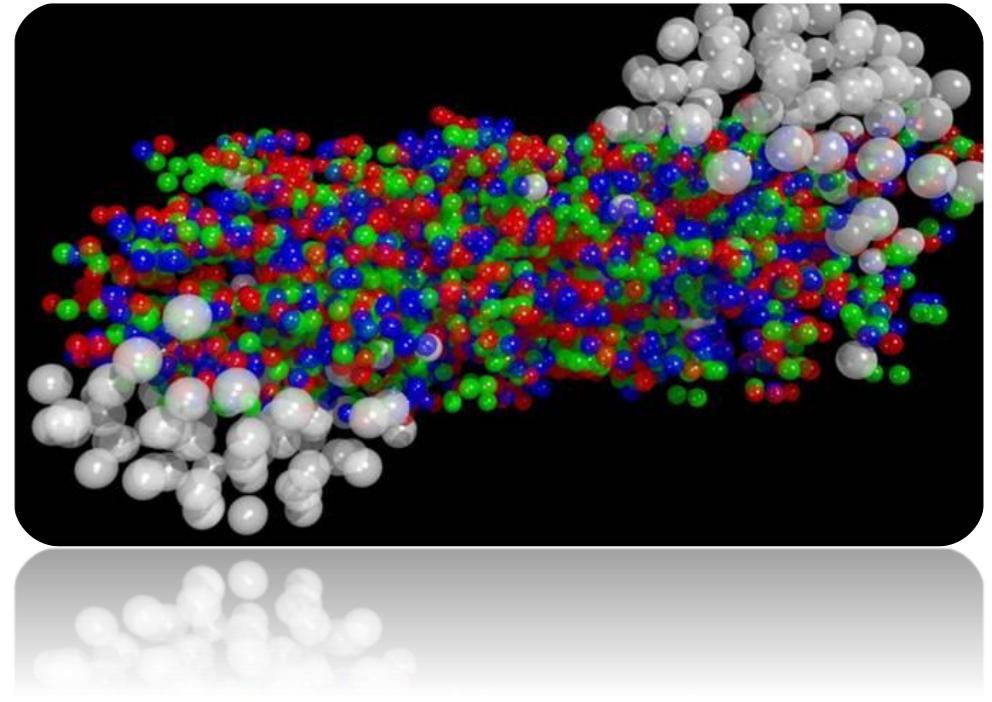


Atome & Kerne

Sommersemester 2019

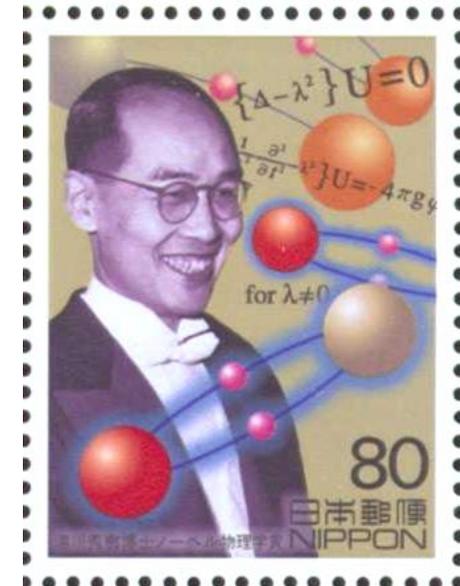
Vorlesung # 21, 09.07.19



Guido Drexlin, Institut für Experimentelle Teilchenphysik, Fakultät für Physik

Kernmodelle & Kernkräfte

- Schalenmodell
 - Niveauschema & Leuchtnukleonen
- Nukleon-Nukleon Potenzial
- Mesonaustausch-Modell von Yukawa
- (starker) Isospin
- Kernreaktionen



Fermigas-Modell: p_F und E_F

■ Fermi-Impuls p_F durch Unschärferelation

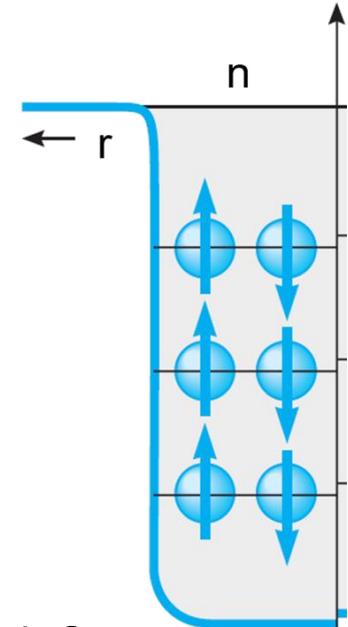
- Nukleonen bewegen sich frei (ohne Stoßprozesse) im Kern mit „quantenmechanischem“ Impuls $p < p_F$

$$p_F = \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{1/3} \frac{\hbar}{R_0} \approx 250 \text{ MeV} / c$$

„Lokalisierung“ der Nukleonen auf ~ 1 fm erzeugt Fermi-Impuls $\sim 250 \text{ MeV}/c$

■ Fermi-Energie E_F und Potenziertiefe V_0

- Fermi-Energie $E_F \sim 33 \text{ MeV}$ vs. Potenziertiefe $V_0 \sim 40 \text{ MeV}$
- Zustandsdichte $\sim \sqrt{E}$



Schalen-Modell – Einteilchenmodell



■ Magische Zahlen in der Kernphysik

Z oder N = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

- Potenzial-Ansätze: Kasten, Oszillator, **Woods-Saxon**

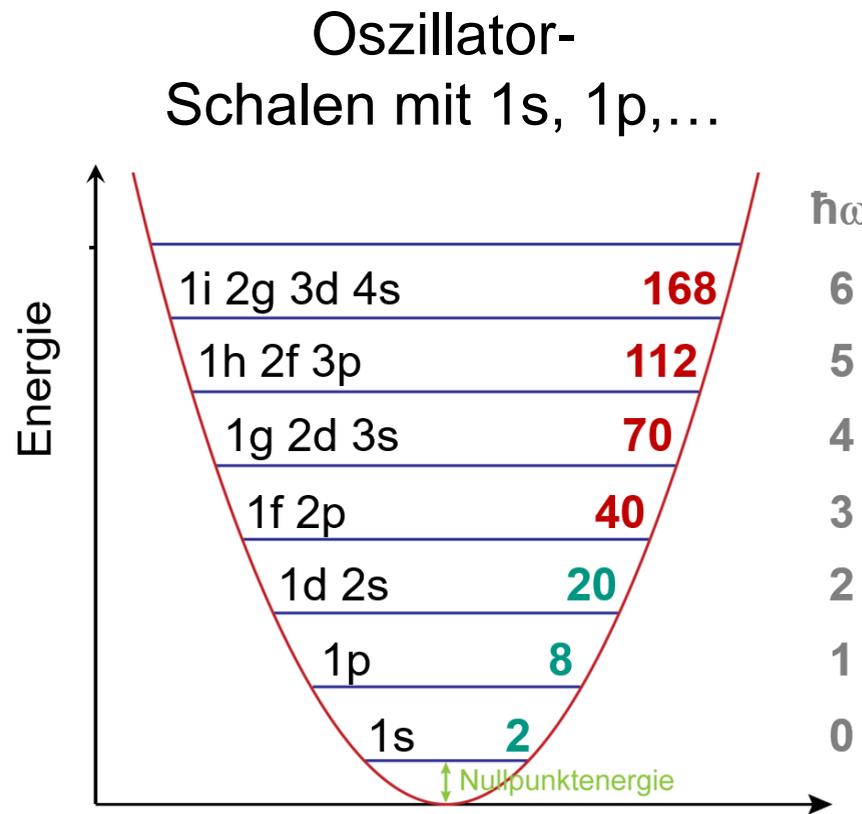
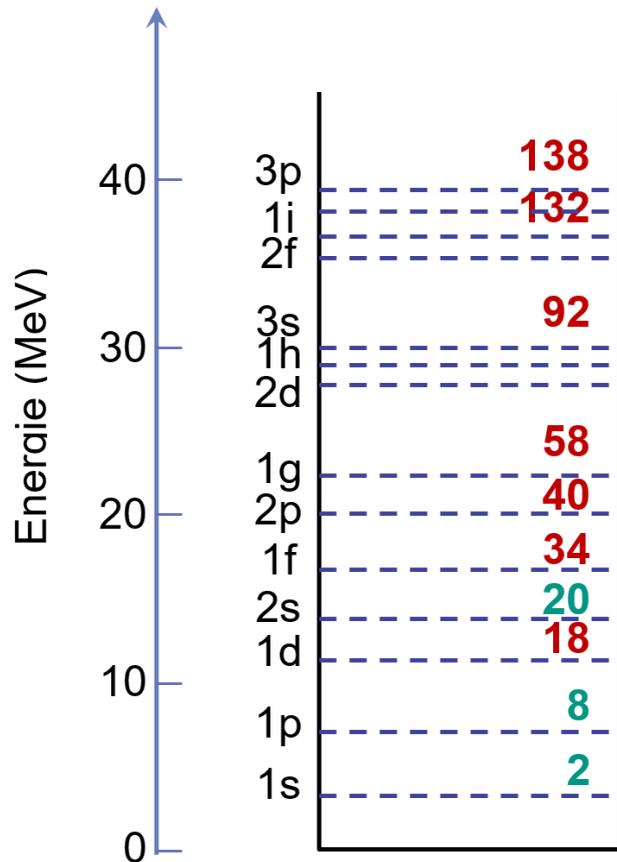
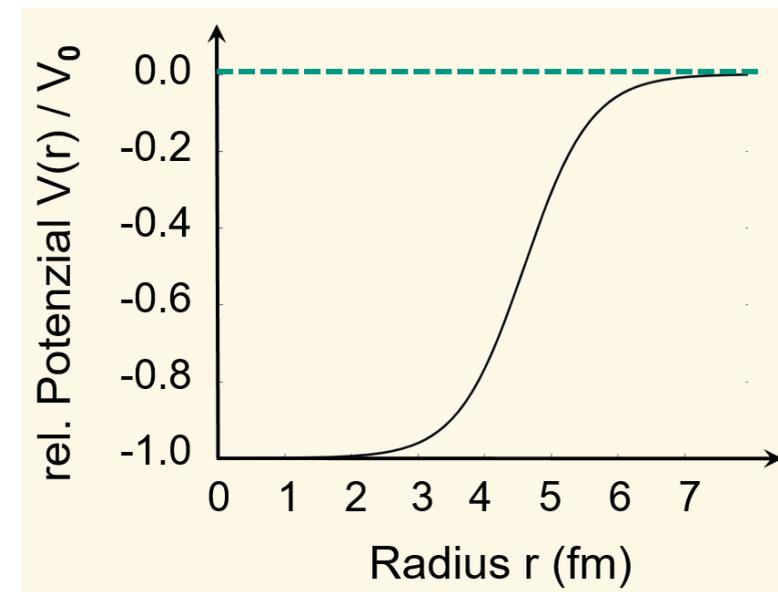


Abbildung der Ladungsverteilung



Schalenmodell der Kerne

■ Schalenmodell-Niveaus: großer Einfluss der LS-Kopplung

- Kerne mit **Oszillatorschalen**

$\hbar\omega$: Niveaus **1p, 1d, 1f, ...**

- Atome mit Coulomb-Potenzial

ergibt Bedingung $l \leq n-1$:

Niveaufolge **1s, 2s, 2p, ...**

dabei kleine LS-Kopplung

(\Rightarrow Feinstruktur)

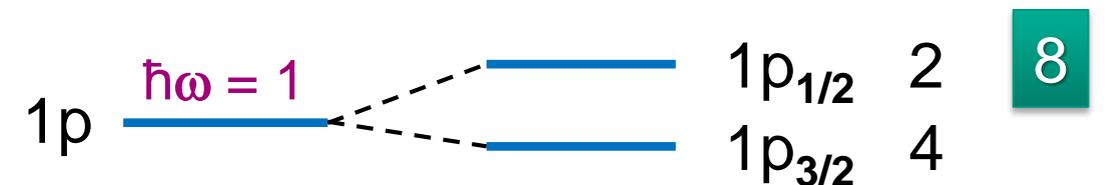
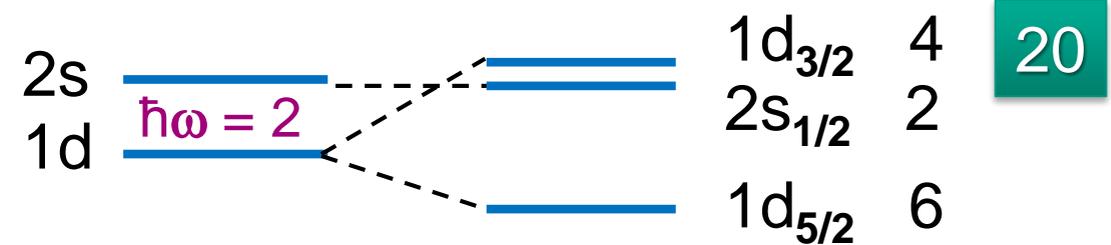
- Entartung der Oszillator-

Schalen (1p oder 1d, ...)

bei Kernen wird durch die

Spin-Bahn-Kopplung

gebrochen (großer Effekt)



Schalenmodell: Leichtnukleon

■ Schalenmodell-Besetzung:

- *abgeschlossene Schalen:*

Gesamtdrehimpuls J der Nukleonen hebt sich auf: $J = 0$

(dabei Spins von Nukleonenpaaren $\downarrow\uparrow$), positive Parität $P = +$

- *nicht-abgeschlossene Schale:*

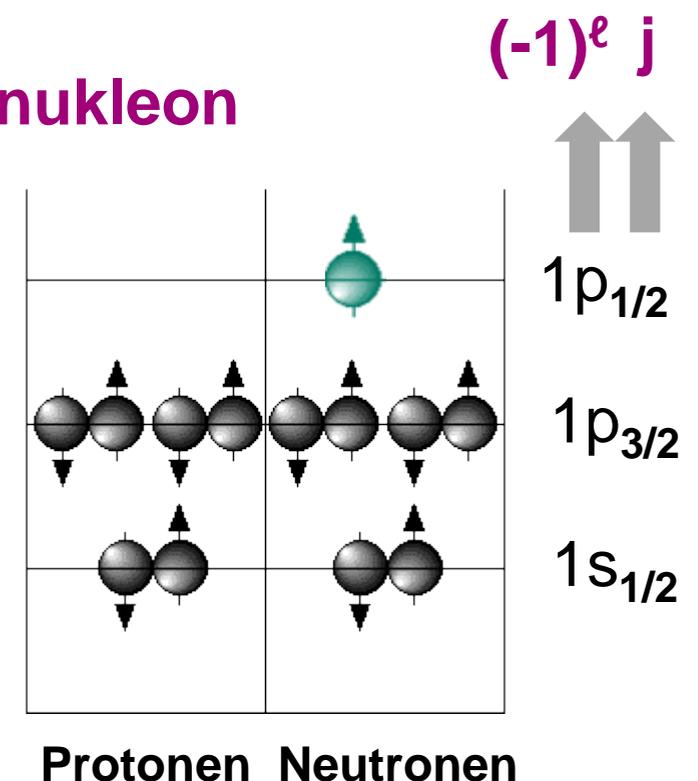
falls 1 Nukleon in äußerster Schale – **Leuchtnukleon**
dieses definiert Spin und Parität des Kerns

- Kern-Gesamtdrehimpuls $J =$

Leuchtnukleon-Gesamtdrehimpuls j

- Kern-Gesamtparität $P =$

Leuchtnukleon-Parität aus $(-1)^l$



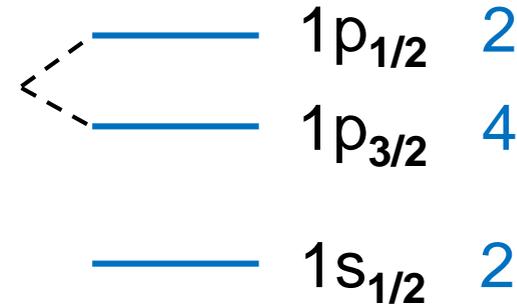
Fun with Facts: Kohlenstoff C-13

■ Welchen J^P -Zustand hat das Nuklid C-13?

A) den Zustand $J^P = 3/2^-$

B) den Zustand $J^P = 1/2^+$

C) den Zustand $J^P = 1/2^-$



SHELDON COOPER
COP presents
FUN WITH FACTS

Facts

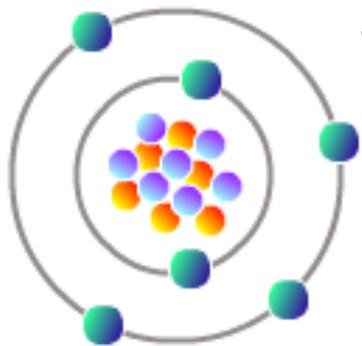


A

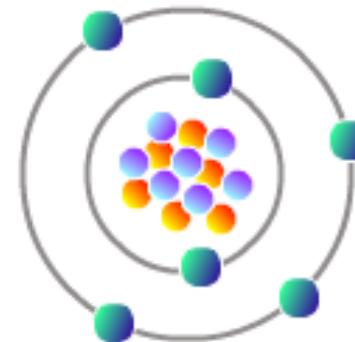


B

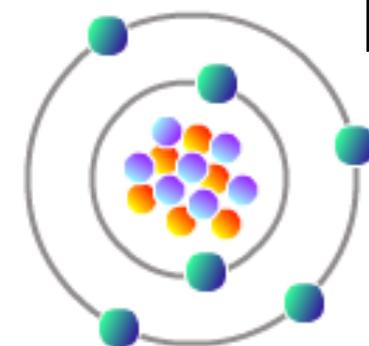
C



6 p
7 n



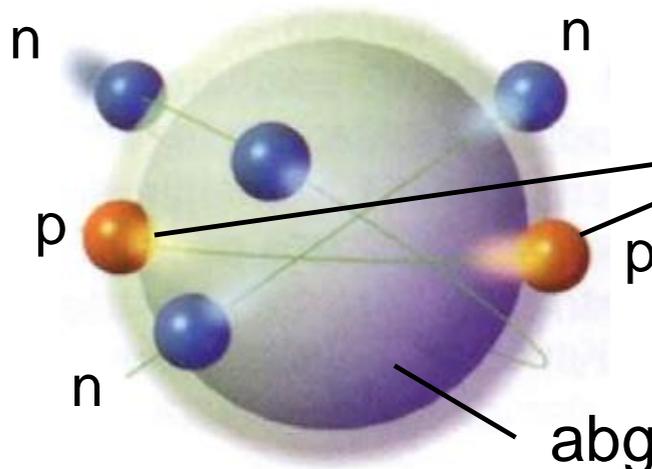
6 p
7 n



6 p
7 n



■ Schalenmodell-Besetzung:



mehrere Leuchtnukleonen: **Restkräfte**

2 Protonen koppeln zu $J = 0$

4 Neutronen koppeln zu $J = 0$

abgeschlossene innere Kernschale(n) $J = 0, P = +$

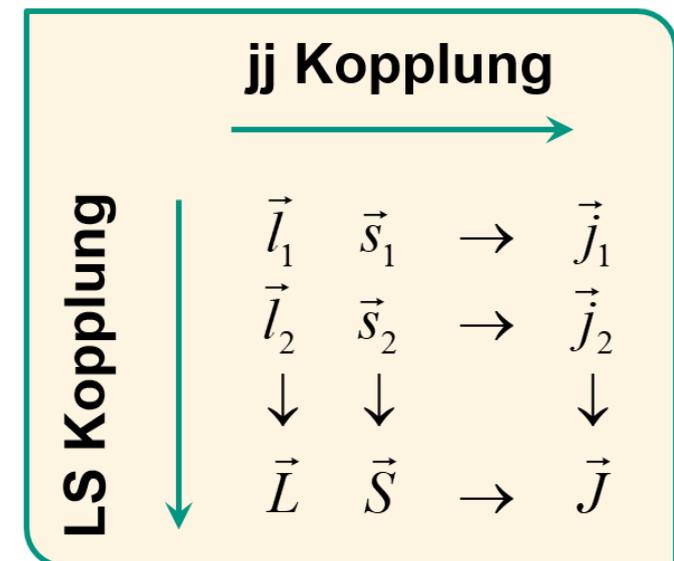
- **allgemein bei Kernen:**

Russell-Saunders (LS) Kopplung

jj-Kopplung (starke Kopplung von ℓ und s)

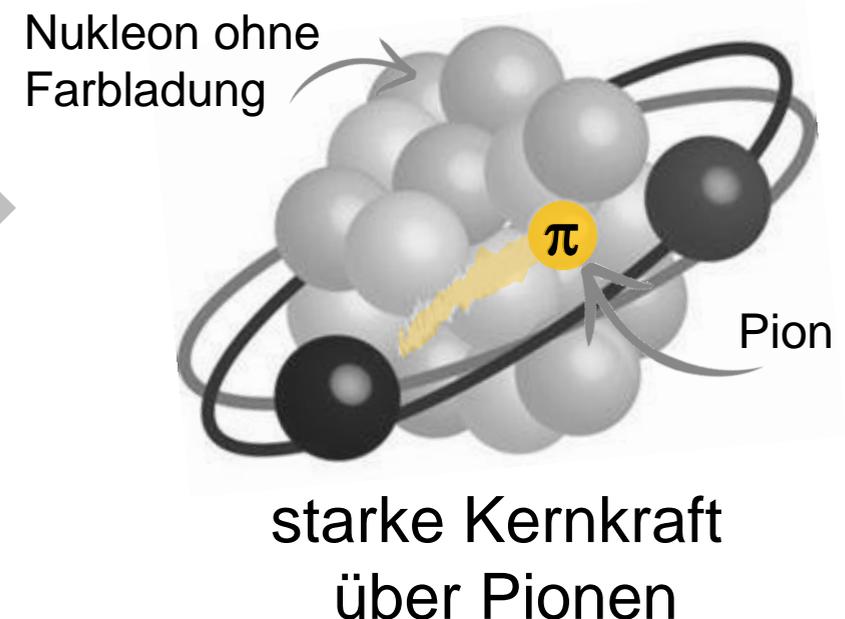
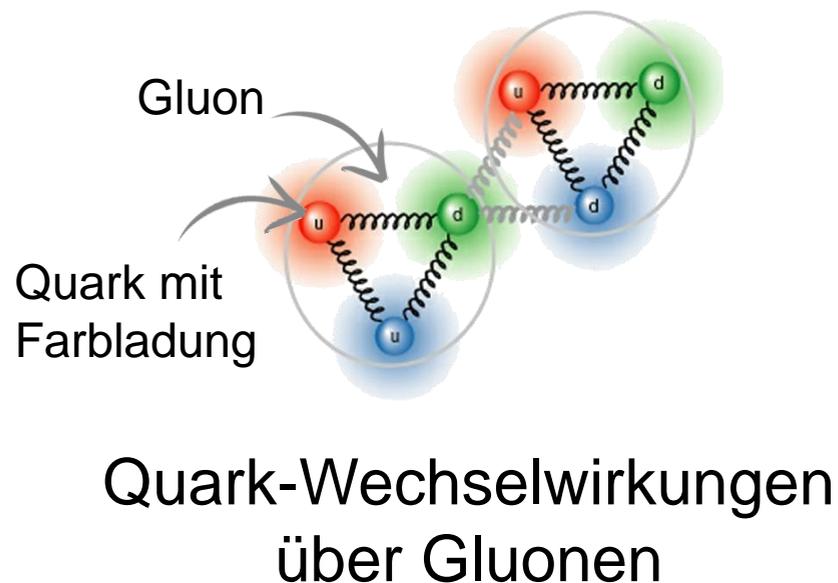
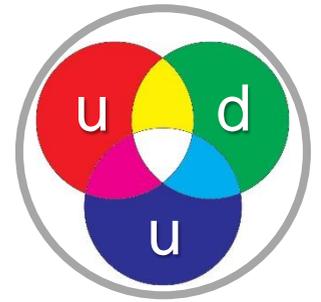
jj-Kopplung dominant

(s. Kap. 8.2 zur Kopplung von Elektronen)



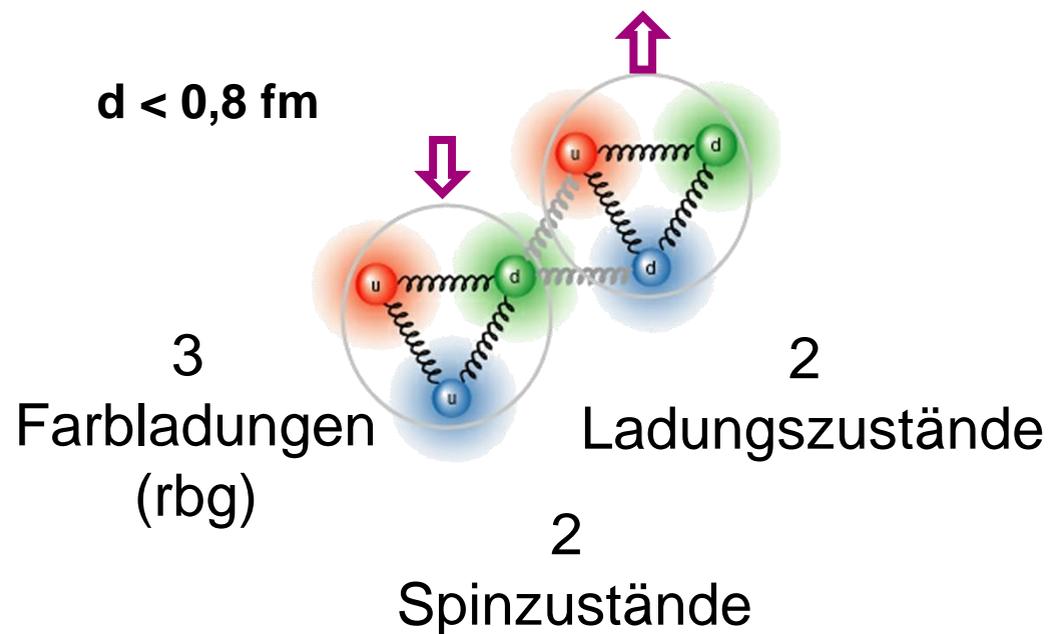
■ starke Kernkraft hat eine sehr komplexe Struktur

- Ursache: Kernkraft ist eine „**Restwechselwirkung**“ von nach außen farbneutralen Teilchen wie p, n
- Analogie bei elektro-magnet. Ww.: van der Waals Kräfte zwischen neutralen Molekülen / Atomen



■ starke Kernkraft ist kurzreichweitig (Pionenaustausch)

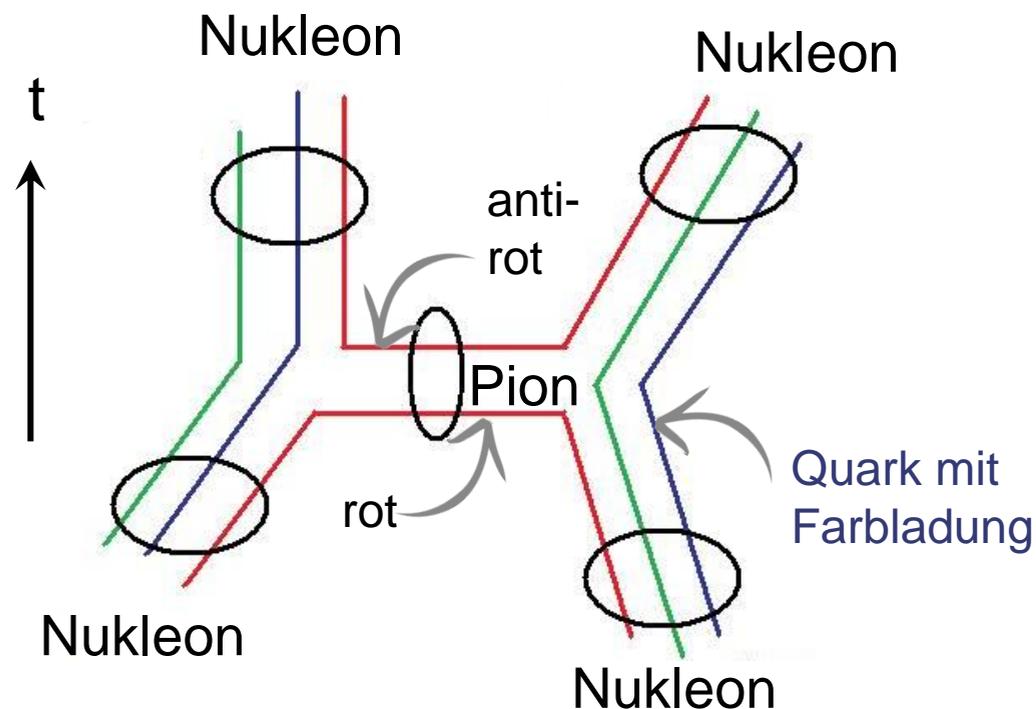
- Streuexperimente zeigen, dass Nukleon-Nukleon-Kraft bei $d < 0,8$ fm **abstoßend** wird
- resultiert **nicht** aus dem Pauli-Prinzip, da Nukleonen aus farbigen Quarks aufgebaut sind (12 Freiheitsgrade)!



- **Abstoßung** resultiert aus der Spin-Spin-Wechselwirkung der Quarks wenn Nukleonen „überlappen“

■ starke Kernkraft ist kurzreichweitig (1-Pionenaustausch)

- Pionen sind farbneutrale Quark-Antiquark-Zustände
- geladene Pionen π^+ und π^- : Wechselwirkung zwischen $p - n$
- neutrale Pionen π^0 : Wechselwirkung zwischen $p - p, n - n$



- **Reichweite** resultiert aus der endlichen Pion-Masse (~ 140 MeV) und der Unschärferelation $R = 1 - 2$ fm
- Austausch eines **virtuellen Pions**

Fun with Facts: π -Austausch & $N = Z$ Regel

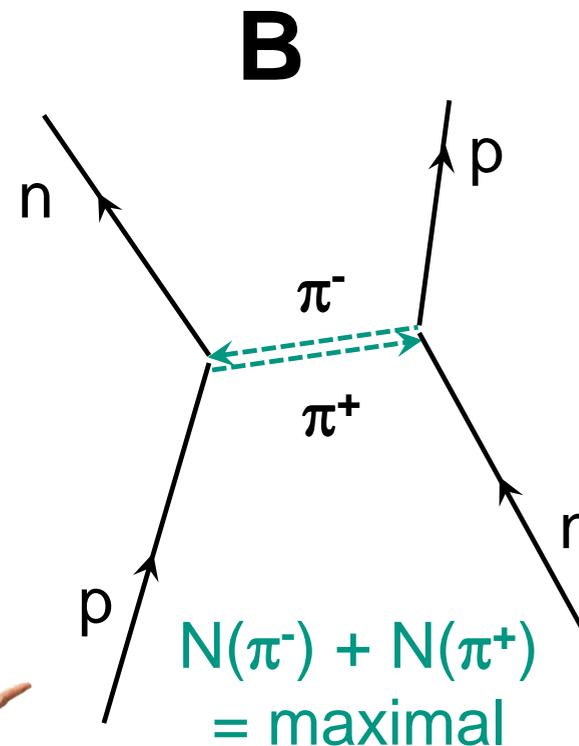
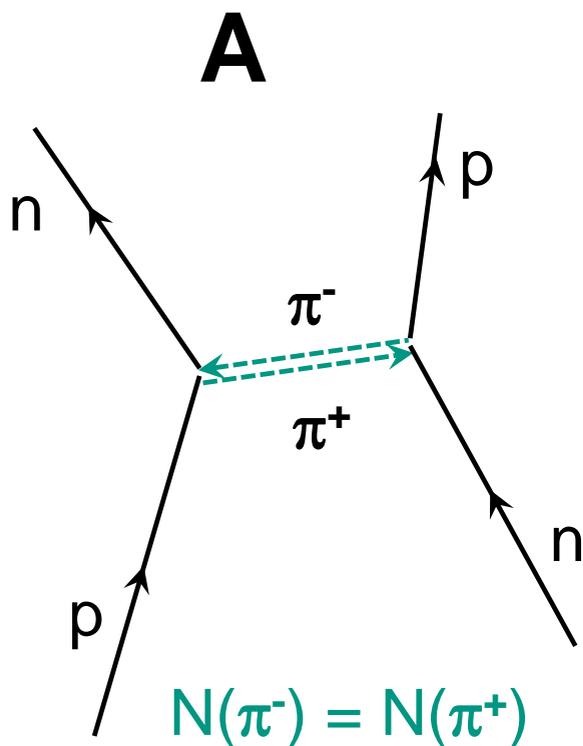
Erklärt π -Austausch den Asymmetrieterm im Tröpfchen-Modell ?

A) ja, bei $N = Z$ werden gleich viele π^+ und π^- ausgetauscht !

B) ja, bei $N = Z$ maximaler Austausch von π^+ und π^- !

C) nein, $N = Z$ und Pion-Austausch sind ohne Bezug !

SHELDON COOPER
Cooper presents
FUN WITH ~~FACTS~~
 Facts



\neq



■ starke Kernkraft ist kurzreichweitig (Austausch von Mesonen)

- 1-Pion-Austausch kann die nicht alle Aspekte des NN-Potenzials erklären \Rightarrow Austausch **schwererer Mesonen** σ , ω , ρ , η , δ wichtig

Meson	Masse	Reichweite	Typ der Wechselwirkung	rel. Stärke
π	138 MeV	1 - 2 fm	langreichweitig	14,6
σ	550 MeV	0,5 - 1 fm	Bindung	8
ω	782 MeV	0,7 fm	Repulsion	20
ρ	769 MeV	0,7 fm	LS-Kraft	0,95

s. Physik
VI

- **Mesonen** = kurzlebige, gebundene Quark-Antiquark (u, \bar{u}) (d, \bar{d}) Zustände mit Spin = 0, 1 (d.h. alle besitzen Boson-Charakter)

■ starke Kernkraft ist kurzreichweitig (Austausch von Mesonen)

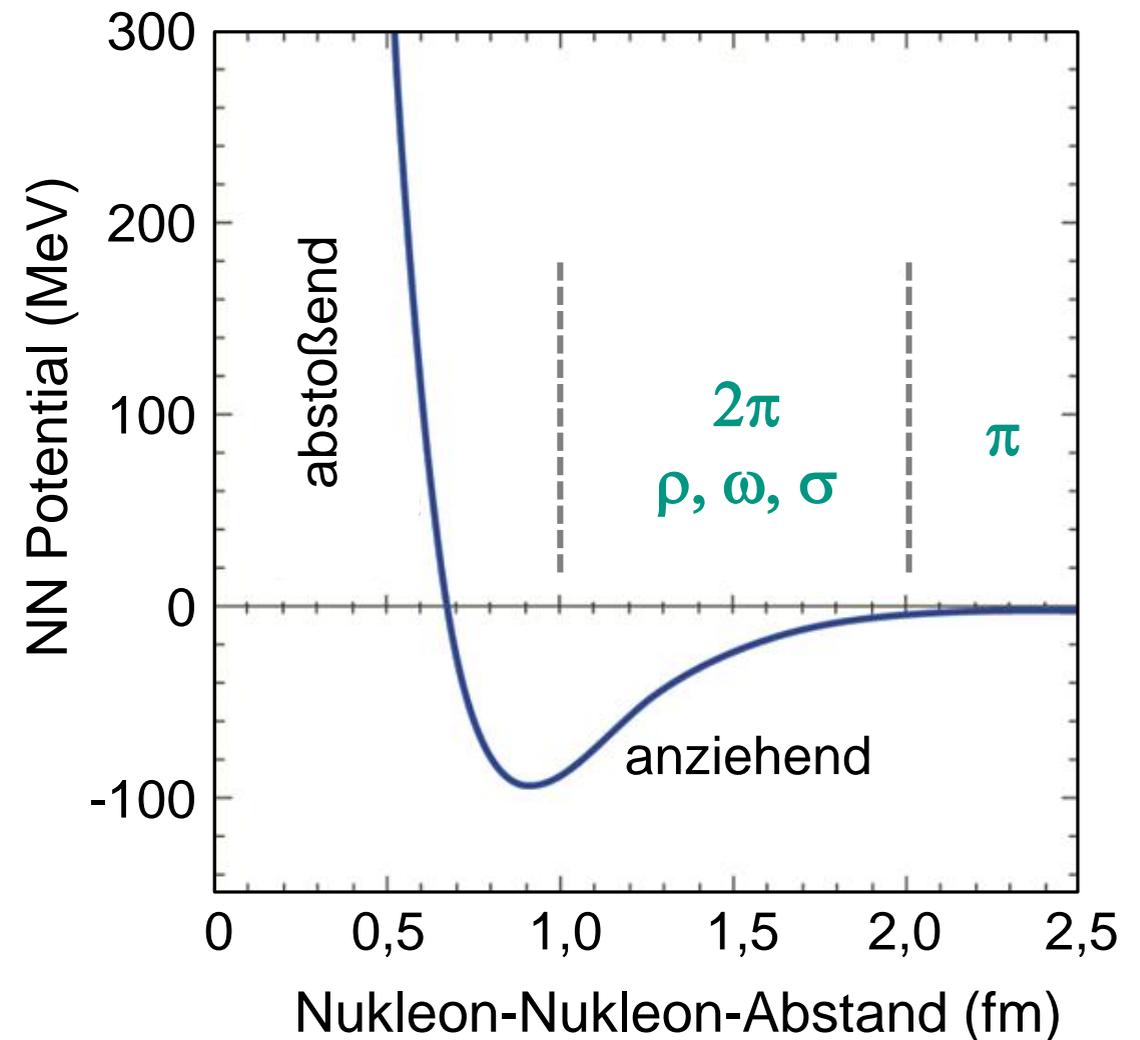
- abstoßender & anziehender Bereich des NN-Potenzials

- Yukawa-Potenzialform

Compton-Wellenlänge λ
des Pions

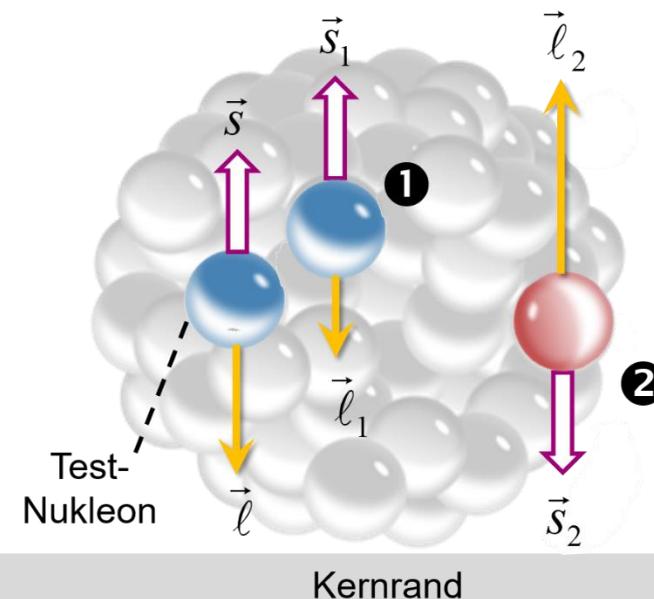
$$V(r) = g_s \cdot \frac{1}{r} \cdot e^{-\left(\frac{m_\pi c}{\hbar}\right) \cdot r}$$

Kopplungskonstante
starke Wechselwirkung



- **starke Kernkraft: verschiedene Terme**
- **Wechselwirkung von 2 Nukleonen** abhängig von ihrem relativen Abstand \vec{x} , Ausrichtung der Spins \vec{s}_i , Bahndrehimpuls $\vec{\ell}$
 - **Zentralkraft $V_0(r)$**
Woods-Saxon-Potenzial als Nachbildung von $\rho(r)$
 - **Spin-Bahn-Wechselwirkung** (spinabhängige Zentralkraft)

$$V_{LS}(r) \cdot \frac{(\vec{s}_1 + \vec{s}_2) \cdot \vec{\ell}}{\hbar^2}$$



■ **starke Kernkraft: verschiedene Terme**

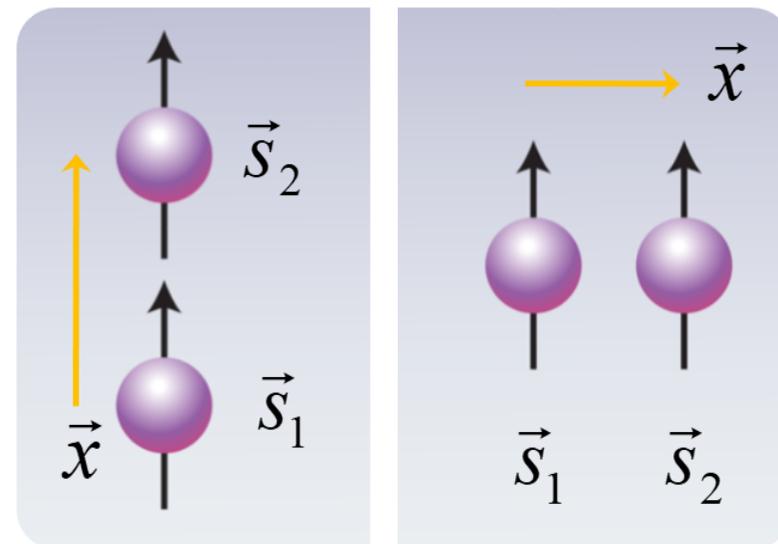
- **Spin-Spin-Wechselwirkung** (spinabhängige Zentralkraft)

$$V_{SS}(r) \cdot \frac{\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2}{\hbar^2}$$



- **Tensor-Wechselwirkung**
(nichtzentrale Kraft)

$$V_T(r) \cdot \frac{3}{\hbar^2} \cdot \frac{(\vec{S}_1 \cdot \vec{x}) \cdot (\vec{S}_2 \cdot \vec{x})}{r^2} - \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$$



anziehend

abstoßend

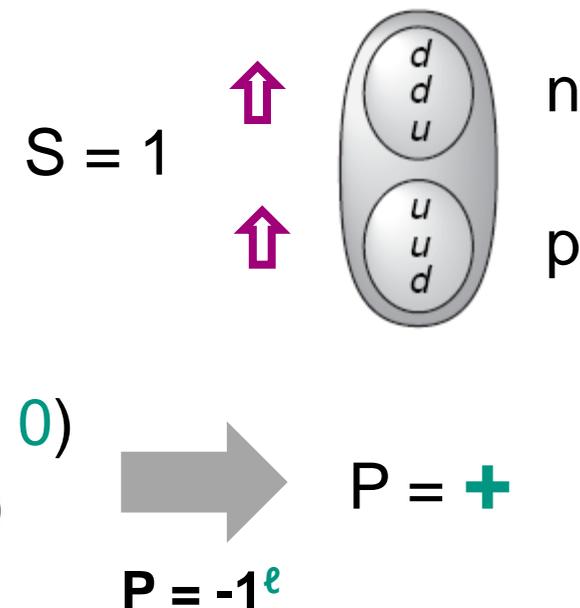
■ starke Kernkraft: Deuteron als mikroskopisches Labor

- leichtester (schwach) gebundener Kern ($E_B = 2,2 \text{ MeV}$)
- Beobachtung: tritt auf nur mit Spin $S = 1$
⇒ **Spinabhängigkeit der Kernkräfte**

- nicht-kugelförmige Form (prolat)
aus Quadrupolmoment $Q > 0$

⇒ **Tensorkraft**

⇒ beide Nukleonen nicht nur in 3S_1 ($\ell = 0$)
kleiner Beitrag (4%) durch 3D_1 ($\ell = 2$)



Isospin – eine neue Symmetrie

- **Heisenberg:** starke Kernkraft unterscheidet nicht zwischen **Protonen & Neutronen**
⇒ **beide sind Ladungs- / Isospin- Zustände des Nukleons**

- **Ladungsunabhängigkeit** der Kernkraft:

$$V_{\text{stark}}(p-p) = V_{\text{stark}}(n-n) = V_{\text{stark}}(p-n)$$

- fast identische **Massen** der Ladungszustände des Nukleons:

M (Proton)	= 938,272 MeV	}	$\Delta M \sim 0,1 \%$ durch elektromagnetische Wechselwirkung
M (Neutron)	= 939,565 MeV		

Isospin – eine neue Symmetrie

- Einführung der neuen Symmetrie (starker) **Isospin I**
 - **innere Symmetrie** der starken Wechselwirkung, gleiche Kopplung von Protonen und Neutronen
 - Proton ($I_3 = + \frac{1}{2}$) & Neutron ($I_3 = - \frac{1}{2}$) bilden **Isospin-Dublett ($I = \frac{1}{2}$)**

$$\begin{array}{ccc} I = \frac{1}{2} & I_3 & \\ \left(\begin{array}{c} p \\ n \end{array} \right) & \begin{array}{c} + \frac{1}{2} \\ - \frac{1}{2} \end{array} & \text{oder} \quad \begin{array}{l} | \frac{1}{2}, + \frac{1}{2} \rangle \\ | \frac{1}{2}, - \frac{1}{2} \rangle \end{array} \end{array}$$

- Formalismus identisch zu Spin S !

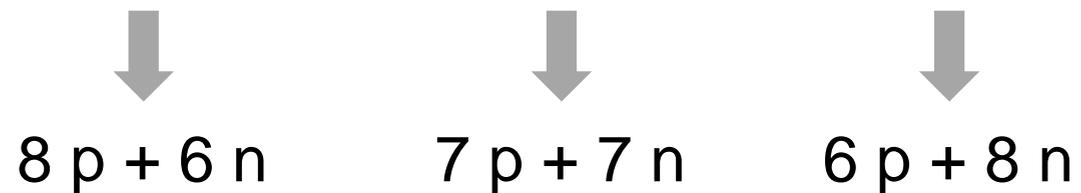
Isospin – eine neue Symmetrie

■ Isospin-Symmetrie bei Kernen und Teilchen:

Dublett: $I = \frac{1}{2}$ mit Proton $|\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle$, Neutron $|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$

Triplet: $I = 1$ Pionen $\pi^+ |1, +1\rangle$, $\pi^0 |1, 0\rangle$, $\pi^- |1, -1\rangle$

Triplet: $I = 1$ $A = 14$ $^{14}\text{C} |1, +1\rangle$, $^{14}\text{N} |1, 0\rangle$, $^{14}\text{O} |1, -1\rangle$



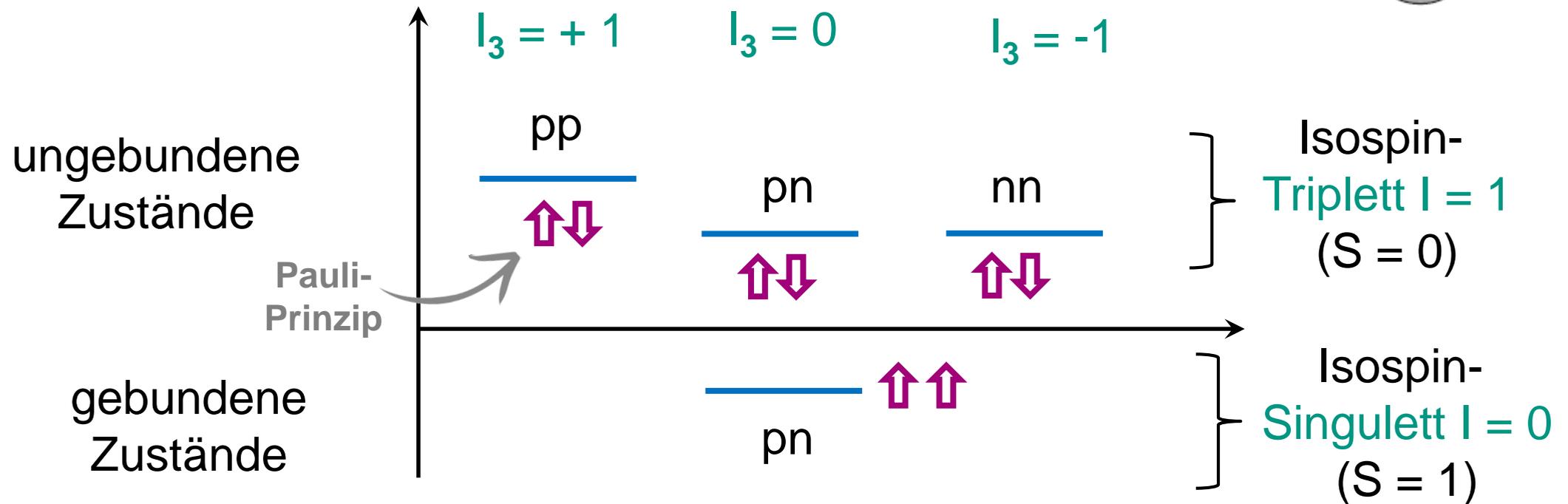
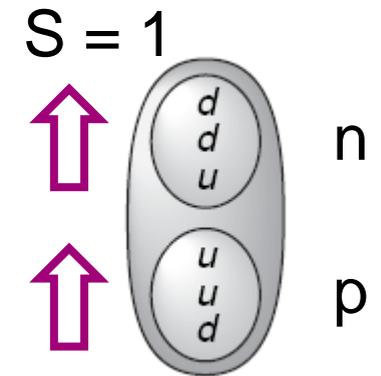
$$I_{\text{tot}} = \sum \vec{I}_i \quad \text{und} \quad I_3 = \frac{1}{2} \cdot (Z - N)$$

- Kerne können **Isospin-Multipletts** bilden
- Grundzustand von $N = Z$ Kernen hat $I = 0$ (d.h. **Singulett**)

Isospin bei Diproton, Dineutron, Deuteron

■ Isospin-Symmetrie bei 2-Nukleon-Zuständen:

nur $S = 1$ ist gebunden (aus Spin-Abhängigkeit der Kernkräfte) \Rightarrow Deuteron ist ein Isospin-Singulett



stabiles Deuteron: Spin = 1 und Isospin $I = 0$

Isospin bei Kernen

■ Isospin-Symmetrie bei Kernen:

Komponente $I_3 = \frac{1}{2} \cdot (Z - N)$

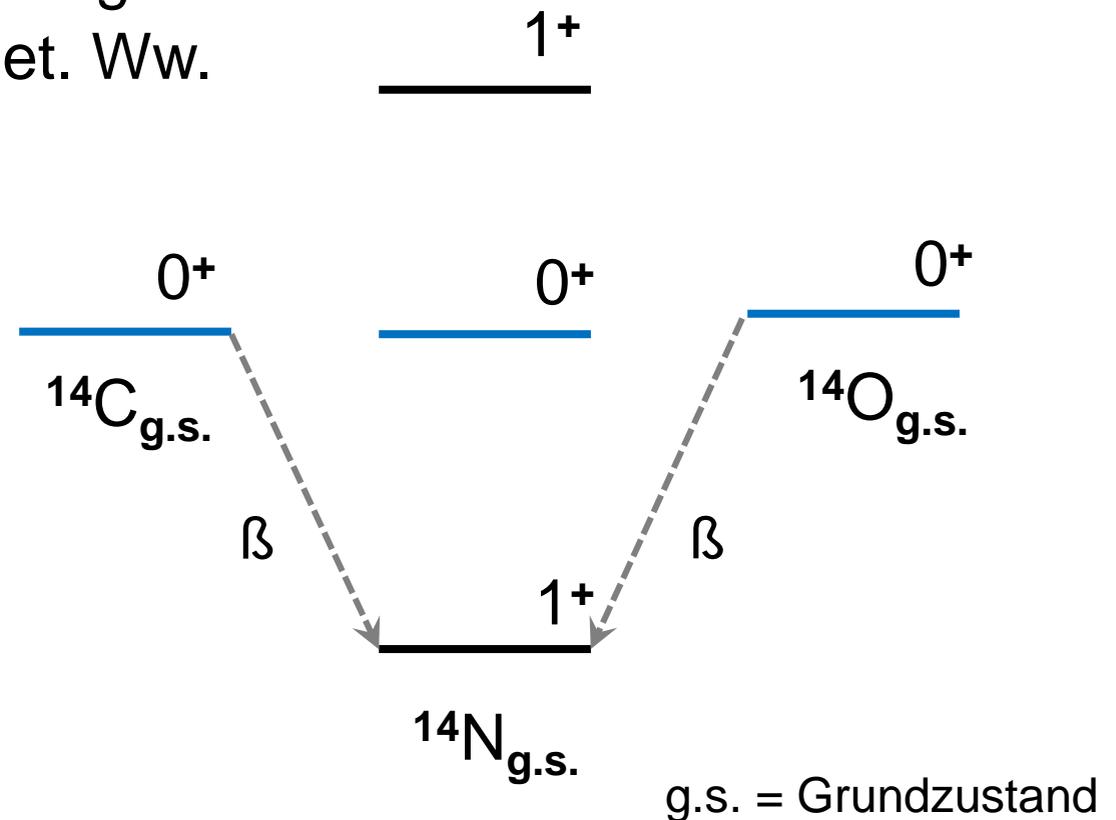
Wertebereich des Isospin I : $\frac{1}{2} \cdot |Z - N| \leq I \leq \frac{1}{2} \cdot A$

starke Ww.: $(2I + 1)$ -fache Entartung
gebrochen durch elektro.-magnet. Ww.

$I = 1$ Isospin-Triplett
bei $A = 14$



$I = 0$ Isospin-Singulett
bei $A = 14$



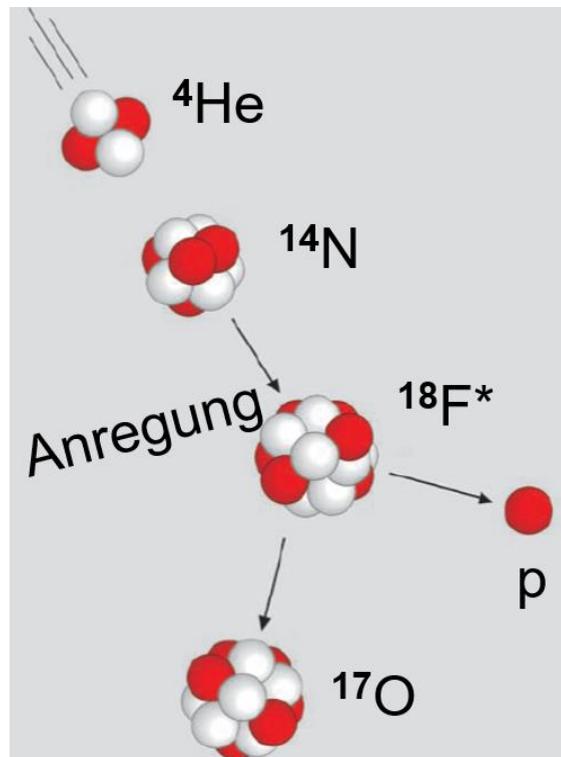
10.5 Kernreaktionen

■ Kernreaktionen: wichtiges Werkzeug für Verständnis von

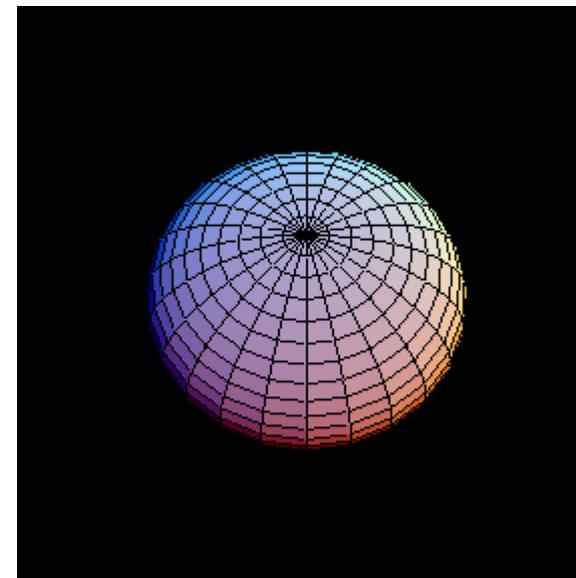
- Angeregte Kernzustände A^* bzw. Resonanzen



Einteilchen-Prozess



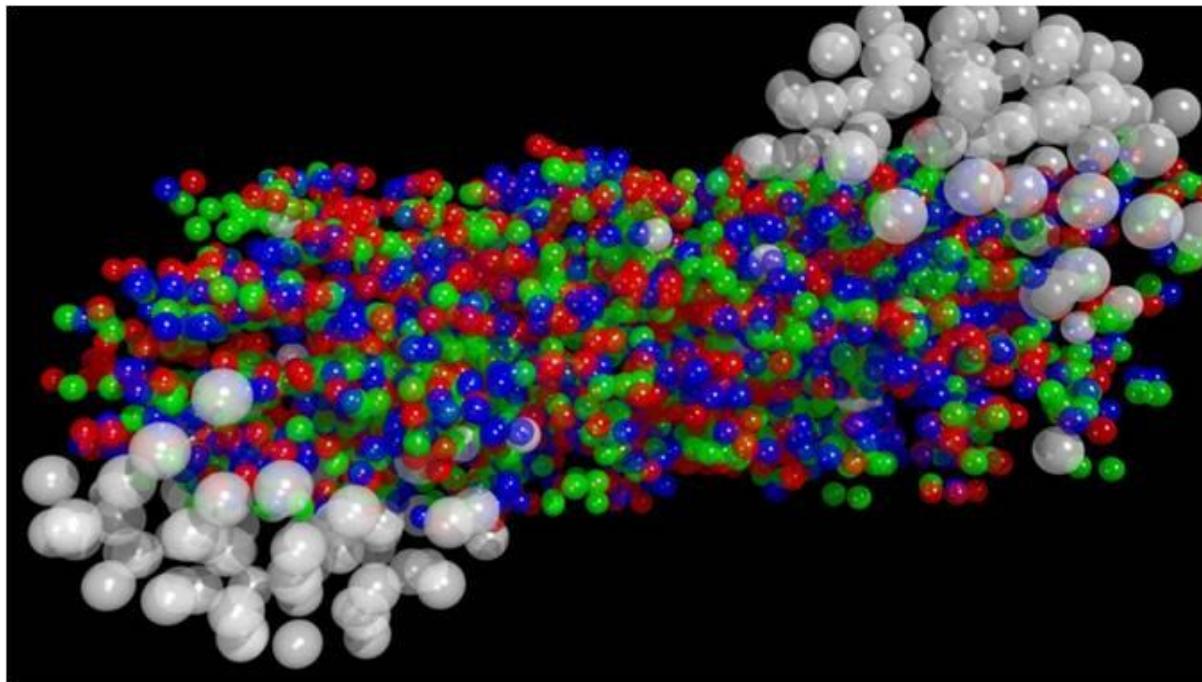
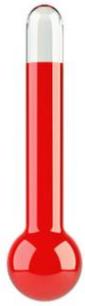
kollektiver Prozess



Schwerionen-Reaktionen

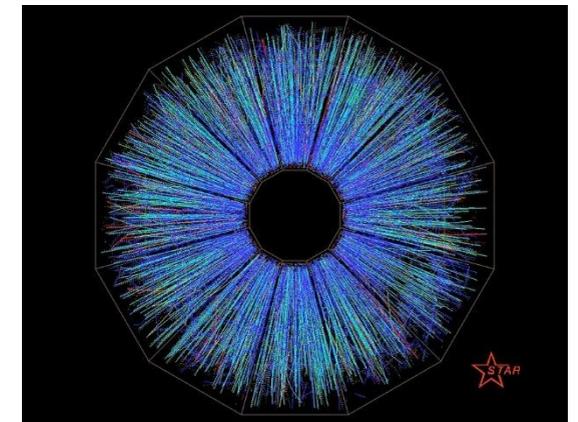
■ Kernreaktionen: wichtiges Werkzeug für Verständnis von

- Kerne unter extremen Zuständen von ρ , T



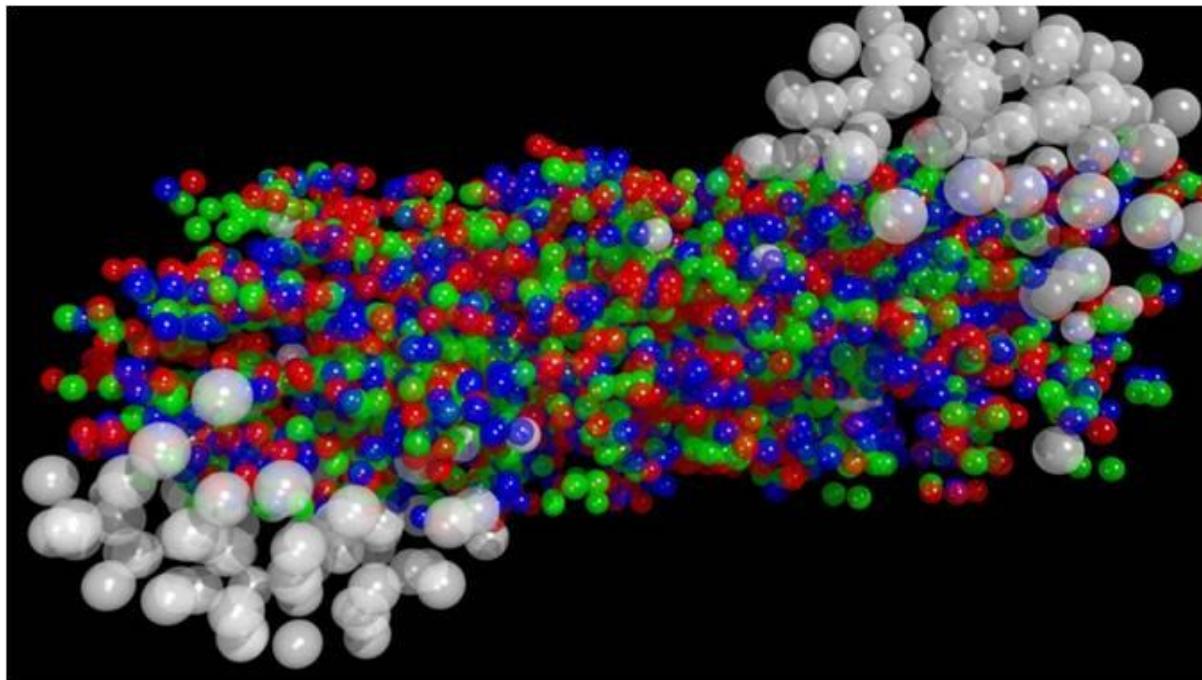
Simulation einer
Schwerionenreaktion
(Q: CERN)

30 GeV Gold-Gold Kollision
im STAR Detektor

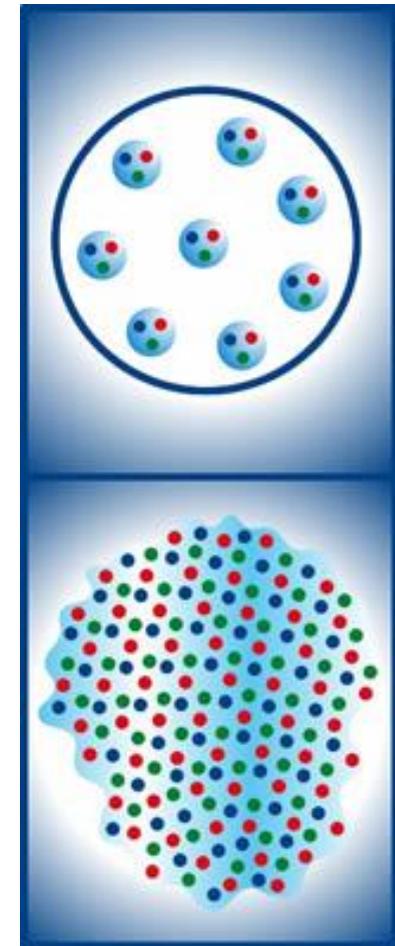


Quark-Gluon-Plasma?

- Kernreaktionen: wichtiges Werkzeug für Verständnis von
 - Neue exotische Zustandsformen der Materie?



Übergang von Kernmaterie zum
Quark-Gluon-Plasma
mit freien Quarks und Gluonen



- Kernreaktionen: wichtiges Werkzeug für Verständnis von
 - Fusionsreaktionen in Sternen & im Labor

