus (6):  $\int_0^{v_0 \sin \theta} dv_{\perp} = \frac{k}{mv_0 \mathbf{p}} \int_0^{\pi - \theta} \sin \varphi d\varphi$  (7)

oder  $v_0 \sin \theta = \frac{k}{mv_0 \mathbf{p}} (1 + \cos \theta)$  (8)

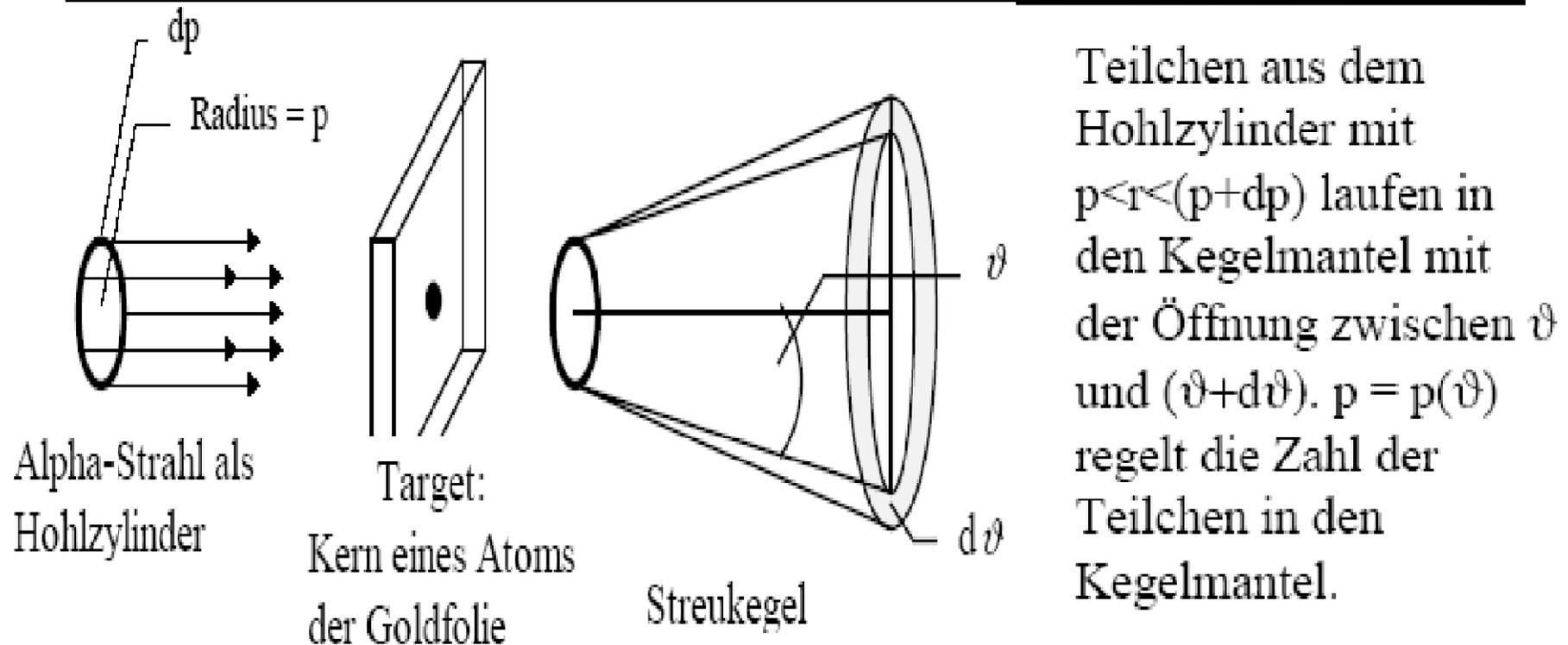
$$\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \equiv \cot \frac{\theta}{2} \quad (9)$$

Aus (8) + (9):

$$\mathbf{p} = \frac{k}{mv_0^2} \cot \frac{\theta}{2} = r_{0\min} / 2 \cot (\theta/2)$$

(= Beziehung zwischen Impaktparameter und  $\theta$  durch  $\int F dt$ .)

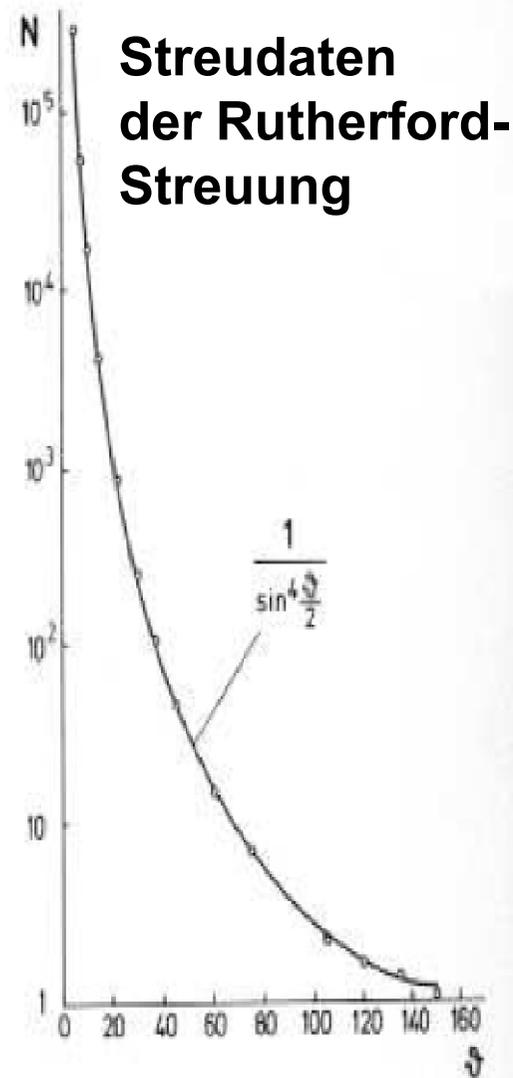
# Rutherford-Streuung: Wieviele Teilchen werden unter einem Winkel $\vartheta$ gestreut?



$N$  ankommende Teilchen pro  $\text{cm}^2$  und Sekunde mit Kernabstand zwischen  $p$  und  $(p + dp)$ ,  $dN$  sind die Teilchen, die in den Kegelmantel laufen mit  $d\Omega = 2\pi \sin\vartheta d\vartheta$

(3)  $dN = 2\pi p \cdot dp \cdot \tau \cdot n \cdot N$   $n = \text{DICHTE der Streuzentren}$   
 $\tau = \text{Dicke der Folie}$

# Winkelverteilung der Rutherfordstreuung



$$p = r_{0\min}/2 \cot(\theta/2)$$

$$\sin \theta = 2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)$$

Wir verwenden jetzt:

$$j = \frac{N}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} \quad (4)$$

$$\frac{dN}{j} = d\sigma = 2\pi p \cdot dp \cdot \tau \cdot n \quad (5)$$

$$\frac{dp}{d\vartheta} = \frac{1}{4} r_{0\min} \cdot \frac{-1}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \quad (6) \text{ aus (2)}$$

und erhalten:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{p \cdot \tau \cdot n \cdot dp}{\sin \vartheta d\vartheta} = \frac{n\tau}{16} r_{0\min}^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \quad (7)$$

$\sigma =$  Wirkungsquerschnitt (WQ)  
 $d\Omega =$  Raumwinkel =  $\sin \theta d\theta d\varphi$   
 $d\sigma/d\Omega =$  differentieller WQ

# Eigenschaften der Rutherfordstreuung

---

## Interpretation des Ergebnisses:

- a)  $\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim Z^2$       Möglichkeit der Kernladungsbestimmung (vgl. S.6)
- b)  $\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{1}{E_\infty^2}$ ;      Je energiereicher die Teilchen, desto kleiner der Wirkungsquerschnitt
- c)  $\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}$       Vorwärtsstreuung eigentlich unendlich groß; Abnahme für wachsende  $\vartheta$ ;  
aber auch Rückwärtsstreuung möglich.

# Anomale Rutherfordstreuung

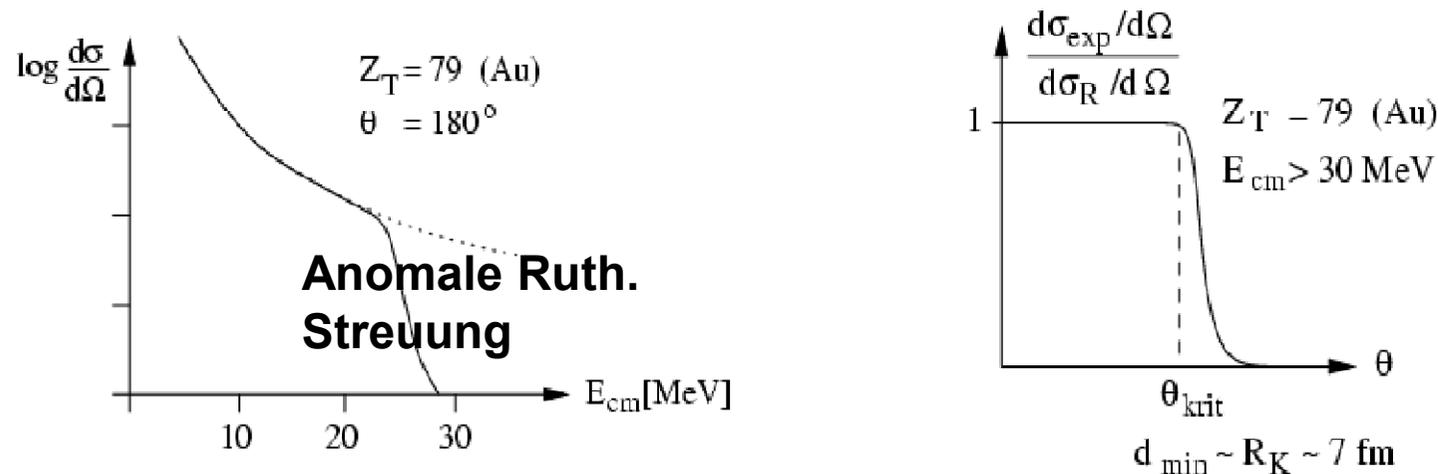
---

---

**Abweichungen für hohe Energien der  $\alpha$ -Teilchen: (Anomale Rutherford-Streuung (ARS)) durch “Berührung” der Kernpotentiale, also nicht nur Coulombpotential  $\Rightarrow$  Kernradius!**

# Anomale Rutherfordstreuung

- Divergenz von  $d\sigma_R/d\Omega$  für kleine  $\theta$  nur mathematisch. Ist  $b$  vergleichbar mit Atomdurchmesser: Kernladung zunehmend abgeschirmt durch Elektronen. Im Grenzfall  $b > \text{Atomradius}$  geht die streuende Ladung  $Z_{T\text{eff}} \rightarrow 0$ . Damit bleibt  $d\sigma_R/d\Omega$  auch bei kleinen  $\theta$  endlich.
- Bei  $\alpha$ -Energien  $> 20$  MeV (für  $Z > 82$ ) wird  $d_{\min} < R_{\text{Kern}}$ . Zusätzlich zu den elektrostatischen Kräften treten dann kurzreichweitige Kernkräfte auf, die zu einer Veränderung der Ablenkfunktion  $\theta(b)$  führen. Insbesondere kann das  $\alpha$ -Teilchen vom Kern absorbiert werden. Dies führt zu einer drastischen Reduktion von  $d\sigma_R/d\Omega$  gegenüber der Rutherfordstreuung.



Aus der Abweichung der gemessenen Streuverteilung kann der Radius  $R_K$  des Atomkerns abgeschätzt werden. Man erhält daraus, dass die Nukleonen den Kern mit einer konstanten Dichte ausfüllen. Es gilt:

$$R_K \approx r_0 A^{1/3}$$

## Anomale Ruth. Streuung $\rightarrow V_{\text{Kern}} \propto$ Anzahl Nukleonen

---

Nukleonen werden im Kern durch das anziehende Potential  $V_k$  der Kernkräfte gebunden. Da  $V_k$  scharf begrenzt ist, kann man aus der kinetischen Schwellenenergie  $W_S$ , bei der der Übergang der normalen zur ARS erfolgt, den Kernradius bestimmen.

$$\text{Aus } \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 R_K} = W_S \rightarrow R_K.$$

Aus Messungen an vielen Kernen  $R_K = (0,75 + 1,26 M^{\frac{1}{3}}) 10^{-15} \text{ cm}$ ,  
 $M =$  Massenzahl des Kerns, daher  $M \propto R^3 \propto V$ ;  
 $\rightarrow$  Volumens des Kerns  $\propto$  Anzahl der Nukleonen

**Beispiel:** Streuung von  $\alpha$ -Strahlen aus RaC an Goldfolie:

$$m_\alpha = 6,69 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad \epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Cb}}{\text{V} \cdot \text{m}}, \quad v_\infty = 1,9 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad Z(\text{Gold}) = 79$$

$$r_{0\text{min}} \approx 3 \cdot 10^{-14} \text{ m} = 30 \text{ fm}$$

$$\text{Atom} = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

5000 x so groß wie Kern

## Wellencharakter der Teilchen spielt bei diesen Energien und Abständen noch keine Rolle!

---

- de-Broglie-Wellenlänge des  $\alpha$ -Teilchens

$$\lambda = \frac{h}{mv} \approx 6 \text{ fm (5.5 MeV } \alpha\text{-Energie)} \leq \text{Kerndurchmesser} \ll \text{Atomdurchmesser}$$

⇒ Das  $\alpha$ -Teilchen ist ein gut lokalisiertes Wellenpaket, die „klassische Bahn“ ist eine sinnvolle Vorstellung. Ein reines  $1/r$ -Potential liefert in jedem Fall für klassische und quantenmechanische Behandlung das gleiche Resultat (sonst wäre Behandlung mit Schrödingergleichung notwendig).

# GRÖSSENVERHÄLTNISSE

PROTONEN SIND 100000x KLEINER  
ALS ATOME (1911)

Atomkern : Atomhülle

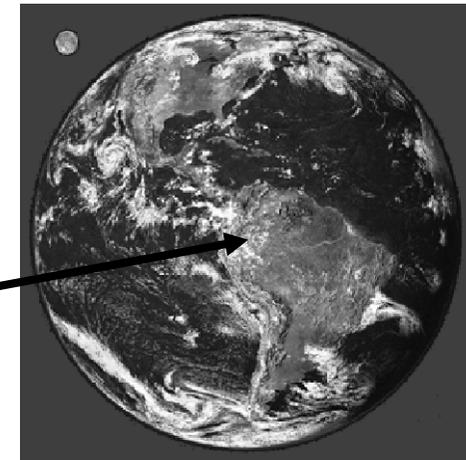
= Knopf : Innenstadt



QUARKS, LEPTONEN SIND MIND. 10000x KLEINER  
ALS PROTONEN (1998)

Quark : Atomhülle

< Knopf : Erde



# Zum Mitnehmen

## Elektrische Ladung ist gequantelt

$e/m = 1,758\ 819\ 62(53)\ 10^{11}\ \text{C kg}^{-1}$   
(aus Ablenkung in Magnetfeldern)

Rutherford-Streuung: Kern-Kernstreuung zeigt,  
dass Kerne SEHR klein sind im Vergleich zu Atomen

Kernradius / Atomradius =  
Erbse / Kölner Dom

