

Einteilung der Vorlesung

VL1. Einleitung

Die fundamentalen Bausteine und Kräfte der Natur

VL2. Experimentelle Grundlagen der Atomphysik

2.1. Masse, Größe der Atome

2.2. Elementarladung, spezifische Ladung des Elektrons

2.3 Massenspektroskopie

2.4. Struktur der Atome, Rutherford-Streuversuch

VL3. Photonen (Quanteneigenschaften des Lichts I)

3.1. Photoeffekt

3.2. Comptoneffekt

VL4. Photonen (Quanteneigenschaften des Lichts II)

4.1. Gravitationseffekte des Photons

4.2. Temperaturstrahlung

VL5. Materiewellen (Welleneigenschaften von Teilchen)

5.1. Beugung und Interferenz von Elektronen

5.2. Materiewellen und Wellenpakete

5.3. Heisenbergsche Unschärferelation

Vorlesung 4: Das Photon

Roter Faden:

Eigenschaften des Photons

Photoeffekt	}	->VL4
Comptonstreuung		
Gravitation	}	->VL5
Plancksche Temperaturstrahlung		

Folien auf dem Web:

<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/>

Teilweise benutzte Skripte:

<http://www.wmi.badw-muenchen.de/E23/lehre/skript/>

<http://www.ifp.tuwien.ac.at/institut/lva/skripten/>

4.1. Gravitationseffekte des Photons

Gravitationseffekt beim Photon

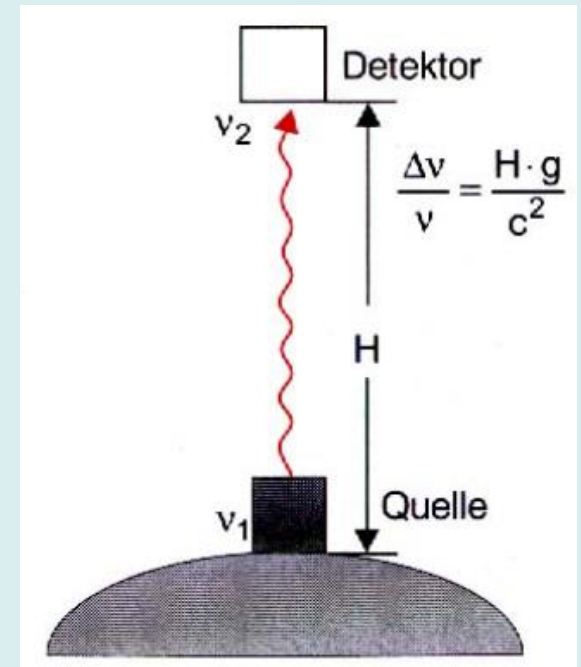
Das Photon hat eine relativistische Masse $m = E/c^2 = hv/c^2$ und empfindet dementsprechend eine Gravitationskraft, die sich als Rotverschiebung (oder Blauverschiebung bei “fallendem” Photon) im Gravitationsfeld bemerkbar macht.

Diese Rotverschiebung wurde im berühmten Experiment von Pound und Repka (1960) nachgewiesen: durch Gravitation verliert ein Photon bei der Höhe H nach Newtonscher Mechanik die Energie

$mgH = h\Delta\nu$ und mit Photonmasse $m = hv/c^2$

folgt

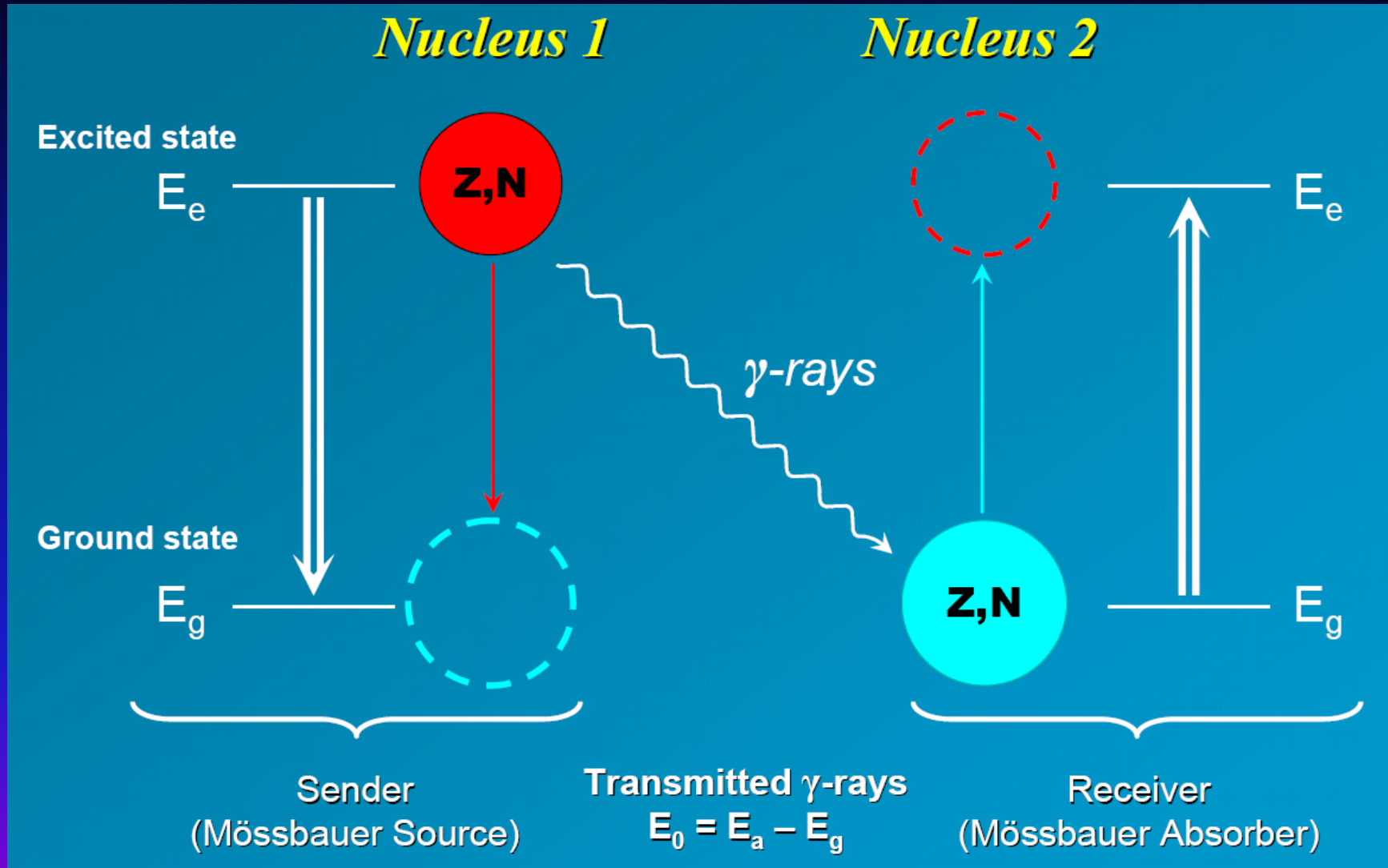
$$\Delta\nu / \nu = gH/c^2$$



Effekte jedoch sehr klein ($\Delta\nu/\nu \approx 4 \cdot 10^{-15}$ für $H=45\text{m}$).

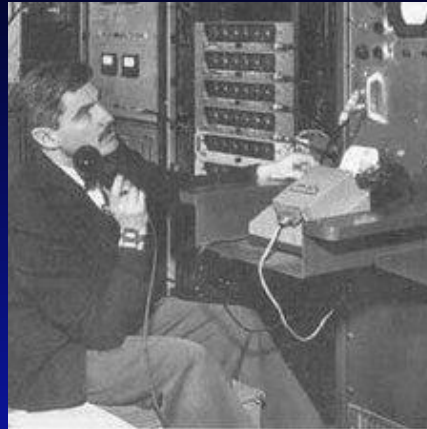
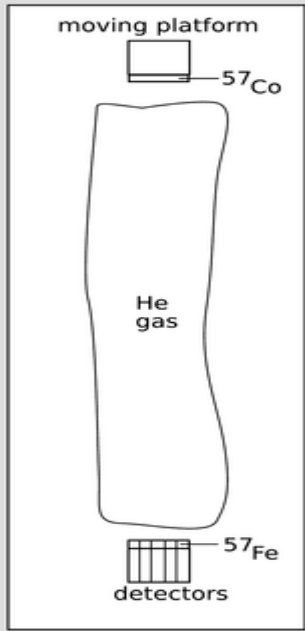
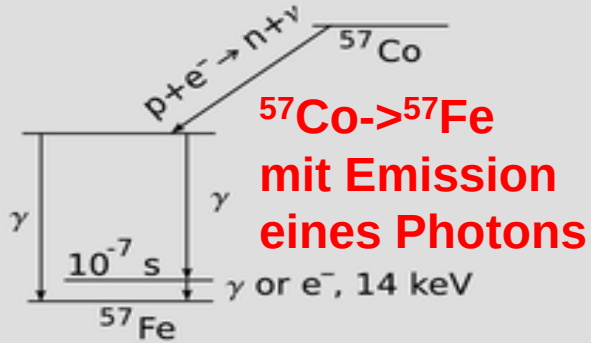
Trick: benutze Mössbauer-Effekt um Frequenzverschiebungen sehr genau zu messen. (PS. Korrekte Beschreibung nach der Allgemeinen Relativitätstheorie ergibt für kleine $\Delta\nu$ die gleiche Antwort)

Mössbauer Effekt (Nobelpreis 1961)



[/tu-dresden.de/die_tu_dresden/fakultaeten/fakultaet_mathematik_und_naturwissenschaften/fachrichtung_physik/ifp/methoden/mb_spek/mb-effekt-guetlich.png](http://tu-dresden.de/die_tu_dresden/fakultaeten/fakultaet_mathematik_und_naturwissenschaften/fachrichtung_physik/ifp/methoden/mb_spek/mb-effekt-guetlich.png)

Pound-Repka Versuch zur gravitativen Rotverschiebung der e.m. Strahlung

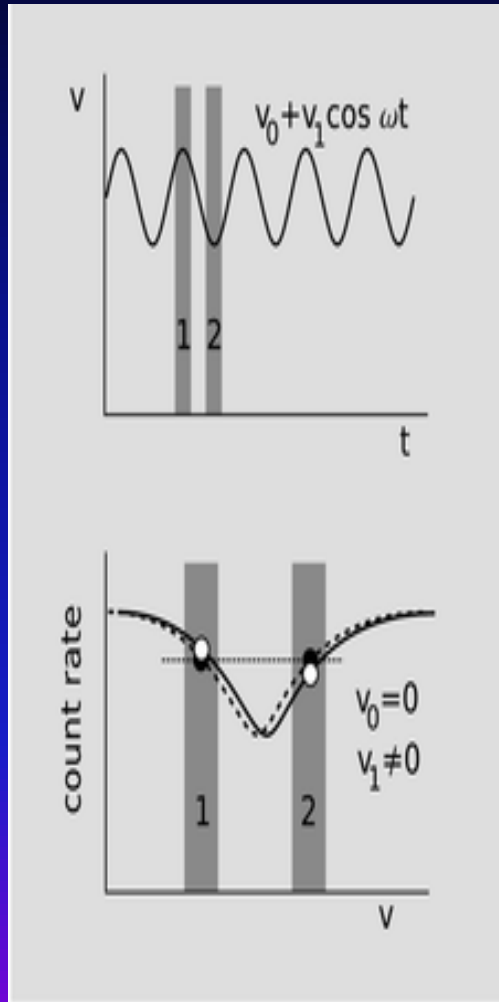


Pound und Repka benutzten die Schärfe der Mössbauer Linien um die sehr kleine Rotverschiebung der Photonen im Gravitationsfeld ($\Delta\nu/\nu \approx 10^{-15}$) in 1959 nachzuweisen durch den Abstand zwischen Quelle und Eisenabsorber bis zu 22 m zu variieren.

Pound und Repka oben und unten im Turm

http://www.lightandmatter.com/html_books/genrel/ch01/ch01.html#eg:pound-rebka

Pound-Repka Versuch zur gravitativen Rotverschiebung der e.m. Strahlung



Geschwindigkeit der Quelle wird sinusförmig variiert.

Photondetektoren (NaI Szintillator) messen Photonrate als Fkt. der Geschwindigkeit der Quelle. Wenn die Dopplerverschiebung Gravitationsverschiebung ausgleicht, werden Photonen absorbiert in Fe Folie und nimmt die Zählrate ab.

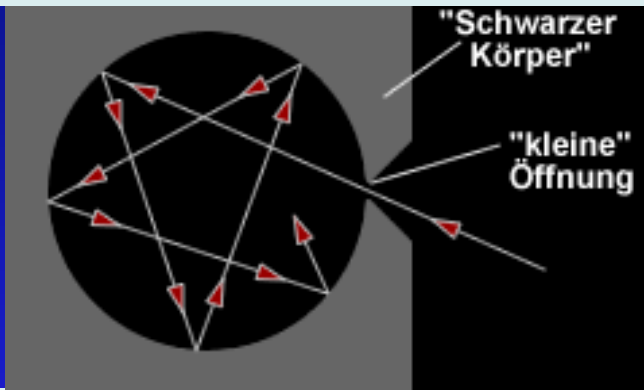
Exp. beweist, dass für Photon gilt:
 $m = E/c^2 = h\nu/c^2$

http://www.lightandmatter.com/html_books/genrel/ch01/ch01.html#eg:pound-rebka

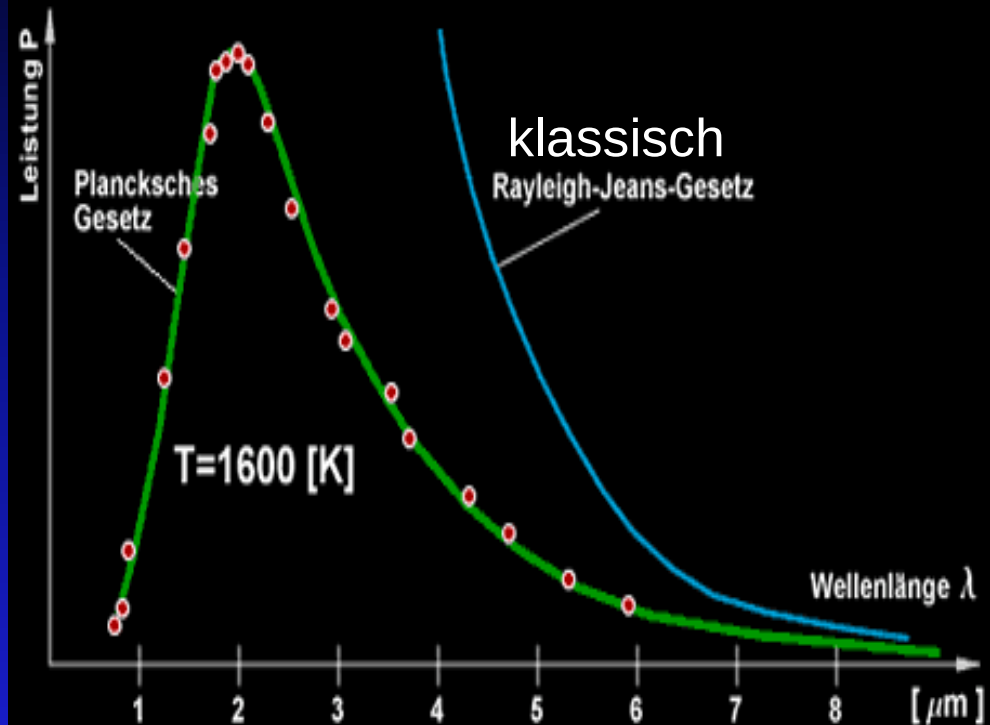
4.2. Temperaturstrahlung

Temperaturstrahlung oder Hohlraumstrahlung oder Schwarzkörperstrahlung

Strahlung eines sogenannten 'Schwarzen Körpers' ist nichts anderes als ein System, das sämtliche einfallende Strahlung absorbieren soll. Am nächsten kommt man diesem Idealfall mit einem Hohlraumstrahler, der ungefähr so aussieht:



Strahlungsleistung P eines Hohlraumstrahlers als Funktion von Wellenlänge λ (bei Temperatur $T=1600$ K)



Die austretende Strahlung ist unabh. vom Material und hat ein Maximum bei einer Wellenlänge, das - wie Wilhelm Wien zeigen konnte - bei $2.898[\mu\text{m}]/T[\text{K}]$ liegt. D.h. je größer die Temperatur des schwarzen Körpers ist, desto weiter verschiebt sich das Maximum zu *kleineren* Wellenlängen hin. Das ist das Wiensche Verschiebungsgesetz. Klassisch nicht erklärbar, siehe Kurve.

Rayleigh-Jeans Gesetz

Die Spektralverteilungsfunktion lässt sich nach der klassischen Thermodynamik relativ einfach berechnen. Als Ergebnis erhält man die Gleichung von Rayleigh-Jeans:

$$P(\lambda, T) = \frac{8\pi k_B T}{\lambda^4}$$

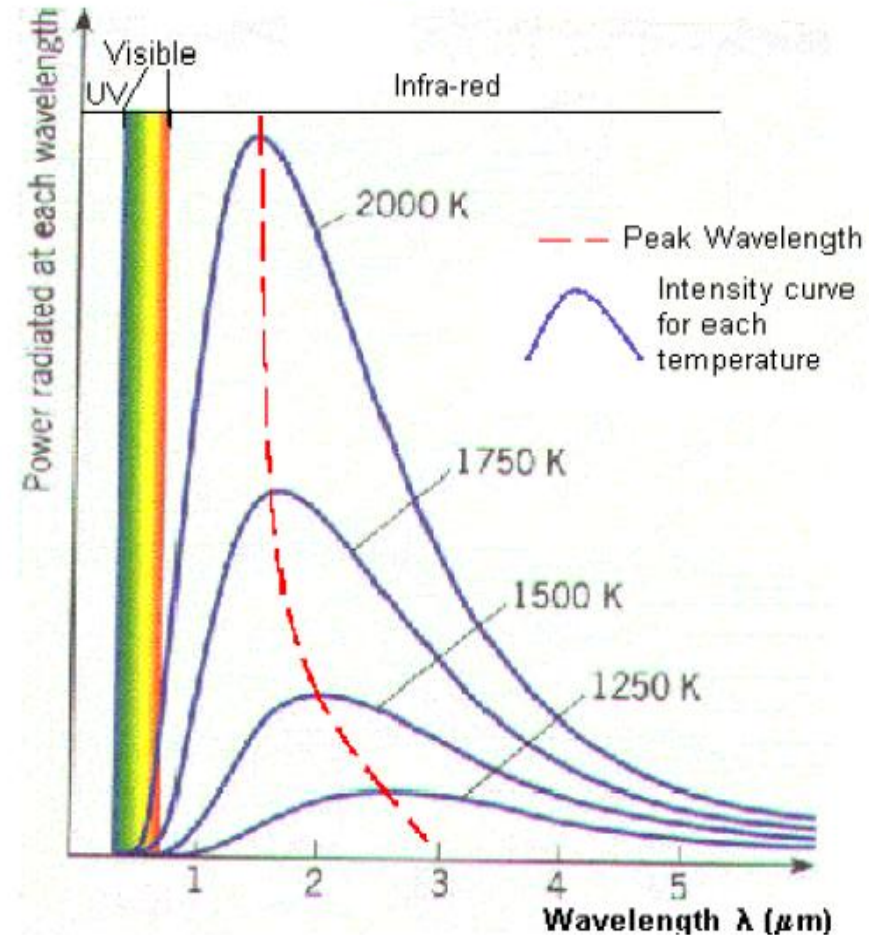
k_B ist dabei die Boltzmannkonstante. Im vorigen Diagramm ist das als blaue Kurve dargestellt. Man sieht, dass diese Beziehung nur bei großen Wellenlängen halbwegs vernünftig mit der Spektralfunktion übereinstimmt. Je kleiner die Wellenlängen werden, desto deutlicher weicht die Rayleigh-Jeans-Kurve von der 'richtigen' Verteilung ab. Da λ im Nenner steht, strebt dieser Wert gegen unendlich, wenn λ gegen 0 geht, was man auch als 'Ultraviolett katastrophe' bezeichnet hat.

Schwarzkörperstrahlung nach Planck (ohne UV-Kat.)

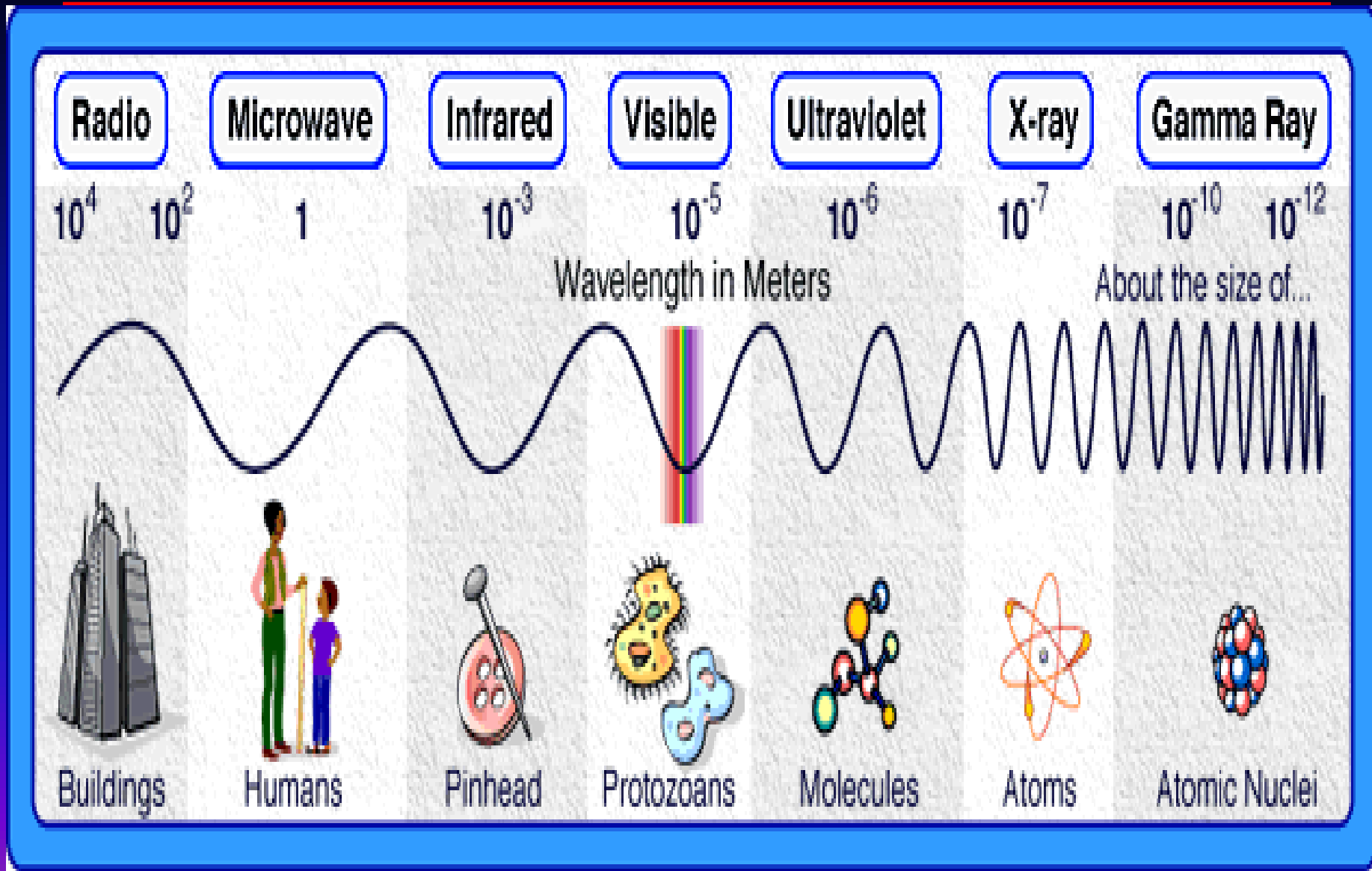
- Die Charakteristik der Schwarzkörperstrahlung ist nur von der Temperatur an der Oberfläche des Strahlers abhängig.
- Stefan-Boltzmann: **Energiedichte $\sim T^4$**
- Wien: $\lambda_{\max} T = \text{const} = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$.
- Plancksche Intensitätsverteilung:

$$I(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

Für große Wellenlängen:
 $\exp(hc/\lambda kT) = 1 + hc/\lambda kT$, d.h.
 $I \propto 1/\lambda^4$, wie vom klassischen
Rayleigh-Jeans Gesetz
erwartet



Das elektromagnetische Spektrum





Aus Planck's Nobelpreis Rede

Eventually after some weeks of the hardest work of my life, light entered the darkness, and a new inconceivable perspective opened up before me. ...

Because [a constant in the radiation law] represents the product of energy and time ... I described it as the elementary quantum of action. ... As long as it was looked on as infinitely small ... everything was fine; but in the general case, however, a gap opened wide somewhere or other, which became more striking the weaker and faster the vibrations considered. Either the quantum of action was a fictional quantity, then the whole deduction of the radiation law was essentially an illusion or the derivation of the radiation law was based on a sound physical conception. In this case the quantum of action must play a fundamental role in physics, and here was something completely new, never heard of before, .. My futile attempts to put the elementary quantum of action into the classical theory continued for a number of years and they cost me a great deal of effort.

Herleitung der Planckschen Strahlungsformel nach Einstein

Planck erklärte seine Formel durch die Annahme, dass die Wellen in einem Hohlraum sich verhalten wie harmonische Oszillatoren, die nur diskrete Energiewerte $E = nh\nu$ annehmen können und bei diesen Energien Strahlung absorbieren und emittieren.

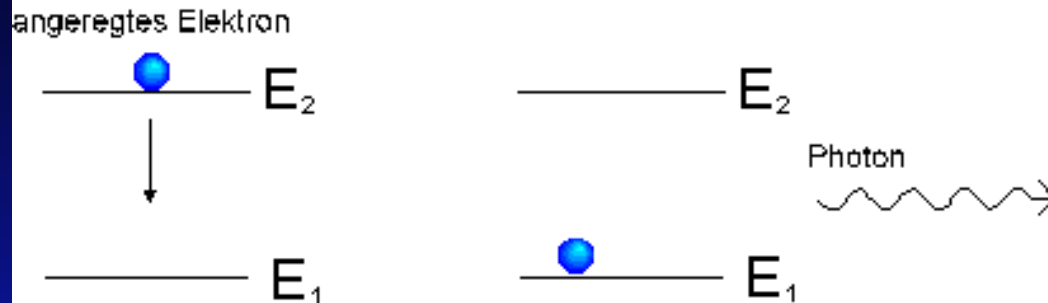
Einstein konnte in 1917, nach der Entdeckung der Photonen und die Quantisierung der Energieniveaus der Atome die Plancksche Strahlungsformel relativ einfach herleiten.
Es gibt folgende Möglichkeiten für die Strahlung:

- a) Spontane Emission nach einem niedrigen Niveau unter Aussendung eines Photons (unabh. von Strahlungsdichte)
- b) Absorption eines Photons ($\propto$ Photonendichte) und Übergang nach einem höheren Niveau
- c) Induzierte Emission ($\propto$ Photonendichte) und Übergang nach einem höheren Niveau

Nur nach dieser Verknüpfung von Photoeffekt, Comptonstreuung, Bohrsche Atommodell und Plancksche Strahlungsformel wurde Plancks Quantenhypothese akzeptiert. Er gilt als Gründer der Quantenmechanik.

Bildliche Darstellung der möglichen Übergängen bei Schwarzkörperstrahlung

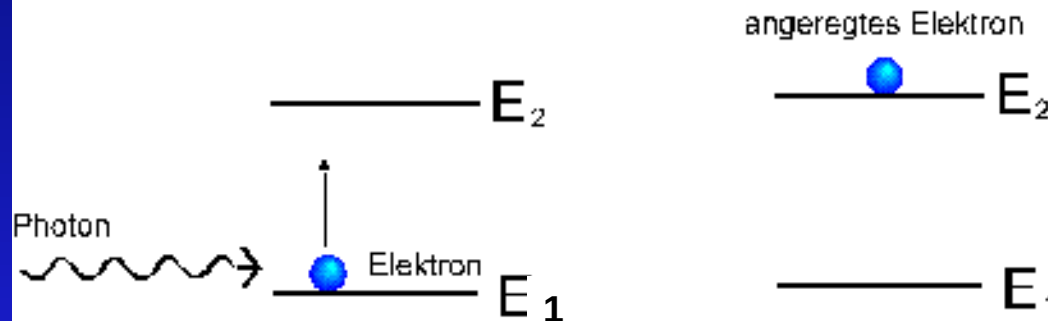
spontane Emission



$$dN_{21} = A_{21} N_2 dt$$

N_1, N_2 sind die
Besetzungszahlen

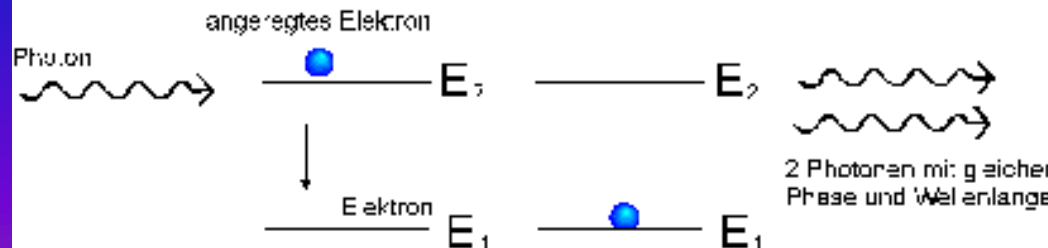
Absorption



$$dN_{12} = B_{12} u(\nu) N_1 dt,$$

$u(\nu)$ = Dichte der Photonen;

induzierte Emission



$$dN_{21} = B_{21} u(\nu) N_2 dt$$

Herleitung der Planckschen Streuformel nach Einstein

Induzierte Emission: $dN_{21} = B_{21} u(\nu) N_2 dt$

Spontane Emission: $dN_{21} = A_{21} N_2 dt$ (unabhängig von der Dichte der Photonen)

Im thermischen Gleichgewicht: $dN_{12} = dN_{21}$ oder $\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12} u(\nu)}{A_{21} + B_{21} u(\nu)}$ (1)

Im thermischen Gleichgewicht sind die Besetzungszahlen auch durch die Boltzmann-Statistik gegeben: $\frac{N_2}{N_1} = \frac{\exp(\frac{-E_1}{kT})}{\exp(\frac{-E_2}{kT})}$ (2)

Aus (1) + (2) = (3):

$$u(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12} \exp(\frac{h\nu}{kT} - B_{21})}$$

Randbedingungen:

- $T \rightarrow \infty$ ergibt $u(\nu) \rightarrow \infty$. Nach (3) kann $u(\nu)$ nur ∞ werden

$$B_{12} = B_{21}$$

- Bei kleinen Frequenzen : $u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} kT$ (RJ-Gesetz), dann gilt:

$$u(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{kT}{h\nu} \rightarrow \left| \frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \right| (4)$$

Aus (3) und (4) :

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1}$$

Zusammenfassung

Im Einheitsvolumen und dem Frequenzintervall $(\nu, \nu + d\nu)$ sind

$$n_\gamma(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (5.3)$$

Photonen der Energie $h\nu$ enthalten. Zur Herleitung dieser Formel sei auf die Thermodynamik und Quantenmechanik verwiesen. Gegen Ende des 19. Jahrhunderts brauchte man dazu übrigens 40 Jahre. Erstaunlicherweise hängt Plancks Formel von lediglich einer Variablen, der Temperatur T ab. Der Peak des Energiespektrums von Photonen im thermischen Gleichgewicht liegt bei

$$\nu_{max} \approx 6 \times 10^{10} T, \quad (5.4)$$

wenn ν in Hertz und T in Kelvin gegeben sind.

Die Gesamtzahl der Photonen im Einheitsvolumen, die *Anzahldichte* N_γ ist gegeben durch

$$N_\gamma = \int_0^\infty n_\gamma(\nu) d\nu \approx 1.202 \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{kT}{c\hbar} \right)^3. \quad (5.5)$$

Da jedes Photon der Frequenz ν die Energie $h\nu$ trägt, ist die Gesamtenergiedichte der Strahlung durch das *Stefan-Boltzmann-Gesetz*

$$\epsilon_\gamma = \int_0^\infty h\nu n_\gamma(\nu) d\nu = \frac{\pi^2 k^4 T^4}{15 \hbar^3 c^3} \equiv aT^4 \quad (5.6)$$

Wiensches Verschiebungsgesetz

Durch Differenzieren der Plank'schen Verteilung:

$$\frac{T}{\nu_{\max}} = \text{const.}$$

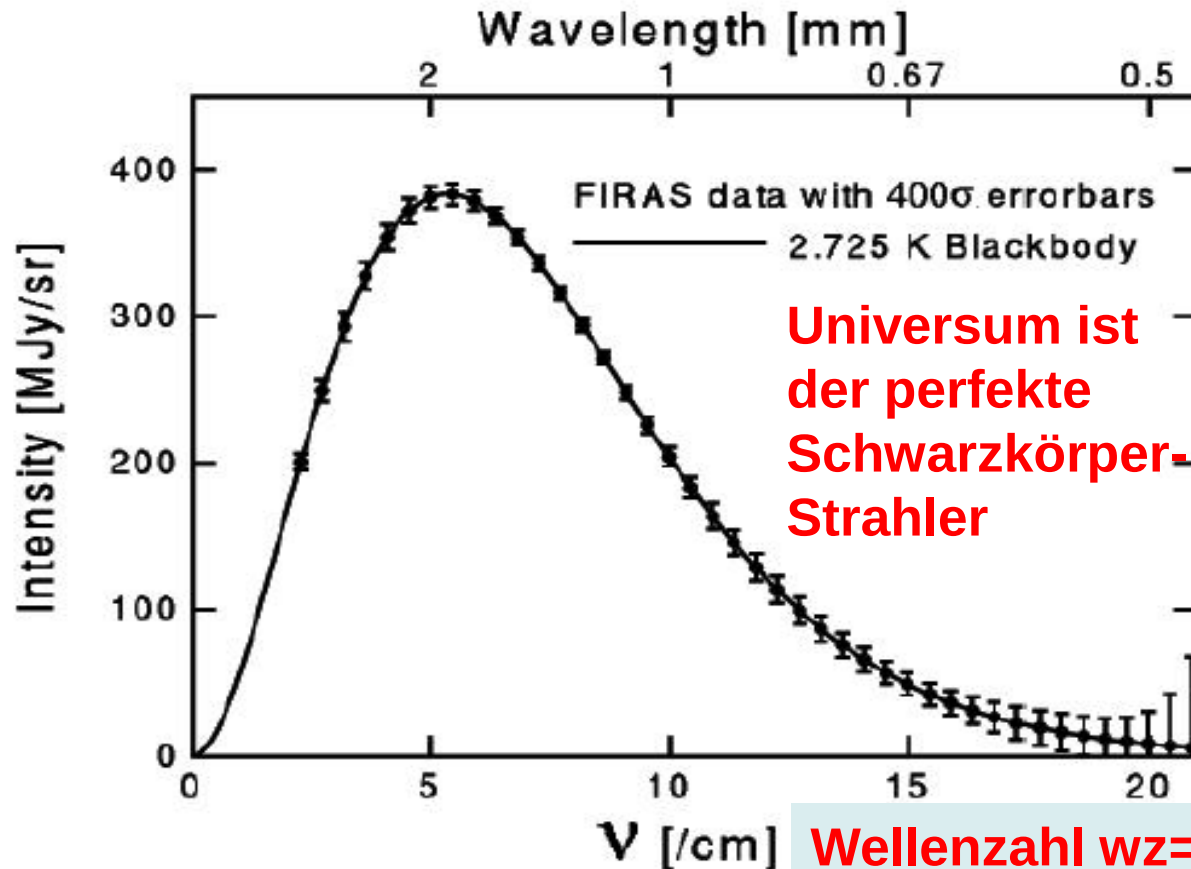
$\Rightarrow$

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{const} = 2.9 \cdot 10^{-3} [\text{m} \cdot \text{K}]$$

Wien'sches
Verschiebungsgesetz

Beispiel: Oberflächentemperatur der Sonne etwa 5500 K, zugehörige Wellenlänge $\lambda_{\max}$ 530 nm (im Grünen)

Temperatur unseres Universums aus der kosmischen Hintergrundstrahlung

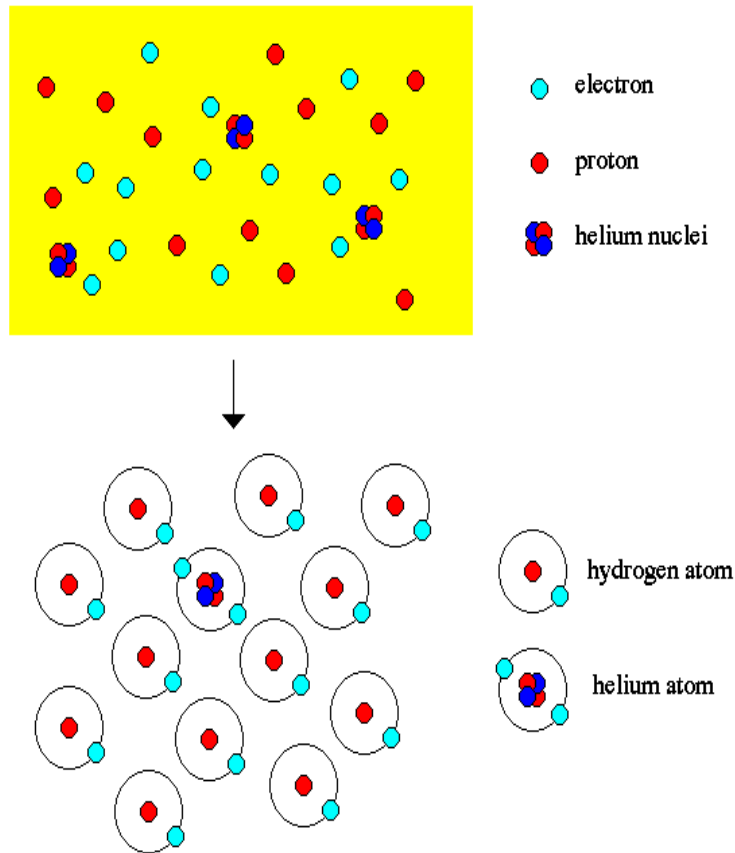


$T = 2.728 \pm 0.004 \text{ K} \Rightarrow$ Dichte der Photonen 412 pro cm^3
Wellenlänge der Photonen ca. 1,5 mm, so dichteste Packung
ca. $(10 \text{ mm} / 1.5 \text{ mm})^3 = \text{ca. } 300/\text{cm}^3$, so 400 sind viele Photonen/ cm^3

Entstehung der 3K kosmischen Hintergrundstrahlung Cosmic Microwave Background (CMB)

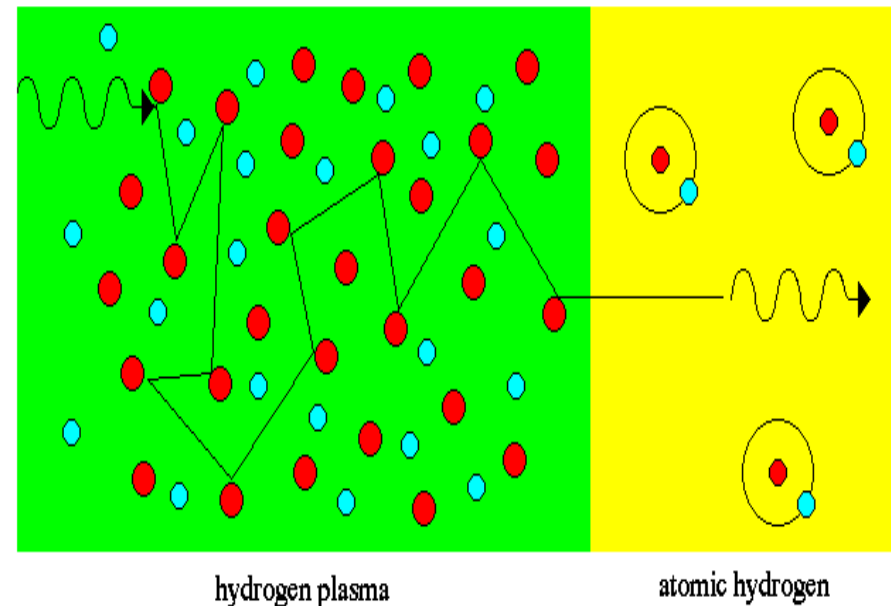
Recombination

As the Universe expands and cools, protons and electrons combine to form hydrogen (the most abundant element). And helium nuclei combine with electrons to form helium atoms. This process is called recombination.



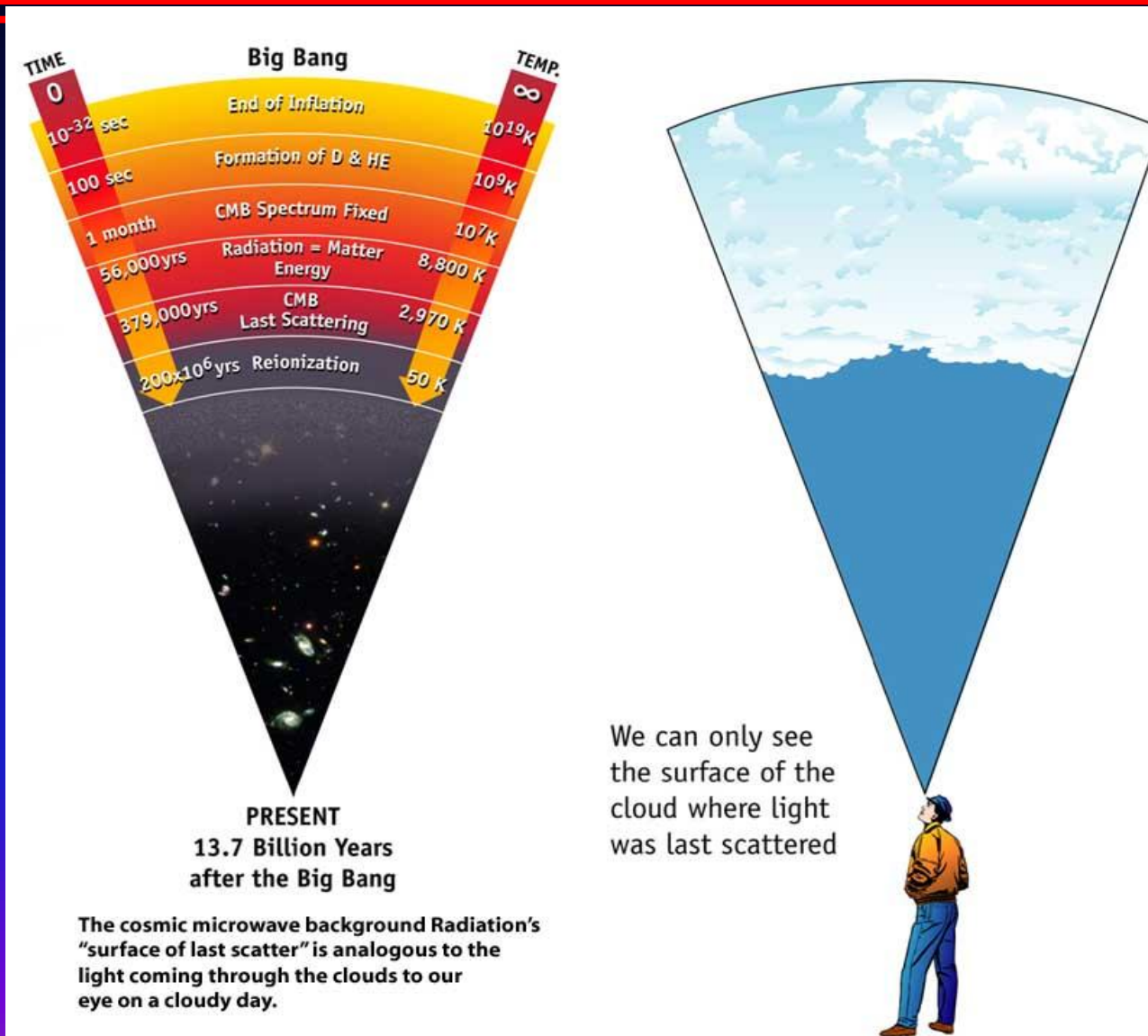
Last Scattering Epoch

As the Universe cooled, the free electrons and protons could finally bond together to form hydrogen atoms. At the same time, the Universe went from a rich plasma to a gas of neutral hydrogen.



In a plasma, the mean free path of a photon is very short. In a gas of atomic hydrogen, the mean free path is very long, as long as the size of the Universe. Thus, the transition from the early plasma to atomic hydrogen is the epoch of last scattering, the point in time when the photons became free to travel without hindrance.

Last Scattering Surface (LSS)



Entdeckung der CMB von Penzias und Wilson in 1965



The Horn Antenna at Bell Telephone Laboratories in Holmdel, New Jersey, was constructed in 1959 to support Project Echo--the National Aeronautics and Space Administration's passive communications satellite project. [1]

The antenna is 50 feet in length with a radiating aperture of 20 x 20 feet and is made of aluminum. The antenna's elevation wheel is 30 feet in diameter and

**Penzias and Wilson found isotropic noise in antenna.
Dicke et al. told them, this is the CMB!**

A MEASUREMENT OF EXCESS ANTENNA TEMPERATURE AT 4080 Mc/s

Measurements of the effective zenith noise temperature of the 20-foot horn-reflector antenna (Crawford, Hogg, and Hunt 1961) at the Crawford Hill Laboratory, Holmdel, New Jersey, at 4080 Mc/s have yielded a value about 3.5° K higher than expected. This excess temperature is, within the limits of our observations, isotropic, unpolarized, and free from seasonal variations (July, 1964–April, 1965). A possible explanation for the observed excess noise temperature is the one given by Dicke, Peebles, Roll, and Wilkinson (1965) in a companion letter in this issue.

The total antenna temperature measured at the zenith is 6.7° K of which 2.3° K is due to atmospheric absorption. The calculated contribution due to ohmic losses in the antenna and back-lobe response is 0.9° K.

We are grateful to R. H. Dicke and his associates for fruitful discussions of their results prior to publication. We also wish to acknowledge with thanks the useful comments and advice of A. B. Crawford, D. C. Hogg, and E. A. Ohm in connection with the problems associated with this measurement.

Princeton group from Dicke looked for CMB

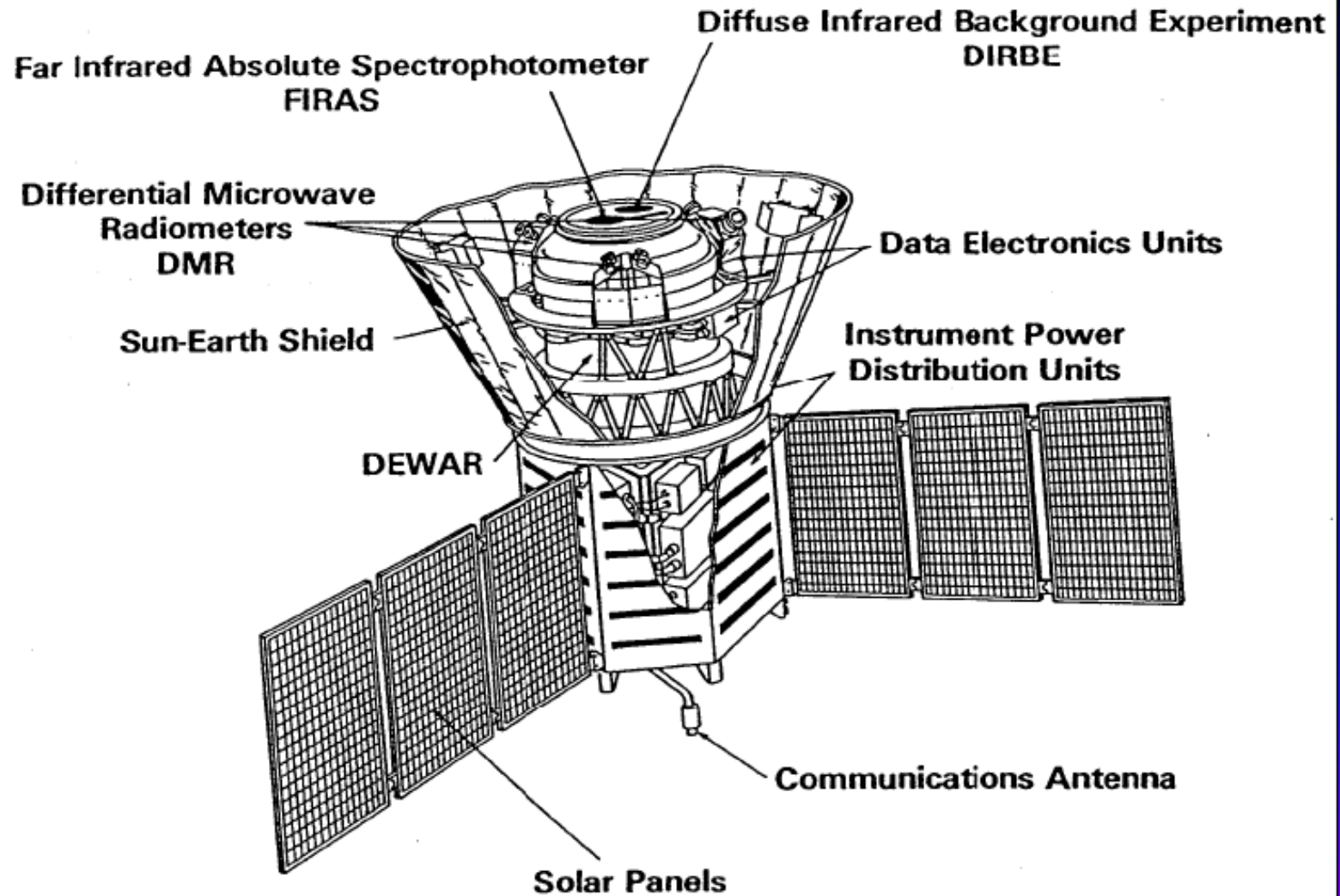
We deeply appreciate the helpfulness of Drs. Penzias and Wilson of the Bell Telephone Laboratories, Crawford Hill, Holmdel, New Jersey, in discussing with us the result of their measurements and in showing us their receiving system. We are also grateful for several helpful suggestions of Professor J. A. Wheeler.

R. H. DICKE
P. J. E. PEEBLES
P. G. ROLL
D. T. WILKINSON

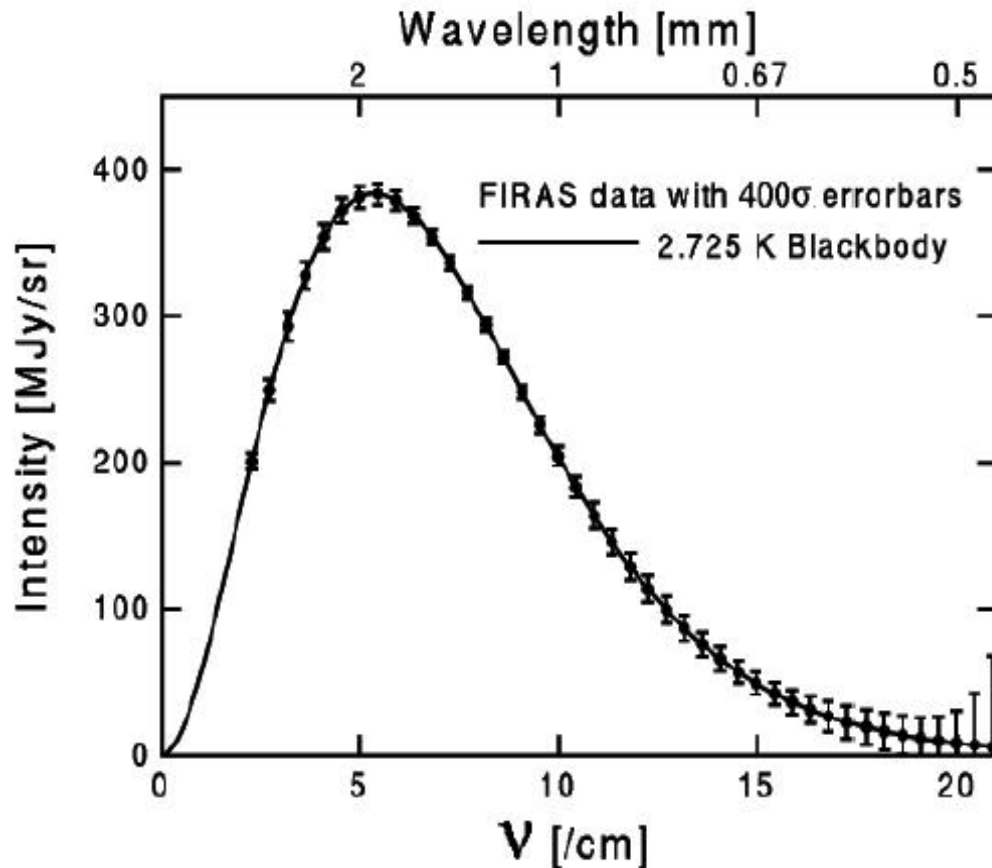
May 7, 1965

PALMER PHYSICAL LABORATORY
PRINCETON, NEW JERSEY

The COBE satellite: first precision CMB experiment



Kosmische Hintergrundstrahlung gemessen mit dem COBE Satelliten (1991)

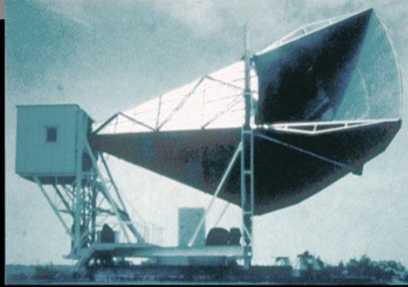


**Mather(left) (NASA),
Smoot (LBL, Berkeley)
Nobelpreis 2006**

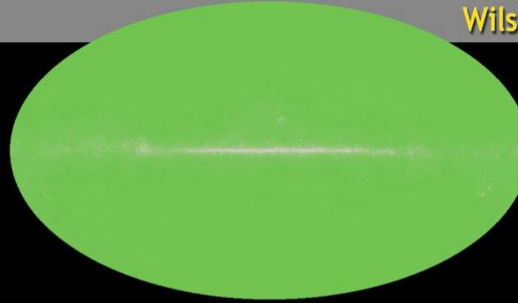
**$T = 2.728 \pm 0.004$ K $\Rightarrow$ Dichte der Photonen 412 pro cm^3
Wellenlänge der Photonen ca. 1,5 mm, so dichteste Packung
ca. $(10 \text{ mm} / 1.5 \text{ mm})^3 = \text{ca. } 300/\text{cm}^3$, so 400 sind viele Photonen/ cm^3**

CMB Anisotropie (Temp. Fluktuationen)

1965



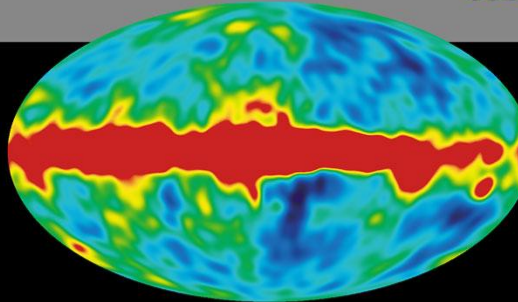
Penzias and
Wilson



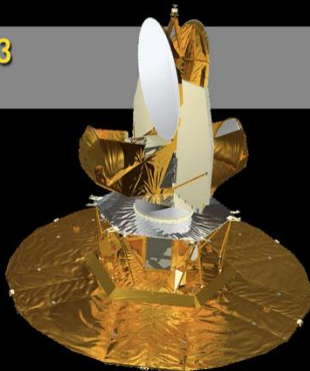
1992



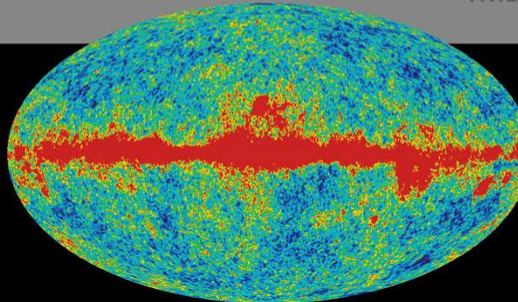
COBE



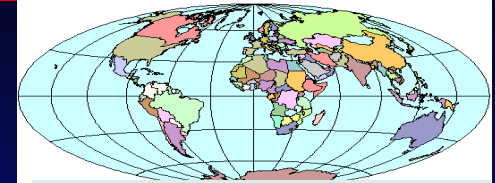
2003



WMAP



Hammer-Aitoff Projection



The oval shapes show a spherical surface, as in a global map. The whole sky can be thought of as the inside of a sphere.

Patches in the brightness are about 1 part in 100,000 = a bacterium on a bowling ball = 60 meter waves on the surface of the Earth.

WMAP: ein Fernsehschüssel zur Beobachtung des frühen Universums

©NASA Science Team



**WMAP: 1,5 Millionen km von der Erde entfernt
(3 Monate Reisezeit, Beobachtung täglich seit 2001)**

WMAP Orbit

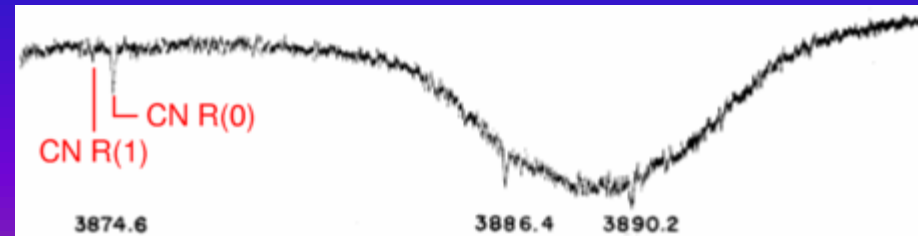


WMAP spinning to cover full sky



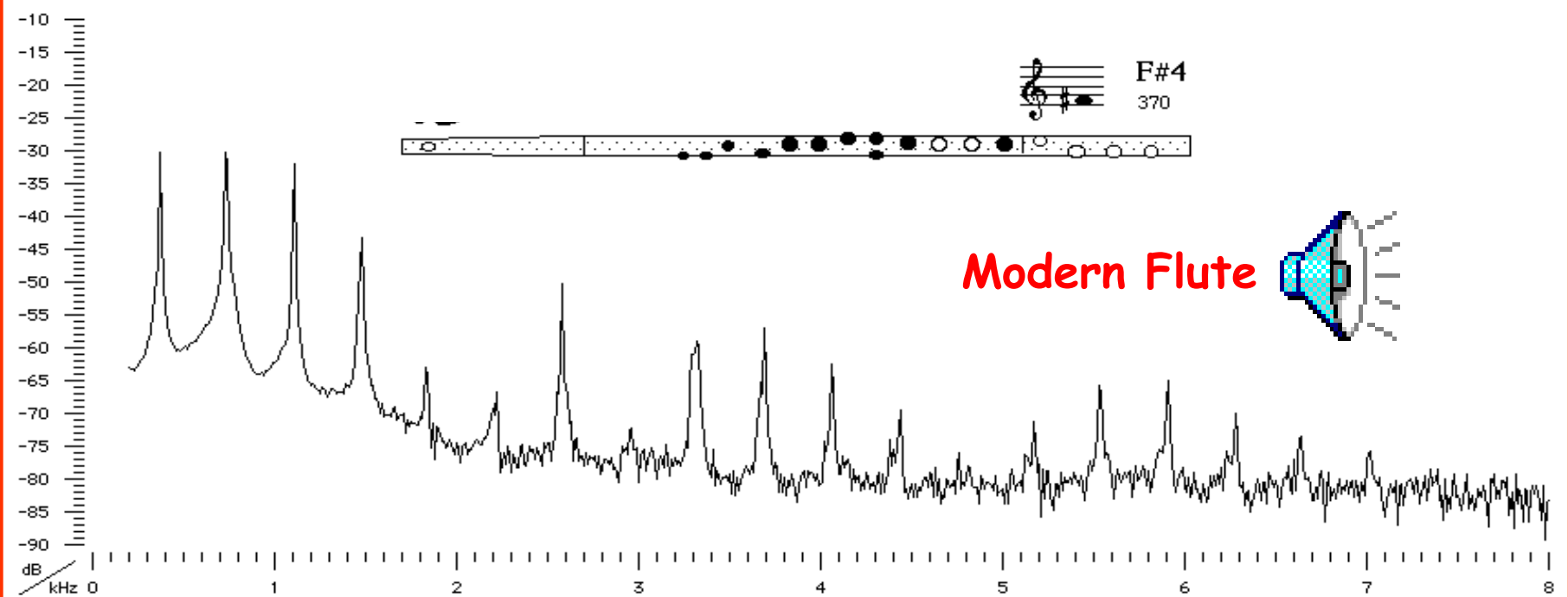
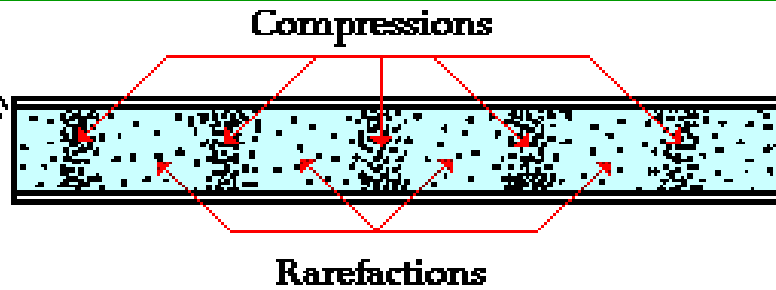
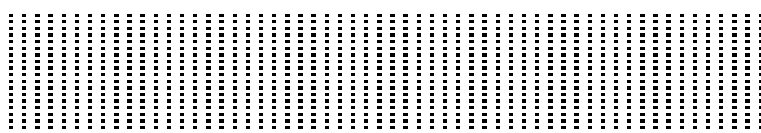
Rotationally excited CN

The first observations of the CMB were made by McKellar using interstellar molecules in 1940. The image shows a spectrum of the star zeta Oph taken in 1940 which shows the weak R(1) line from rotationally excited CN. The significance of these data was not realized at the time, and there is even a line in the 1950 book *Spectra of Diatomic Molecules* by the Nobel-prize winning physicist Gerhard Herzberg, noting the 2.3 K rotational temperature of the cyanogen molecule (CN) in interstellar space but stating that it had "only a very restricted meaning." We now know that this molecule is primarily excited by the CMB implying a brightness temperature of $T_o = 2.729 \pm 0.027 \text{ K}$ at a wavelength of 2.64 mm ([Roth, Meyer & Hawkins 1993](#)).

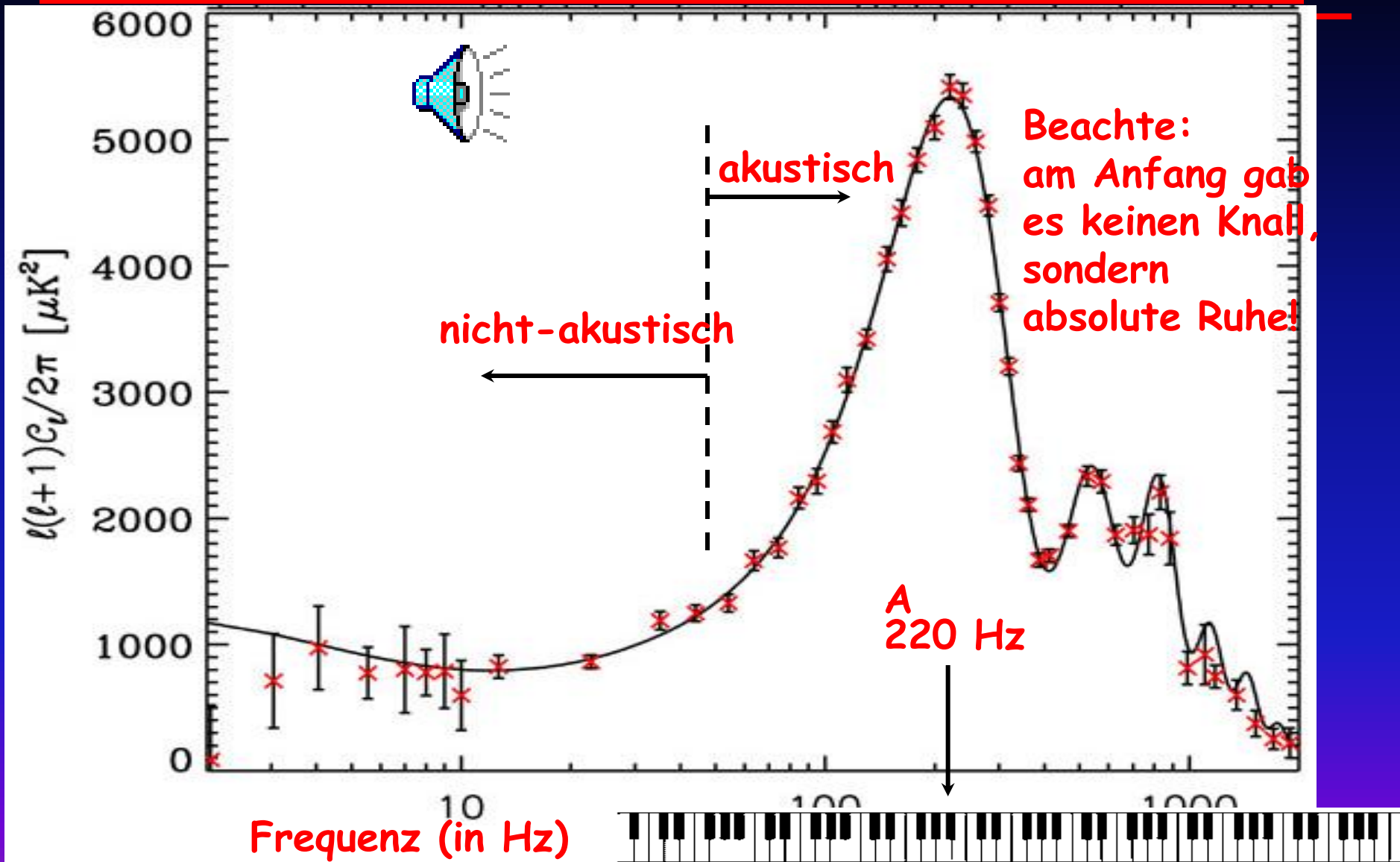


<http://www.astro.ucla.edu/~wright/CMB.html>

Akustische Wellen SIND Dichteschwankungen



Klang des Urknalls nach 380.000 Jahren (transponiert um 50 Oktaven nach oben)



Warum sind Töne des Urknalls so tief? WEIL DAS UNIVERSUM SO GROß IST!

Pan Flöte



©Mark Whittle



Orgel

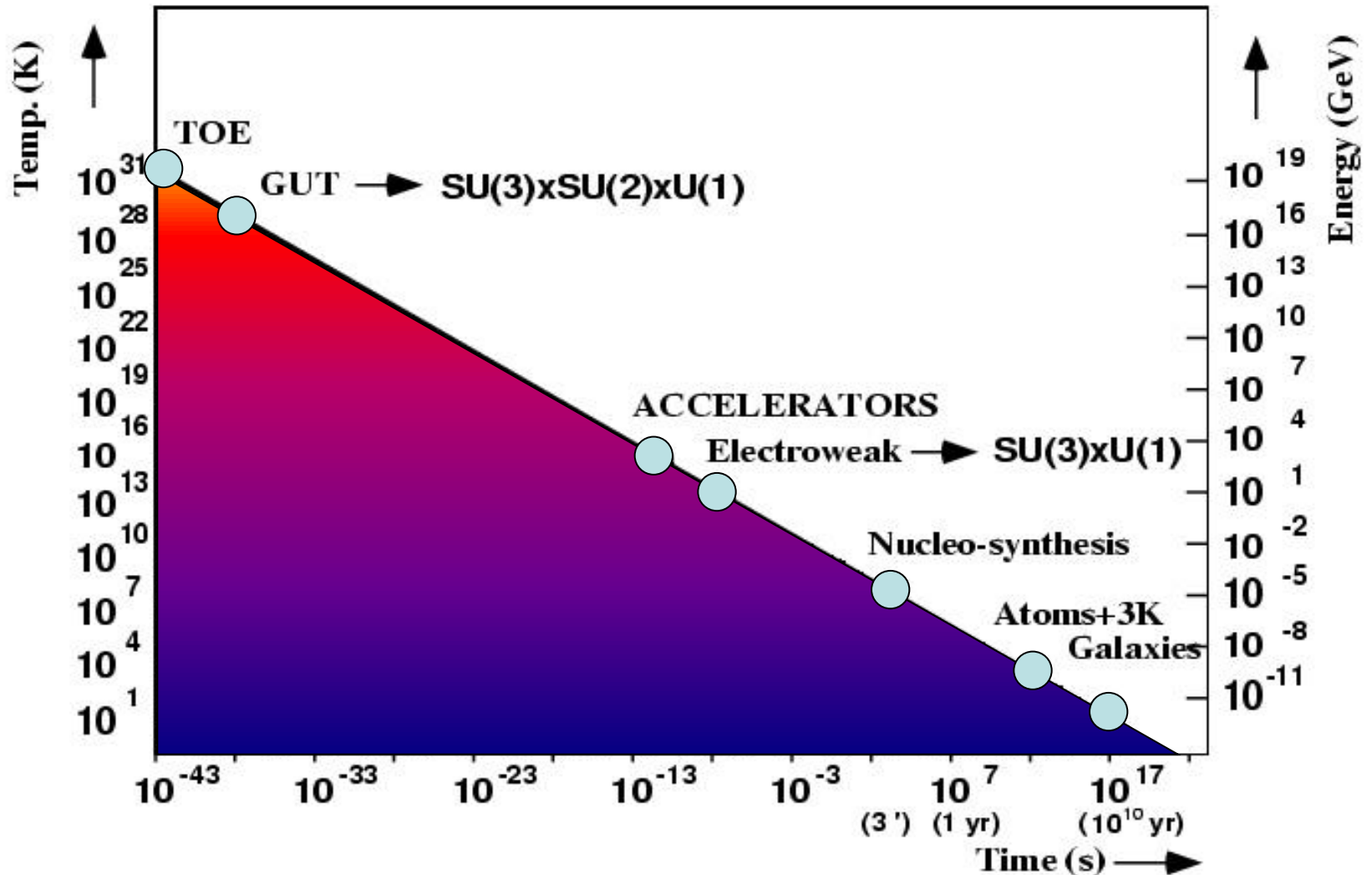


Universum



Beachte: am Anfang gab es keinen Knall,
sondern absolute Ruhe! Dann fing es an zu Grummeln wie es aus der
Strahlung des frühen Universums ersichtlich wurde.
Spiele Grummeln 50 Oktave höher ab, damit es hörbar wird

Temperaturentwicklung des Universums



Zum Mitnehmen

Planck postulierte in 1900 die Quantisierung der elektromagnetischen Strahlung um die Spektralverteilung der Strahlung eines Schwarzen Körpers zu erklären. Damit war die Quantenmechanik geboren.

18 J. später lieferte Einstein die Herleitung der Planckschen Strahlungsformel in der Form von Absorption und Emission von Photonen.

Da Photonen Energie besitzen, haben sie nach $E=mc^2=h\nu$ eine Masse, die im Pound-Repka Versuch als Rotverschiebung im Gravitationsfeld beobachtet wurde.