

Atome, Moleküle & Kerne

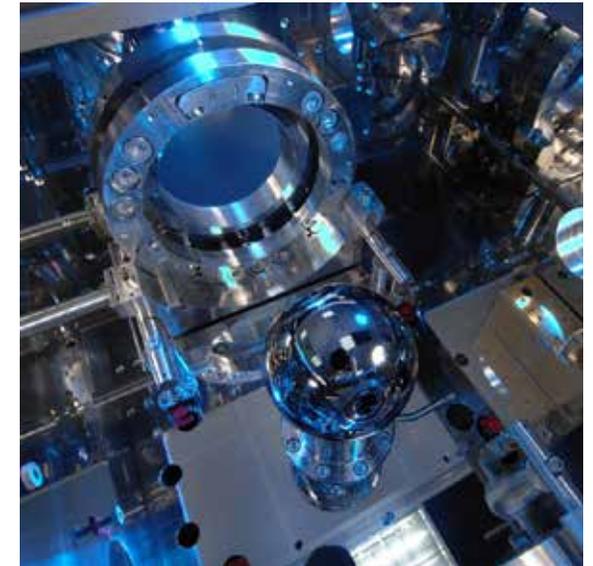
Sommersemester 2024

Vorlesung # 2, 18.04.24

Thomas Müller, Institut für Experimentelle Teilchenphysik, Fakultät für Physik

Experimentelle Grundlagen

2.1 Einheiten in der Atomphysik



Loschmidt/Avogadro – Zahl

Johann J. Loschmidt
(1821-1895)



Amedeo C. Avogadro
(1776 - 1856)



Robert A. Millikan
(1868 - 1953)



Ladungsquantisierung

Nobelpreis 1923

- **Avogadro Zahl** = Anzahl Teilchen in 1 Mol dieser Substanz

$$N_A = 6,022\,140\,76(12) \cdot 10^{23} / \text{mol} \quad (\text{relative Unsicherheit } 2 \times 10^{-8})$$

- Experimentell bestimmbar mit über ~ 60 Methoden (zuerst von J. Loschmidt)

- **Faraday-Konstante F**

elektrische Ladung von 1 Mol einfach geladener Ionen $F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C/mol}$

⇒ Faraday-Konstante **F** und Elementarladung **e**: $F = N_A \cdot e$

Bestimmt mit Elektrolyse

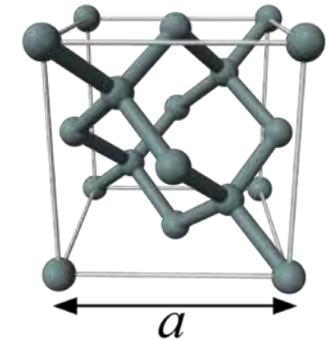
- **N_A** : wichtig zur **Umrechnung** zwischen Größen

- Teilchenanzahl **N** und Stoffmenge **n** (Mole): $N = N_A \cdot n$

- Universelle Gaskonstante **R** und Boltzmann-Konstante **k_B** : $R = N_A \cdot k_B$

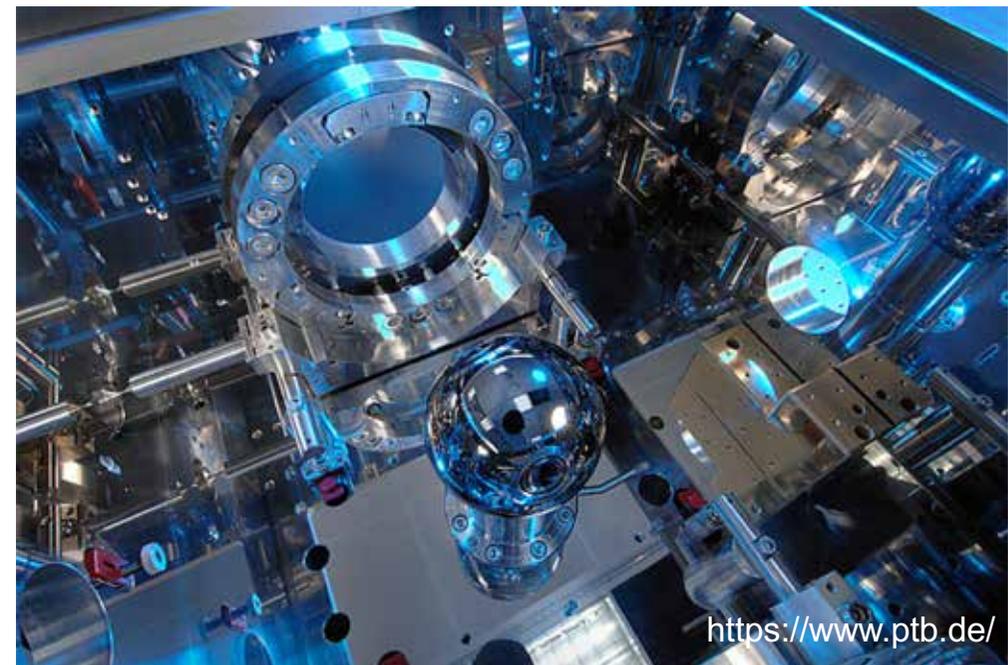
- Ziel PTB: Neuer Zugang zu Kilogramm m & Avogadrozahl N_A
 - polierte Kugel aus isotopenreinem ^{28}Si mit mol. Volumen V_m
 - Bestimmung des Gitterabstands a über Röntgenbeugung
 - daraus: atomares Volumen V_{atom}

→
$$N_A = V_m / V_{\text{atom}}$$



■ Experimentelle Details

- **Kristallperfektion:** Prüfung des Einflusses von Kristallbaufehlern
- **Gitterparameter a :** Bestimmung mit Röntgeninterferometer
- **Kugelvolumen V :** Bestimmung mit Interferometern
- **Zusammensetzung Oberflächenschicht (SiO_2):** Spektroskopie mit Elektronen, Synchrotronstrahlung, Röntgenstrahlung



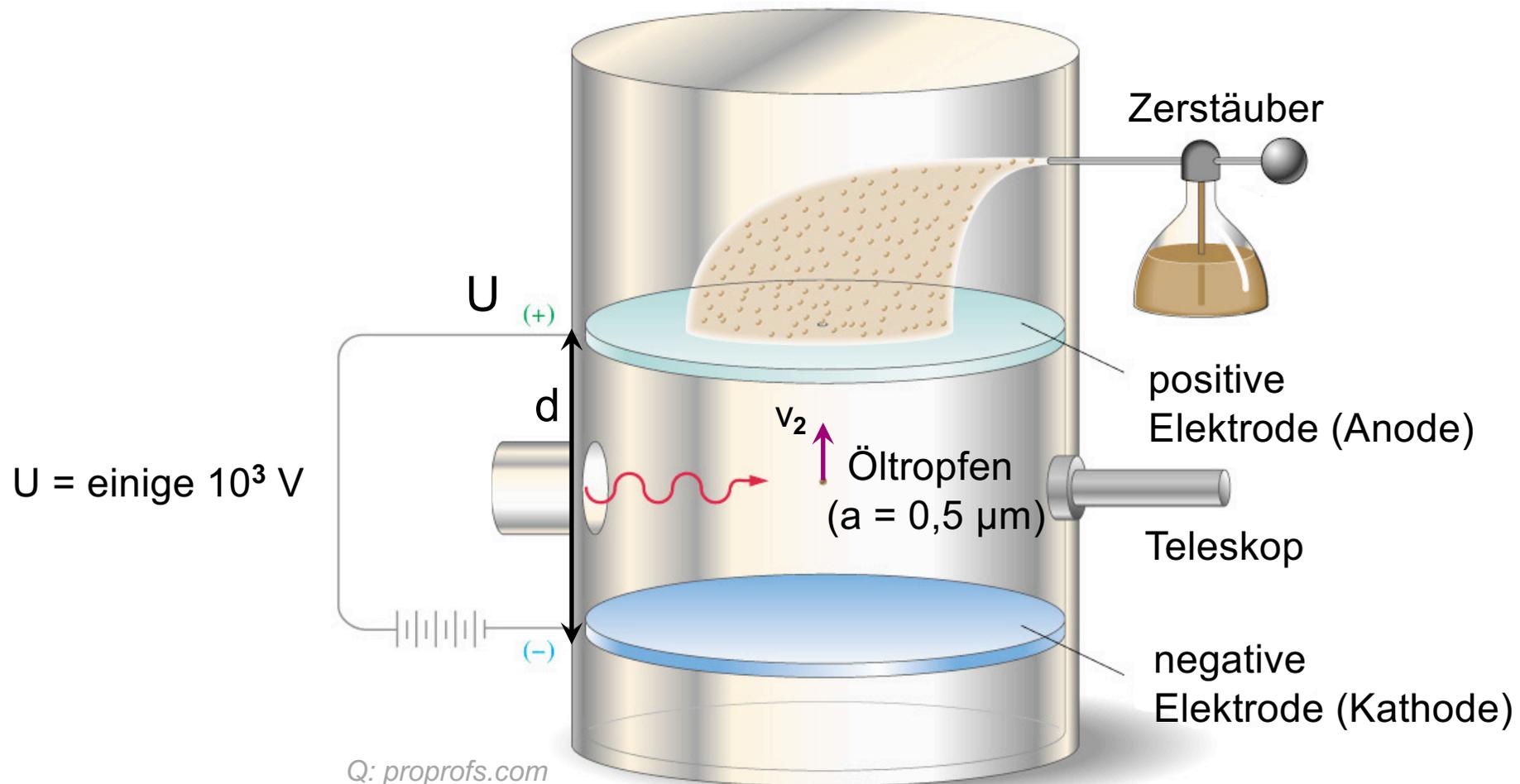
<https://www.ptb.de/>

Einkristall aus hochangereichertem ^{28}S (99,99%)

Elementarladung: Millikan – Versuch

■ Experimenteller Beweis der Ladungsquantisierung

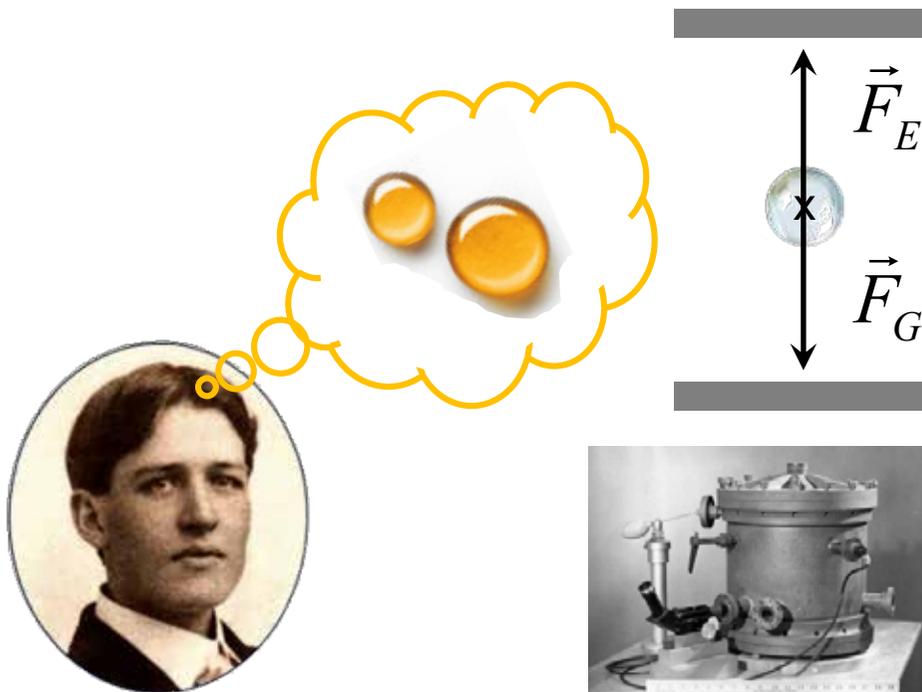
- 1909: Millikan & Flechter beobachten fallende Öltropfen zwischen horizontalen Metall-Elektroden (mit & ohne E-Feld)



Experiment: „Millikan – Versuch“

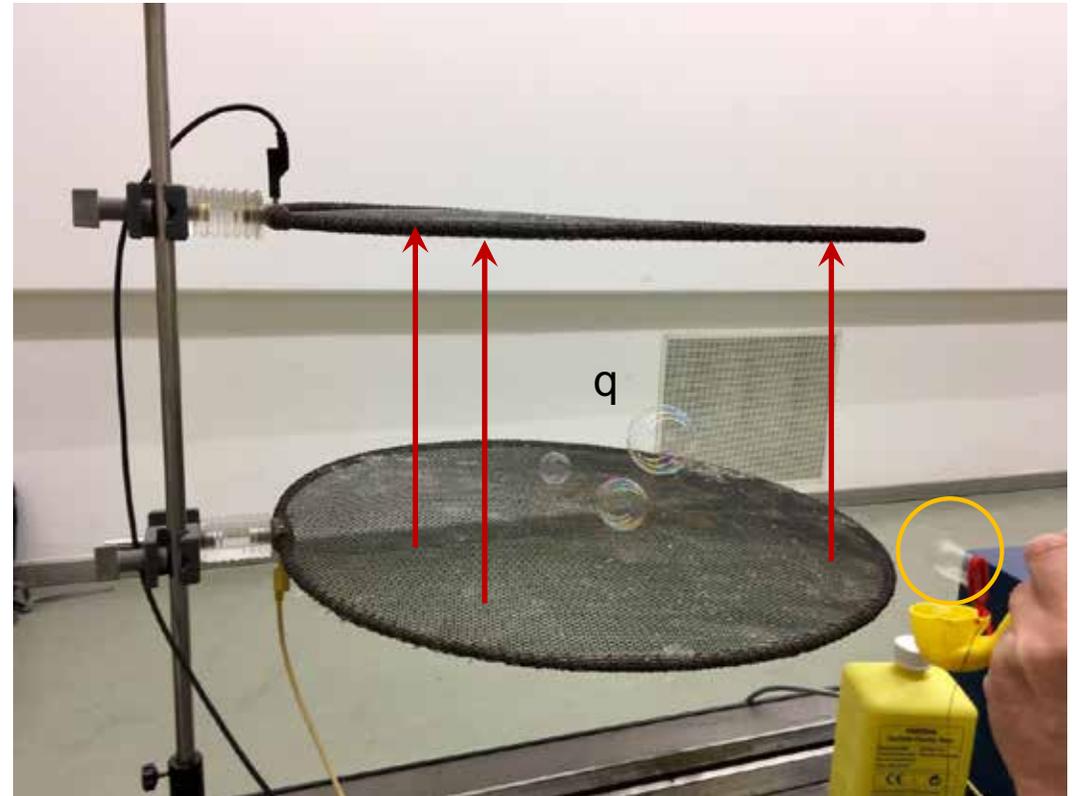
■ Seifenblasen in einem homogenen elektrischen Feld (s. Ex-Phys 2)

- Kräftebetrachtung einer „schwebenden“ Seifenblase



Doktorand Harvey Fletcher hatte die wichtige Idee, für das Millikan-Experiment Öltropfen zu verwenden

Q:Wikipedia



■ Experimenteller Beweis der Ladungsquantisierung

- 1909: Millikan & Flechter beobachten fallende Öltröpfchen zwischen horizontalen Metall-Elektroden (mit & ohne E-Feld)

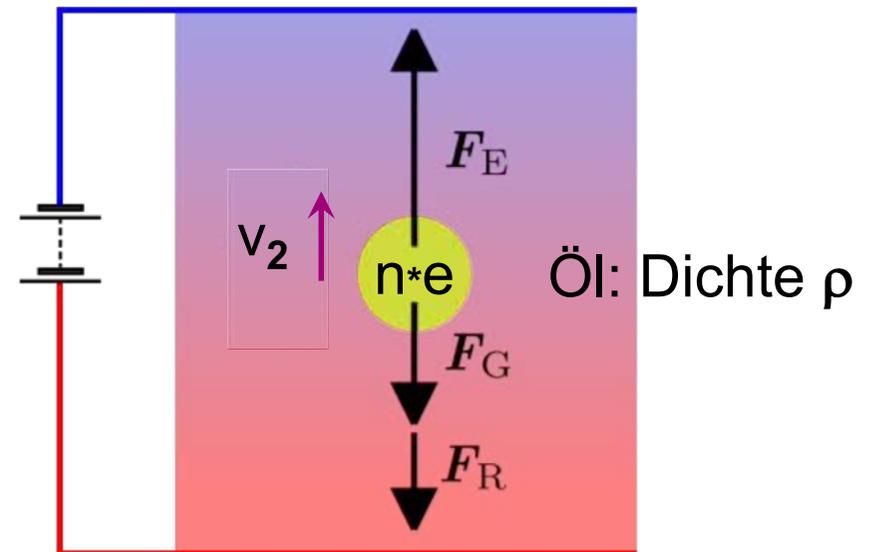
- Kräftebetrachtung eines „schwebenden“ **Öl-Tröpfchens mit Größe a**, dabei i.a. Umpolung des E-Feldes

Gravitation: $\vec{F}_G = mg = \frac{4}{3} \pi \cdot a^3 \cdot \rho \cdot g$

Reibung: $\vec{F}_{R,Stokes} = 6\pi \cdot \eta \cdot a \cdot v_2$

↑
Viskosität der Luft

elektrisches Feld: $\vec{F}_E = n \cdot e \cdot \vec{E}$



<https://www.schoett-web.de/physik/elektrizitaet/1/index.html>

Elementarladung: Millikan – Versuch

■ Experimenteller Beweis der Ladungsquantisierung

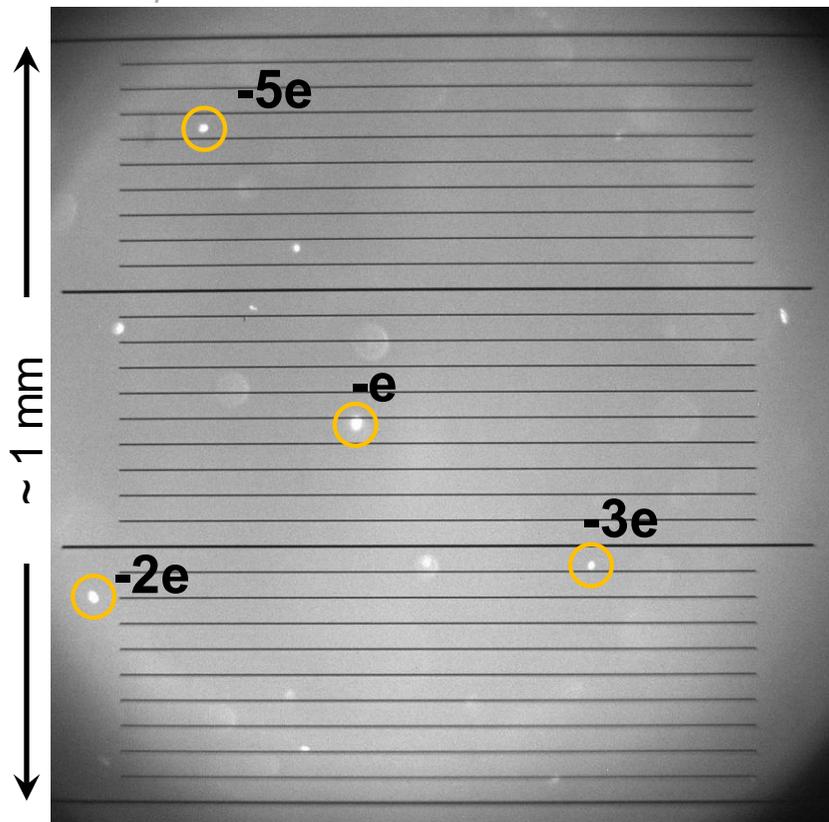
- Bestimmung der Tröpfchengröße a aus Fall-/Steig-Geschwindigkeiten

■ heutiger Wert für Elementarladung

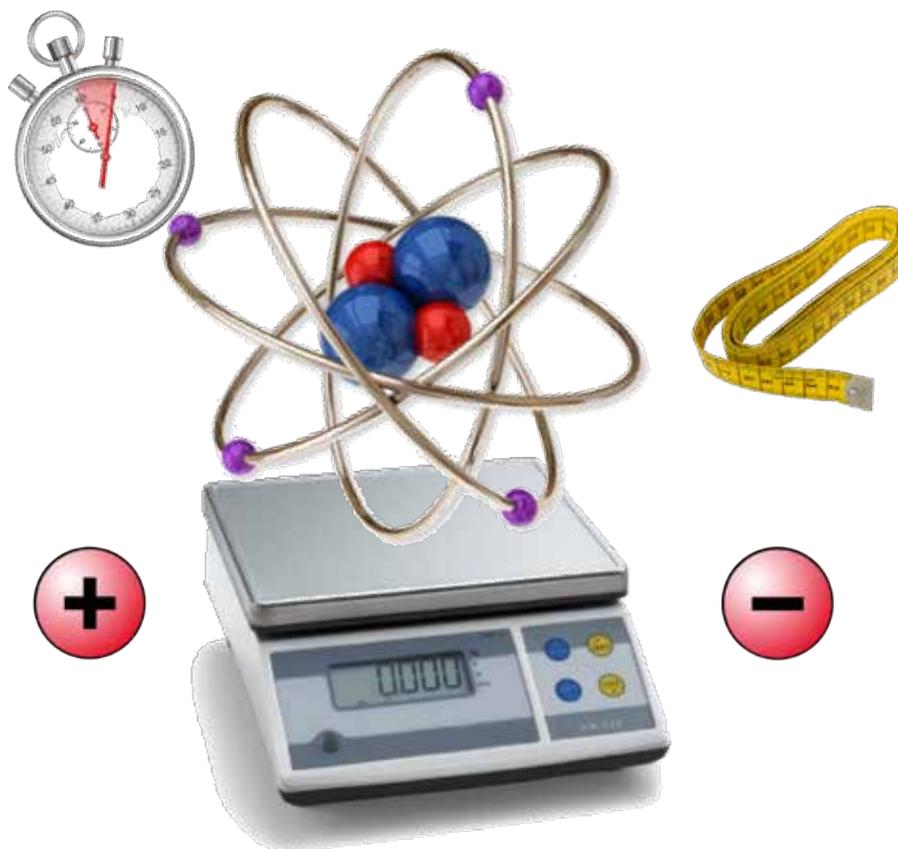
$$e = 1,602\,176\,6208(98) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

■ 1913: Millikan publiziert Resultate

Q:Wikipedia



Öltröpfchen in der Dunkelfeldmethode



2.1 EINHEITEN IN DER ATOMPHYSIK

Atome & Kerne – Größenskalen

Größenskalen in der Atom-, Kern- & Teilchenphysik

PROTONEN SIND 100000x KLEINER
ALS ATOME (1911)

Atomkern : Atomhülle

= Knopf : Innenstadt
Karlsruhe



In Wirklichkeit
gibt es nur Atome
und das Leere



QUARKS, LEPTONEN SIND MIND. 10000x KLEINER
ALS PROTONEN (1998)

Elektron, Quark : Atomhülle

< Knopf : Erde



Überblick über atomare Skalen

■ Atomphysik: typische/charakteristische Skala von

- ⇒ Länge r
- ⇒ Zeit t
- ⇒ Masse m
- ⇒ Energie E
- ⇒ Ladung Q

SI-Einheiten

kg, m, s, J, ...

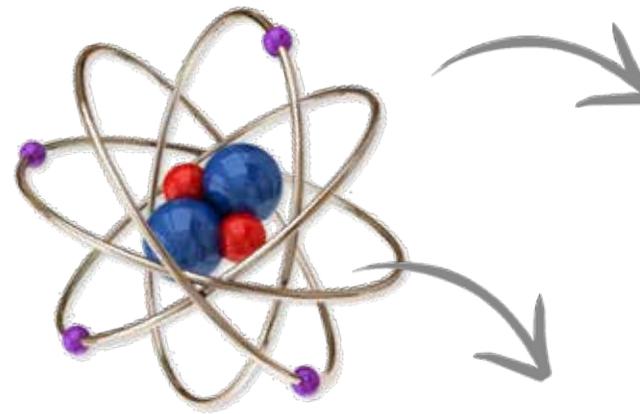
atomare Einheiten
(atomic units)

$u, a_0, a.t.u, E_h \dots$

$t = 10^{-15} \text{ s}$
atomare
Zeiteinheit
a.t.u.

$r = 10^{-10} \text{ m}$
Bohr-Radius a_0

$E = 10^{-19} \text{ J}$
Hartree-Energie E_h



$Q = 10^{-19} \text{ C}$
Elementarladung e

$m = 10^{-27} \text{ kg}$
atomare Massen-
Einheit u (Dalton)

Einheiten: die Planck-Konstante h

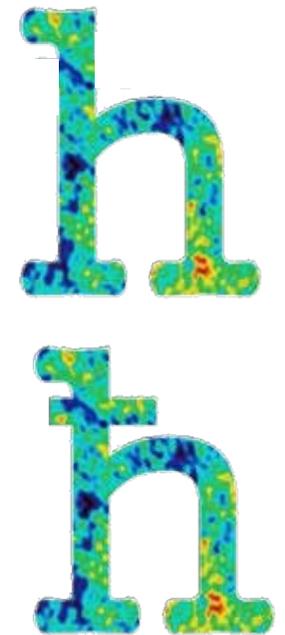
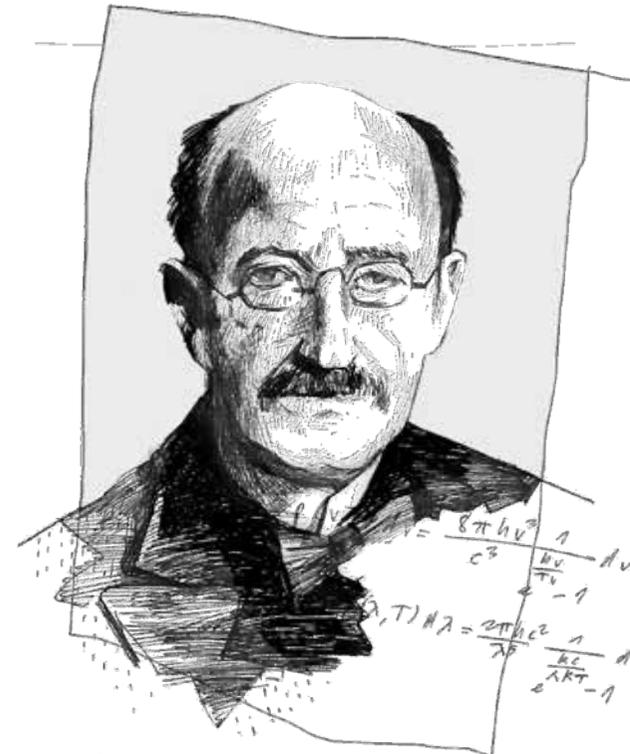
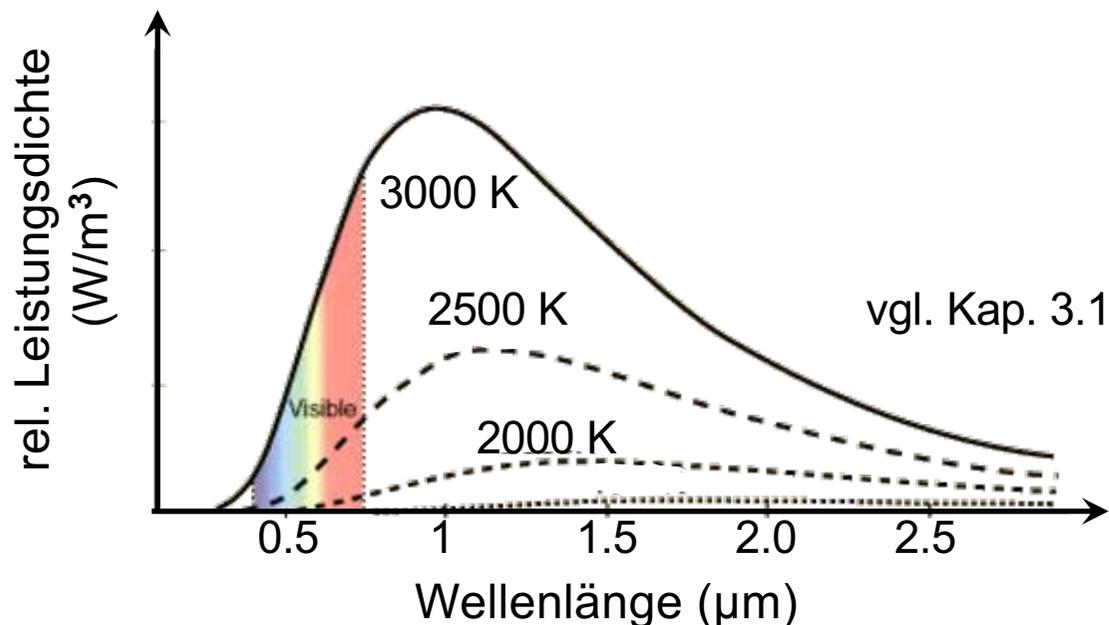
- h ist von fundamentaler Bedeutung für alle Quantenprozesse (geht in QM-Formeln ein)
- h ist die Basis der Definition des Kilogramms

h = Planck'sches Wirkungsquantum

= $6,262 \times 10^{-34}$ J s (Energie E & Frequenz f eines Photons $E = h \times f$)

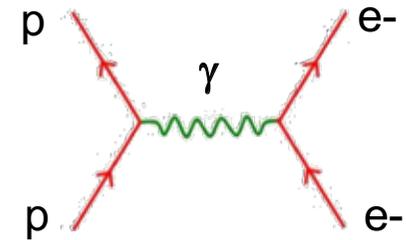
\hbar : = reduzierte Konstante mit $\hbar = h / 2 \pi$

= $1,055 \cdot 10^{-34}$ J s



Einheiten: die Sommerfeld-Konstante α

- α ist auch als **Feinstruktur-Konstante** bekannt
- = dimensionslose physikalische Konstante
- = **1/137**



α : charakterisiert die **Stärke der elektromagnetischen Wechselwirkung** zwischen zwei geladenen Teilchen

$$\alpha = \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{\hbar}$$

elektr. Ladung ($e \cdot e$)

Quantenprozess

Permittivität des Vakuums
(„Durchlässigkeit“ für elektr. Feld)

Aktueller CODATA Wert:

$$\alpha^{-1} = 137.035\,999\,084(21)$$

aus: magnet. Moment des Elektrons



α

A. Sommerfeld 1916

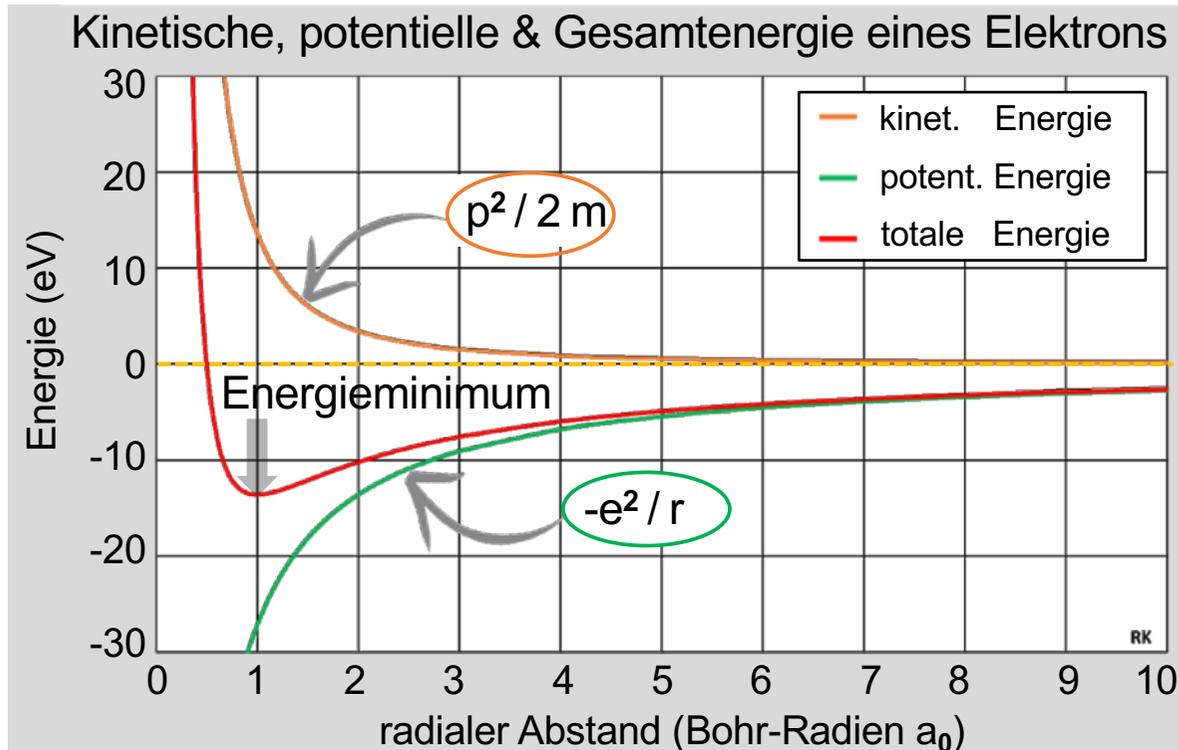
Einheiten: atomare Längenskalen

atomare Längenskala a_0

■ charakteristische Längenskala a_0 von atomaren Prozessen:

$$a_0: \text{Bohrscher Radius} = 52,92 \text{ pm} = 0,5292 \text{ \AA} \quad [1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}]$$

Q: Wikipedia



- detaillierte Betrachtung zum
Bohrschen Radius a_0
in Kap. 4

Bohrsches Atommodell



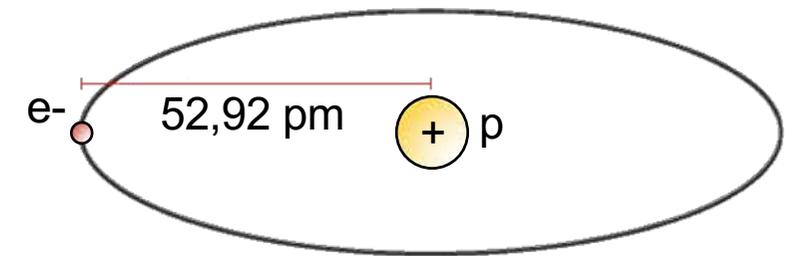
atomare Längenskala a_0

- charakteristische Längenskala a_0 von atomaren Prozessen:

$$a_0: \text{Bohrscher Radius} = 52,92 \text{ pm} = 0,5292 \text{ \AA} \quad [1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}]$$

Längenskala a_0 ergibt sich aus der **Kombination von Naturkonstanten**

$$a_0 = \frac{4\pi \varepsilon_0 \cdot \hbar^2}{m_e e^2} = 5,292 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$



$$m_e: \text{Elektronmasse} = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\ = 510998,928 \text{ eV}$$

$$\hbar: \text{Wirkungsquantum} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \\ = 6,582 \cdot 10^{-16} \text{ eV s}$$

$$e: \text{Elementarladung} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

H-Atom im Grundzustand
(Proton zunächst unendlich schwer)

Einheiten: Energie E

Energie E

■ Einheit: **Elektronvolt (eV)** $E = |q \cdot \Delta U|$

$E = 1 \text{ eV}$ entspricht der Energie eines Elektrons * ($|q| = e$)
nach dem Durchlaufen von $\Delta U = 1 \text{ V}$

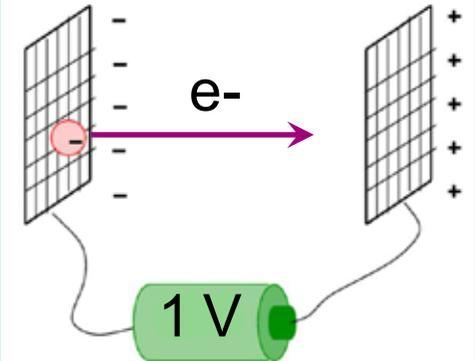
$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (\Rightarrow J ist makroskopische Größe)

$\approx 8066 \text{ cm}^{-1} \cdot hc$ [Wellenzahl $\tilde{\nu}$ in Kayser]

$\approx 2,41 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \cdot h$ [Frequenz f]

$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$

* Jedes Teilchen mit 1 e Ladung



Atomphysik

Kernphysik

(Astro-)Teilchenphysik

neV

μeV

meV

eV

keV

MeV

GeV

TeV

PeV

Energieskala

Einheiten: atomare Energie-Einheit

■ Typische Energie in der Atomphysik: Rydberg

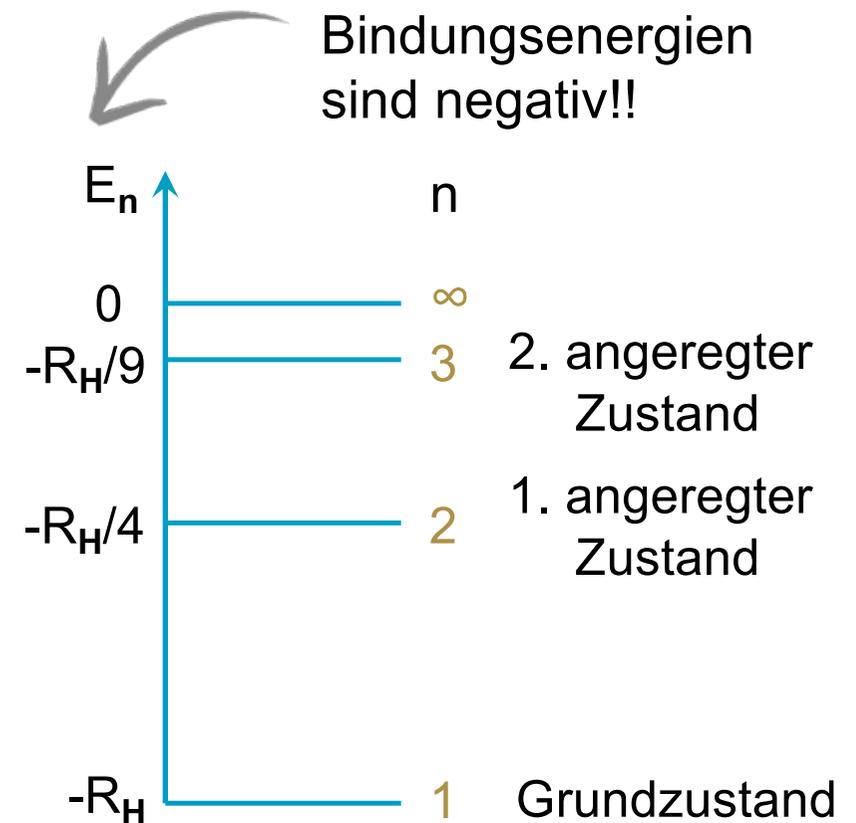
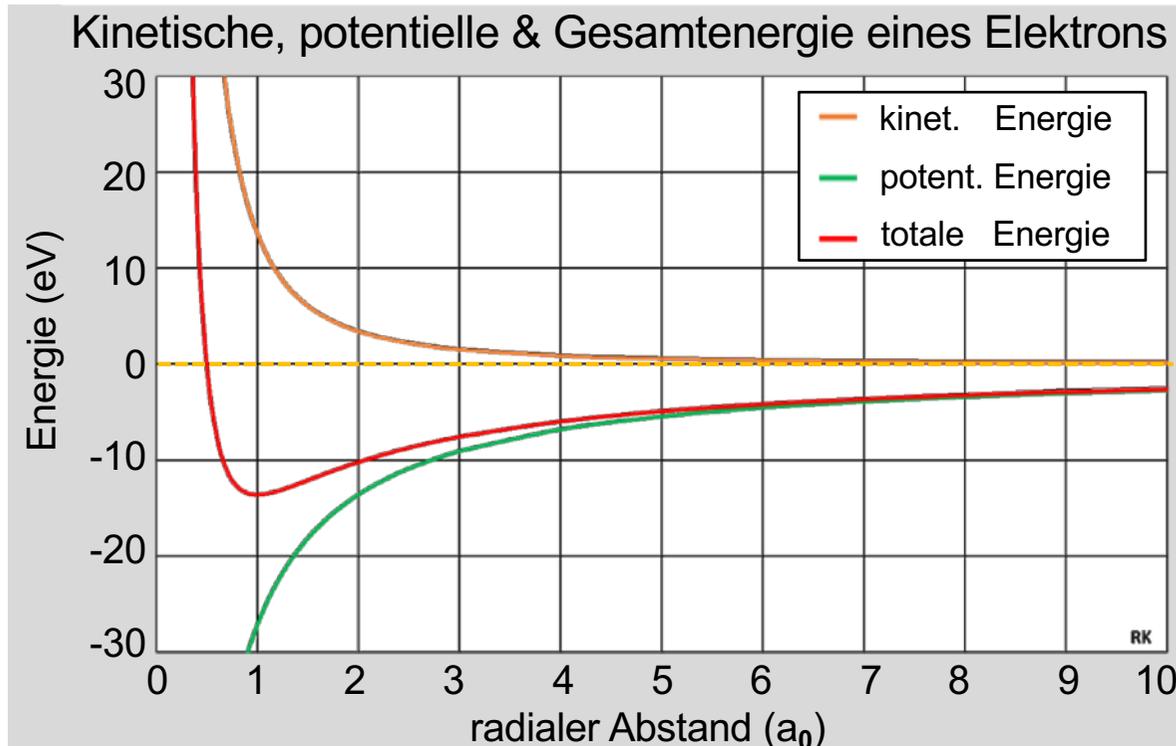
- 1 Rydberg = Ionisationspotenzial von Wasserstoff
- wichtig für Diskussion des H-Spektrums



Johannes Rydberg

$$R_H = \frac{\alpha^2 \cdot mc^2}{2} = 13,605 \text{ eV}$$

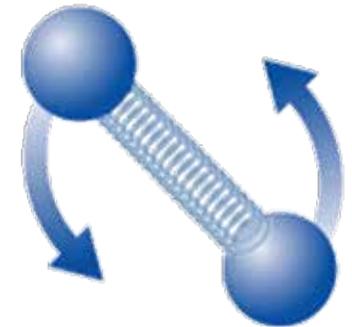
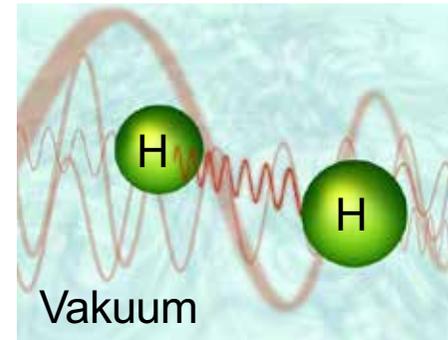
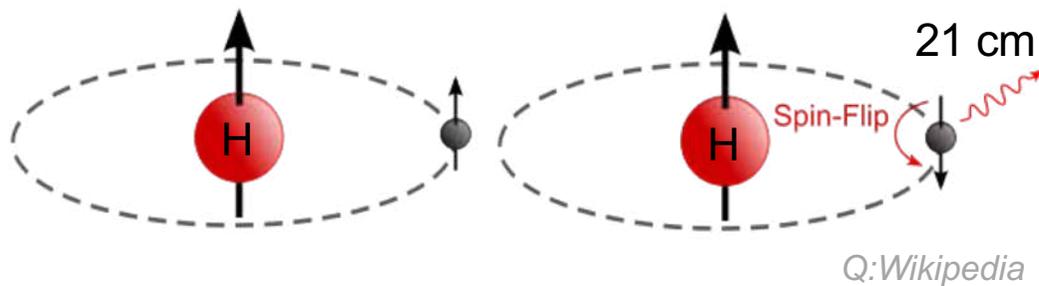
Q: Wikipedia



Einheiten: Energie (sub-eV Skala)

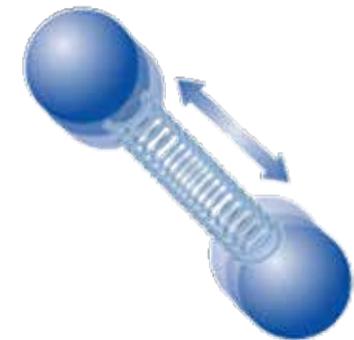
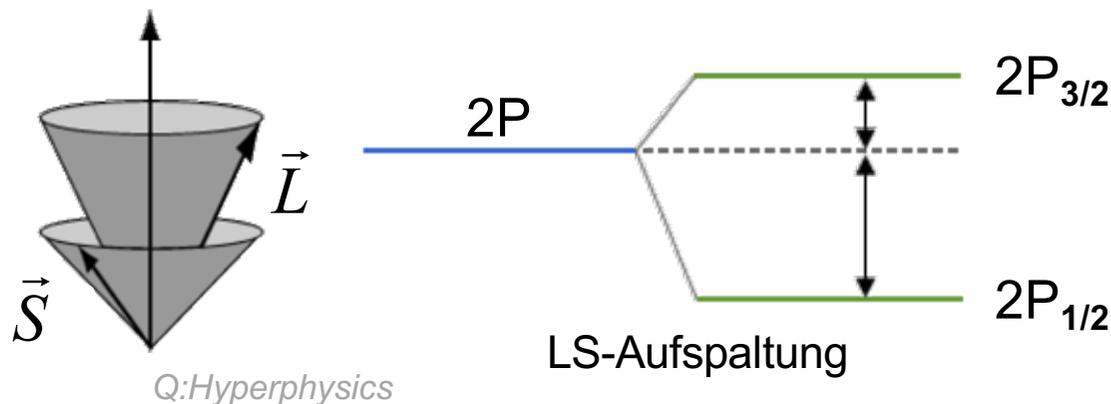
Energieskalen in Atom-, Molekül- und Kern-Physik

1 μeV 10^{-6} eV **H-Atom:** Hyperfeinstruktur, Lambshift, **Molekül:** Rotationspektren



Energieskalen in Atom-, Molekül- und Kern-Physik

1 meV 10^{-3} eV **mittelschwere Atome:** Feinstruktur, **Molekül:** Vibrationspektren



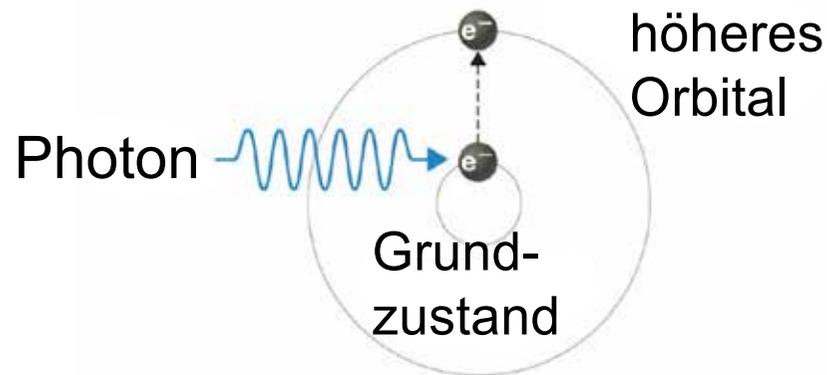
Einheiten: Energie (eV-Skala)

Energieskalen in Atom-, Molekül- und Kern-Physik

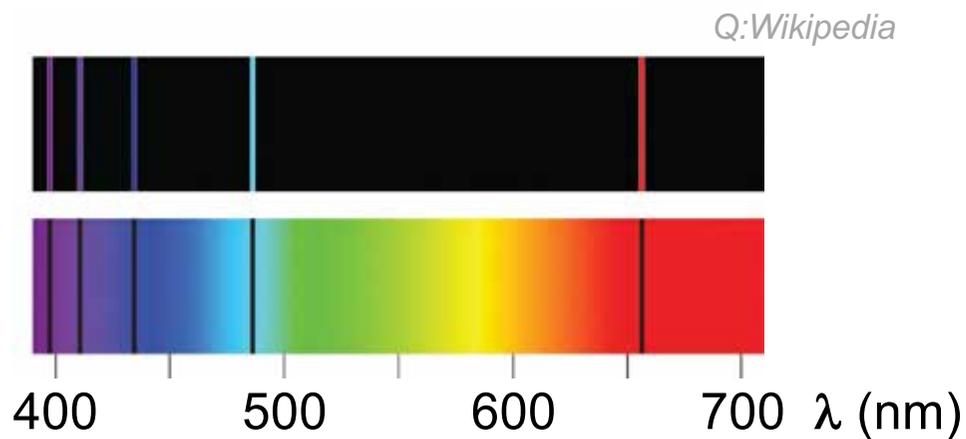
1 eV

1 eV

H-Atom: Spektrallinien, **Molekül:** elektronische Zustände



Na-Dampf Lampe

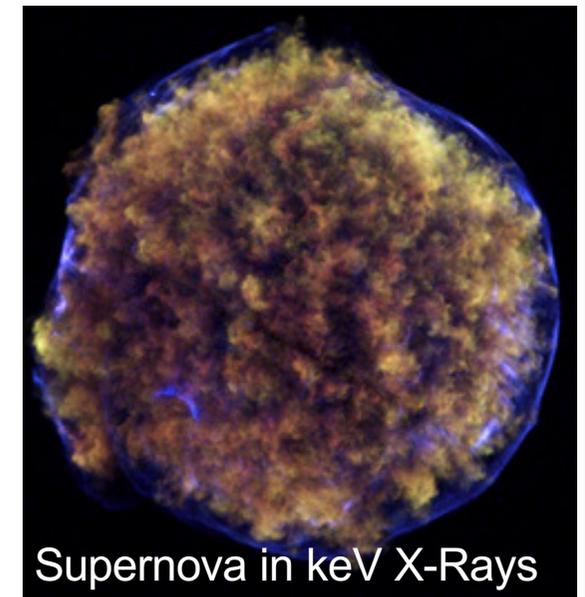
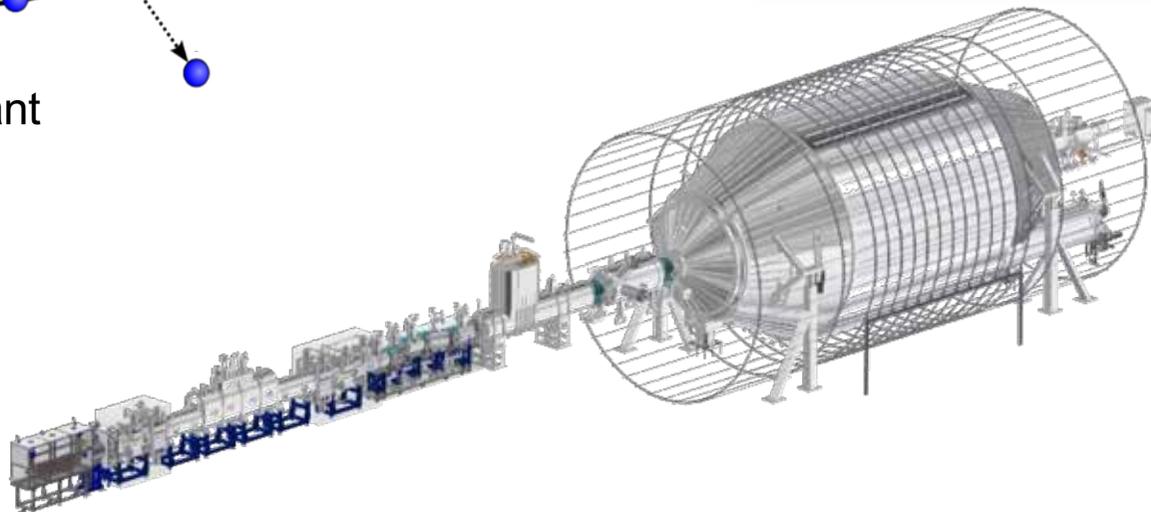
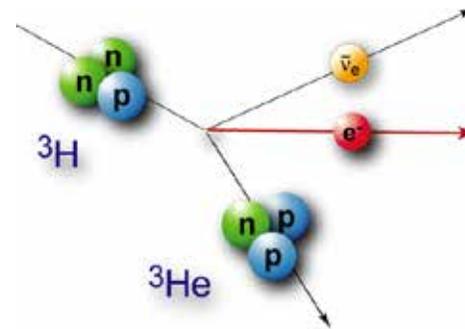
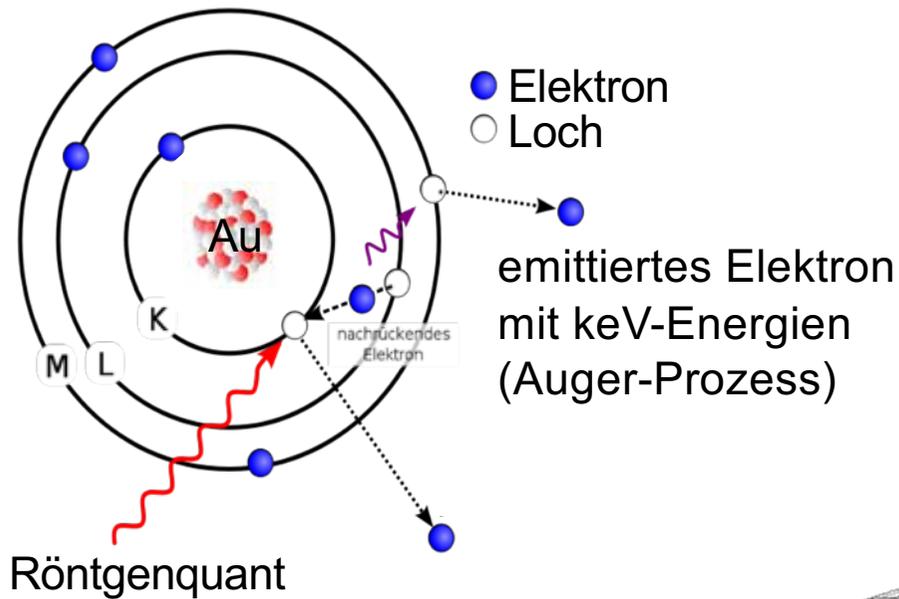


Emissions-/Absorptions- Spektrum H-Atom

Einheiten: Energie (keV-Skala)

Energieskalen in Atom-, Molekül- und Kern-Physik

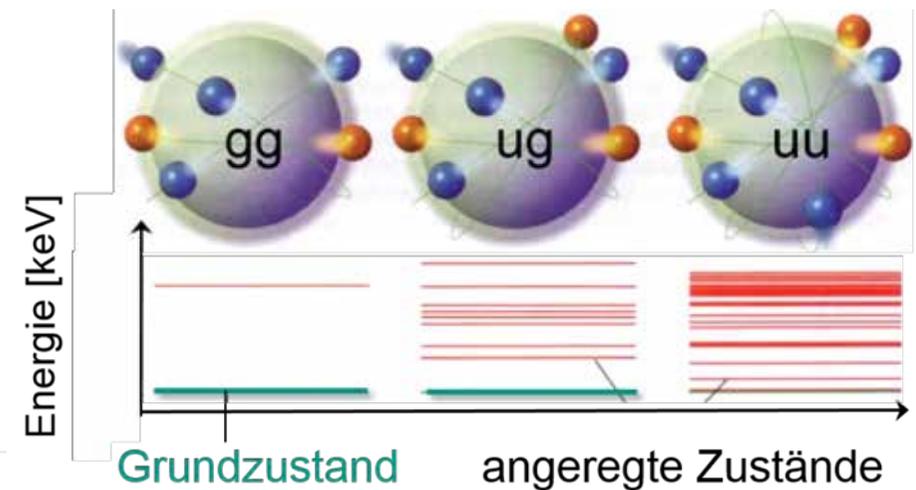
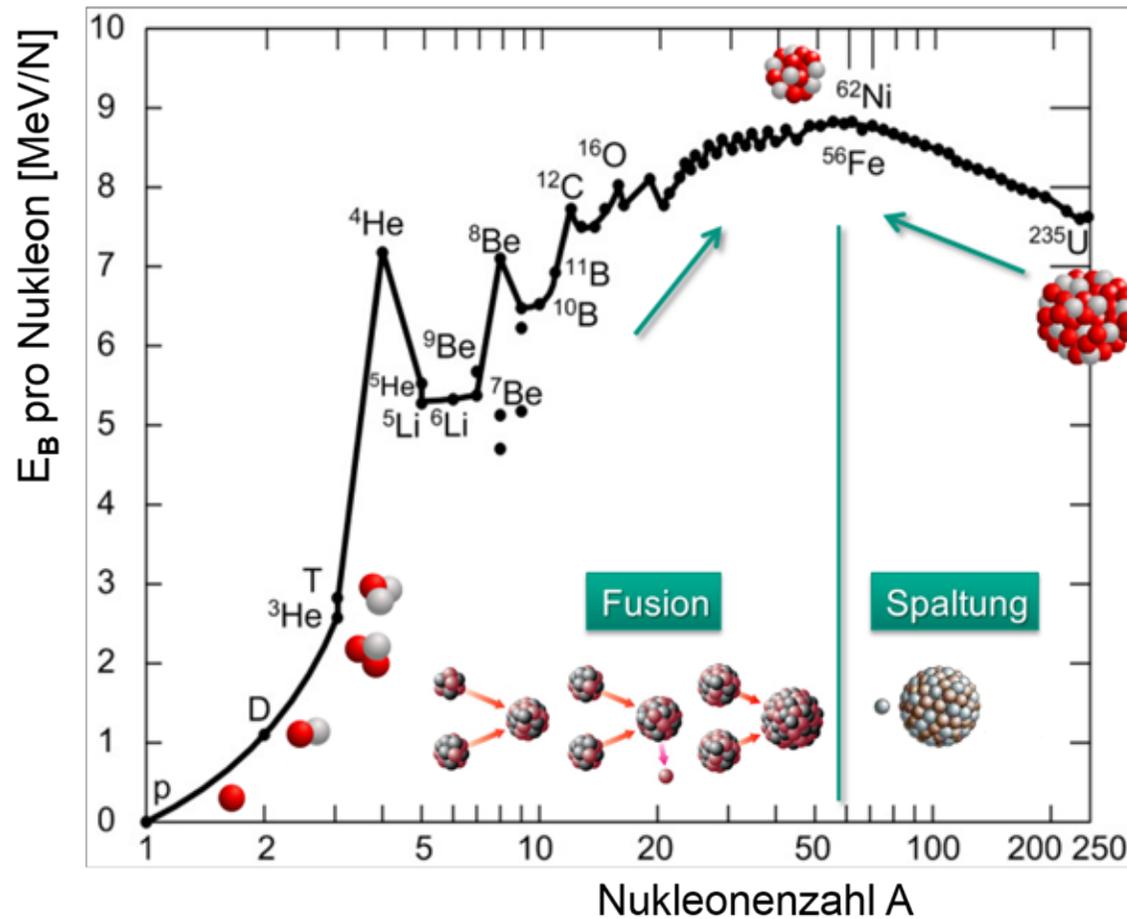
1 keV 10^3 eV schweres Atom: Bindungsenergie, β -Zerfall ^3H , Röntgenstrahlen



Einheiten: Energie (MeV-Skala)

Energieskalen in Atom-, Molekül- und Kern-Physik und Beispiele

1 MeV | 10^6 eV | Bindungsenergie Kerne, Kernanregungen, Gammastrahlen



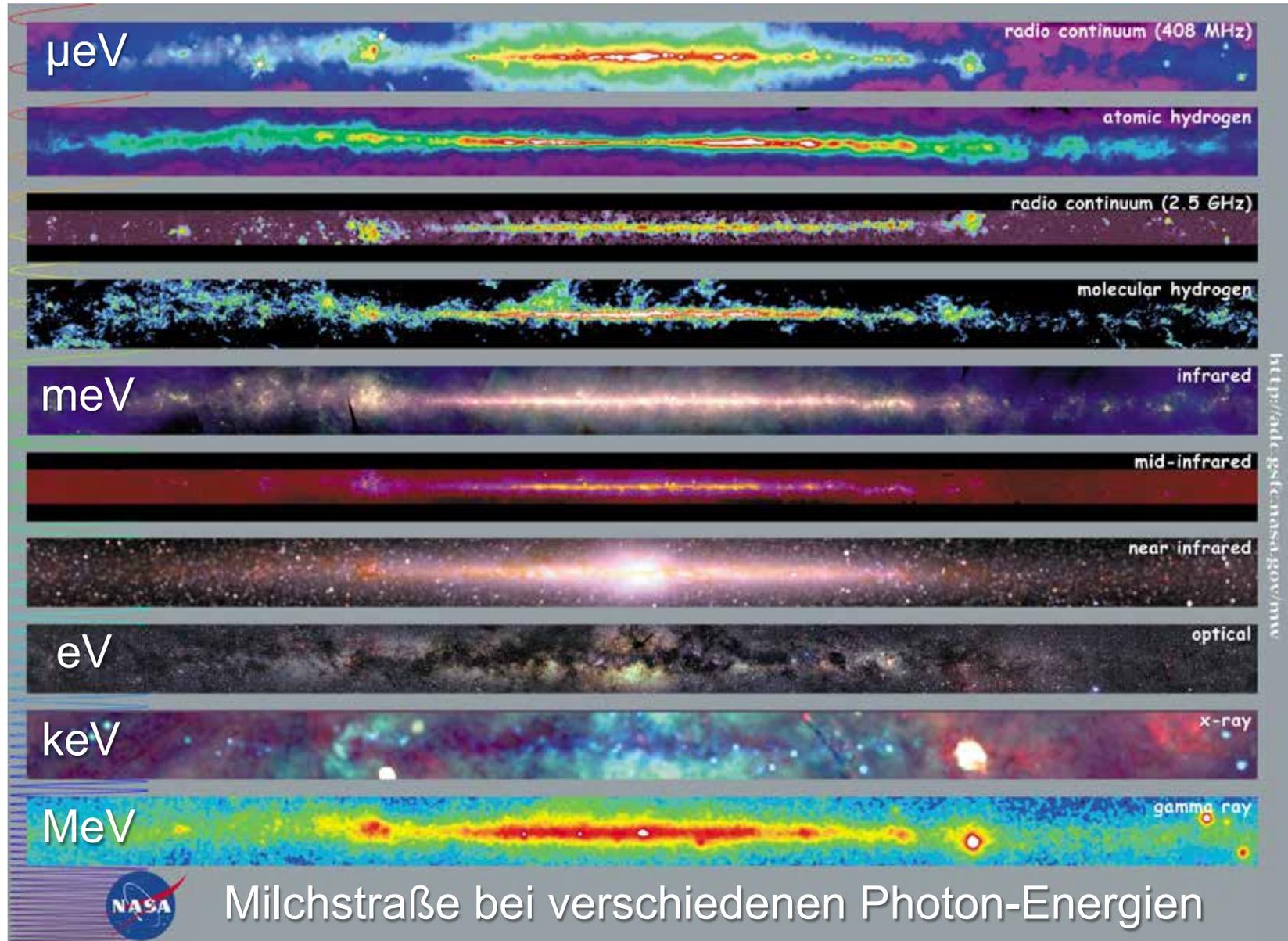
$E = hf$: Energie & Frequenz von Photonen



Energie E, Frequenz f

$E = 1,24 \text{ eV} / \lambda (\mu\text{m})$

$E = 4,14 \mu\text{eV} * f (\text{GHz})$



Milchstraße bei verschiedenen Photon-Energien

Q:NASA

Einheiten: Impuls p , Drehimpulse L

Impuls p Beispiel: Teilchenkollision (Beschleuniger)

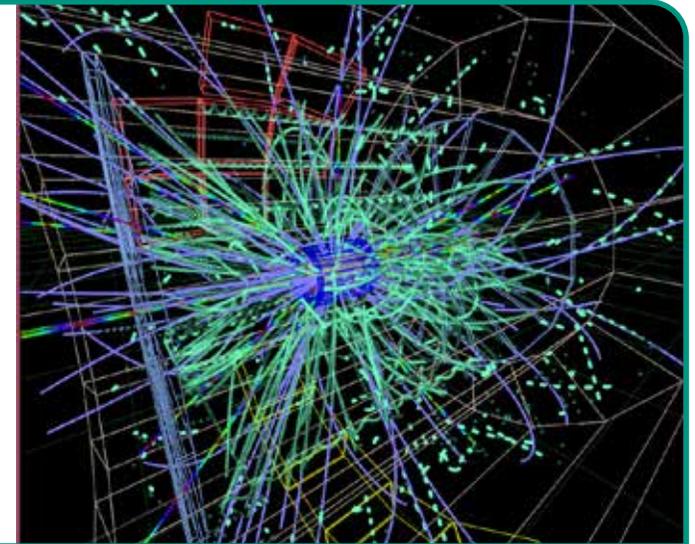
■ Einheit: **Elektronvolt/c (eV/c)**

$$1 \text{ eV/c} = 0,535 \cdot 10^{-27} \text{ kg m/s}$$

- vektorielle Größe $\vec{p} = (p_x, p_y, p_z) = (p_r, p_\theta, p_\phi)$

- relativistische Energie-Impuls Beziehung:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

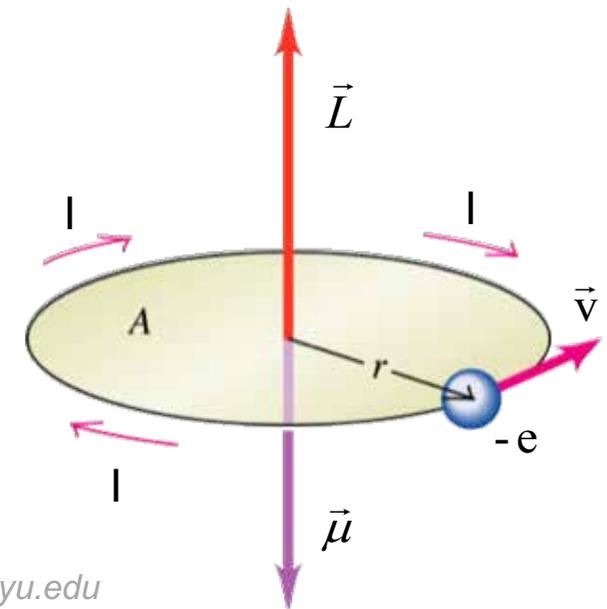


Drehimpuls L

■ **Drehimpulse** in der Atom- und Kernphysik sind **gequantelt!**

- axialvektorielle Größe $\vec{L} = (L_x, L_y, L_z)$

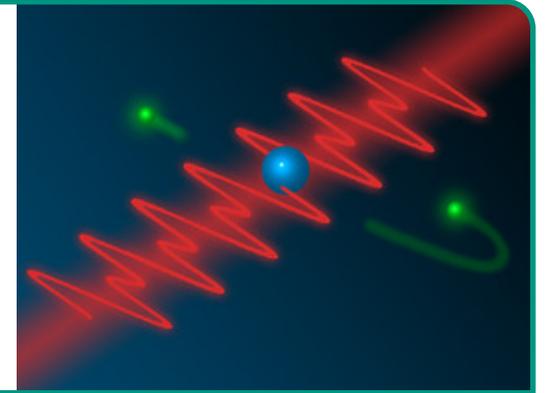
- magnetisches Moment $\vec{\mu}$



Q:ctaps.yu.edu

Atomare Zeitskala L

- charakteristische Zeitskala τ_0 von atomaren Prozessen:
1 atto-s = 1 as = 10^{-18} s
~ Orbitalperiode von inneren Elektronen um den Kern



- Zeitskala τ_0 ergibt sich aus der **Kombination von Naturkonstanten**

Dimensionsanalyse

$$\tau_0 = \frac{\hbar}{\alpha^2 \cdot m_e c^2} = 24,18 \text{ atto-s}$$

Planck Konstante = $6,582 \cdot 10^{-16} \text{ eV}\cdot\text{s}$

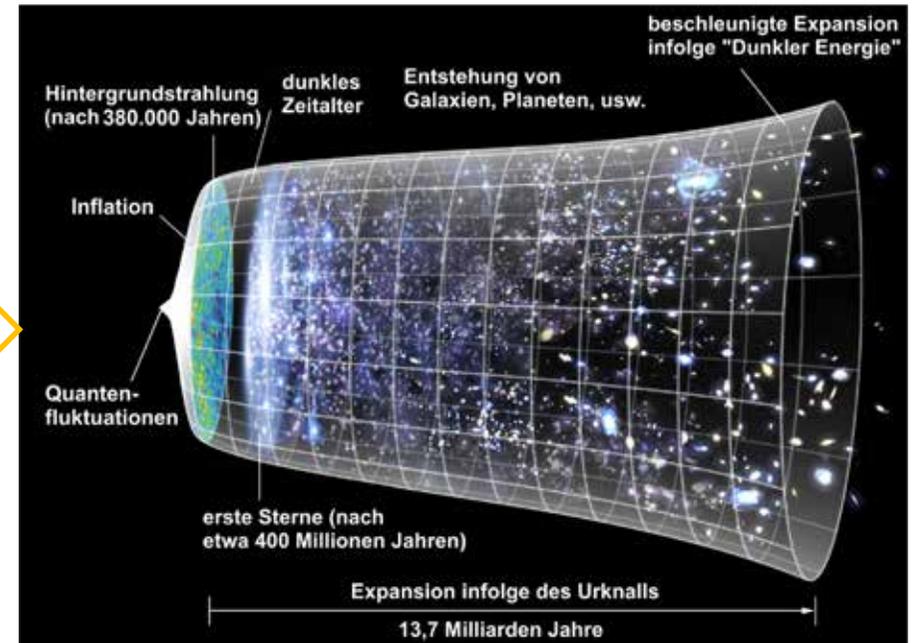
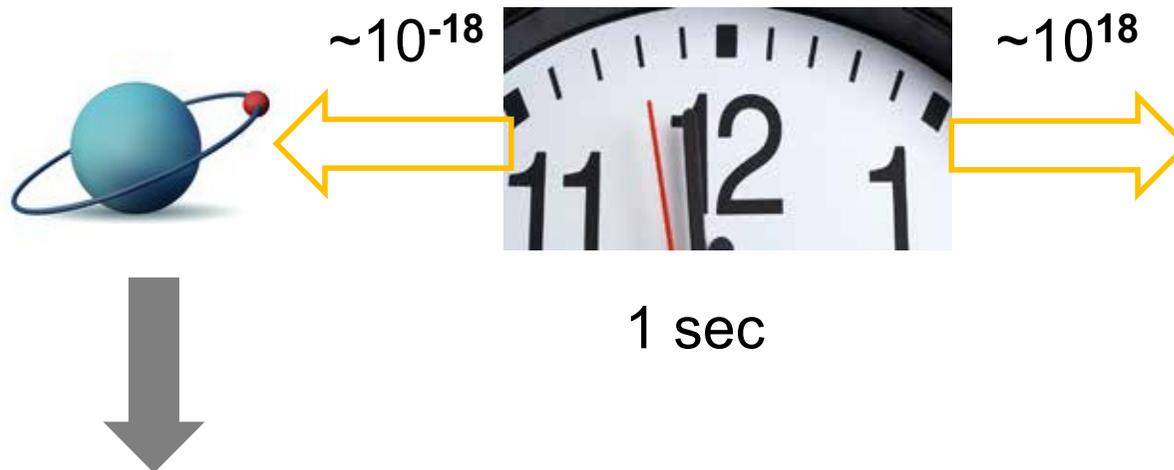
Hartree-Energie $E = 27,21 \text{ eV}$

- atomare Zeitskala τ_0 ist extrem kurz, da
 - kleiner Bohrscher Abstand $a_0 \sim 10^{-10} \text{ m}$
 - hohe Orbitalgeschwindigkeit $v_B \sim 0.01 c$

Einheiten: atomare Zeitskalen & Universum

- Verhältnis der atomaren Zeitskala τ_0 relativ zu 1 s ist extrem klein, vergleichbar mit Verhältnis 1 s relativ zum Alter des Universum

$$t_0 = 0,436 \cdot 10^{18} \text{ s}$$



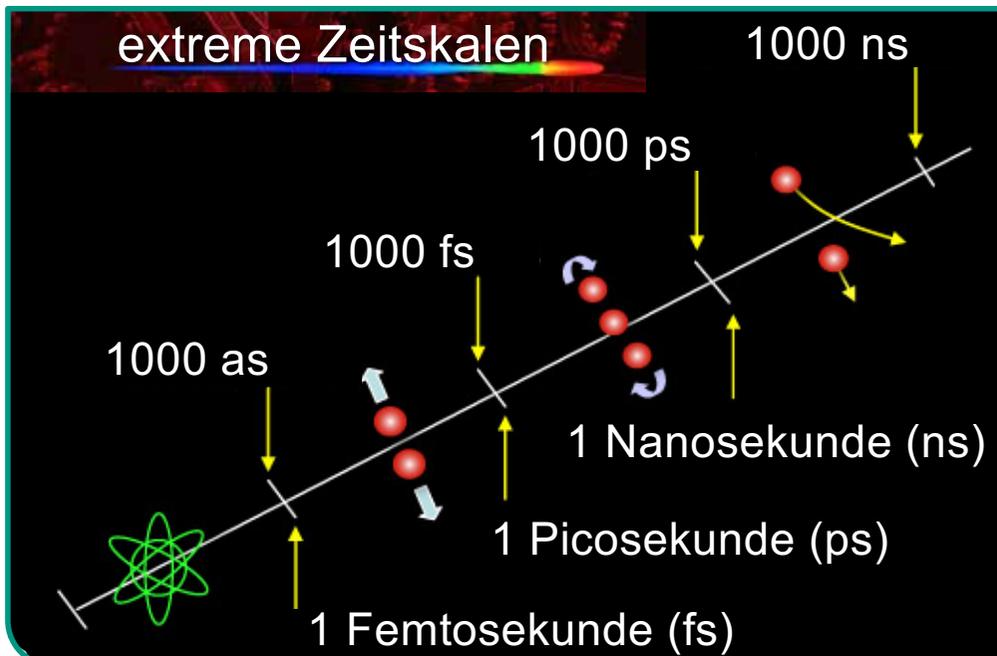
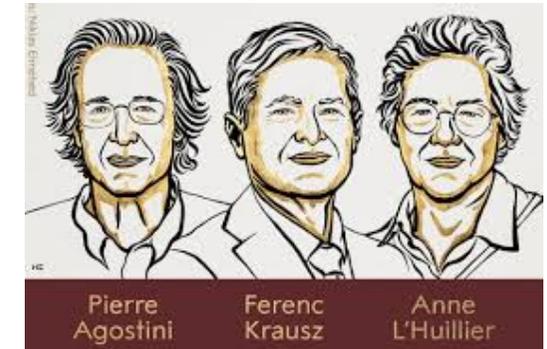
$$\tau_0 = \frac{16\pi^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \hbar^3}{m_e \cdot e^4} = 2,418 \cdot 10^{-17} \text{ s} = 24,18 \text{ atto-s}$$

Einheiten: atomare Zeitskalen

- Lichtlaufzeit durch ein H-Atom: 0.3 atto-s
 - kürzeste je gemessene Zeit [2010]: 12 atto-s
 - kürzester Laserpuls [2023]: 1 atto-s
- 1 as = 10^{-18} s

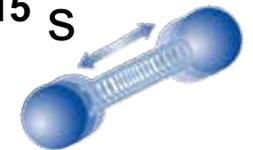


2023



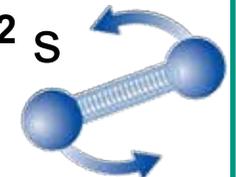
Femtosekunden: 1 fs = 10^{-15} s

Vibration von Molekülen



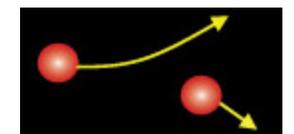
Picosekunden: 1 ps = 10^{-12} s

Rotation von Molekülen



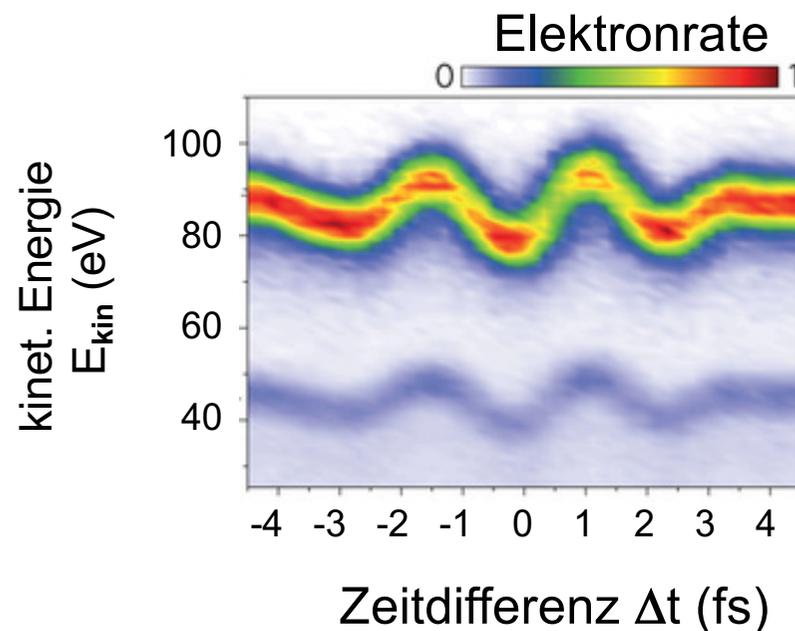
Nanosekunden: 1 ns = 10^{-9} s

chemische Reaktionen

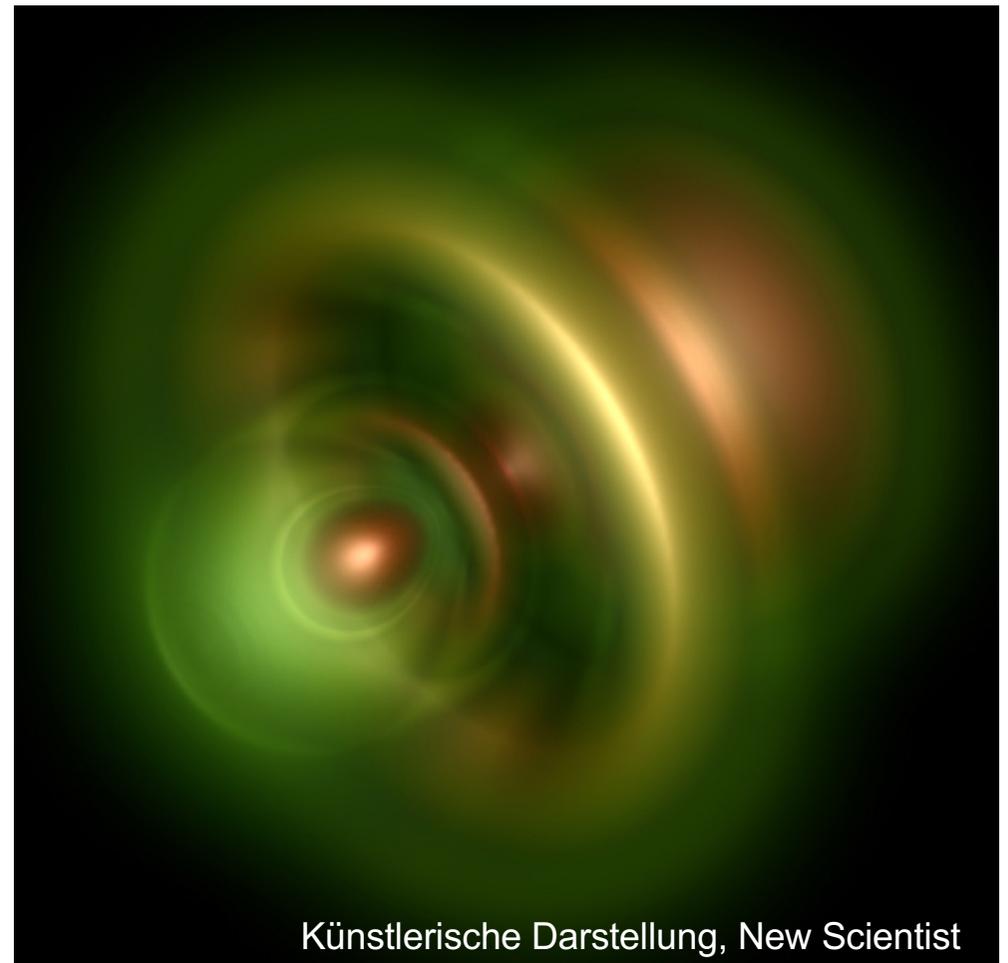


Einheiten: atomare Zeitskalen

- November 2016: Nachweis eines Elektrons, welches nach einer Anregung (photoelektrischer Effekt) ein He-Atom verlässt
 - **Gesamtdauer des atomaren Prozesses: 7-20 as**
 - weitere Elektronen können das Atom verlassen (Energie der Elektronen ist korreliert, s.u.)



Nature Physics 13 (2017) 280-285



Einheiten: atomare Masseneinheiten

- **Atomare Masseneinheit, 1 u** = Masseneinheit für Atome (Isotope)
= **1/12 Masse des Kohlenstoff-Isotops ^{12}C**

1 u = 1/12 der Masse eines einzelnen, neutralen ^{12}C -Atoms im Grundzustand

[auch 1 Dalton, (1 Da)]

$$= 931,494\,061(21) \text{ MeV}/c^2$$

$$= 1,660\,538\,921(73) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

^{12}C -Kern: Nukleonenzahl = 12 (6 Protonen & 6 Neutronen)

^{12}C -Atom: Masse = 12,00000 u



■ Massen der Nukleonen und Elektronen

Proton $m(p) = 938,272 \text{ MeV}/c^2$

Neutron $m(n) = 939,565 \text{ MeV}/c^2$

Elektron $m(e) = 0,511 \text{ MeV}/c^2$

- Berücksichtigung der neg. Bindungsenergie (E_B)

Nukleonen im Kern: $\langle E_B \rangle \sim 7 \text{ MeV}/c^2$

Elektronen im Atom: $E_B \sim 10^{-5} - 10^{-2} \text{ MeV}/c^2$

1 atomare
Masseneinheit



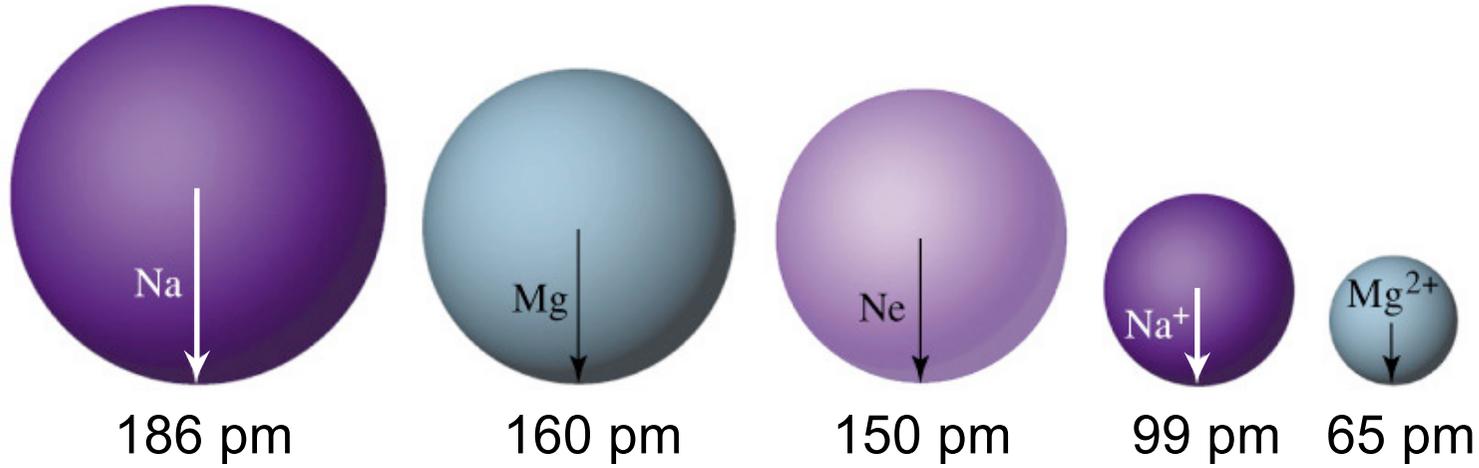
■ Umrechnungsfaktoren: E [Joule], m [kg], Wellenzahl [m^{-1}], Frequenz [Hz]

	J	kg	m^{-1}	Hz
1 J	$(1 \text{ J}) = 1 \text{ J}$	$(1 \text{ J})/c^2 = 1.112\,650\,056 \dots \times 10^{-17} \text{ kg}$	$(1 \text{ J})/hc = 5.034\,117\,01(22) \times 10^{24} \text{ m}^{-1}$	$(1 \text{ J})/h = 1.509\,190\,311(67) \times 10^{33} \text{ Hz}$
1 kg	$(1 \text{ kg})c^2 = 8.987\,551\,787 \dots \times 10^{16} \text{ J}$	$(1 \text{ kg}) = 1 \text{ kg}$	$(1 \text{ kg})c/h = 4.524\,438\,73(20) \times 10^{41} \text{ m}^{-1}$	$(1 \text{ kg})c^2/h = 1.356\,392\,608(60) \times 10^{50} \text{ Hz}$
1 m^{-1}	$(1 \text{ m}^{-1})hc = 1.986\,445\,684(88) \times 10^{-25} \text{ J}$	$(1 \text{ m}^{-1})h/c = 2.210\,218\,902(98) \times 10^{-42} \text{ kg}$	$(1 \text{ m}^{-1}) = 1 \text{ m}^{-1}$	$(1 \text{ m}^{-1})c = 299\,792\,458 \text{ Hz}$
1 Hz	$(1 \text{ Hz})h = 6.626\,069\,57(29) \times 10^{-34} \text{ J}$	$(1 \text{ Hz})h/c^2 = 7.372\,496\,68(33) \times 10^{-51} \text{ kg}$	$(1 \text{ Hz})/c = 3.335\,640\,951 \dots \times 10^{-9} \text{ m}^{-1}$	$(1 \text{ Hz}) = 1 \text{ Hz}$
1 K	$(1 \text{ K})k = 1.380\,6488(13) \times 10^{-23} \text{ J}$	$(1 \text{ K})k/c^2 = 1.536\,1790(14) \times 10^{-40} \text{ kg}$	$(1 \text{ K})k/hc = 69.503\,476(63) \text{ m}^{-1}$	$(1 \text{ K})k/h = 2.083\,6618(19) \times 10^{10} \text{ Hz}$
1 eV	$(1 \text{ eV}) = 1.602\,176\,565(35) \times 10^{-19} \text{ J}$	$(1 \text{ eV})/c^2 = 1.782\,661\,845(39) \times 10^{-36} \text{ kg}$	$(1 \text{ eV})/hc = 8.065\,544\,29(18) \times 10^5 \text{ m}^{-1}$	$(1 \text{ eV})/h = 2.417\,989\,348(53) \times 10^{14} \text{ Hz}$
1 u	$(1 \text{ u})c^2 = 1.492\,417\,954(66) \times 10^{-10} \text{ J}$	$(1 \text{ u}) = 1.660\,538\,921(73) \times 10^{-27} \text{ kg}$	$(1 \text{ u})c/h = 7.513\,006\,6042(53) \times 10^{14} \text{ m}^{-1}$	$(1 \text{ u})c^2/h = 2.252\,342\,7168(16) \times 10^{23} \text{ Hz}$
1 E_h	$(1 E_h) = 4.359\,744\,34(19) \times 10^{-18} \text{ J}$	$(1 E_h)/c^2 = 4.850\,869\,79(21) \times 10^{-35} \text{ kg}$	$(1 E_h)/hc = 2.194\,746\,313\,708(11) \times 10^7 \text{ m}^{-1}$	$(1 E_h)/h = 6.579\,683\,920\,729(33) \times 10^{15} \text{ Hz}$

The values of some energy equivalents derived from the relations $E = mc^2 = hc/\lambda = h\nu = kT$, and based on the 2010 CODATA adjustment of the values of the constants; $1 \text{ eV} = (e/C) \text{ J}$, $1 \text{ u} = m_u = \frac{1}{12}m(^{12}\text{C}) = 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}/N_A$, and $E_h = 2R_\infty hc = \alpha^2 m_e c^2$ is the Hartree energy (hartree).

Atomphysik – Größenskalen

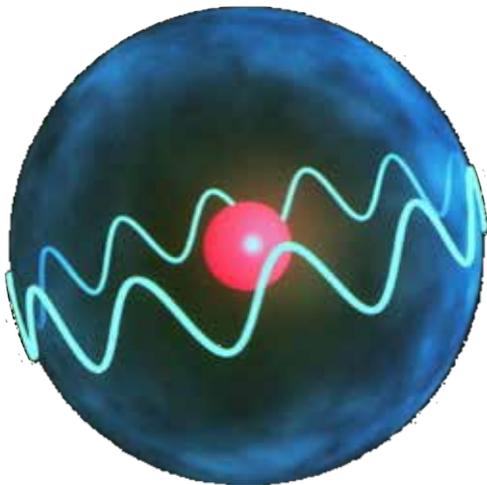
■ Atome: typische Größe $r \sim 100 \text{ pm} = 1 \text{ \AA}$ [$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$]



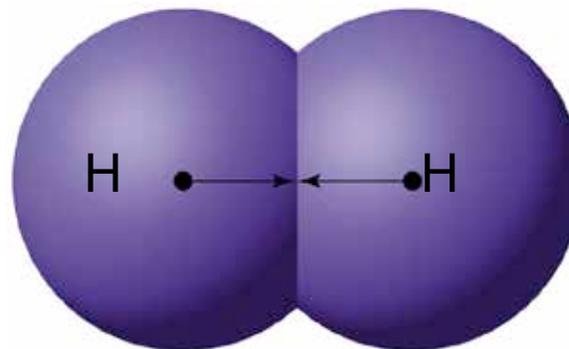
Q:Wikipedia

[$1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$]

„Rand“ eines H-Atoms?



Ausdehnung von Molekülen (H_2)



Intra-nuklearer Abstand: 266 pm



Anders
Jonas
Ångström

CODATA RECOMMENDED VALUES OF THE FUNDAMENTAL PHYSICAL CONSTANTS: 2018

NIST SP 961 (May 2019)

An extensive list of constants is available on the NIST Physics Laboratory Web site physics.nist.gov/constants. For numerical values a number in parentheses, if present, is the one-standard-deviation uncertainty in the last two digits. For units with square brackets the full descriptions of m^{-1} and m are cycles per meter and meter per cycle, respectively. For the first radiation constant the full description of m^2 is m^{-2} (m/cycle)⁴.

Quantity	Symbol	Numerical value	Unit	Quantity	Symbol	Numerical value	Unit
speed of light in vacuum	c	299 792 458 (exact)	$m\ s^{-1}$	muon g -factor $-2(1 + a_\mu)$	g_μ	$-2.002\ 331\ 8418(13)$	
Newtonian constant of gravitation	G	$6.674\ 30(15) \times 10^{-11}$	$m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$	muon-proton magnetic moment ratio	μ_μ/μ_p	$-3.183\ 345\ 142(71)$	
Planck constant	h	$6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$ (exact)	$J\ Hz^{-1}$	proton mass	m_p	$1.672\ 621\ 923\ 69(51) \times 10^{-27}$	kg
in eV s		$4.135\ 667\ 696 \dots \times 10^{-15}$	$eV\ Hz^{-1}$	in u		$1.007\ 276\ 466\ 621(53)$	u
in eV s	\hbar	$1.054\ 571\ 817 \dots \times 10^{-34}$	J s	energy equivalent in MeV	$m_p c^2$	$938.272\ 088\ 16(29)$	MeV
elementary charge	e	$1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$ (exact)	eV s	proton-electron mass ratio	m_p/m_e	$1836.152\ 673\ 43(11)$	
vacuum magnetic permeability $4\pi\alpha\hbar/c^2\epsilon_0$	μ_0	$1.256\ 637\ 062\ 12(19) \times 10^{-6}$	$N\ A^{-2}$	proton magnetic moment	μ_p	$1.410\ 606\ 797\ 36(60) \times 10^{-26}$	$J\ T^{-1}$
$\mu_0/(4\pi \times 10^{-7})$		$1.000\ 000\ 000\ 55(15)$	$N\ A^{-2}$	to nuclear magneton ratio	μ_p/μ_N	$2.792\ 847\ 344\ 63(82)$	
vacuum electric permittivity $1/\mu_0 c^2$	ϵ_0	$8.854\ 187\ 8128(13) \times 10^{-12}$	$F\ m^{-1}$	proton magnetic shielding correction $1 - \mu'_p/\mu_p$	σ'_p	$2.5689(11) \times 10^{-5}$	
Josephson constant $2e/h$	K_J	$483\ 597.848\ 4 \dots \times 10^9$	$Hz\ V^{-1}$	(H ₂ O, sphere, 25 °C)			
von Klitzing constant $\mu_0 c/2\alpha = 2\pi\hbar/e^2$	R_K	$25\ 812.807\ 45 \dots$	Ω	proton gyromagnetic ratio $2\mu_p/\hbar$	γ_p	$2.675\ 221\ 8744(11) \times 10^8$	$s^{-1}\ T^{-1}$
magnetic flux quantum $2\pi\hbar/(2e)$	Φ_0	$2.067\ 833\ 848 \dots \times 10^{-15}$	Wb	shielded proton gyromagnetic ratio $2\mu'_p/\hbar$	γ'_p	$42.577\ 478\ 518(18)$	$MHz\ T^{-1}$
Bohr magneton $e\hbar/2m_e$	μ_B	$9.274\ 010\ 0783(28) \times 10^{-24}$	$J\ T^{-1}$	(H ₂ O, sphere, 25 °C)		$2.675\ 153\ 151(29) \times 10^8$	$s^{-1}\ T^{-1}$
in eV T ⁻¹		$5.788\ 381\ 8060(17) \times 10^{-5}$	$eV\ T^{-1}$			$42.576\ 384\ 74(46)$	$MHz\ T^{-1}$
nuclear magneton $e\hbar/2m_p$	μ_N	$5.050\ 783\ 7461(15) \times 10^{-27}$	$J\ T^{-1}$	neutron mass in u	m_n	$1.008\ 664\ 915\ 95(49)$	u
in eV T ⁻¹		$3.152\ 451\ 258\ 44(96) \times 10^{-8}$	$eV\ T^{-1}$	energy equivalent in MeV	$m_n c^2$	$939.565\ 420\ 52(54)$	MeV
fine-structure constant $e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$	α	$7.297\ 352\ 5693(11) \times 10^{-3}$		neutron-proton mass ratio	m_n/m_p	$1.001\ 378\ 419\ 31(49)$	
inverse fine-structure constant	α^{-1}	$137.035\ 999\ 084(21)$		neutron magnetic moment	μ_n	$-9.662\ 3651(23) \times 10^{-27}$	$J\ T^{-1}$
Rydberg frequency $\alpha^2 m_e c^2/2\hbar = E_h/2h$	cR_∞	$3.289\ 841\ 960\ 2508(64) \times 10^{15}$	Hz	to nuclear magneton ratio	μ_n/μ_N	$-1.913\ 042\ 73(45)$	
energy equivalent in eV		$13.605\ 693\ 122\ 994(26)$	eV	deuteron mass in u	m_d	$2.013\ 553\ 212\ 745(40)$	u
Rydberg constant	R_∞	$10\ 973\ 731.568\ 160(21)$	[m ⁻¹]	energy equivalent in MeV	$m_d c^2$	$1875.612\ 942\ 57(57)$	MeV
Bohr radius $\hbar/\alpha m_e c = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/m_e e^2$	a_0	$5.291\ 772\ 109\ 03(80) \times 10^{-11}$	m	deuteron-proton mass ratio	m_d/m_p	$1.999\ 007\ 501\ 39(11)$	
Hartree energy $\alpha^2 m_e c^2 = e^2/4\pi\epsilon_0 a_0 = 2(cR_\infty)\hbar$	E_h	$4.359\ 744\ 722\ 2071(85) \times 10^{-18}$	J	deuteron magnetic moment	μ_d	$4.330\ 735\ 094(11) \times 10^{-27}$	$J\ T^{-1}$
in eV		$27.211\ 386\ 245\ 988(53)$	eV	to nuclear magneton ratio	μ_d/μ_N	$0.857\ 438\ 2338(22)$	
electron mass	m_e	$9.109\ 383\ 7015(28) \times 10^{-31}$	kg	helium (³ He nucleus) mass in u	m_h	$3.014\ 932\ 247\ 175(97)$	u
in u		$5.485\ 799\ 090\ 65(16) \times 10^{-4}$	u	energy equivalent in MeV	$m_h c^2$	$2808.391\ 607\ 43(85)$	MeV
energy equivalent in MeV	$m_e c^2$	$0.510\ 998\ 950\ 00(15)$	MeV	shielded helium magnetic moment	μ'_h	$-1.074\ 553\ 090(13) \times 10^{-26}$	$J\ T^{-1}$
electron-muon mass ratio	m_e/m_μ	$4.836\ 331\ 69(11) \times 10^{-3}$		(gas, sphere, 25 °C)			
electron-proton mass ratio	m_e/m_p	$5.446\ 170\ 214\ 87(33) \times 10^{-4}$		to Bohr magneton ratio	μ'_h/μ_B	$-1.158\ 671\ 471(14) \times 10^{-3}$	
electron charge to mass quotient	$-e/m_e$	$-1.758\ 820\ 010\ 76(53) \times 10^{11}$	$C\ kg^{-1}$	to nuclear magneton ratio	μ'_h/μ_N	$-2.127\ 497\ 719(25)$	
reduced Compton wavelength $\hbar/m_e c = \alpha a_0$	λ_C	$3.861\ 592\ 6796(12) \times 10^{-13}$	m	alpha particle mass in u	m_α	$4.001\ 506\ 179\ 127(63)$	u
Compton wavelength	λ_C	$2.426\ 310\ 238\ 67(73) \times 10^{-12}$	[m]	energy equivalent in MeV	$m_\alpha c^2$	$3727.379\ 4066(11)$	MeV
classical electron radius $\alpha^2 a_0$	r_e	$2.817\ 940\ 3262(13) \times 10^{-15}$	m	Boltzmann constant	k	$1.380\ 649 \times 10^{-23}$ (exact)	$J\ K^{-1}$
Thomson cross section $(8\pi/3)r_e^2$	σ_e	$6.652\ 458\ 7321(60) \times 10^{-29}$	m ²	Avogadro constant	N_A	$6.022\ 140\ 76 \times 10^{23}$ (exact)	mol ⁻¹
electron magnetic moment	μ_e	$-9.284\ 764\ 7043(28) \times 10^{-24}$	$J\ T^{-1}$	atomic mass constant $\frac{1}{12}m(^{12}C) = 1\ u$	m_u	$1.660\ 539\ 066\ 60(50) \times 10^{-27}$	kg
to Bohr magneton ratio	μ_e/μ_B	$-1.001\ 159\ 652\ 181\ 28(18)$		energy equivalent in MeV	$m_u c^2$	$931.494\ 102\ 42(28)$	MeV
to nuclear magneton ratio	μ_e/μ_N	$-1838.281\ 971\ 88(11)$		Faraday constant $N_A e$	F	$96\ 485.332\ 12 \dots$	$C\ mol^{-1}$
electron magnetic moment anomaly $ \mu_e /\mu_B - 1$	a_e	$1.159\ 652\ 181\ 28(18) \times 10^{-3}$		molar gas constant $N_A k$	R	$8.314\ 462\ 618 \dots$	$J\ mol^{-1}\ K^{-1}$
electron g -factor $-2(1 + a_e)$	g_e	$-2.002\ 319\ 304\ 362\ 56(35)$		in eV K ⁻¹		$8.617\ 333\ 262 \dots \times 10^{-5}$	$eV\ K^{-1}$
electron-proton magnetic moment ratio	μ_e/μ_p	$-658.210\ 687\ 89(20)$		molar volume of ideal gas RT/p	V_m	$22.413\ 969\ 54 \dots \times 10^{-3}$	$m^3\ mol^{-1}$
muon mass in u	m_μ	$0.113\ 428\ 9259(25)$	u	($T = 273.15\ K, p = 101.325\ kPa$)			
energy equivalent in MeV	$m_\mu c^2$	$105.658\ 3755(23)$	MeV	Stefan-Boltzmann constant $\pi^2 k^4/60\hbar^3 c^2$	σ	$5.670\ 374\ 419 \dots \times 10^{-8}$	$W\ m^{-2}\ K^{-4}$
muon-electron mass ratio	m_μ/m_e	$206.768\ 2830(46)$		first radiation constant $2\pi\hbar c^2$	c_1	$3.741\ 771\ 852 \dots \times 10^{-16}$	[W m ²]
muon magnetic moment	μ_μ	$-4.490\ 448\ 30(10) \times 10^{-26}$	$J\ T^{-1}$	second radiation constant $\hbar c/k$	c_2	$1.438\ 776\ 877 \dots \times 10^{-2}$	[m K]
to Bohr magneton ratio	μ_μ/μ_B	$-4.841\ 970\ 47(11) \times 10^{-3}$		Wien displacement law constant			
to nuclear magneton ratio	μ_μ/μ_N	$-8.890\ 597\ 03(20)$		$b = \lambda_{max} T = c_2/4.965\ 114\ 231 \dots$	b	$2.897\ 771\ 955 \dots \times 10^{-3}$	[m K]
muon magnetic moment anomaly				$Cu\ x\ unit: \lambda(Cu\ K\alpha_1)/1\ 537.400$	$xu(Cu\ K\alpha_1)$	$1.002\ 076\ 97(28) \times 10^{-13}$	
$ \mu_\mu /(e\hbar/2m_\mu) - 1$	a_μ	$1.165\ 920\ 89(63) \times 10^{-3}$		$Mo\ x\ unit: \lambda(Mo\ K\alpha_1)/707.831$	$xu(Mo\ K\alpha_1)$	$1.002\ 099\ 52(53) \times 10^{-13}$	m

Energy equivalents

$[1\ m^{-1}]c = 299\ 792\ 458\ Hz$	$(1\ Hz)\hbar/k = 4.799\ 243\ 073 \dots \times 10^{-11}\ K$	$(1\ J) = 6.241\ 509\ 074 \dots \times 10^{18}\ eV$	$(1\ eV)/c^2 = 1.073\ 544\ 102\ 33(23) \times 10^{-9}\ u$
$[1\ m^{-1}]\hbar c/k = 1.438\ 776\ 877 \dots \times 10^{-2}\ K$	$(1\ Hz)\hbar = 4.135\ 667\ 696 \dots \times 10^{-15}\ eV$	$(1\ eV) = 1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19}\ J$	$(1\ kg) = 6.022\ 140\ 7621(18) \times 10^{26}\ u$
$[1\ m^{-1}]\hbar c = 1.239\ 841\ 984 \dots \times 10^{-6}\ eV$	$(1\ K)\hbar/k = 69.503\ 480\ 04 \dots [m^{-1}]$	$(1\ eV)/\hbar c = 8.065\ 543\ 937 \dots \times 10^5 [m^{-1}]$	$(1\ u) = 1.660\ 539\ 066\ 60(50) \times 10^{-27}\ kg$
$[1\ m^{-1}]\hbar/c = 1.331\ 025\ 050\ 10(40) \times 10^{-15}\ u$	$(1\ K)\hbar/h = 2.083\ 661\ 912 \dots \times 10^{10}\ Hz$	$(1\ eV)/h = 2.417\ 989\ 242 \dots \times 10^{14}\ Hz$	$(1\ u)c/h = 7.513\ 006\ 6104(23) \times 10^{14} [m^{-1}]$
$(1\ Hz)/c = 3.335\ 640\ 951 \dots \times 10^{-9} [m^{-1}]$	$(1\ K)k = 8.617\ 333\ 262 \dots \times 10^{-5}\ eV$	$(1\ eV)/k = 1.160\ 451\ 812 \dots \times 10^4\ K$	$(1\ u)c^2 = 9.314\ 941\ 0242(28) \times 10^8\ eV$