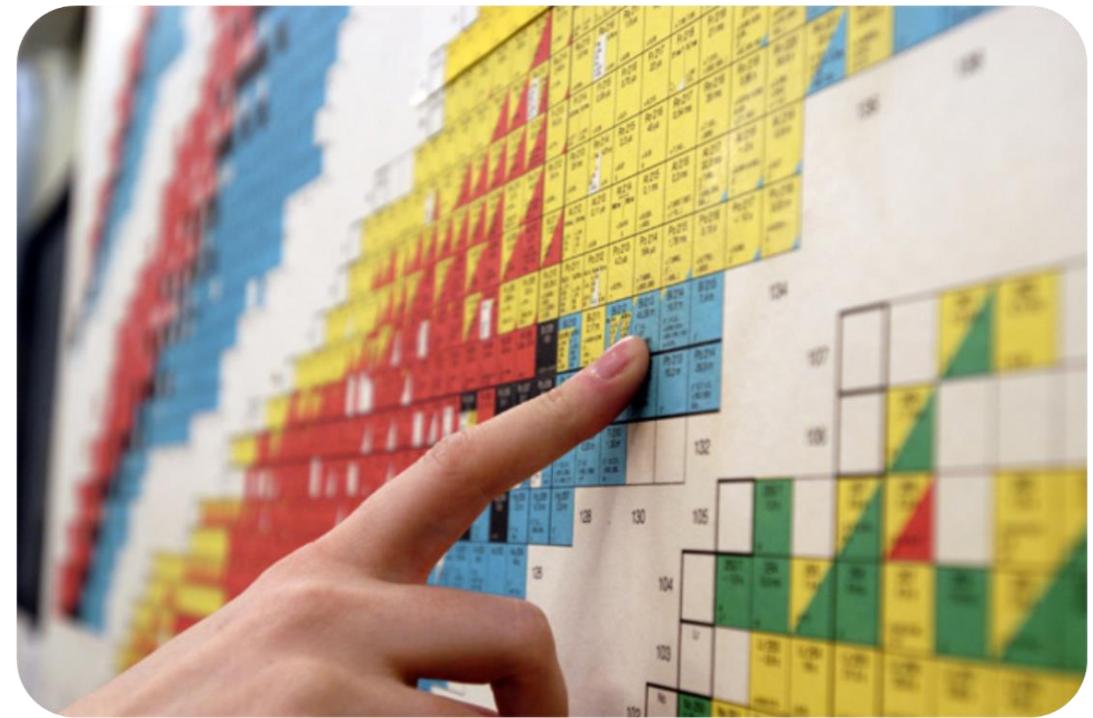


# Atome & Kerne

Sommersemester 2019

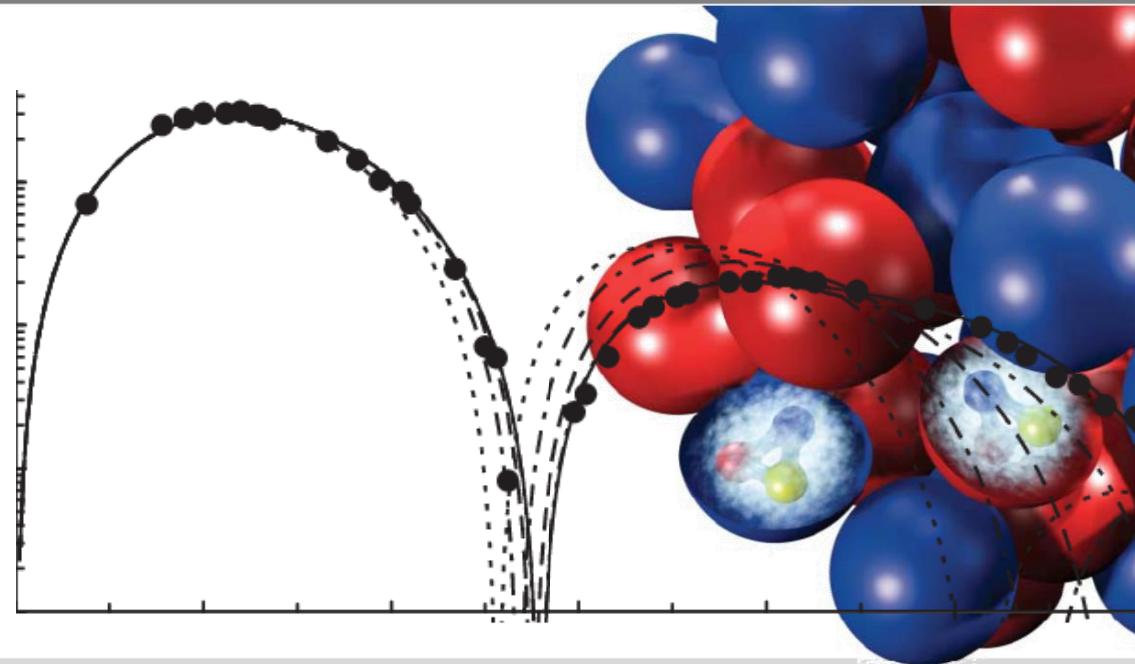
Vorlesung # 18, 27.06.19



Guido Drexlin, Institut für Experimentelle Teilchenphysik, Fakultät für Physik

## Kerne

- Einführung:  
Kerne & Kernmaterie
- Rutherford-Streuung
- Mott-Streuung
- Formfaktor & Ladungsverteilung
- Kernmodelle: Überblick

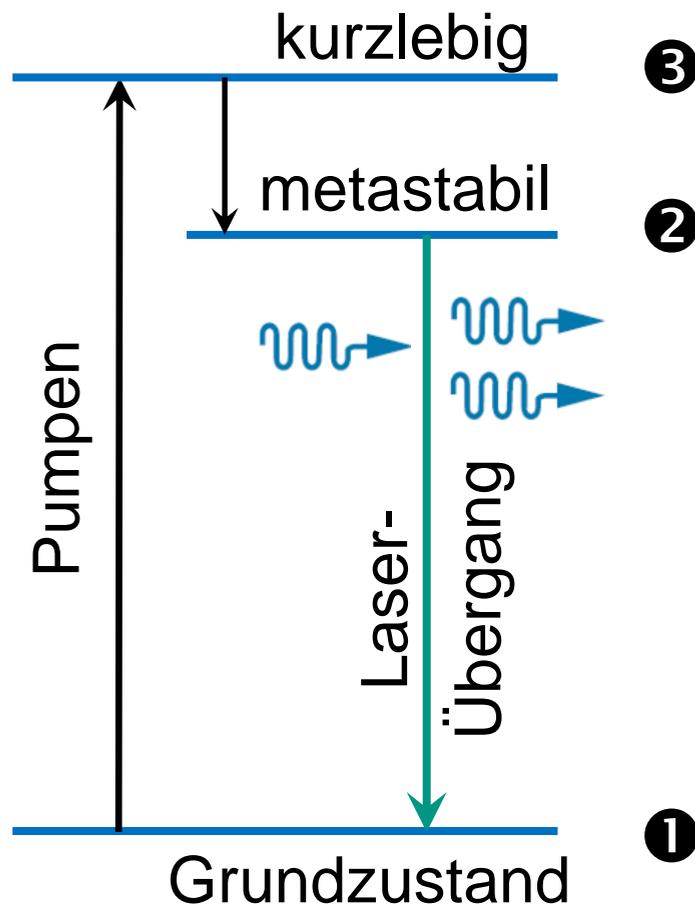


# LASER - Eigenschaften



## ■ LASER

Light **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation



- **Besetzungsinversion** der Laserniveaus!
- Einstein: **stimulierte Emission**
- Koeffizienten  $B_{21} = B_{12}$  (Absorption),  
**Übergangsrate  $E_2 \rightarrow E_1$  daher**

$$N(E_2 \rightarrow E_1) = B_{21} \cdot \underbrace{(N_2 - N_1)}_{\text{Besetzungsinversion!}} \cdot u(\nu)$$

**Besetzungsinversion!**

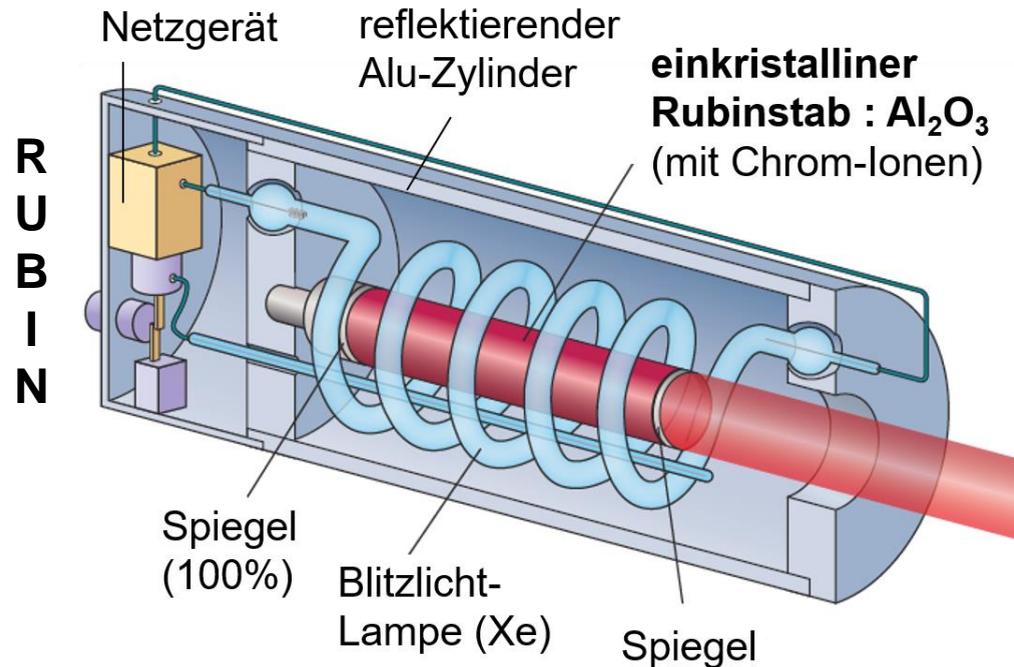
- **Pumpen** zum oberen Laserniveau!
- optisch via Blitzlampe (Xenon)
- Elektronenstoß (Gasentladung)

# LASER – Typen & Anwendungen

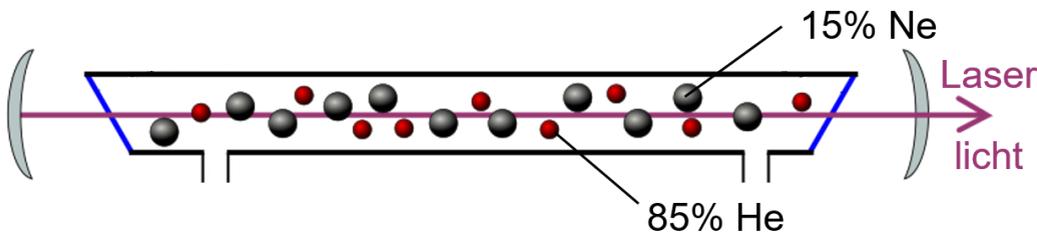


## ■ LASER – zahlreiche Typen und Anwendungen

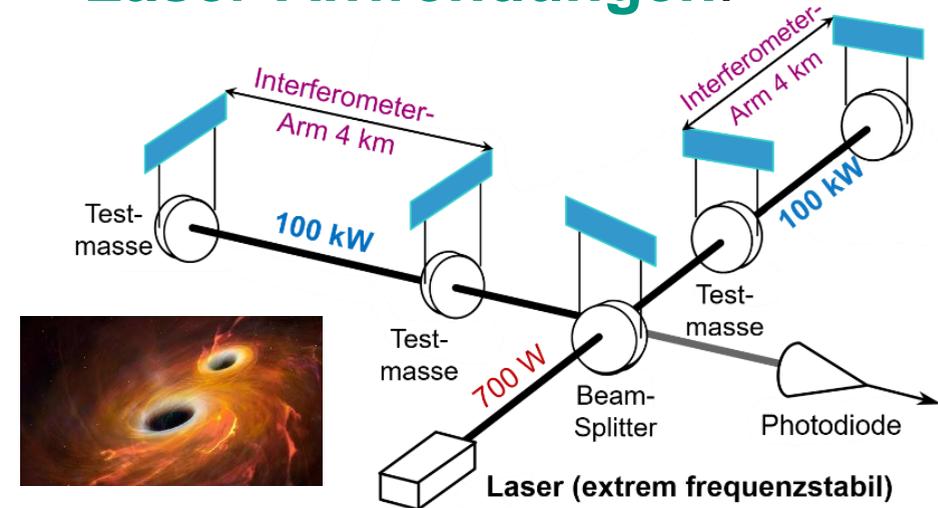
### ■ Laser-Typen:



### He-Ne



### ■ Laser-Anwendungen:



### ■ Frequenz-Messungen: DSAC

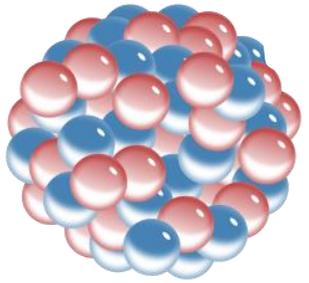
25.6.19 Start mit Falcon Heavy



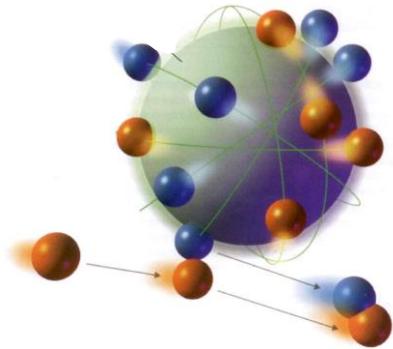
**AKTUELL**



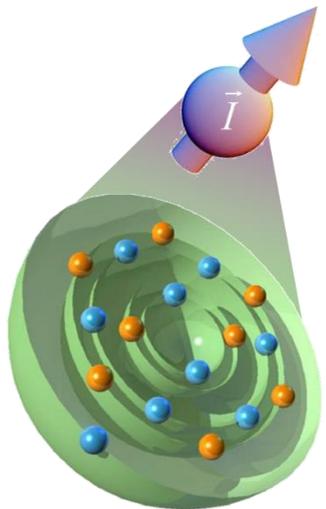
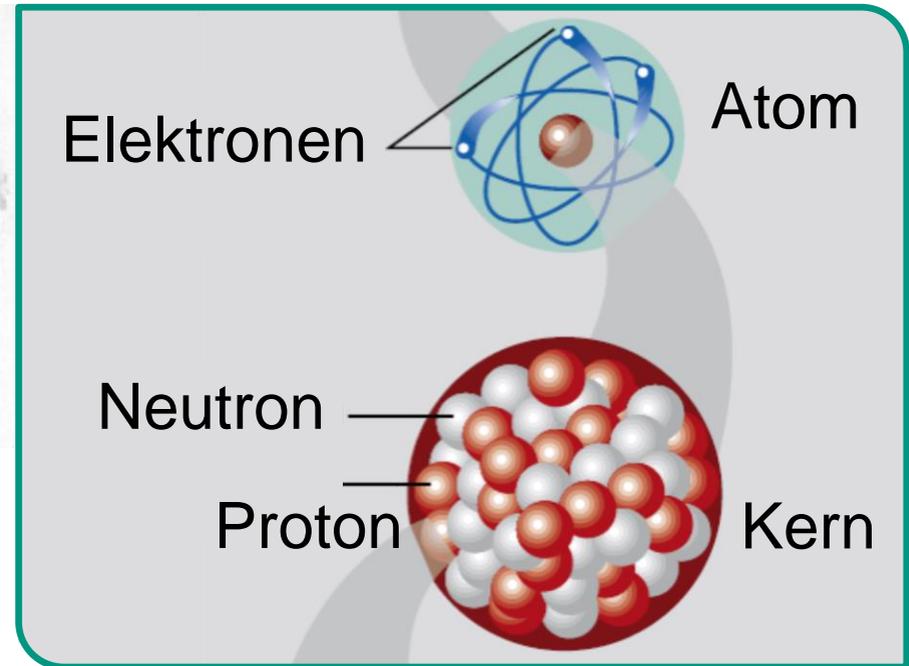
# 10. Eigenschaften stabiler Kerne



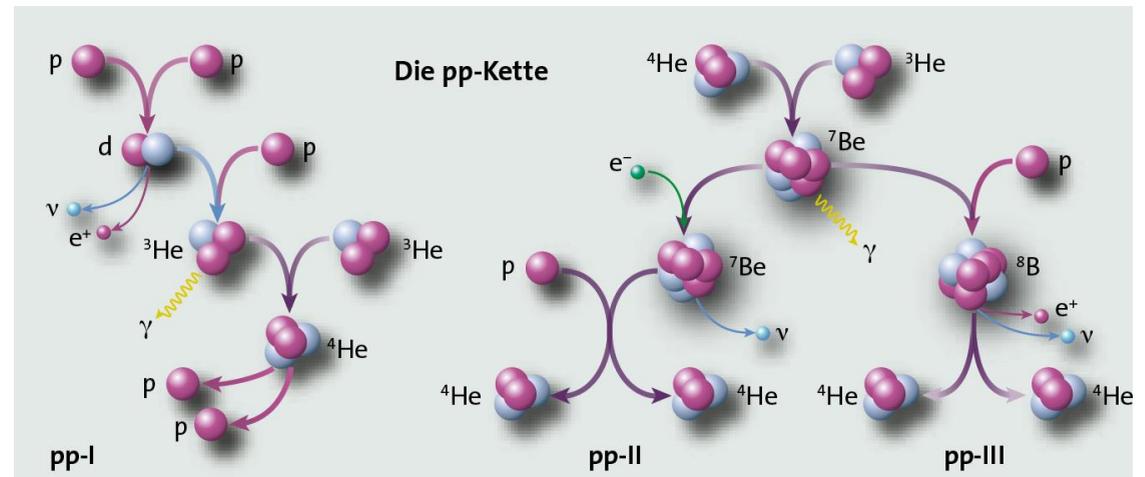
Kernradien & Formfaktoren:  
Rutherford, Mott,  
Hofstadter,...



Kernreaktionen

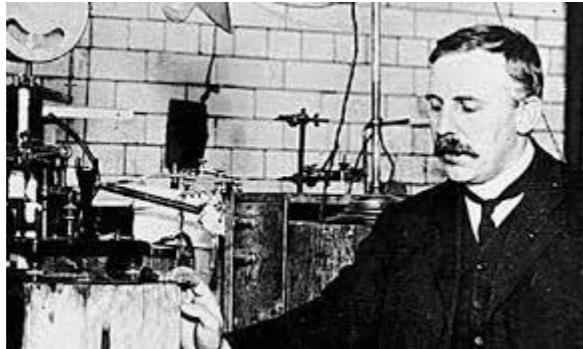


Kernmodelle & Kernkräfte

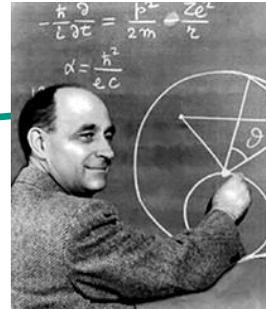


Kernspaltung & Kernfusion

# klassische Kernphysik – Übersicht



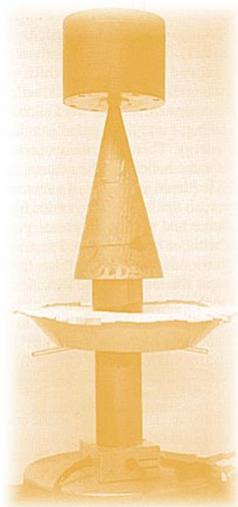
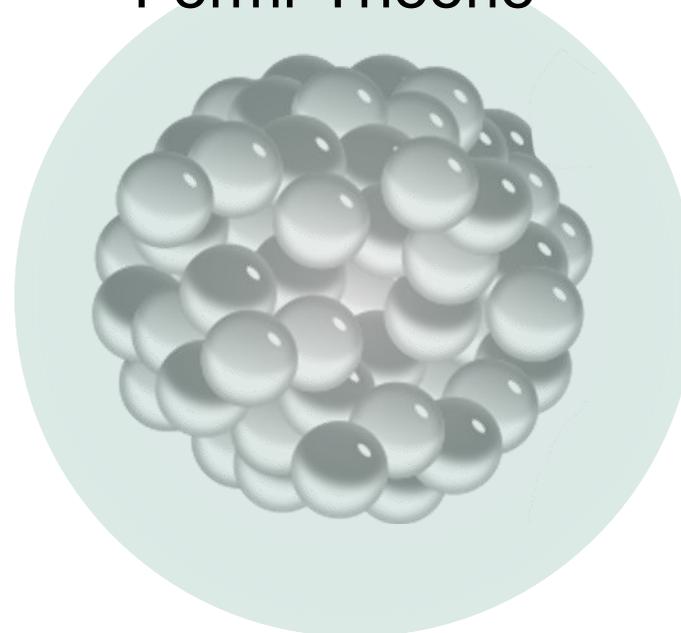
Rutherford  
Experiment



Fermi-Theorie



Wu Experiment



Goldhaber Experiment



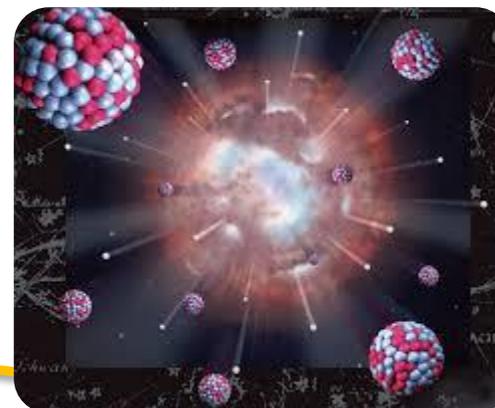
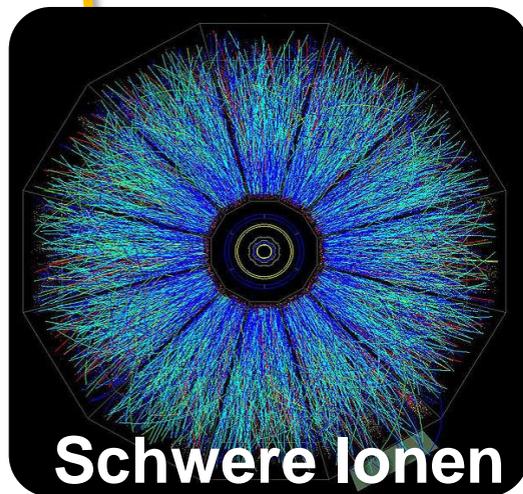
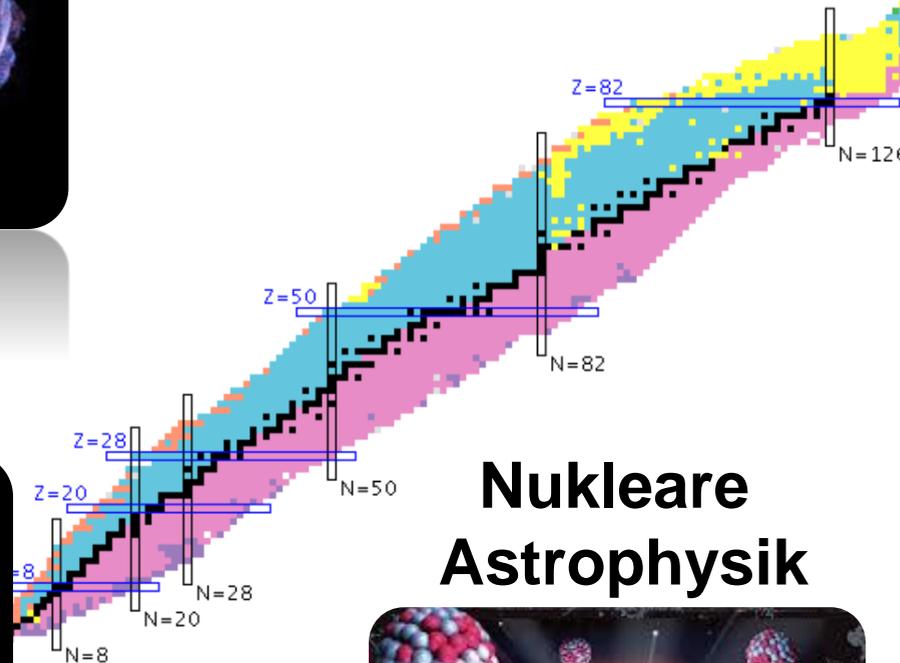
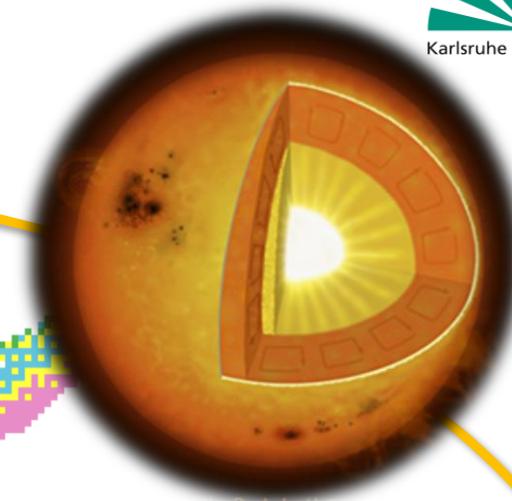
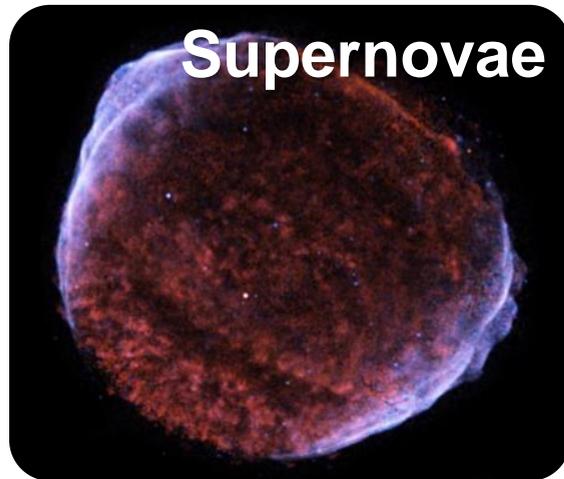
Hans

Bethe

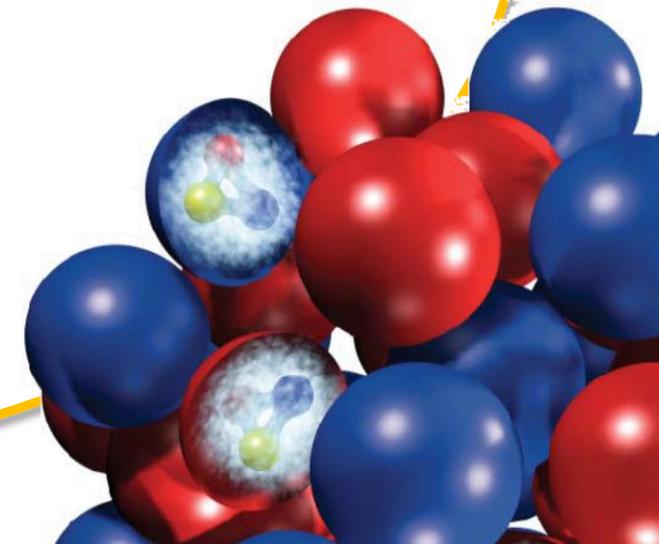


Cockcroft-Walton  
Generator

# moderne Kernphysik – Übersicht



QCD

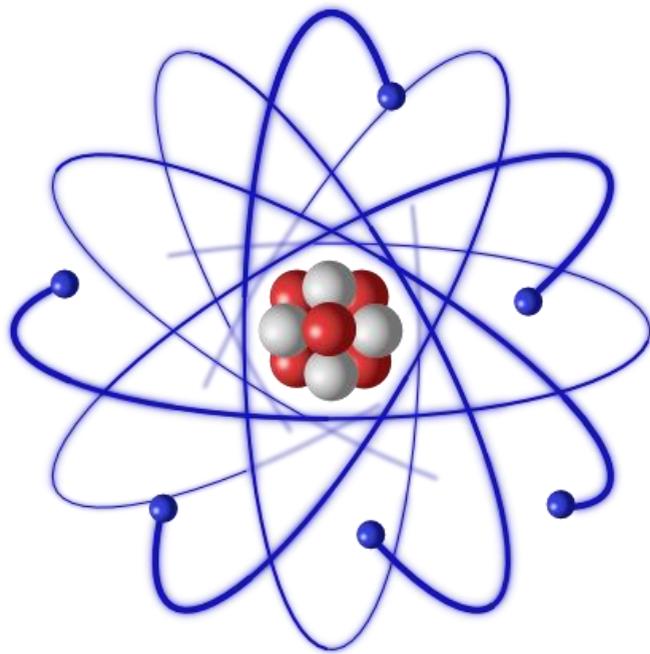


# 10.1 Einführung

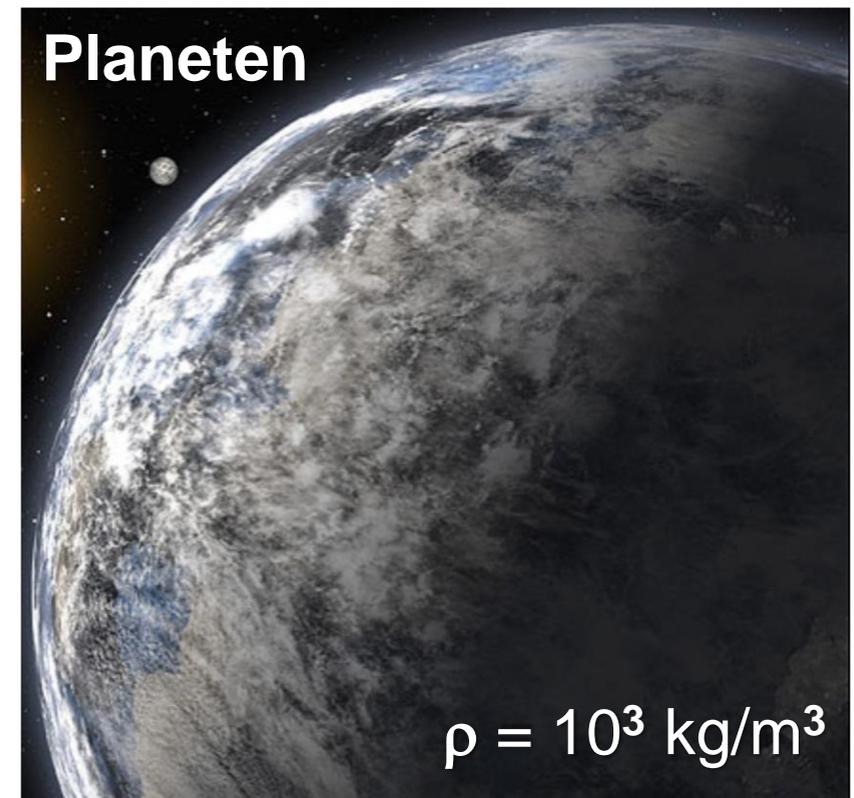
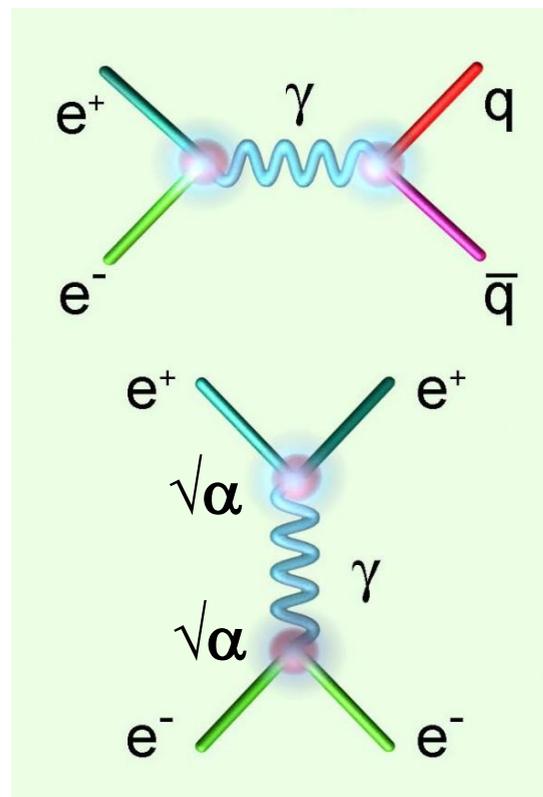
## ■ Eigenschaften der kondensierten Materie (Festkörper)

- ergeben sich aus grundlegenden Parametern der **Atomphysik**
- Atomphysik: Prozesse der **elektromagnetischen Wechselwirkung**

$\alpha$ : Feinstrukturkonstante =  $1/137$



Coulomb-  
Wechselwirkung



# Kerne und Kernmaterie

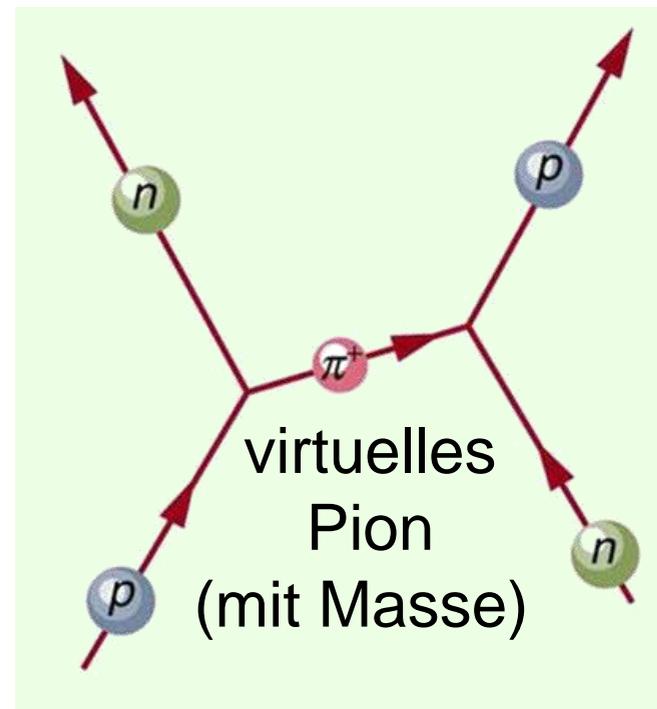
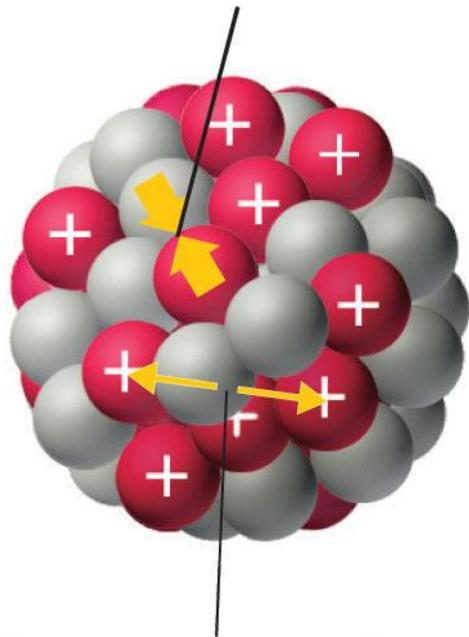
## ■ Eigenschaften von Kernmaterie (Atomkerne, Neutronensterne)

- ergeben sich aus grundlegenden Parametern der **Kernphysik**

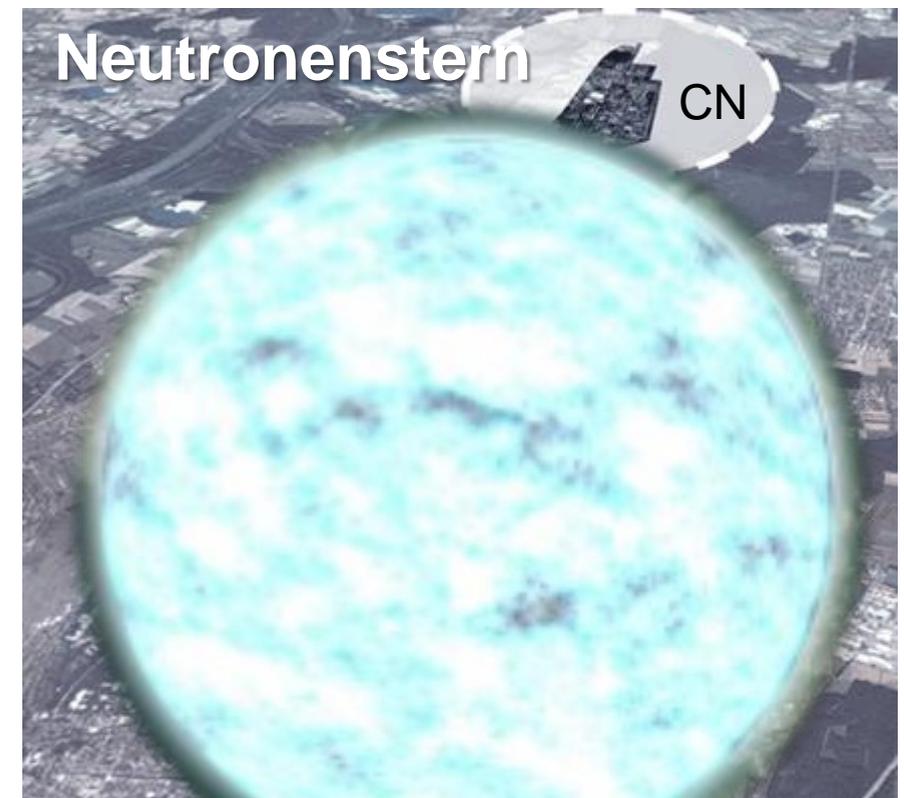
- Kernphysik: Prozesse der **starken Wechselwirkung (QCD)**

$\alpha_s$ : starke Kopplungskonstante  $\sim 0,2$

anziehende Kernkraft  
(kurzreichweitig)



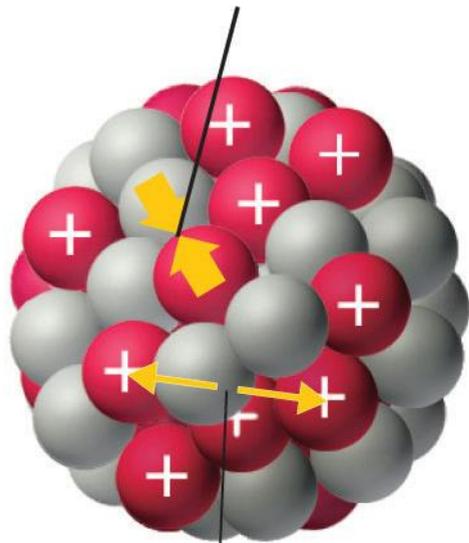
abstoßende Coulomb-Kraft (langreichweitig)



# Kerne und Atome: Skalen

- Objekt-Eigenschaften festgelegt durch Wechselwirkung ( $\alpha \leftrightarrow \alpha_s$ ) elementare Teilchen ( $e^- \leftrightarrow p, n$ )

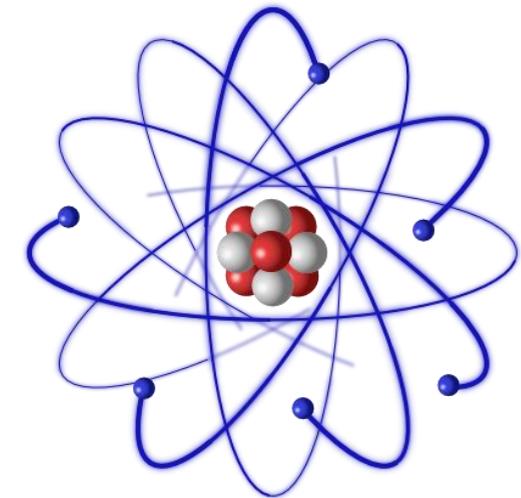
$$r_{\text{Kern}} = (2-8) \cdot 10^{-15} \text{ m}$$



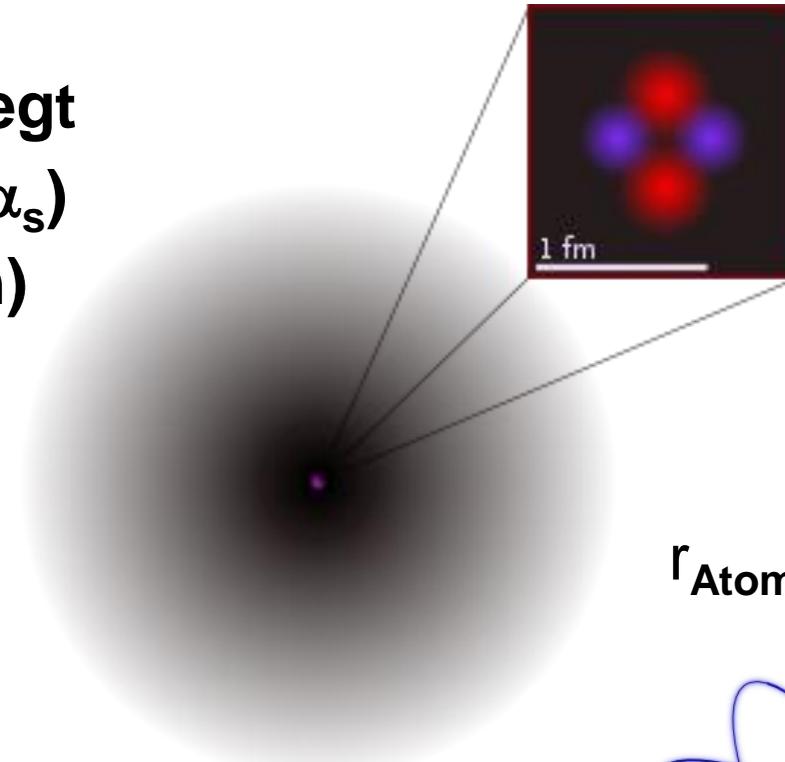
Nukleonmasse  
 $m_N = 939 \text{ MeV}$

$$\frac{r_{\text{Kern}}}{r_{\text{Atom}}} \sim \frac{\alpha}{\alpha_s} \cdot \frac{m_e}{m_N} \sim 3 \cdot 10^{-5}$$

$$r_{\text{Atom}} \sim 10^{-10} \text{ m}$$

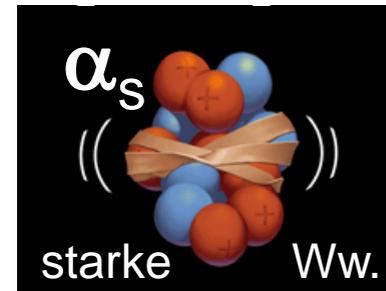


Elektronmasse  
 $m_e = 0,511 \text{ MeV}$

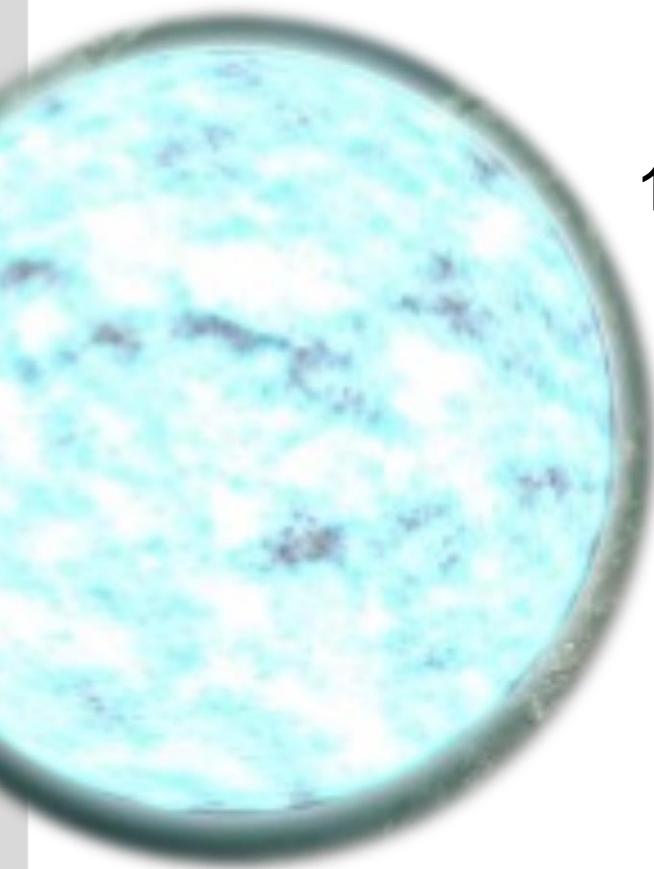
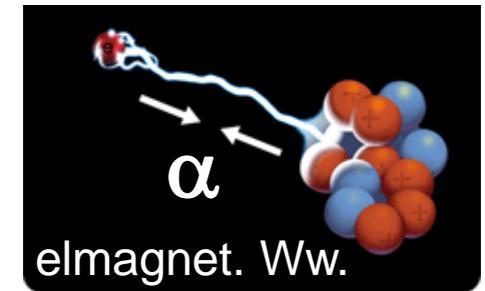


# Kerne und Atome: Skalen

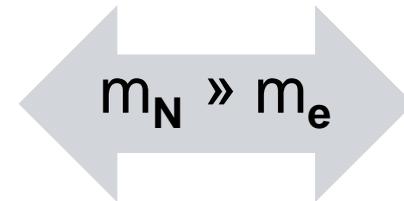
- Objekt-Eigenschaften festgelegt durch Wechselwirkung ( $\alpha \leftrightarrow \alpha_s$ ) elementare Teilchen ( $e^- \leftrightarrow p, n$ )



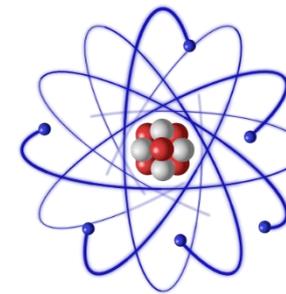
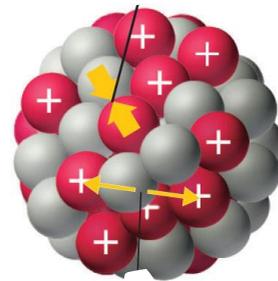
$$a_s > \alpha$$



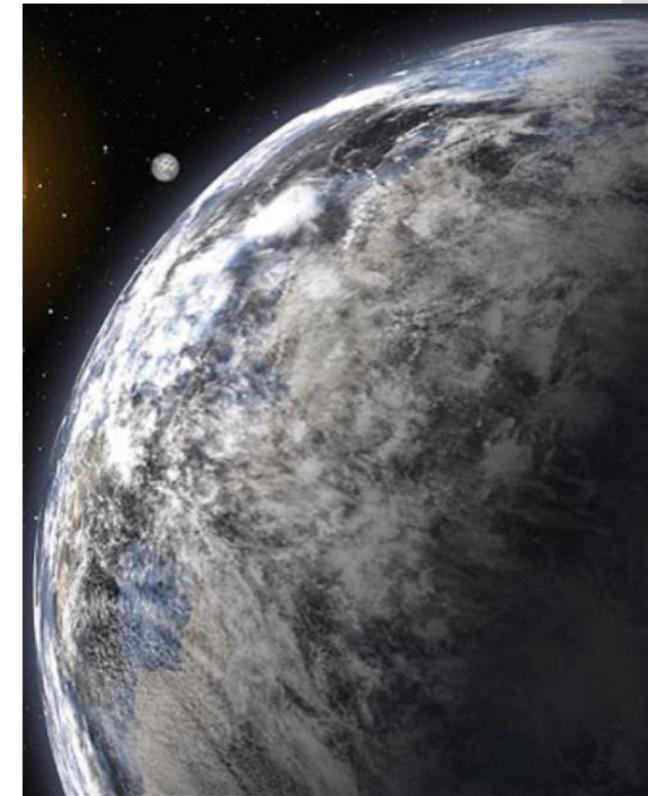
$$\rho_{\text{Kern}} \sim 10^{17} \text{ kg/m}^3$$



$$\rho_{\text{Atom}} \sim 10^3 \text{ kg/m}^3$$



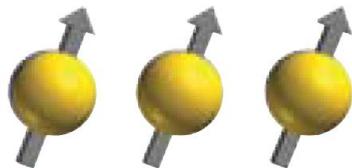
$$\frac{\rho_{\text{Kern}}}{\rho_{\text{Atom}}} \sim \left( \frac{r_{\text{Atom}}}{r_{\text{Kern}}} \right)^3 \sim 10^{14}$$



# Spineigenschaften

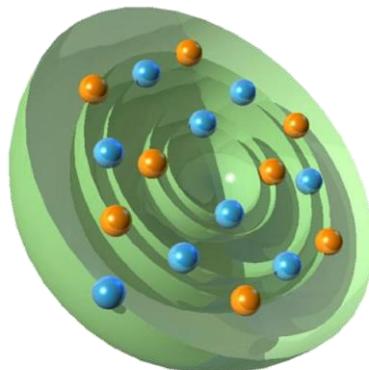
## ■ interne Spineigenschaften:

**Spin** spielt in der starken Wechselwirkung eine wesentlich größere Rolle als bei elektrodynamischen Prozessen



## - wesentliche Rolle bei:

⇒ Schalenstruktur der Kerne (uu, gg)

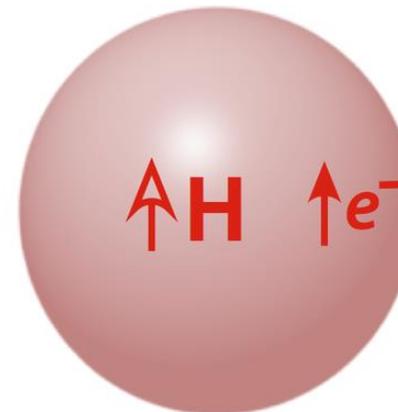


$\sim 10^{-14}$

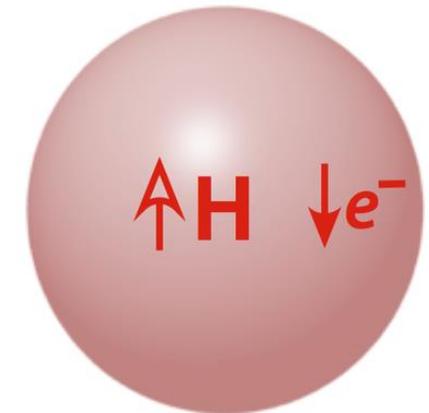
## Atomphysik: H-Atom

### - Hyperfeinstruktur

$F = 1$



$F = 0$



Kopplung von  $J$  der Hülle und Kern-Spin  $I$  zu  $F$

$$\Delta E = 5.9 \times 10^{-6} \text{ eV}$$

relativ zur Masse  
 $M \sim 10^9 \text{ eV}$

# Spineigenschaften

## ■ interne Spineigenschaften:

**Spin** spielt in der starken Wechselwirkung eine wesentlich größere Rolle als bei elektrodynamischen Prozessen

## - Beispiel bei Baryonen

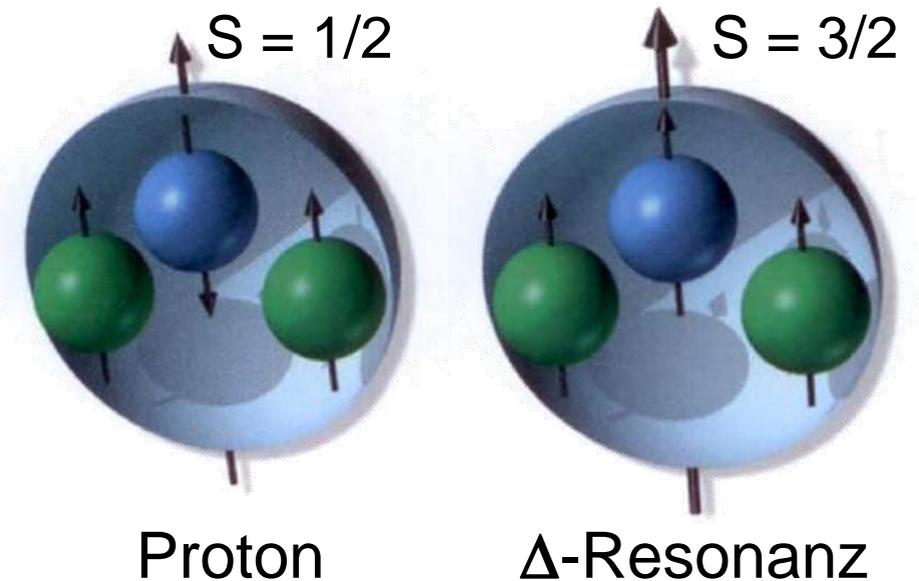
- Masse, Lebensdauer von stark wechselwirkenden Teilchen (p, n,  $\Delta^+$ ) sind stark unterschiedlich

$S = 1/2$     **Proton**     $\tau > 10^{41}$  s  
 $m = 938,27$  MeV

$S = 3/2$      **$\Delta^+$  Resonanz**     $\tau = (5.58 \pm 0.09)$   
 $m = 1232$  MeV     $\times 10^{-24}$  s

## Kernphysik: Nukleonen

### - Baryonenstruktur



deutliche Unterschiede in  
Masse und Lebensdauer

$\Delta E \sim 25\%$

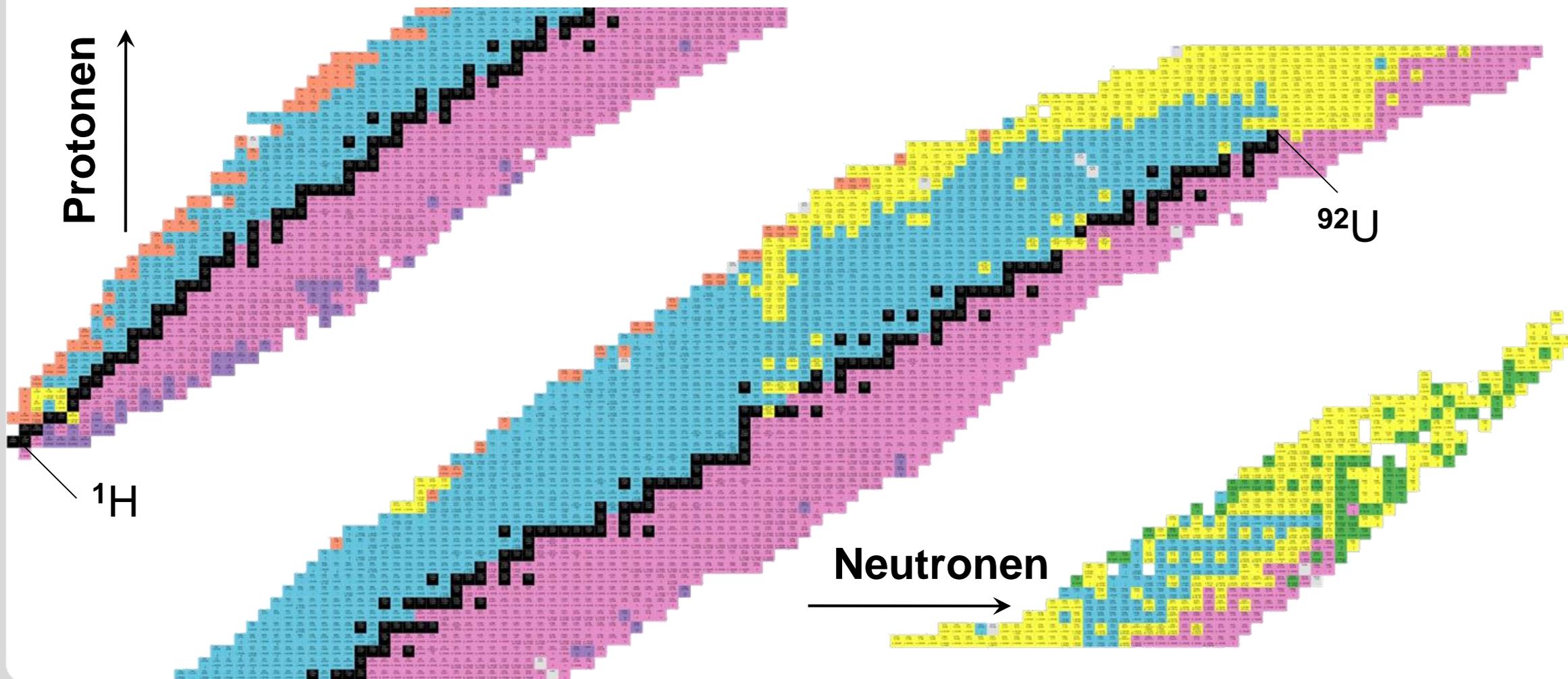
$\Delta\tau > 10^{65}$  !

# Kerne – ein erster Überblick

## ■ Nuklidkarte

~ 250 stabile (d.h. extrem langlebige) Isotope (■)

~ 3700 instabile Isotope (■ ■ ■ ■ ■ ■) über  $\alpha, \beta, \gamma$ - & p,n – Zerfall, Spaltung



# Fun with Facts: instabile Isotope

## ■ Weshalb gibt es so viele instabile Kerne? Ein Kern zerfällt...

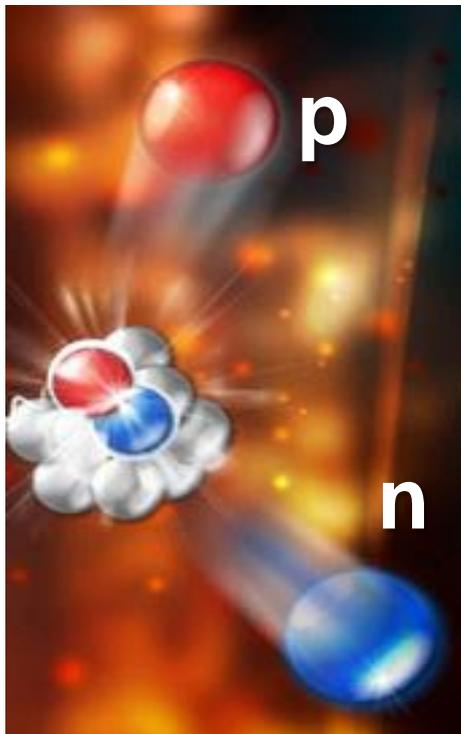
- A) ...nach innerer Kollision von Nukleonen !
- B) ... durch virtuelle Teilchen des Vakuums !
- C) ... wenn er dadurch Energie gewinnt !

SHELDON COOPER  
presents  
FUN WITH ~~FACTS~~

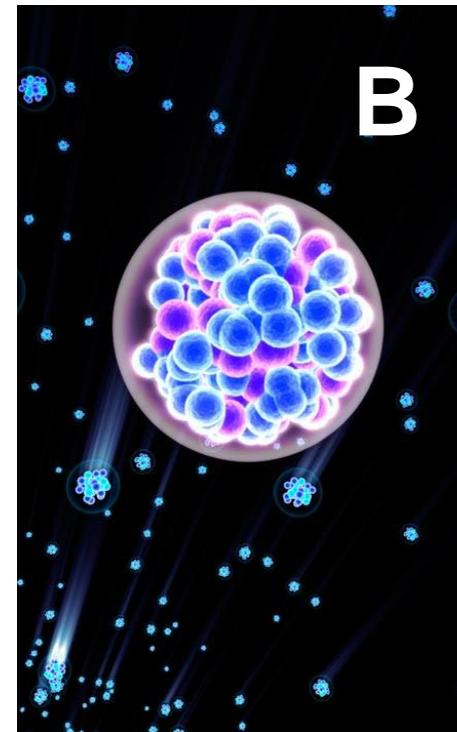
Facts



A



B



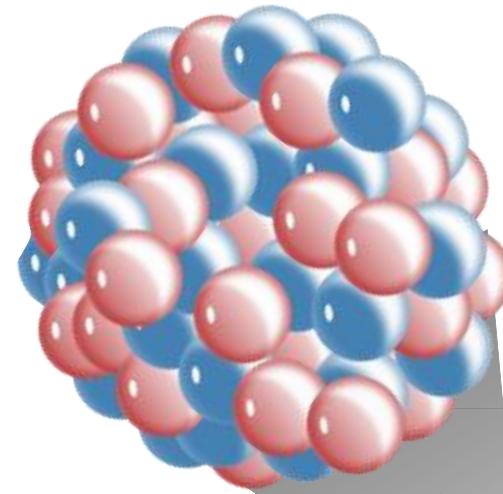
C



# Erforschung stabiler Kerne

Wie können wir die Größe & die Eigenschaften von Kernen bestimmen?

Rutherford fragen!



angeregte Zustände ?

Spin ? ✓

Parität ?

Bindungsenergie ?

Masse ?

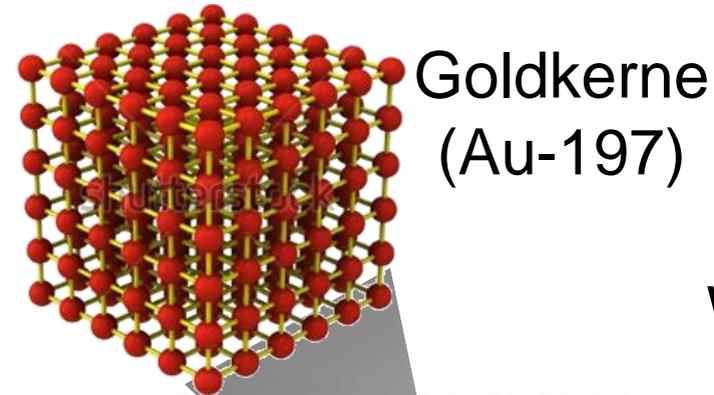
Form ?

kollektive Anregungen ?

Wirkungsquerschnitt ?

# 10.2 Rutherford-Streuung

- **Streuexperimente:**  
die Winkelverteilung  $ds/d\Omega$  gibt Aufschluss über Größe der Kerne

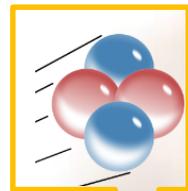


Goldkerne (Au-197)

Differentieller Wirkungsquerschnitt

$$d\sigma/d\Omega$$

Projektil:  
 $\alpha$ -Kerne



Teilchen-Fluss



Ra-Quelle mit

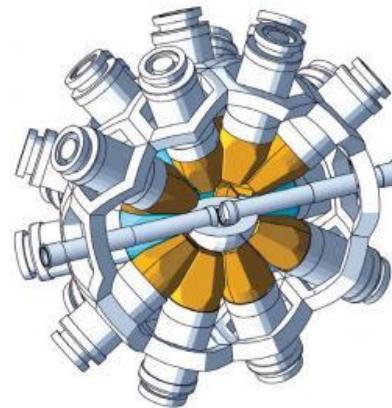
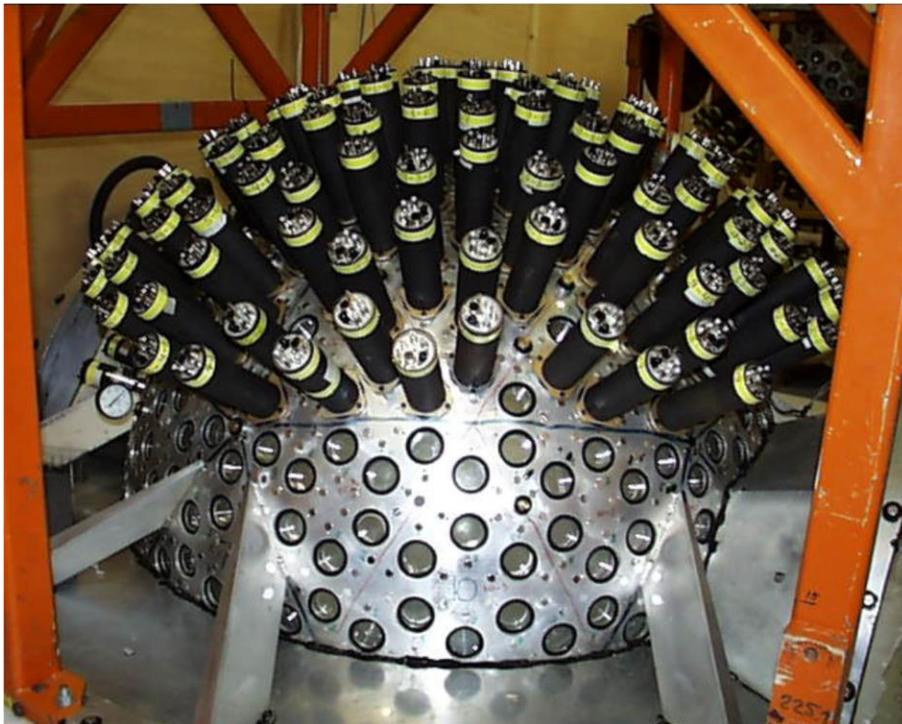
$$E_{\text{kin}}(\alpha) = 4,78 \text{ MeV}$$

Detektoren

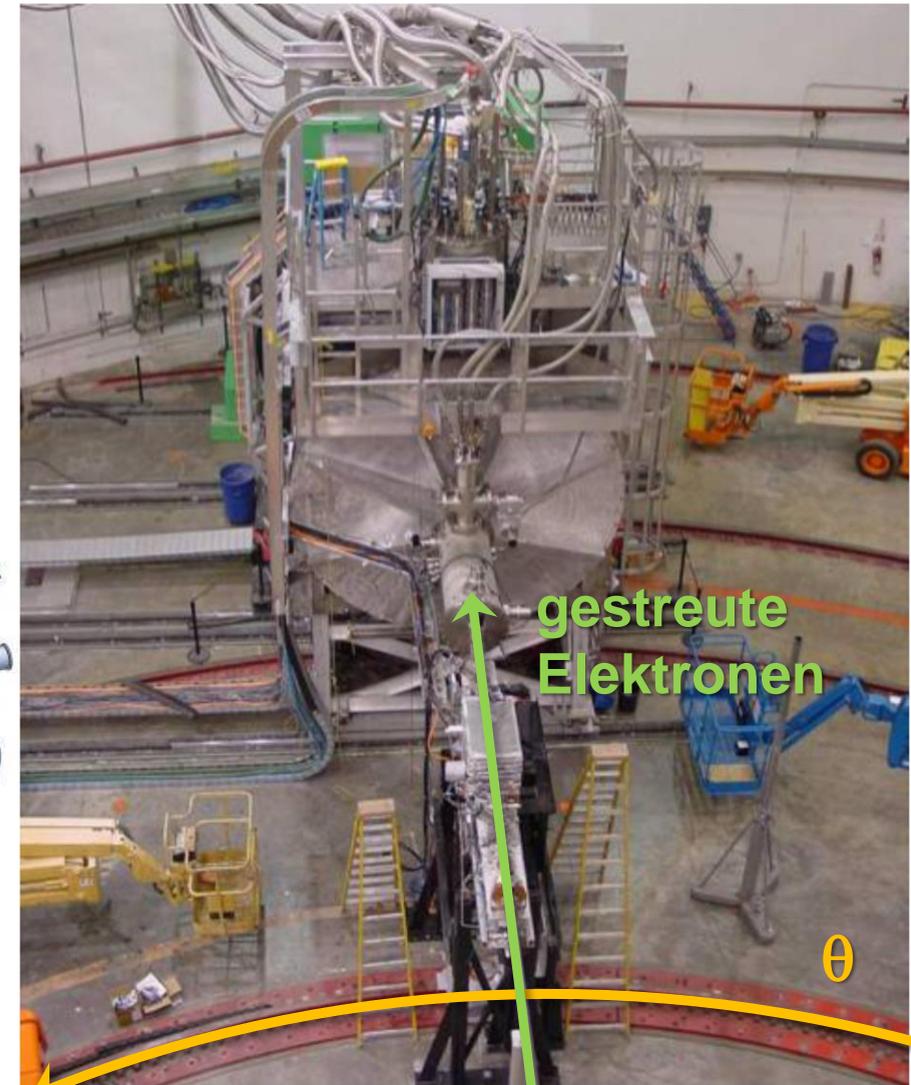
# Experimente zur Messung von $d\sigma/d\Omega$

- Geometrie einer experimentellen Anordnung wird entsprechend ihrer physikalischen Aufgabe optimiert:
  - **$4\pi$  Geometrie**: Target wird praktisch vollständig vom Detektor umschlossen

$4\pi$  Gamma-Detektoren



verfahrbares Elektron-Spektrometer für  $d\sigma/d\Omega$

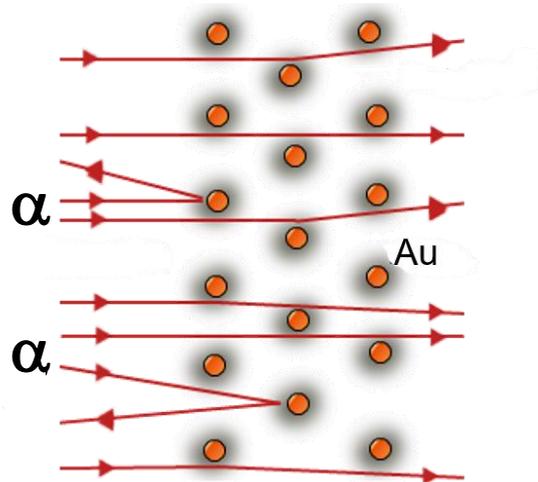


Target

# Rutherford-Streuformel als Ausgang

## ■ Streuexperimente & differentieller Wirkungsquerschnitt:

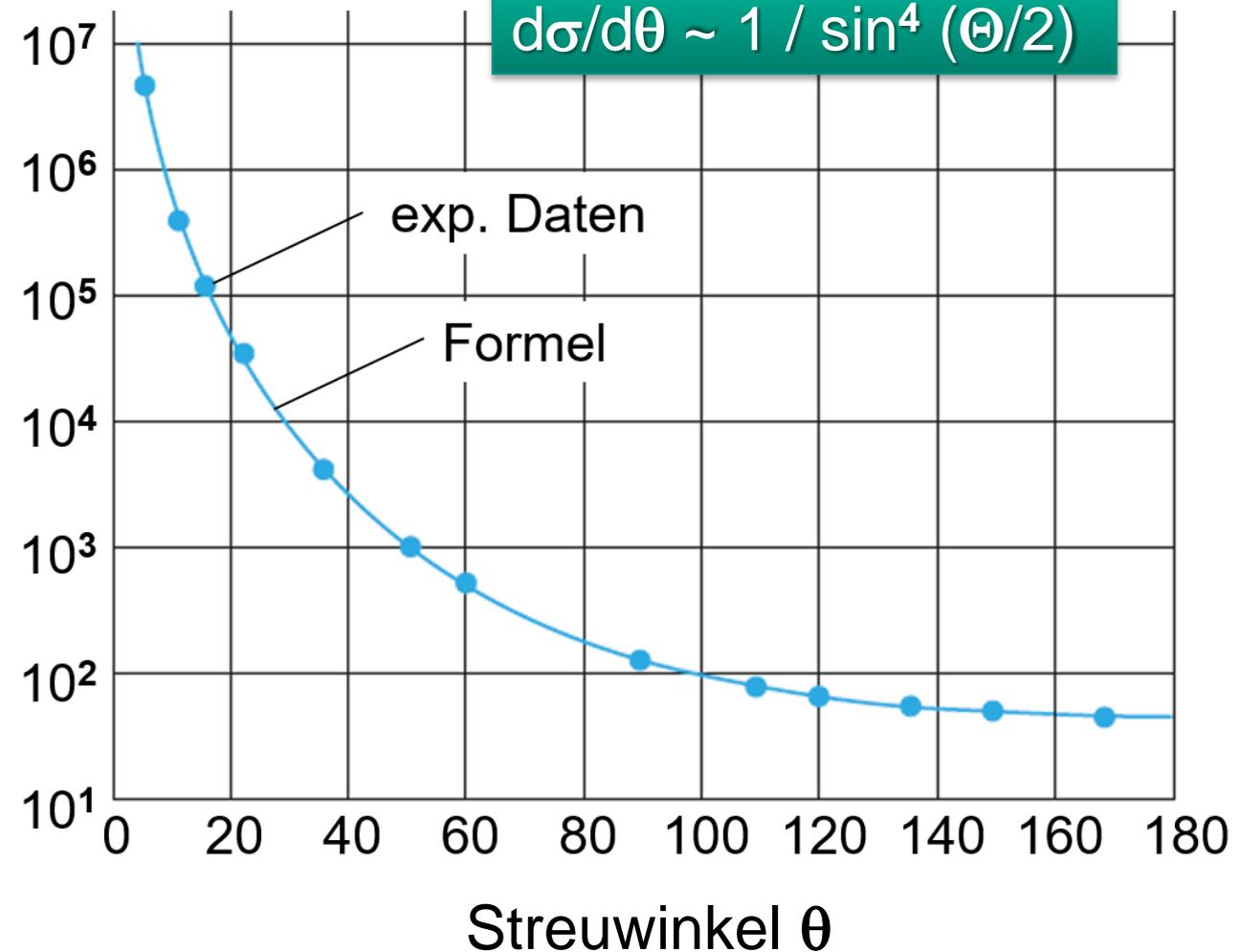
die Winkelverteilung  $d\sigma/d\Omega$  der Rutherford-Streuung gibt noch keinen Aufschluss über Größe der Kerne, da Streuung am **Coulomb-Potenzial mit punktförmigem Kern**



„Rutherford-Streuformel“



Rate an Streuereignissen



## ■ Rutherford-Streueperiment:

- elastische Streuung in konservativem Feld
  - ⇒ Drehimpuls des  $\alpha$ 's bleibt erhalten
- **Annahmen für Streuquerschnitt:**

Projekt und Target

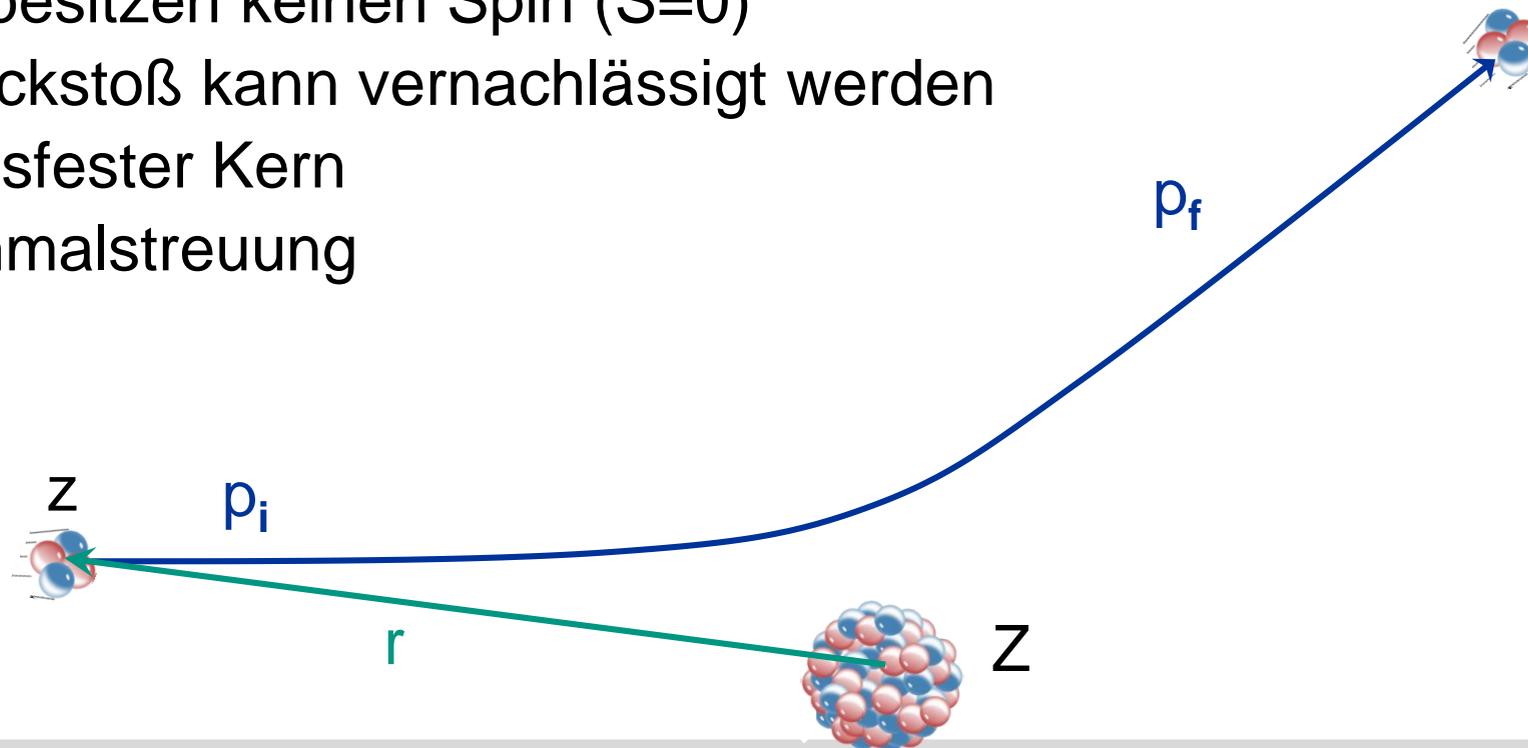
a) sind punktförmig

b) besitzen keinen Spin ( $S=0$ )

Kernrückstoß kann vernachlässigt werden

d.h. ortsfester Kern

nur Einmalstreuung



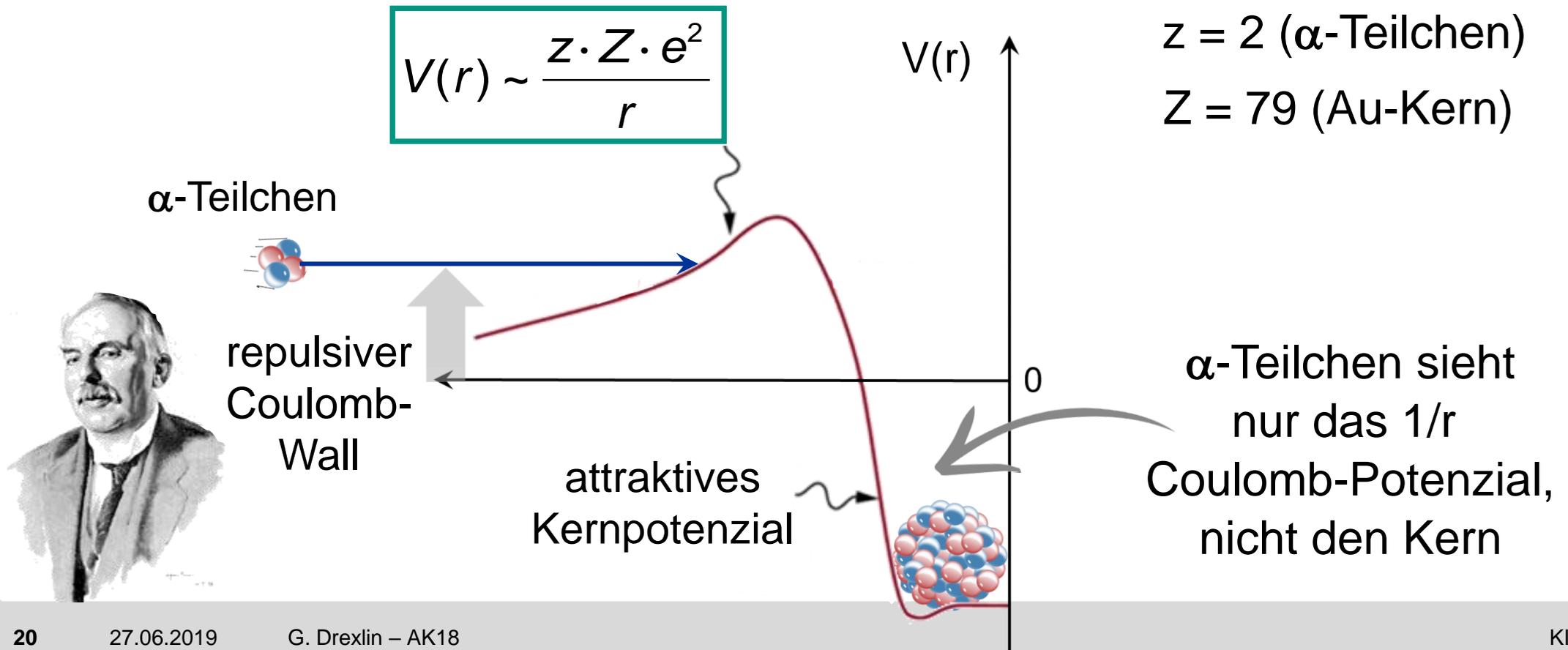
## ■ Rutherford-Streuexperiment:

- elastische Streuung in konservativem Feld  $\Rightarrow$  Drehimpuls bleibt erhalten

### - Annahmen:

rein elektromagnetische Wechselwirkung mit

**Coulomb-Abstoßung** Kern –  $\alpha$ -Teilchen



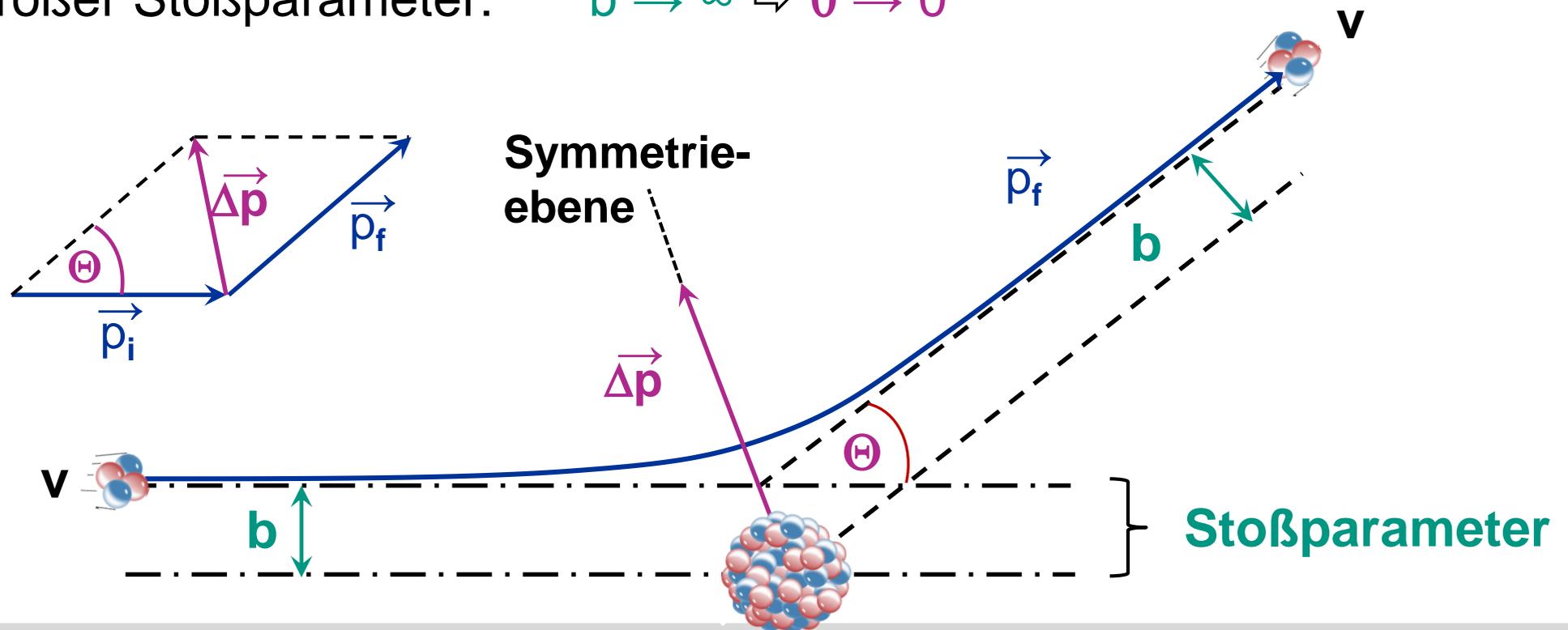
# Rutherford-Streuformel - Stoßparameter

## ■ Rutherford-Streuxperiment:

- elastische Streuung unter **Winkel  $\Theta$**
- Einführung des **Stoßparameters  $b$**  (legt den Streuwinkel fest)  
= asymptotischer Abstand des  $\alpha$ -Teilchens vom Targetkern  $b = [0, \infty]$

kleiner Stoßparameter:  $b \rightarrow 0 \Rightarrow \Theta \rightarrow \pi$

großer Stoßparameter:  $b \rightarrow \infty \Rightarrow \Theta \rightarrow 0$



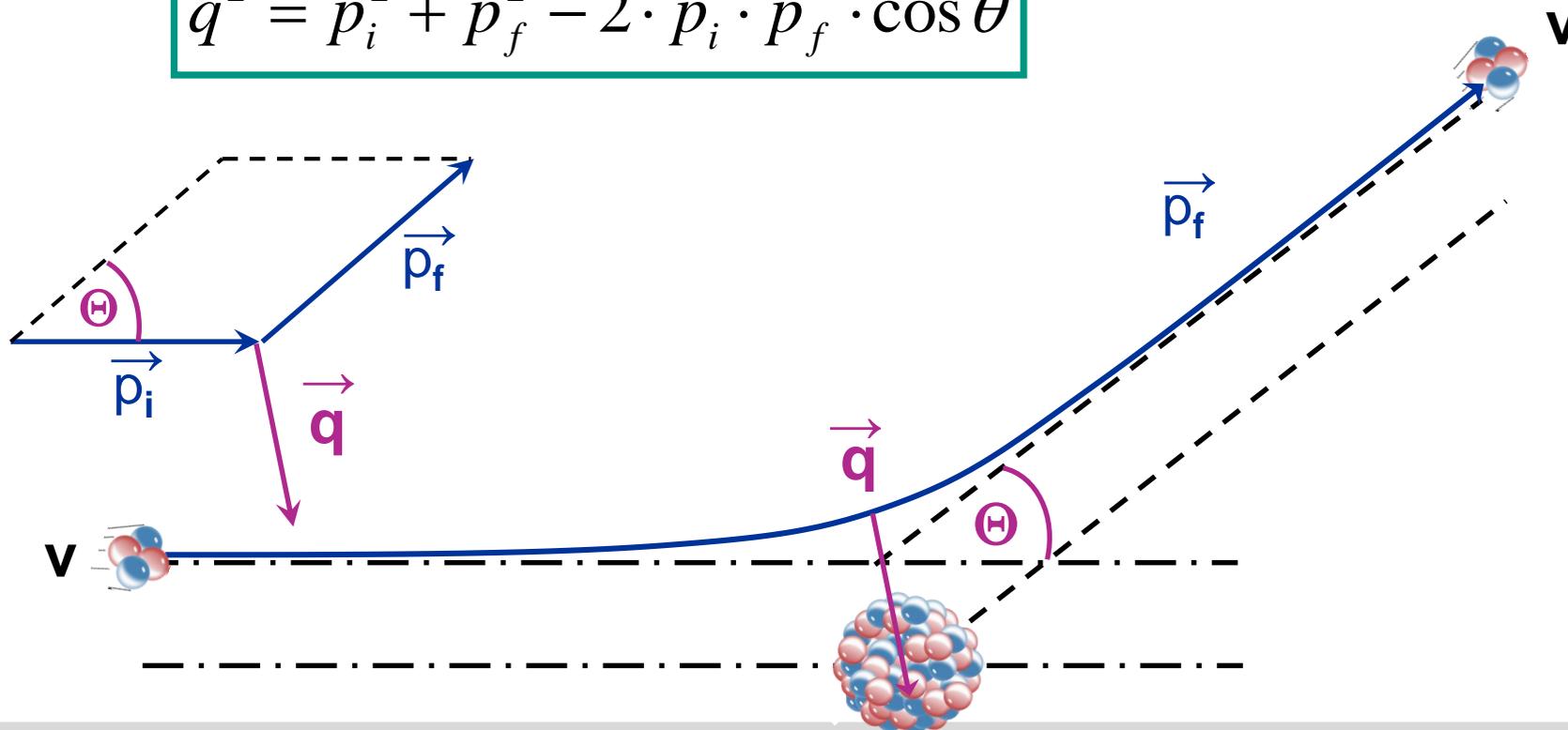
# Rutherford-Streufmel - Impulstransfer

## ■ Definition des Impulstransfers bei elastischer Streuung:

$$\vec{q} = \vec{p}_i - \vec{p}_f$$

Betrag des Impulstransfers  $q = |\vec{q}|$ :

$$q^2 = p_i^2 + p_f^2 - 2 \cdot p_i \cdot p_f \cdot \cos \theta$$



# Rutherford-Streufornel: Propagator $\sim 1/q^4$

## ■ elastische Streuung ohne Kernrückstoß:

mit  $p_i = p_f = p$

$$q^2 = 2 \cdot p^2 \cdot (1 - \cos \theta) = 4 \cdot p^2 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}$$



$$q = 2 p \cdot \sin (\theta/2)$$

$$d\sigma/d\theta \sim 1 / \sin^4 (\Theta/2)$$



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (2 \cdot m_e \cdot Z \cdot \alpha)^2 \cdot \frac{1}{q^4}$$



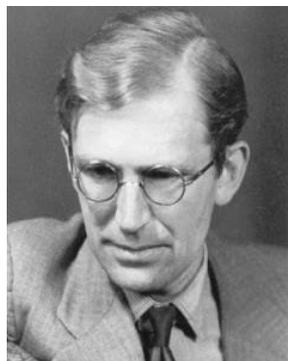
$$d\sigma/d\Omega \sim 1 / q^4$$



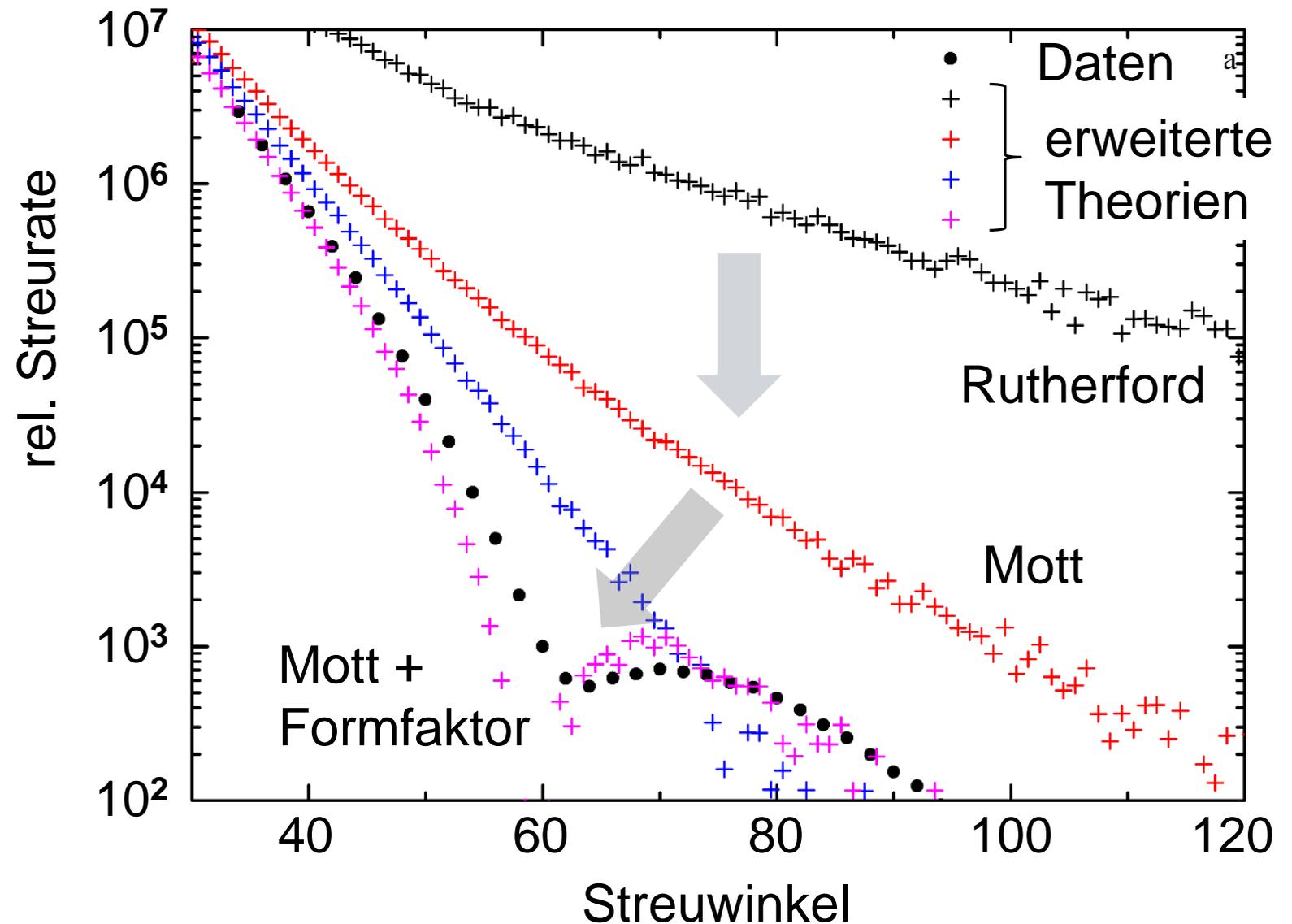
$\sim$  Wahrscheinlichkeitsamplitude  
(Photon-Propagator  $1/q^2$ )<sup>2</sup>

## ■ Berücksichtigung weiterer Effekte für $d\sigma/d\Omega$ :

- relativistische Effekte
- Projektil-Spin
- endliche Kernausdehnung (**Formfaktoren**)

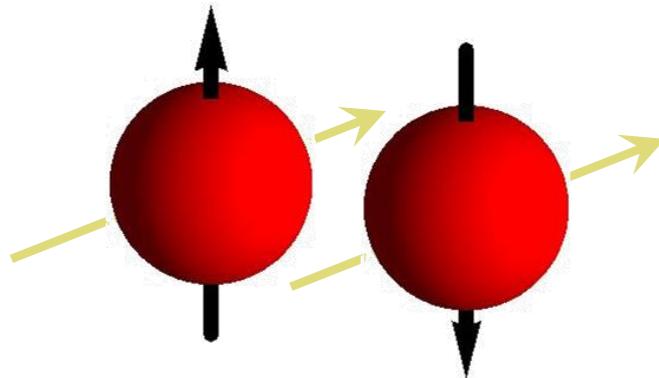


Nevill F. Mott

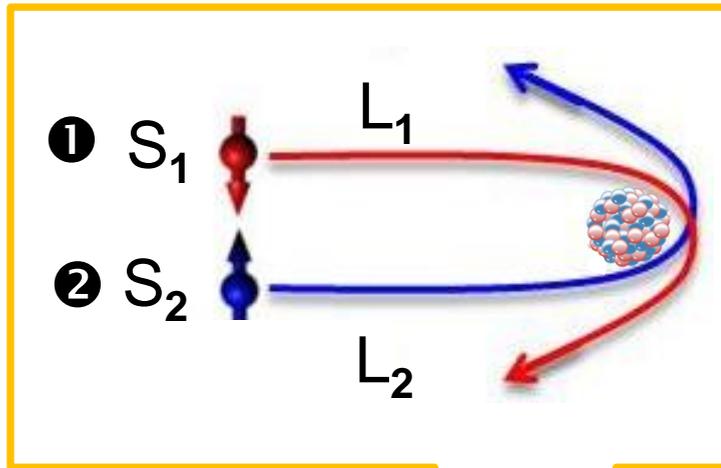


# Mott-Streuung

■ **Projekteile mit Spin:**  
Elektronen, Myonen, ...



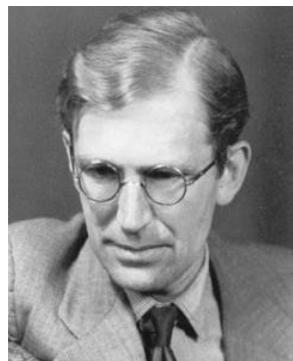
Projektil:  
Elektron mit Spin



LS Kopplung

Differentieller  
Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}$$



Nevill F. Mott

Elektron-  
Beschleuniger bis zu MeV, GeV

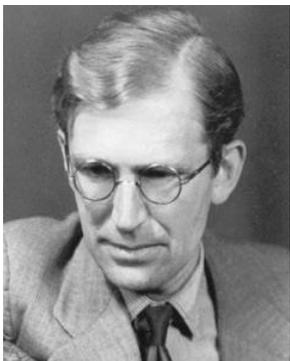
Anlage unter  
Spannung

Teilchen-  
Fluss

Detektoren

## ■ Mott-Streuung

- Streuung hochenergetischer, relativistischer Spin  $S = \frac{1}{2}$  Teilchen an **punktförmigem Target**
- Berücksichtigung von:
  - relativistische Effekte
  - Rückstoß-Energie an Kern
  - **Spin-Bahn Kopplung** bei Streuprozess für polarisierte e-
  - Wechselwirkung über magnetisches Dipol-Moment des Teilchens („magnetischer Streuterm“)



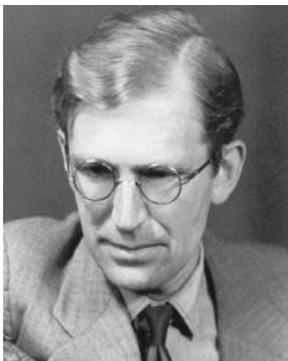
Nevill F. Mott

## ■ Mott-Streuung

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} \cdot \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} \cdot \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

für  $\beta \rightarrow 1$

$\theta \rightarrow \pi$   
 $\cos^2(\pi/2) = 0$



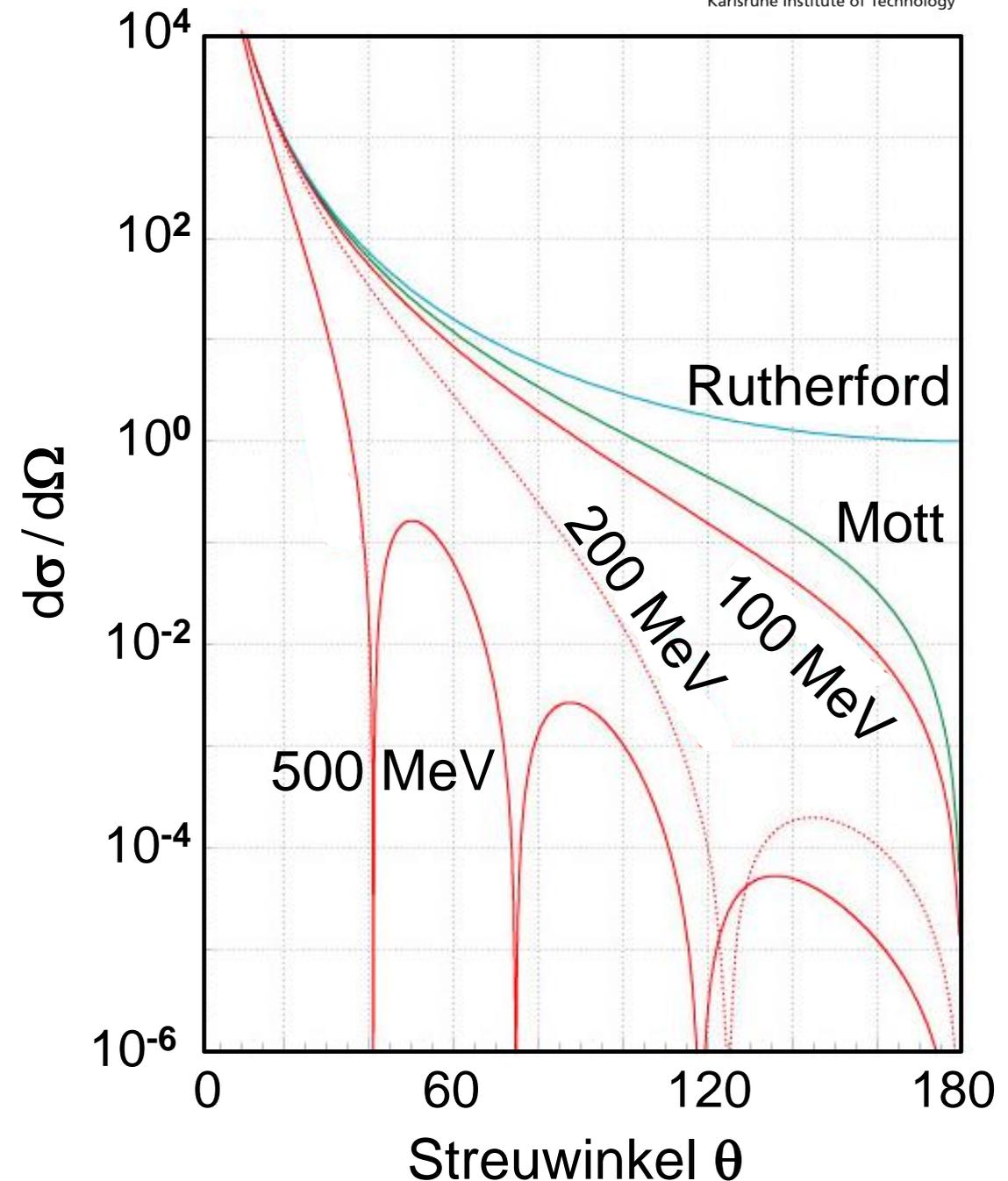
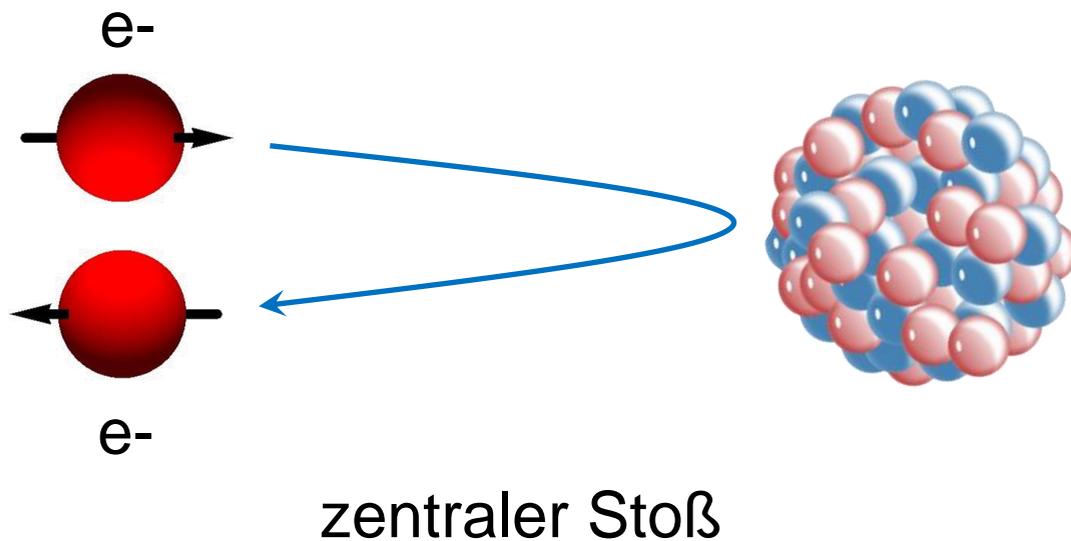
Nevill F. Mott

- **Unterdrückung der Rückwärts-Streuung für  $S = 1/2$  Projektilen (e,  $\mu$ , p,...),**  
d.h.  $d\sigma/d\Omega$  deutlich kleiner für große Streuwinkel  $\theta$  ( $\theta \rightarrow \pi$ )

# Mott-Streuung & beyond

## ■ Mott-Streuung

- bei **longitudinal polarisierten** Elektronen müsste bei der Rückstreuung ( $\theta = 180^\circ$ ) der Spin  $S$  umklappen:  
⇒ **starke Unterdrückung!**



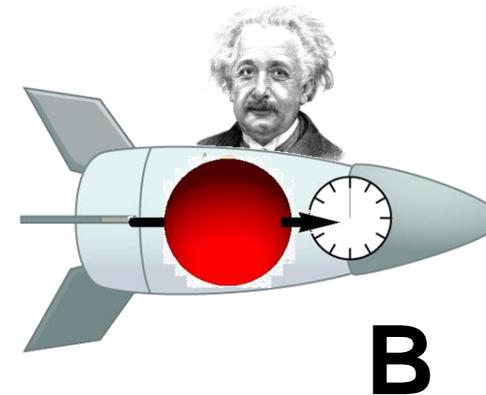
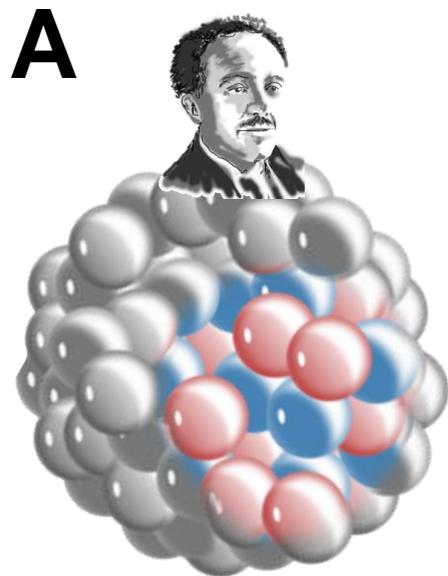
# Fun with Facts: Streuprozesse

■ Wieso wird  $d\sigma/d\Omega$  immer kleiner für hohe Energien ? Da...

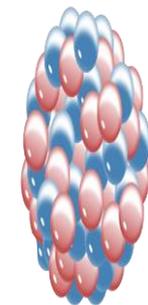
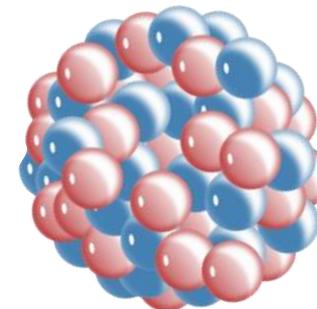
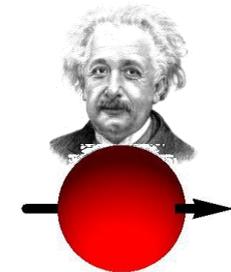
- A) ...dann nur ein Teil des Kerns sichtbar !
- B) ... dann die Zeit für Teilchen anders läuft !
- C) ... dann der Kern gestaucht erscheint !

SHELDON COOPER  
presents  
FUN WITH ~~FACTS~~

Facts



**C**



# 10.3 Kernradien und Formfaktoren

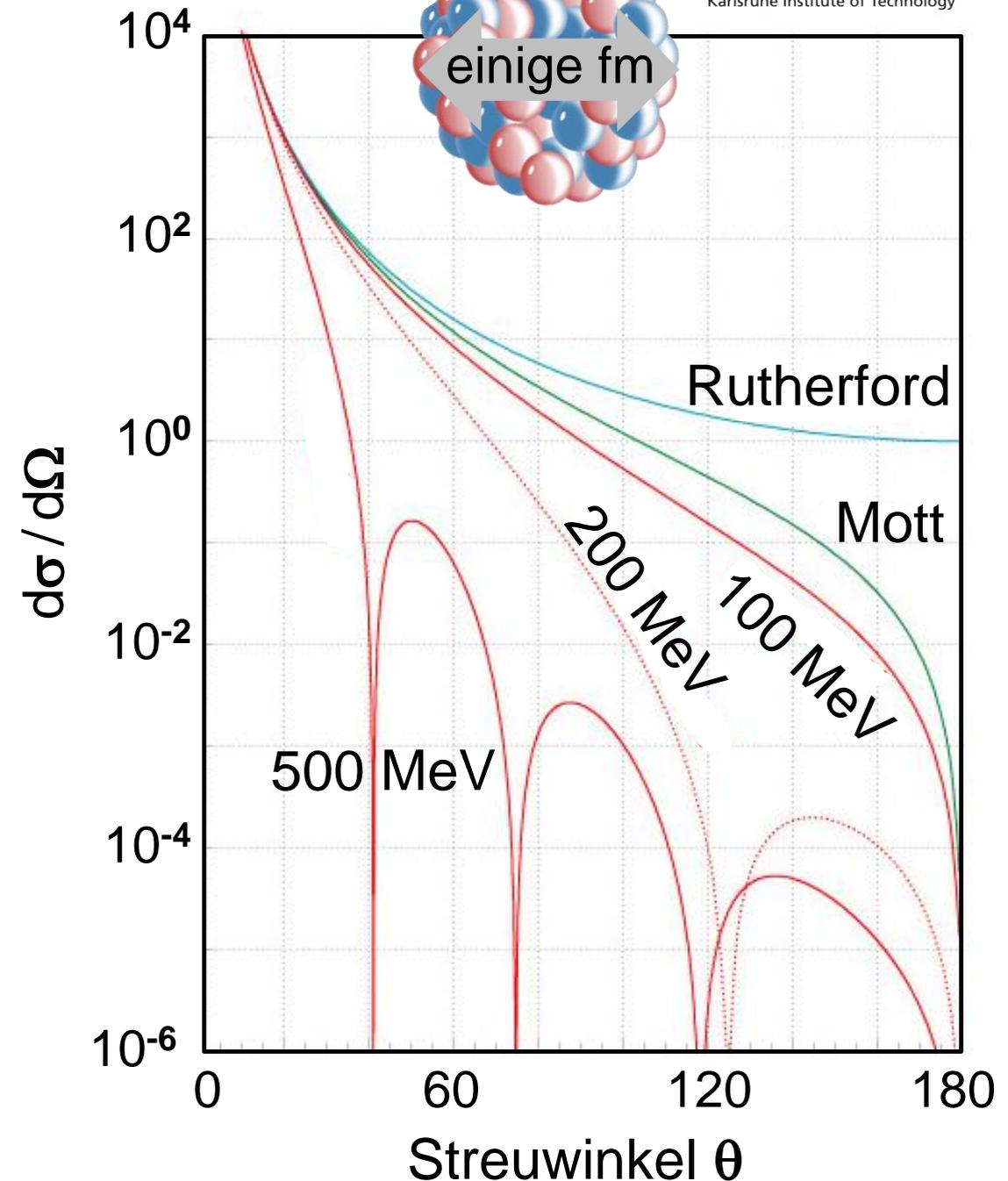
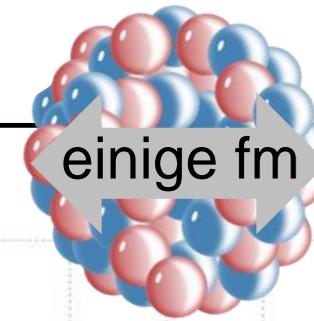
## hohe Elektron-Energien: Einfluss der endlichen Kernaussdehnung

- Mott-Streuformel nur für kleinen Impulstransfer  $q$  ( $\theta \rightarrow 0$ ) korrekt
- höhere Elektron-Energien: **de-Broglie** Wellenlänge wichtig

$$\lambda = \frac{2\pi \cdot \hbar}{p} = \frac{2\pi \cdot \hbar}{\gamma \cdot m \cdot v}$$

$\lambda$  (Projektil)  $\sim \lambda$  (Kern)

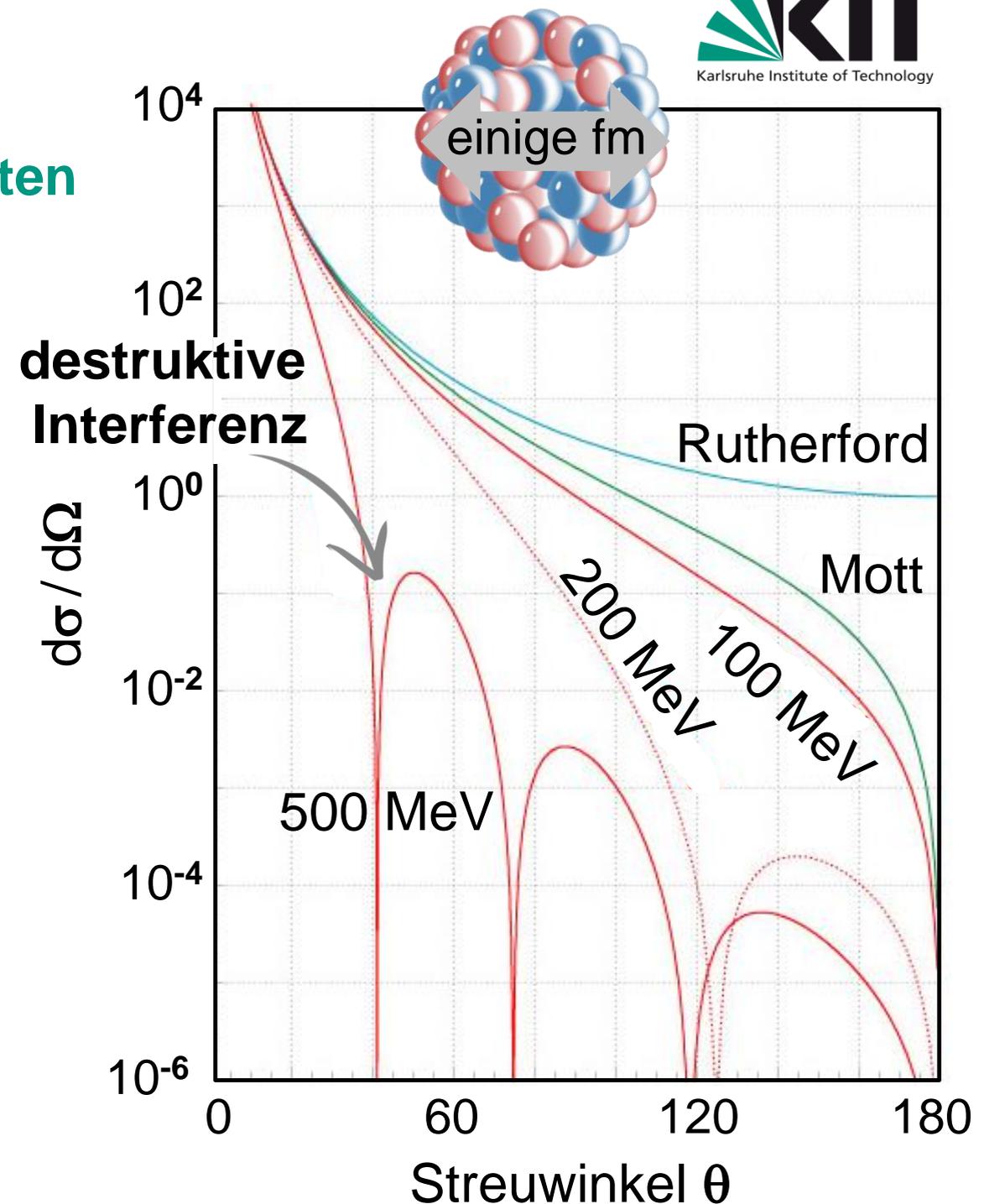
$$200 \text{ MeV}/c = 1 \text{ fm}^{-1}$$



# Beugung am Kern

## ■ Beugungseffekte am ausgedehnten Kern

- hochenergetisches Elektron „tastet“ Kerngröße ( $R \sim \text{fm}$ ) ab
- Reduktion von  $d\sigma/d\Omega$  da das  $e^-$  nur „einen Teil“ der Kernladung  $Z$  sieht
- Auftreten von **Interferenzen**: Elektron-Welle wird am endlichen Kernrand gebeugt: destruktive Interferenz (s. Doppelspalt)  
⇒ **Bestimmung von R**



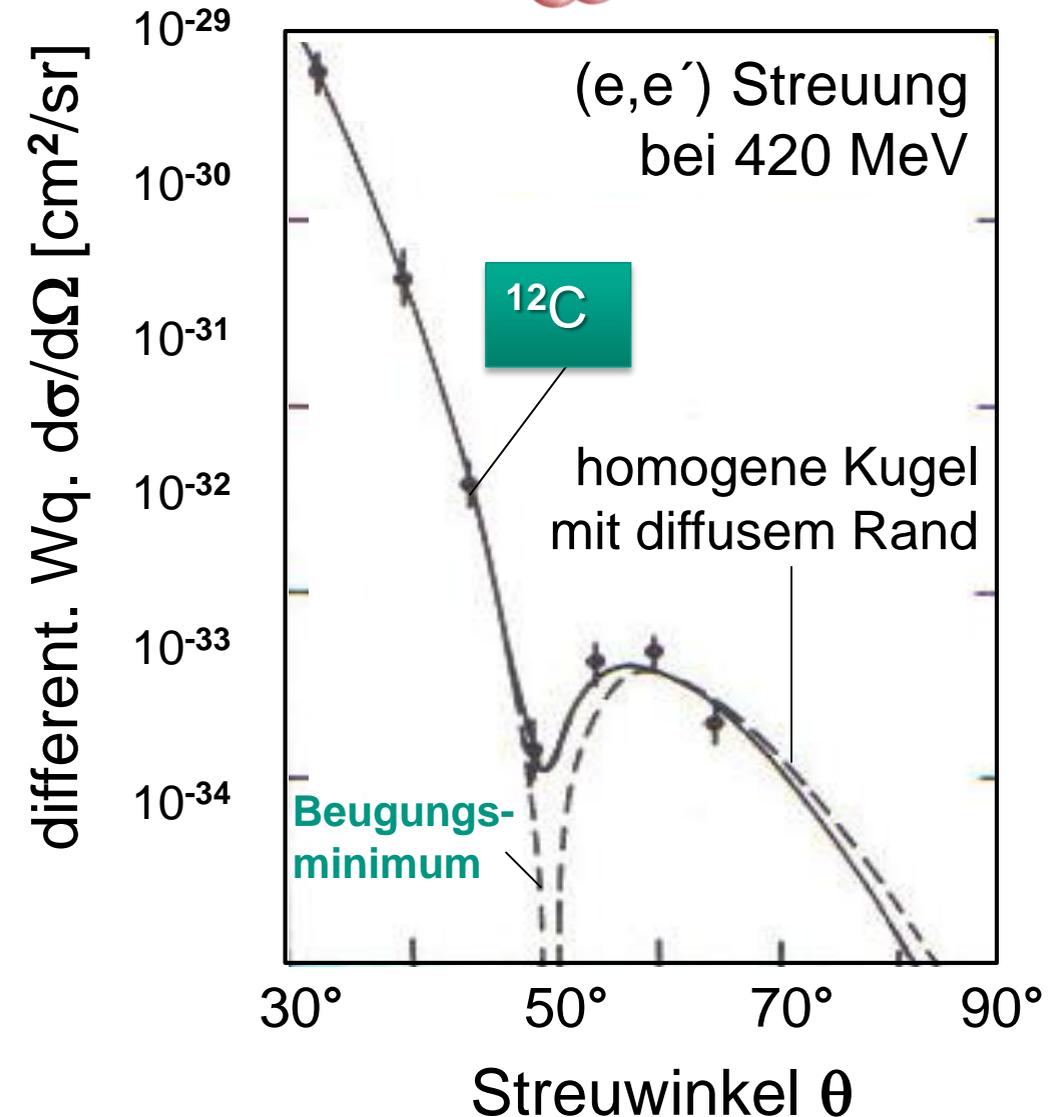
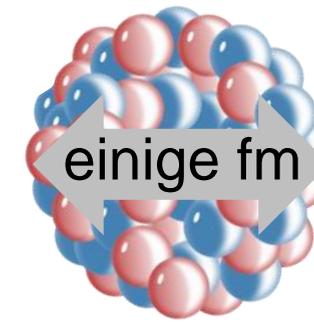
# Formfaktoren

## ■ Formfaktoren & Ladungsverteilung: Fourier-Transformation

- Modifikation von  $d\sigma/d\Omega$ :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp.}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot |F(q^2)|^2$$

- Formfaktoren sind wichtig ab einem Impulstransfer  $q \sim 1/R$ , d.h.  $q \sim 200 \text{ MeV}/c$
- Formfaktor  $F(q^2)$  aus Vergleich von  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{exp}}$  mit  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{Mott}}$



# Formfaktoren

## ■ Formfaktor = Fourier-Transformierte der Ladungsverteilung $\rho(r)$

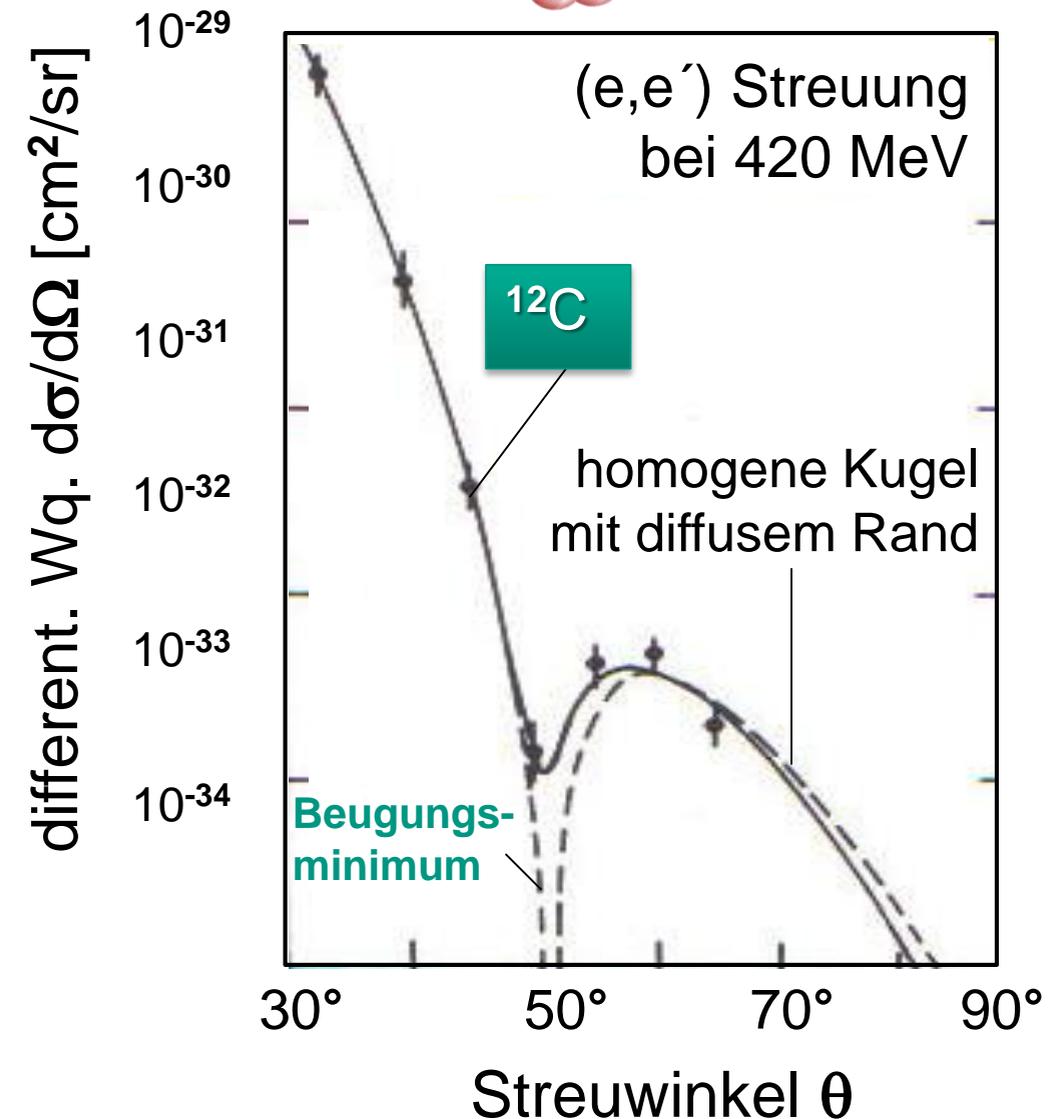
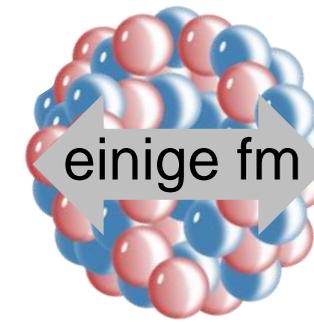
- **Born'sche Näherung:**  
Beugung einer ebenen Welle an einer Scheibe mit diffusem Rand

- **Formfaktor  $F(q^2)$**

$$F(q^2) = \int \rho(r) \cdot e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d^3\vec{r}$$

Ladungsverteilung des Kerns

mit  $\int \rho(r) d^3\vec{r} = 1$



- Beispiele für Ladungsverteilungen  $\rho(r)$  & zugehörige Formfaktoren  $F(q^2)$

punktförmig  $\delta(r)$

$$\rho(r) = \frac{1}{4\pi} \cdot \delta(\vec{r}) \quad \Rightarrow \quad F(q^2) = 1$$

weit entfernte Flugbahnen:  
Kern erscheint punktförmig,  
keine Beeinflussung von  $d\sigma/d\Omega$

homogene Kugel

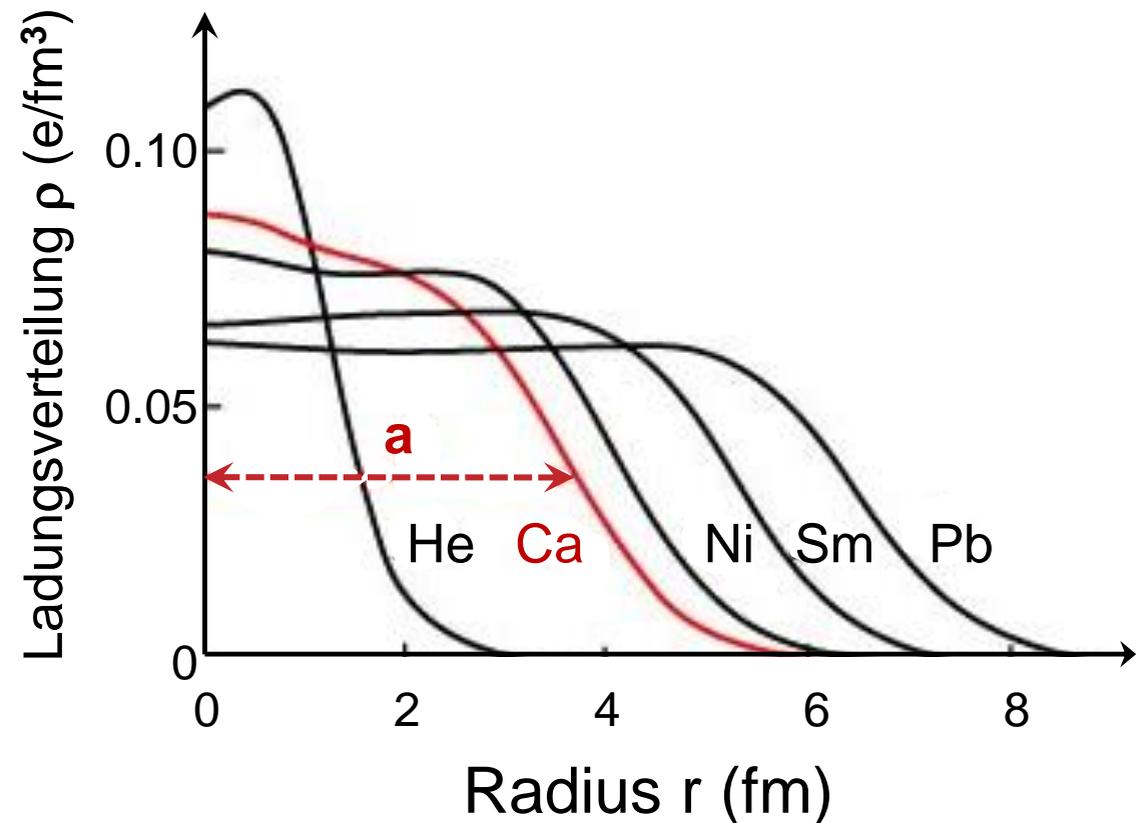
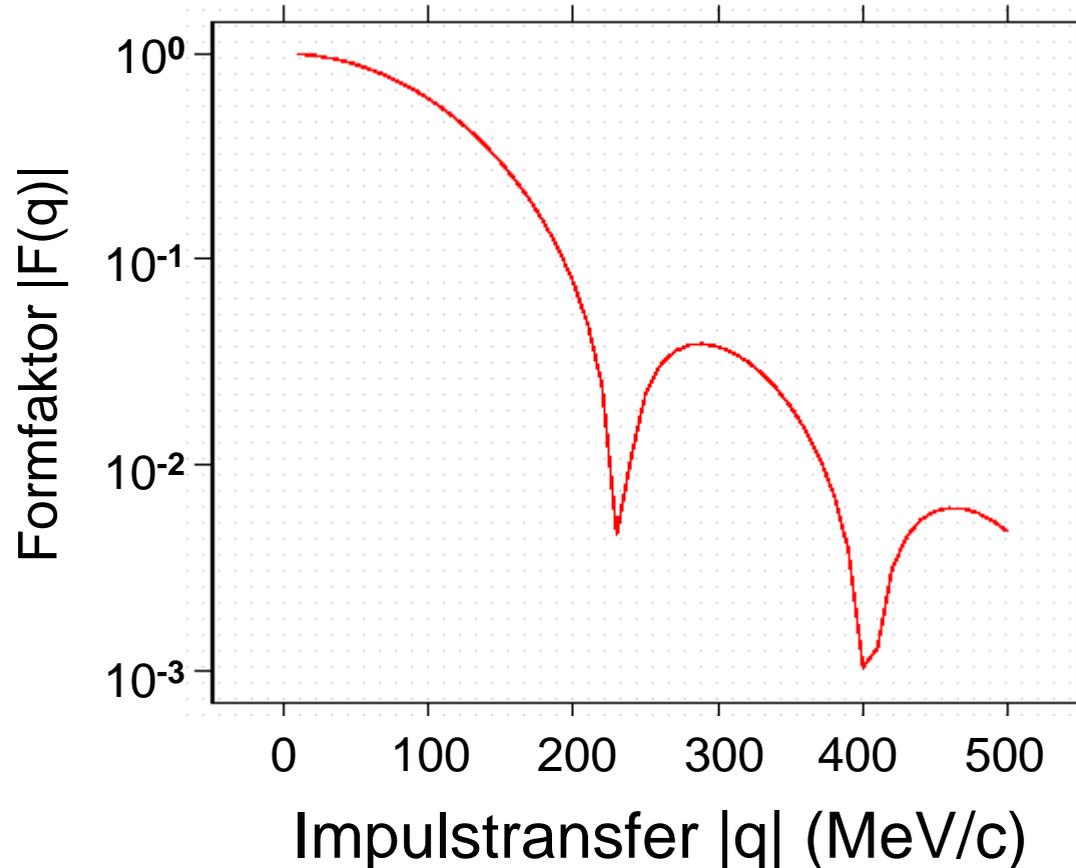
mit  $a$  = Kernradius

$$\rho(r) = \rho_0 = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{1}{a^3} \quad \Rightarrow \quad F(q^2) = \frac{3}{(aq)^3} \cdot [\sin(aq) - aq \cdot \cos(aq)]$$

↓  
oszillierender Formfaktor

# Formfaktoren & Ladungsverteilungen

- aus den **Beugungsminima** kann die **Größe des Kerns** bestimmt werden



# Formfaktoren & Ladungsverteilungen

## Ladungsverteilung $\rho(r)$

**punktförmig**

$$\rho(r) = \delta(r)/4\pi$$

**exponentiell**

$$\rho(r) \sim \exp(-r/a)$$

**gaußförmig**

$$\rho(r) \sim a^{-3} \exp(-r^2/2a^2)$$

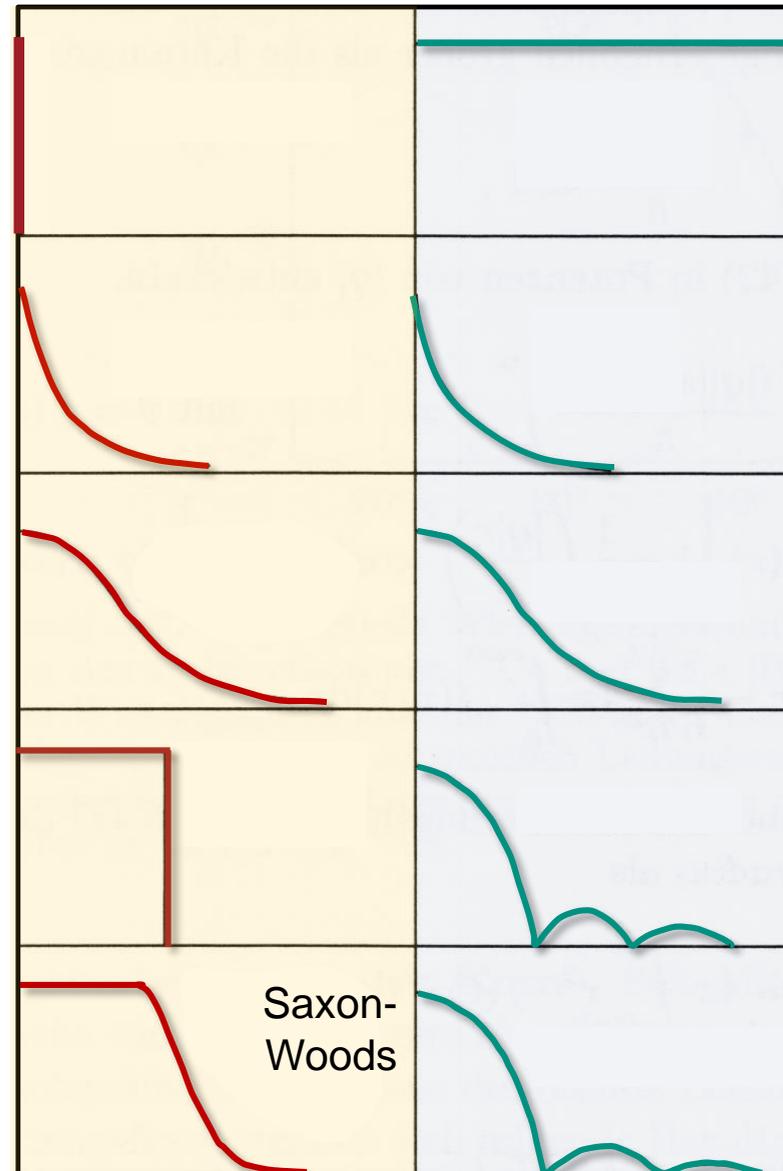
**homogene Kugel**

$$\rho(r) = \text{const. } r < a$$

$$\rho(r) = 0 \quad r \geq a$$

**Kugel mit  
diffusem Rand**

$$\rho(r) = r_0 / (1 + \exp((r-a)/d))$$



Radius  $r \rightarrow$

Impuls  $|q| \rightarrow$

## Formfaktor $|F(q^2)|$

**konstant**

$$F(q^2) = 1$$

**Dipol**

$$F(q^2) = 1/(1 + a^2 q^2)^2$$

**gaußförmig**

$$F(q^2) = \exp(-1/2 \cdot a^2 q^2)$$

**Oszillation**

$$F(q^2) \sim [ \sin(aq) - a \cdot q \cos(aq) ]$$

**verwaschene  
Oszillation**

# Ladungsverteilungen von Kernen

- Kerne zeigen ein fast **konstante Ladungsdichte  $\rho(r)$**   
⇒ **Kernkräfte zeigen Sättigungscharakter**  
- Ausnahme: leichte Kerne zeigen ein Gauß-Profil
- Kerne zeigen stets einen sehr ähnlichen Abfall der Ladungsdichte außen (Skindicke)



- **Woods-Saxon** Ladungsverteilung

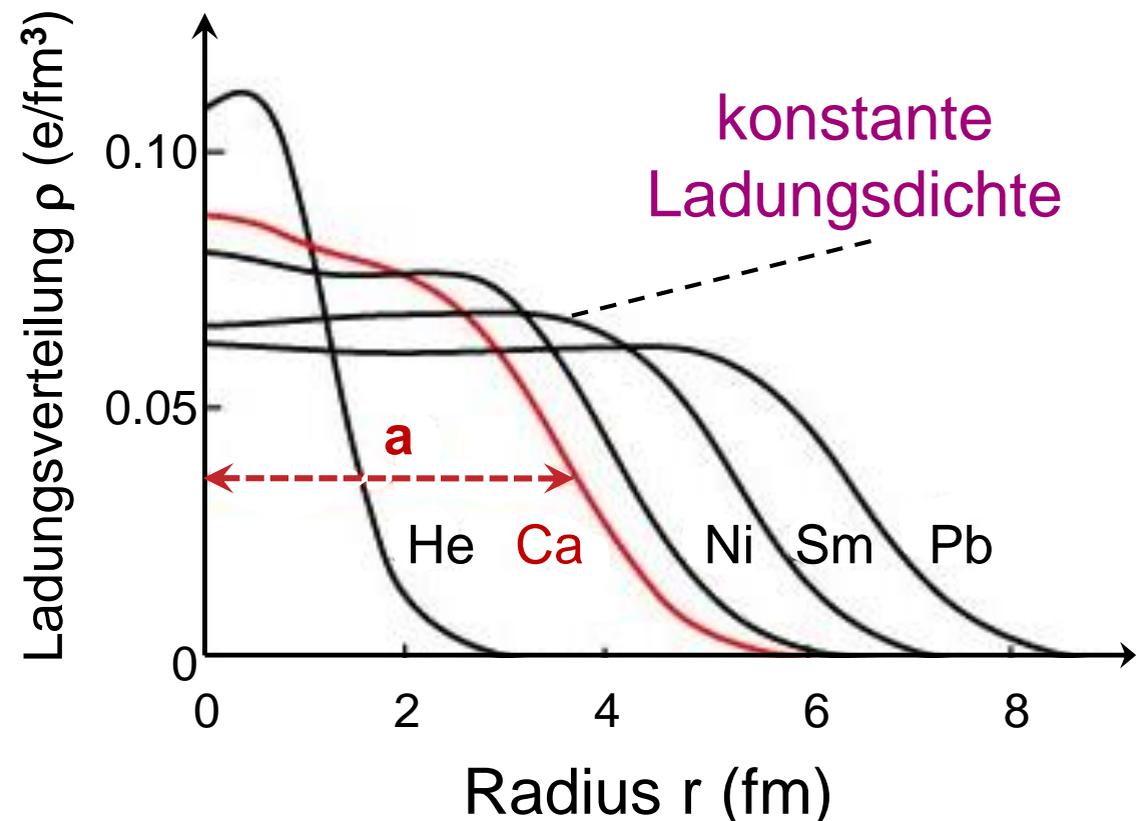
$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-a)/d}}$$

Kernradius  $a$

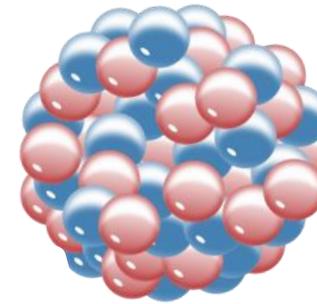
Skin-Dicke  $d$

$$a = (1.18 A^{1/3} - 0.48) \text{ fm}$$

$$d = (0.55 \pm 0.07) \text{ fm}$$



# 10.4 Kernmodelle und Kernkräfte



## ■ Kernmodelle sollen beschreiben:

### - kollektive Eigenschaften:

Kernladung  $Z$ , Größe (Radius  $a$ ) und Form (sphärisch, deformiert), Kernmasse  $M$ , kollektive Anregungen (Riesenresonanz), Stabilität

### - Eigenschaften durch individuelle Nukleonen:

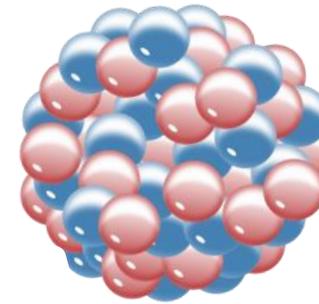
Bindungsenergie  $E_B/A$ , elektrische & magnetische Momente  $\mu$ , Einteilchen-Anregungszustände (Resonanzen)  
Quantenzahlen: Spin  $I$  & Parität  $P$ , neue Quantenzahl: **Isospin**

### - dynamische Eigenschaften:

Ablauf & Wirkungsquerschnitte & Energiebilanz von Kernreaktionen wie Fusion, Spaltung, Nukleonentransfer, ...

⇒ experimentelle Messung via Streu-Experimente, Massen-Spektrometer

# Kernmodelle



■ **Kernmodelle** sollen beschreiben:

## Kernradien & -dichten

Kernmaterie - konstante Dichte  
 $\rho = 10^{17} \text{ kg/m}^3$ ,  $R = 1,2 \text{ fm} \cdot A^{1/3}$

## Stabilitätsverhalten

stabile Kerne-  
für kleines A:  $N = Z$ ,  
für großes A:  $N > Z$ ,  
Spaltung,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  - Zerfall

## Bindungsenergien & Kernkräfte

konstante Bindungsenergie  $B/A \sim 8 \text{ MeV}$   
pro Nukleon, gesättigte Kernkräfte

## Spin und Parität

Kernniveaus mit definiertem Spin  
& Parität  $J^P = (0^+, 2^+, 4^+, 0^-, 1^-, \dots)$

## Kernanregung und Kerndeformation

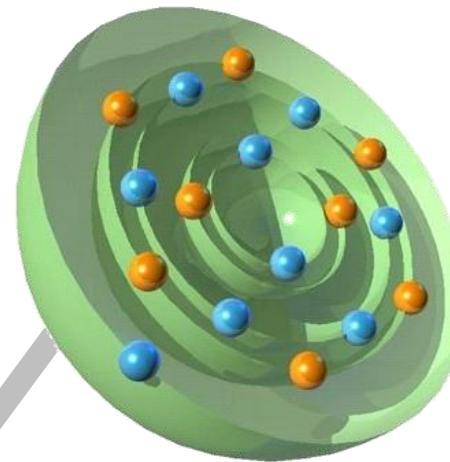
Lage von angeregten Zustände,  
kollektive Anregungen & Deformation

# Kernmodelle – drei wichtige Entwicklungen

- Kerne = komplexe Vielteilchensysteme (d.h. noch keine fundamentale Theorie auf QCD-Basis)  $\Rightarrow$  Entwicklung phänomenologischer Modelle



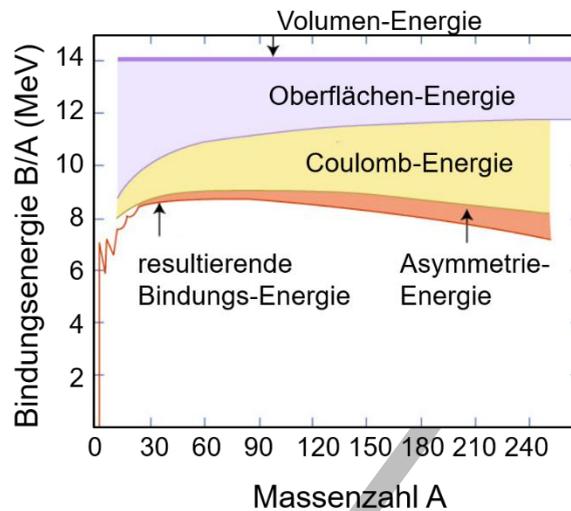
C. F. von Weizsäcker



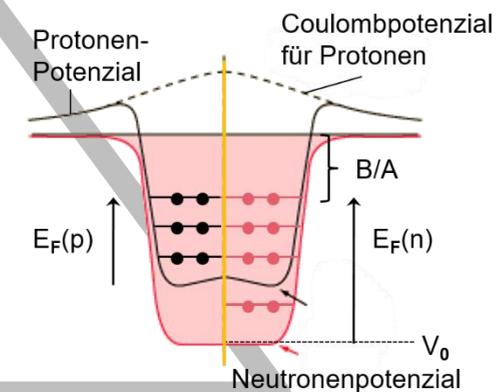
Schalenmodell



Nobelpreis 1963  
Maria Goeppert-Meyer



Tröpfchenmodell



Fermigasmodell

- **Kerne = komplexe Vielteilchensysteme** (d.h. noch keine fundamentale Theorie auf QCD-Basis)  $\Rightarrow$  Entwicklung phänomenologischer Modelle

## Tröpfchenmodell

Kern in enger  
Analogie zu  
geladenem  
Flüssigkeitstropfen  
(quasi-klassisch)

Nukleonen bewegen  
sich stark korreliert in  
inkompressibler  
Flüssigkeit

## Schalenmodell

Nukleonen bewegen  
sich voll quanten-  
mechanisch  
(Schrödinger-  
Gleichung), Potenzial  
mit Spin-Bahn-Term

$\Rightarrow$  magische Zahlen,  
Spin, Parität

## Fermigasmodell

Nukleonen bewegen  
sich unabhängig  
voneinander in  
einem resultierenden  
Kernpotenzial

Potenzialtiefe aus  
der Quantenstatistik  
eines Fermigases

# Streuung an ausgedehnten Objekten

