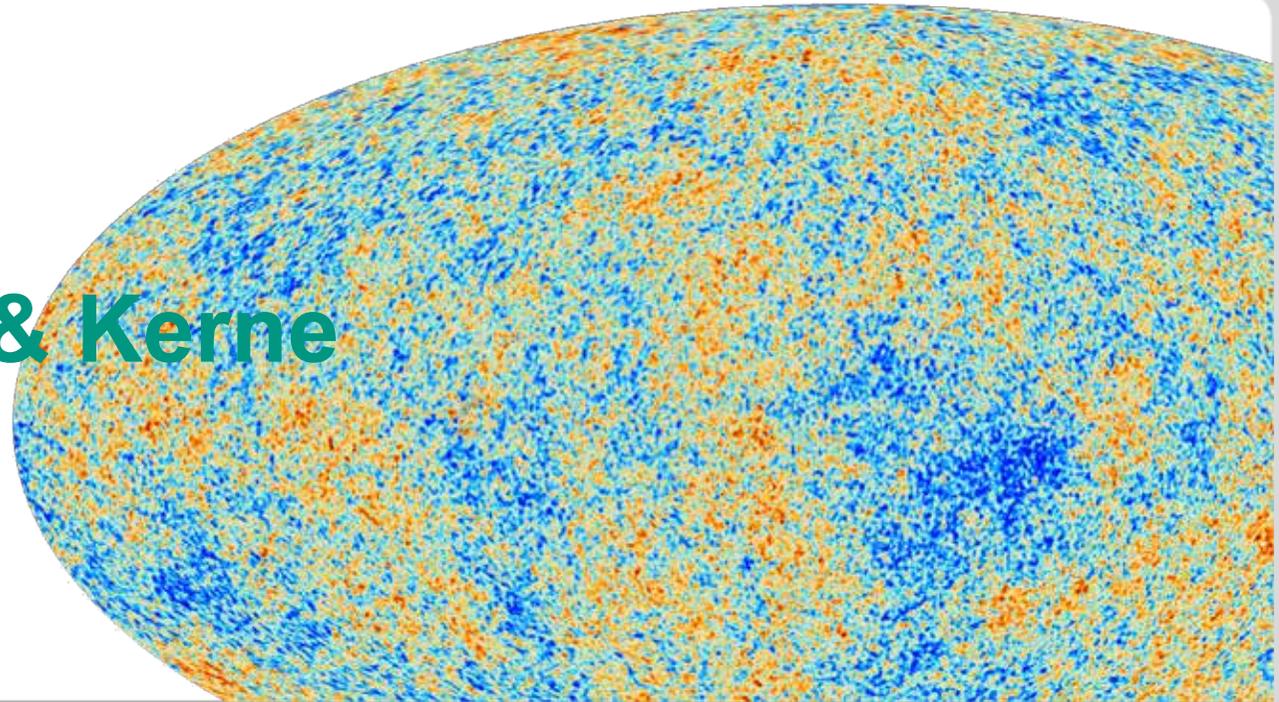


Atome, Moleküle & Kerne

Sommersemester 2024

Vorlesung # 4, 25.04.2024



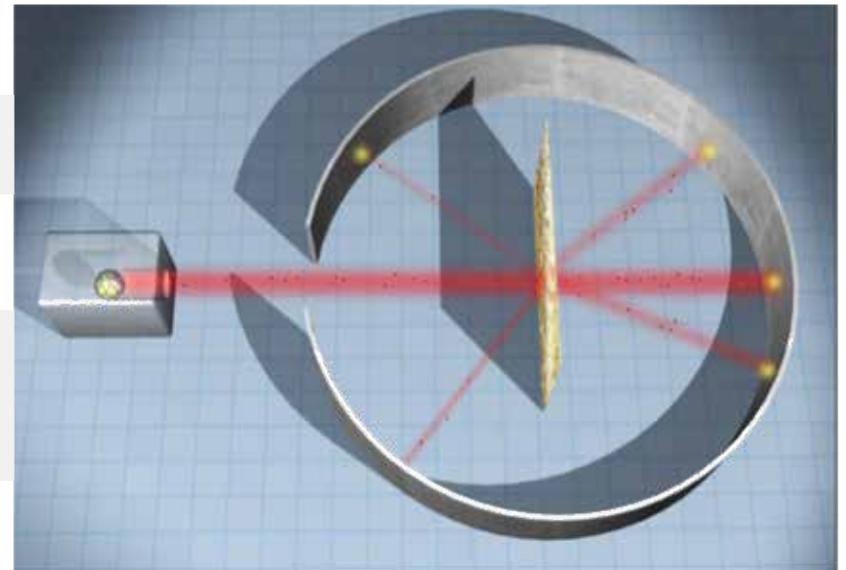
Thomas Müller, Institut für Experimentelle Teilchenphysik, Fakultät für Physik

2. Experimentelle Grundlagen – Atome

2.4. Rutherford-Streuung & Atommodell

3. Teilchen-Welle Dualismus

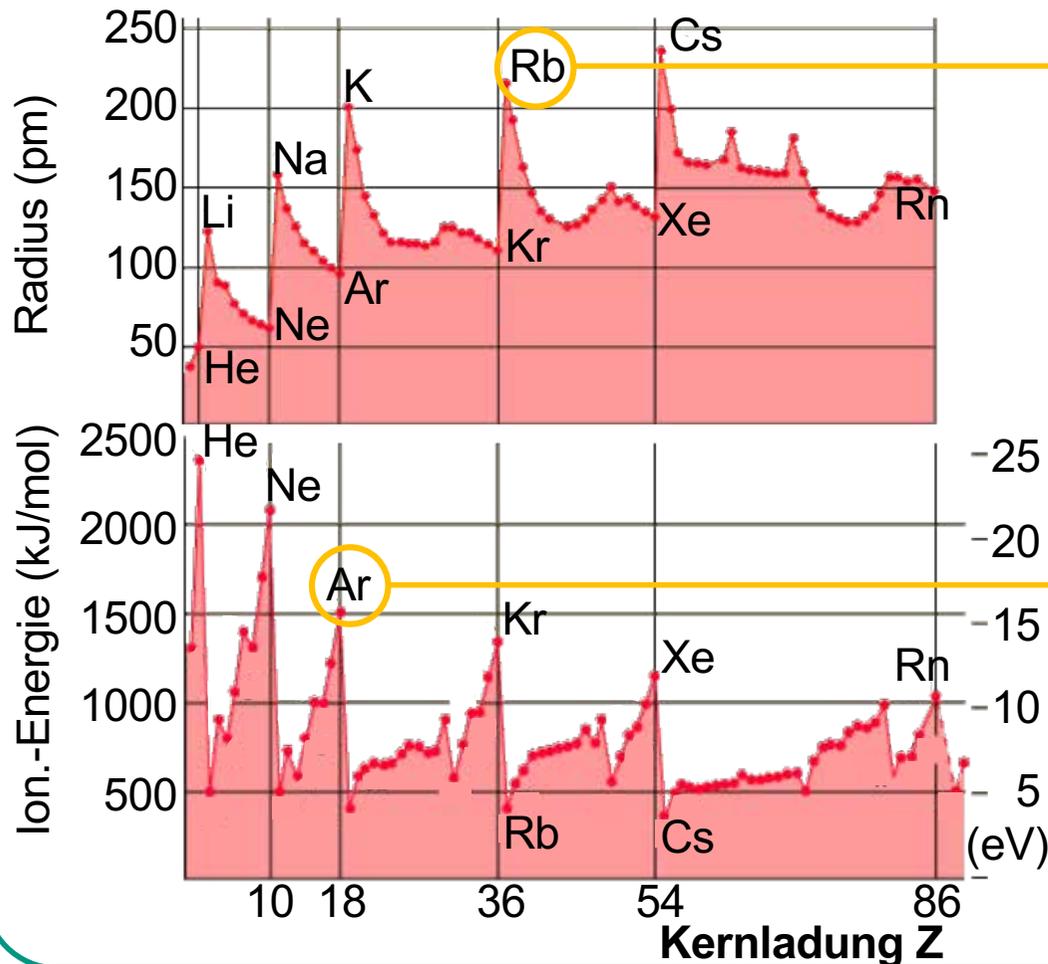
3.1 Photonen und ihre Wechselwirkung
- Temperaturstrahlung



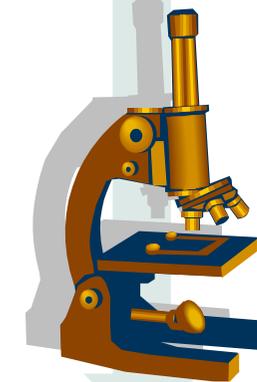
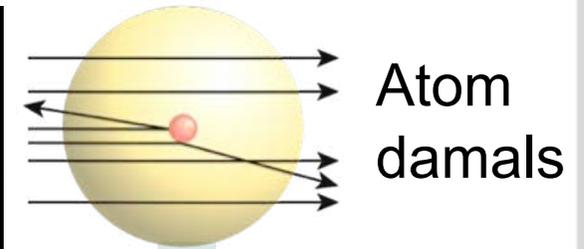
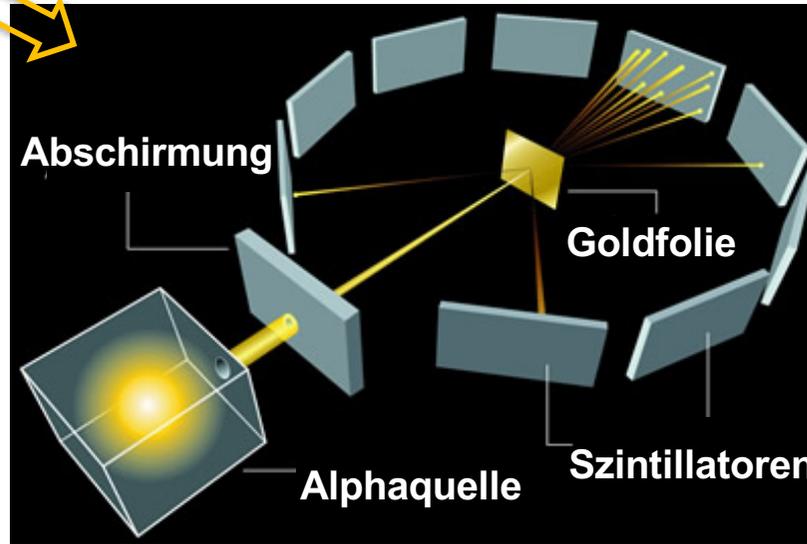
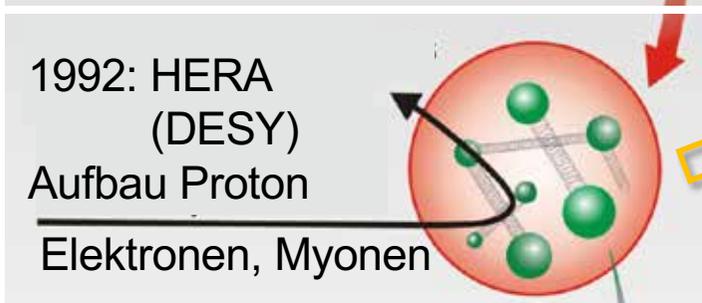
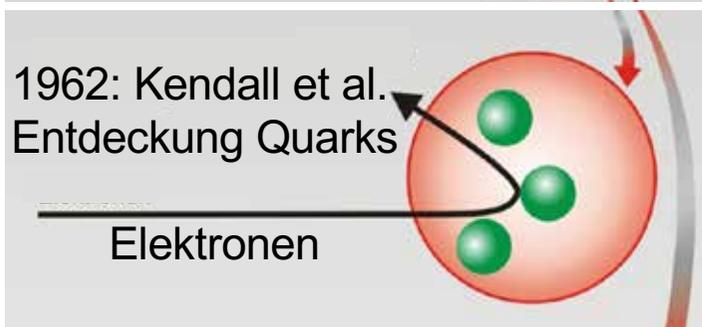
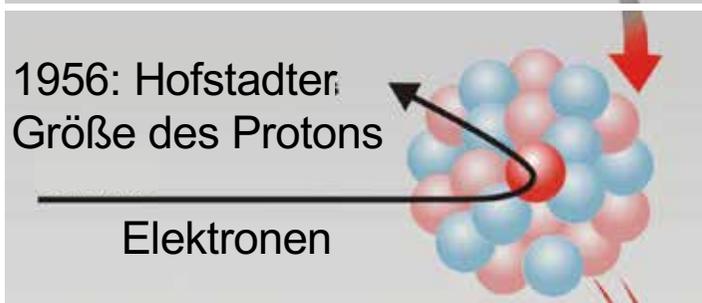
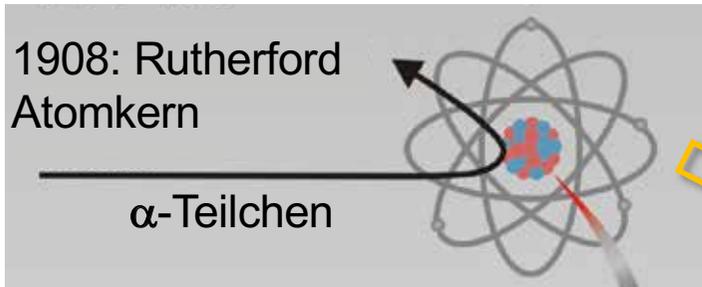
Wh: Atome – Eigenschaften & Anwendungen

■ Atom-Eigenschaften ⇒

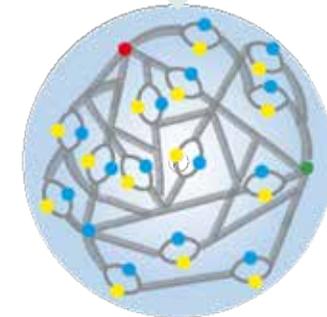
■ Atome: Größe & Ionisationsenergie



Wh: Streuexperimente & Struktur der Materie



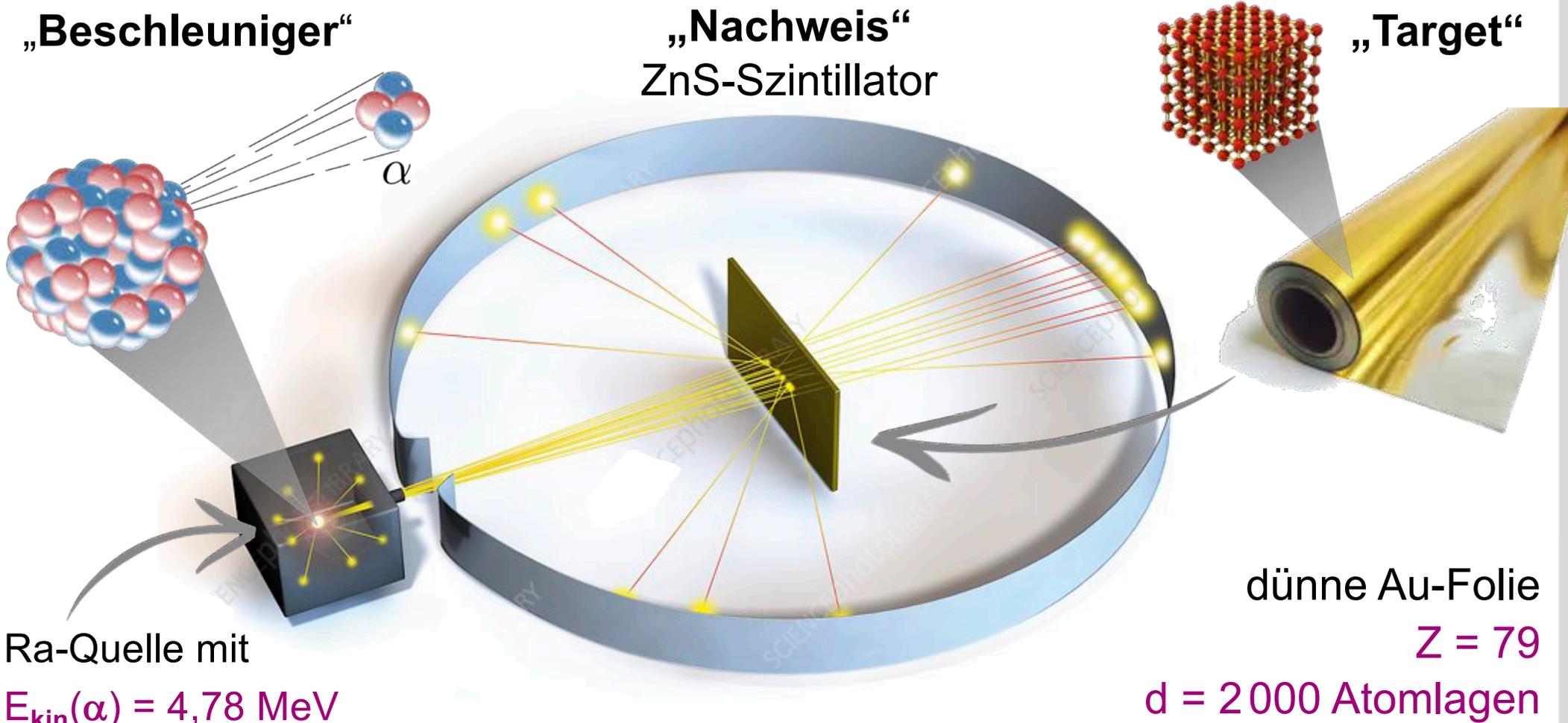
Faktor
~10 000



Proton
heute

2.4. Rutherford-Streuung & Atommodell

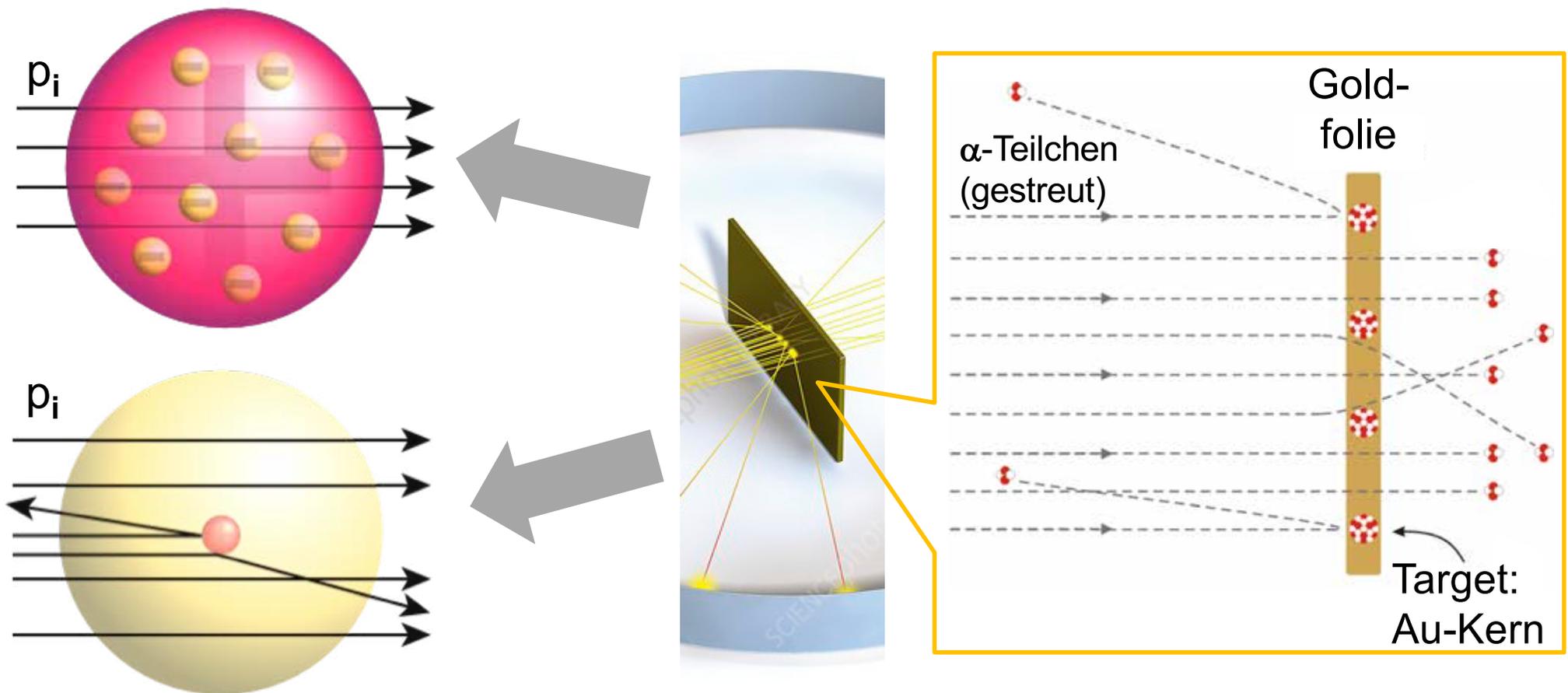
- 1909: Rutherford, Geiger und Marsden untersuchen in Manchester die **Streuung von α -Teilchen** (${}^4\text{He}$ -Kerne) an sehr dünnen Goldfolien



■ Ziel: experimentelle Winkelverteilung der gestreuten α -Teilchen

↪ Rückschlüsse über Struktur des Atoms

⇒ **Test verschiedener Atommodelle:** Thomson vs. Nagaoka / Rutherford



Atommodell-1: Rosinenkuchen von Thomson

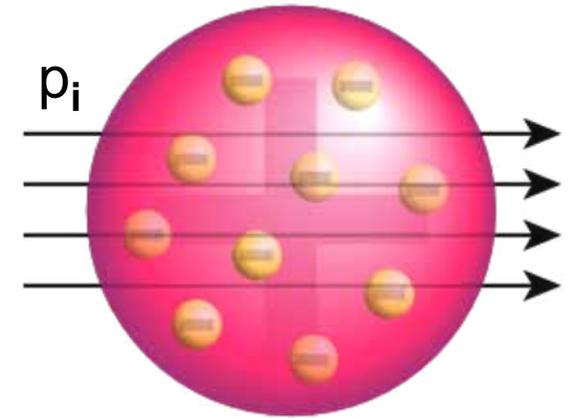
- **Atom-Modell von JJ Thomson (1904):** Elektronen in einer Kugel aus gleichmäßig verteilter positiver Ladung (**Rosinenkuchen-Modell**)

α -Streuung an leichten Elektronen

- α 's können nur an Elektronen streuen, diese interagieren als gleichmäßig verteilte Ladungen, \Rightarrow **keine** Rückstreuung von α 's

$$\frac{m_e}{m_\alpha} \approx 10^{-4} \quad \text{maximaler Impulstransfer } \Delta p \sim 10^{-4} p_i$$

nur sehr kleine Streuwinkel $\Theta \sim 0^\circ$



J. J. Thomson
Entdecker des Elektrons
Nobelpreis 1906

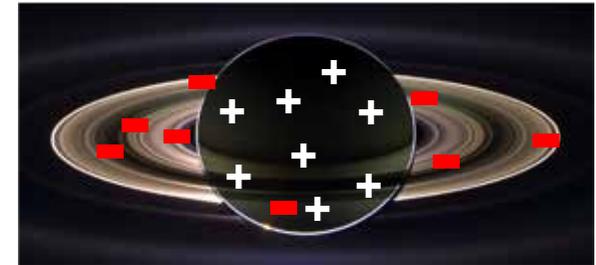


$$m_\alpha = 4 \text{ GeV}/c^2$$
$$m_e = 0,000511 \text{ GeV}/c^2$$
$$m_{\text{Au-197}} = 197 \text{ GeV}/c^2$$

Atommodell-2: „Saturnisches“ Atom

- **Atom-Modell von Nagaoka(1903):** Elektronen umkreisen einen quasi-punktförmigen Atomkern wie die Ringe vom Saturn

- **Gesamte Masse als positiv geladener Kern**
- **Elektronen beschreiben ringförmige Bahnen**



Hantaro Nagaoka
Universität Tokio
Saturnisches Atommodell



Japan. Kulturorden

Atommodell-3: Streuversuch von Rutherford

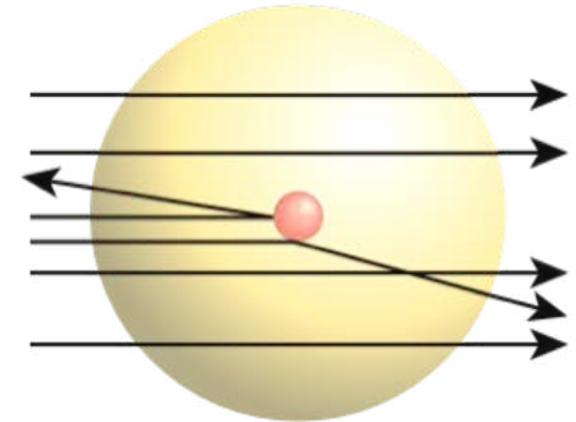
- **Atom-Modell von Lord Rutherford (1911):** Elektronen (in der Atom-Hülle) umkreisen einen quasi-punktförmigen Atomkern

α -Streuung an schweren Gold-Kernen

- **positive Ladungen nur im Kern lokalisiert,**
⇒ Rückstreuung von α 's am Coulomb-potenzial des Gold-Kerns mit $A = 197$

$$\frac{m_{\text{Au-197}}}{m_{\alpha}} \approx 50 \quad \text{maximaler Impulstransfer } \Delta p \sim 2 \cdot p_i$$

auch große Streuwinkel bis $\Theta_{\text{max}} \sim 180^\circ$



Lord Rutherford
Entdecker des Atomkerns
Nobelpreis 1908 (Chemie)



$$m_{\alpha} = 4 \text{ GeV}/c^2$$

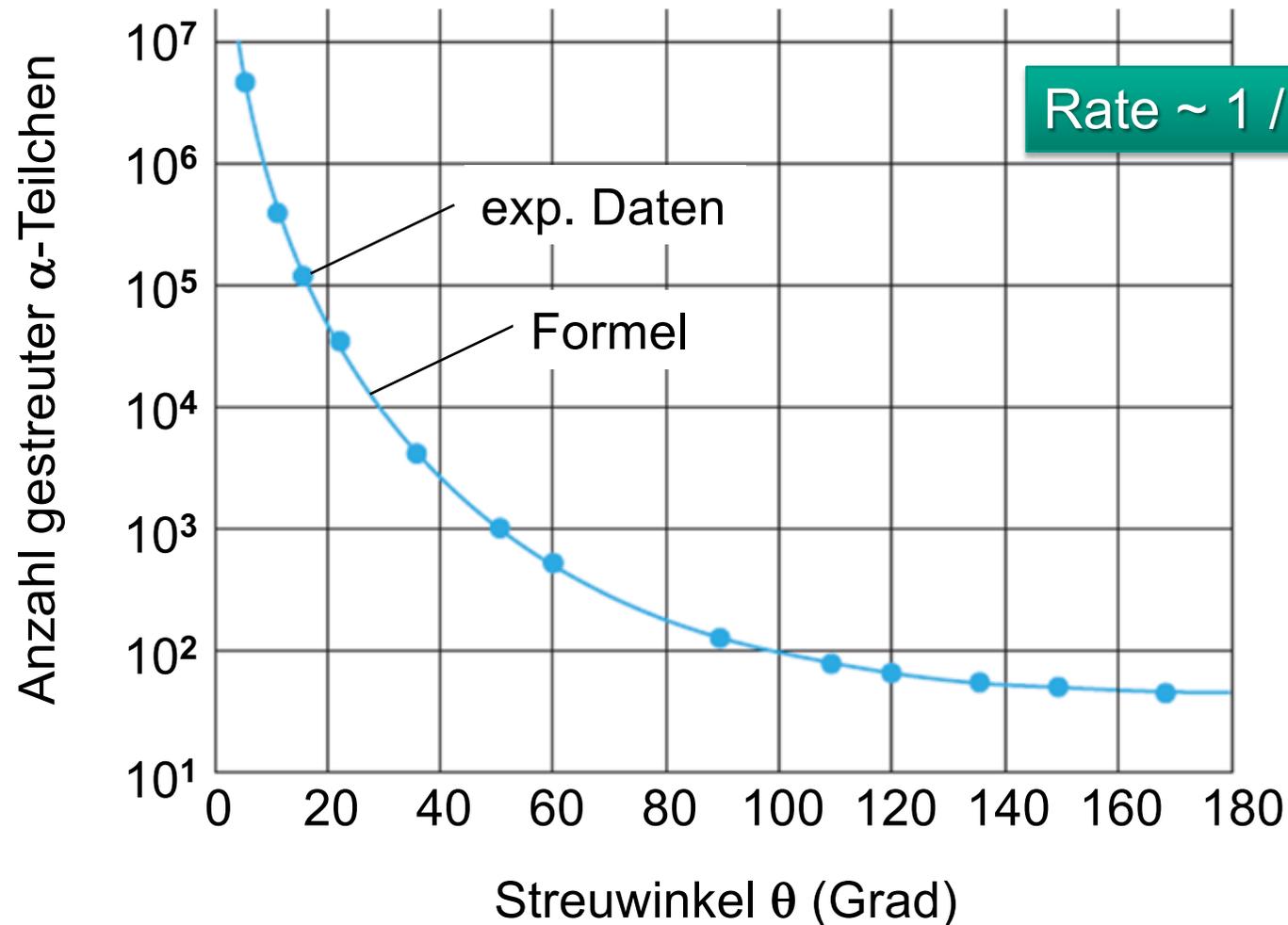
$$m_e = 0,000511 \text{ GeV}/c^2$$

$$m_{\text{Au-197}} = 197 \text{ GeV}/c^2$$

Rutherford-Streuung & die Atom-Struktur

■ Resultate: experimentelle Winkelverteilung der gestreuten α -Teilchen

↪ Ereignisse mit großen Streuwinkeln (bis zu 180°)



„Rutherford-Streufornel“



LXXIX. *The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom.* By Professor E. RUTHERFORD, F.R.S., University of Manchester*.

§ 1. IT is well known that the α and β particles suffer deflexions from their rectilinear paths by encounters with atoms of matter. This scattering is far more marked for the β than for the α particle on account of the much smaller momentum and energy of the former particle. There seems to be no doubt that such swiftly moving particles pass through the atoms in their path, and that the deflexions observed are due to the strong electric field traversed within the atomic system. It has generally been supposed that the scattering of a pencil of α or β rays in passing through a thin plate of matter is the result of a multitude of small scatterings by the atoms of matter traversed. The observations, however, of Geiger and Marsden † on the scattering of α rays indicate that some of the α particles must suffer a deflexion of more than a right angle at a single encounter. They found, for example, that a small fraction of the incident α particles, about 1 in 20,000, were turned through an average angle of 90° in passing through a layer of gold-foil about $\cdot 00004$ cm. thick, which was equivalent in stopping-power of the α particle to 1.6 millimetres of air. Geiger ‡ showed later that the most probable angle of deflexion for a pencil of α particles traversing a gold-foil of this thickness was about $0^\circ\cdot 87$. A simple calculation based on the theory of probability shows that the chance of an α particle being deflected through 90° is vanishingly small. In addition, it will be seen later that the distribution of the α particles for various angles of large deflexion does not follow the probability law to be expected if such large deflexions are made up of a large number of small deviations. It seems reasonable to suppose that the deflexion through a large angle is due to a single atomic encounter, for the chance of a second encounter of a kind to produce a large deflexion must in most cases be exceedingly small. A simple calculation shows that the atom must be a seat of an intense electric field in order to produce such a large deflexion at a single encounter.

Recently Sir J. J. Thomson § has put forward a theory to

* Communicated by the Author. A brief account of this paper was communicated to the Manchester Literary and Philosophical Society in February, 1911.

† Proc. Roy. Soc. lxxxii. p. 495 (1900).

‡ Proc. Roy. Soc. lxxxiii. p. 492 (1910).

§ Camb. Lit. & Phil. Soc. xv. pt. 5 (1910).

experimentally whether such a simple relation holds also for the lighter atoms. In cases where the mass of the deflecting atom (for example, hydrogen, helium, lithium) is not very different from that of the α particle, the general theory of single scattering will require modification, for it is necessary to take into account the movements of the atom itself (see § 4).

It is of interest to note that Nagaoka* has mathematically considered the properties of a "Saturnian" atom which he supposed to consist of a central attracting mass surrounded by rings of rotating electrons. He showed that such a system was stable if the attractive force was large. From the point of view considered in this paper, the chance of large deflexion would practically be unaltered, whether the atom is considered to be a disk or a sphere. It may be remarked that the approximate value found for the central charge of the atom of gold ($100e$) is about that to be expected if the atom of gold consisted of 49 atoms of helium, each carrying a charge $2e$. This may be only a coincidence, but it is certainly suggestive in view of the expulsion of helium atoms carrying two unit charges from radioactive matter.

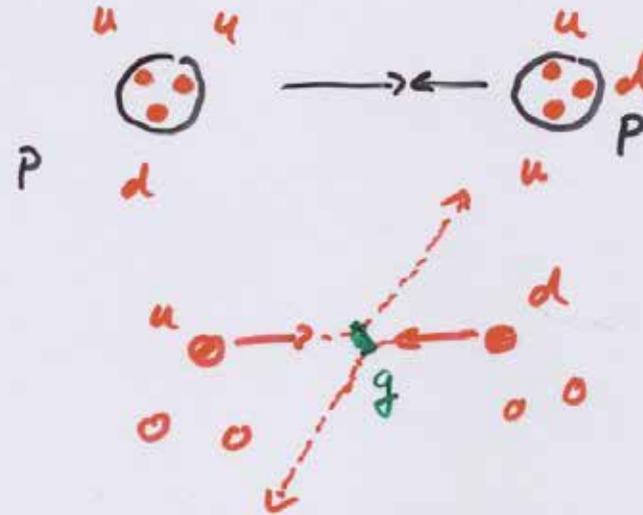
The deductions from the theory so far considered are independent of the sign of the central charge, and it has not so far been found possible to obtain definite evidence to determine whether it be positive or negative. It may be possible to settle the question of sign by consideration of the difference of the laws of absorption of the β particle to be expected on the two hypotheses, for the effect of radiation in reducing the velocity of the β particle should be far more marked with a positive than with a negative centre. If the central charge be positive, it is easily seen that a positively charged mass if released from the centre of a heavy atom, would acquire a great velocity in moving through the electric field. It may be possible in this way to account for the high velocity of expulsion of α particles without supposing that they are initially in rapid motion within the atom.

Further consideration of the application of this theory to these and other questions will be reserved for a later paper, when the main deductions of the theory have been tested experimentally. Experiments in this direction are already in progress by Geiger and Marsden.

University of Manchester,
April 1911.

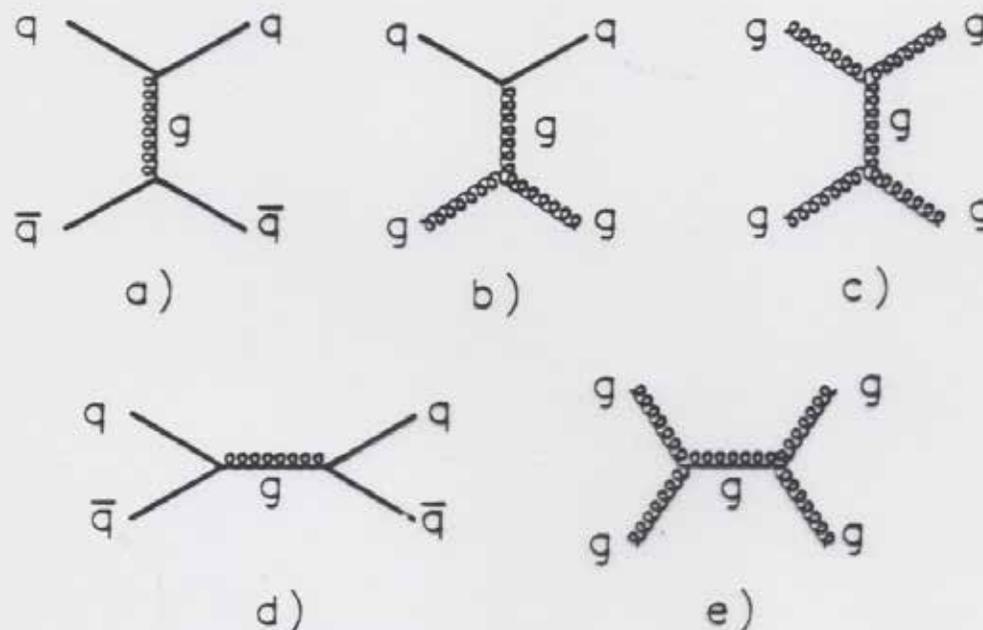
* Nagaoka, Phil. Mag. vii. p. 445 (1904).

Anwendung: Die Größe von Quarks



Elastische („Rutherford“) Streuung zweier Quarks im Gluonfeld.

Aus Fermilab und jetzt am LHC:
 elastische Streuung an Coulomb-
 artigen Potential bis $r \sim 10^{-19}$ m



Leading order diagrams for parton-parton scattering.

Dominant: $gg \rightarrow gg$; for small θ^*

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{\alpha_s^2}{4 p^2 \sin^4 \theta/2}$$

\Rightarrow QCD potential at small distances
 $\propto \frac{1}{r}$

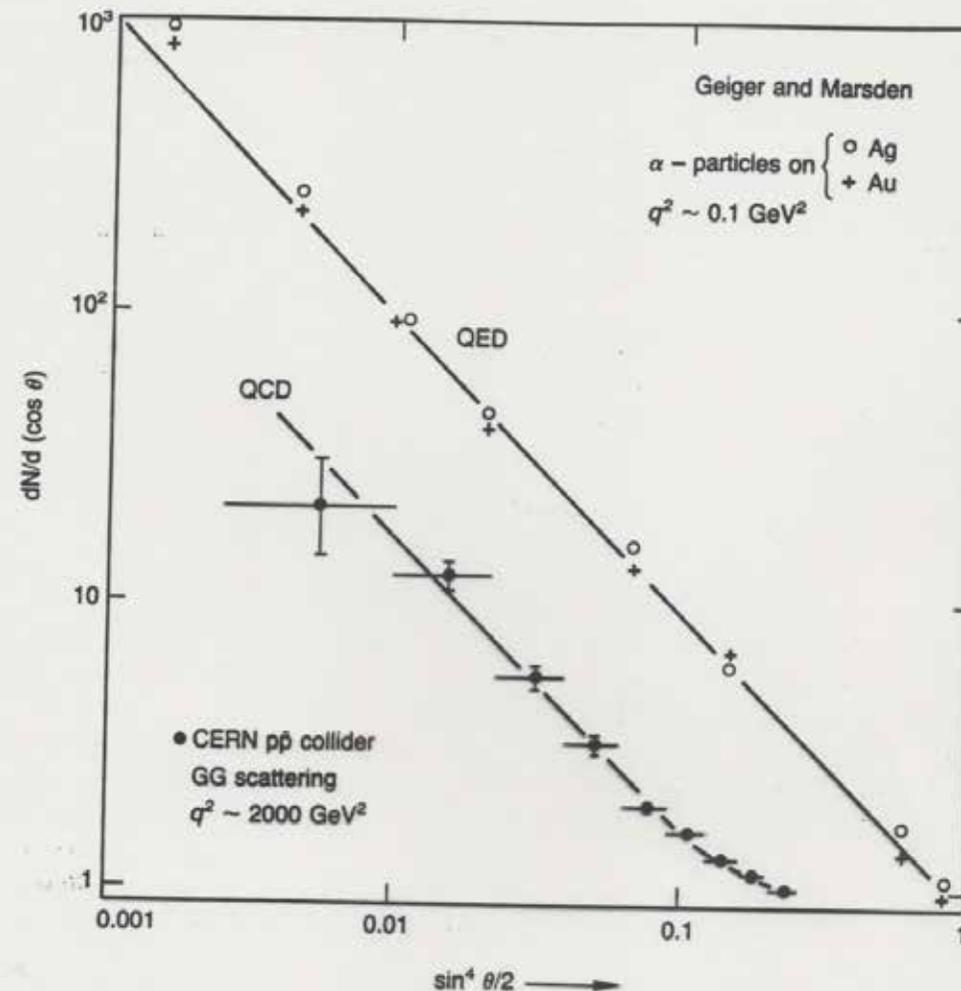
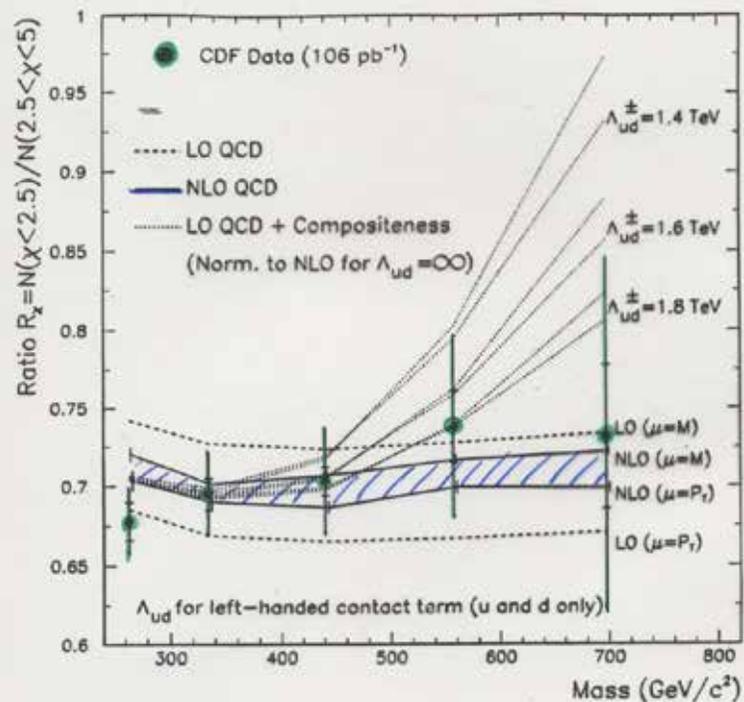


Figure 8.21 Examples of differential cross-sections for pointlike scattering via a $1/r$ potential. The upper plot is of the results of Geiger and Marsden (1911) for scattering of α -particles from radioactive sources by gold and silver foils, demonstrating the existence of a nucleus to the atom, scattering the α -particles through the Coulomb field. Their results involved momentum transfers $\approx 0.1 \text{ GeV}^2$ and are consistent with the Rutherford formula $dN/d\Omega \propto \sin^{-4}(\theta/2)$.

The lower plot is the two-jet angular distribution found at the CERN $p\bar{p}$ collider, at $q^2 \approx 2000 \text{ GeV}^2$, showing that the scattering of pointlike (quark or gluon) constituents of the nucleon also obeys the Rutherford law at small angles, and hence that the QCD potential varies as $1/r$ at small distances. At large angles, deviations from the straight line occur because of relativistic (spin) effects and because scatters of $\theta > \pi/2$ have to be folded into the distribution for $\theta < \pi/2$. The full-line curve is the QCD prediction for single vector gluon exchange. Scalar (spin-0) gluons are excluded, as they predict a very much weaker angular dependence.

Grenze für Substruktur aus Winkelverteilung



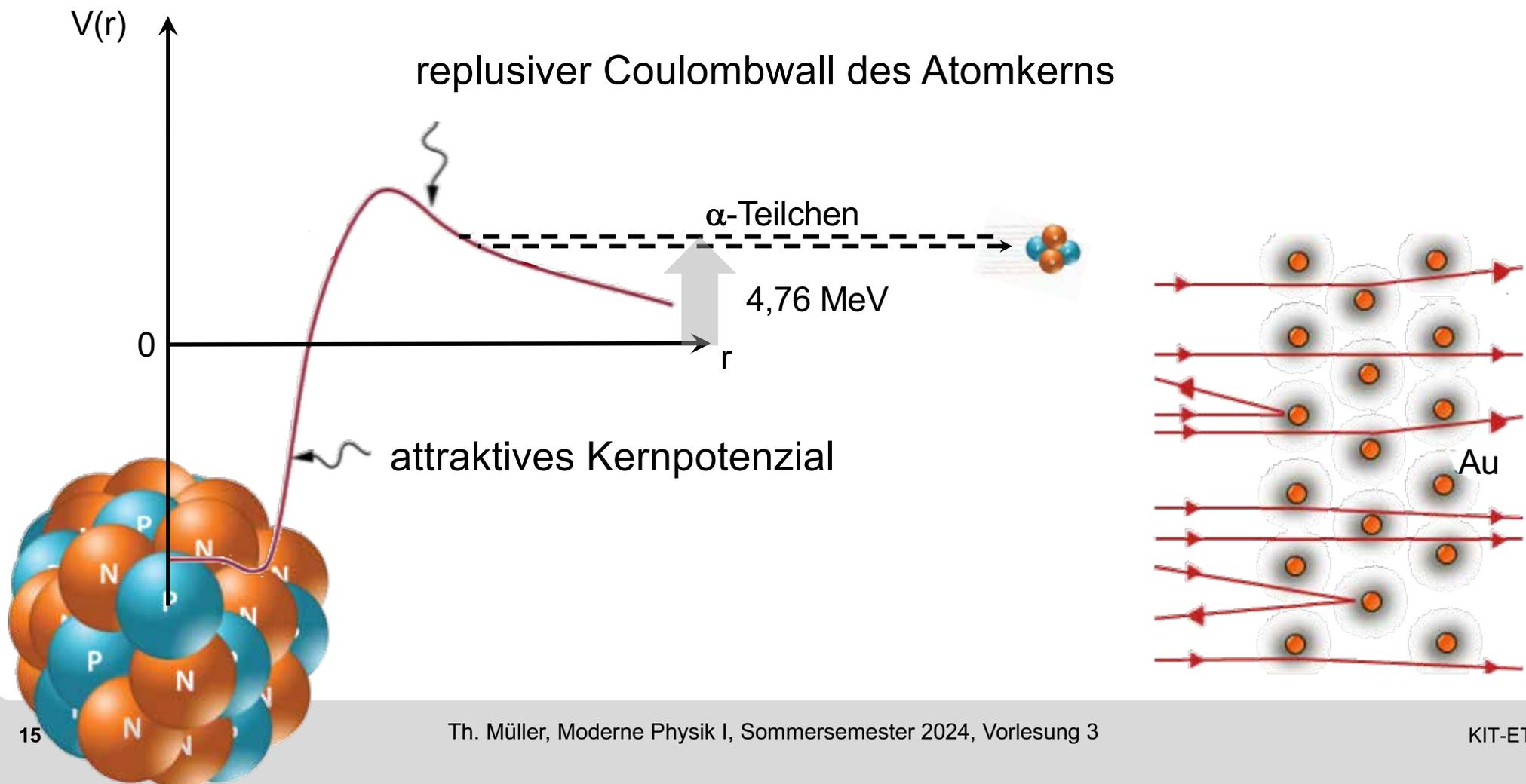
$$\text{CDF} \begin{cases} \Lambda^- > 1.6 \text{ TeV} \\ \Lambda^+ > 1.8 \text{ TeV} \end{cases} \quad [95\% \text{ CL}]$$

$$D\phi \begin{cases} \Lambda^- > 2.2 \text{ TeV} \\ \Lambda^+ > 2.1 \text{ TeV} \end{cases} \quad [95\% \text{ CL}]$$

$$B_s: \Lambda_c = 1700 \text{ GeV} :$$

$$\sigma_c \sim \frac{h_c}{\Lambda_c} \sim 1.2 \cdot 10^{-4} \text{ fm}$$

- **Potential, das die α -Teilchen sehen: Coulomb-Potential**
- α -Teilchen können nicht bis zum Kern vordringen, trotz $E_{\text{kin}} = 4,76 \text{ MeV}$
 α -Teilchen werden nicht absorbiert



Def.: Wirkungsquerschnitt

■ Totaler Wirkungsquerschnitt σ_{tot}

σ_{tot} = ein Maß für Wahrscheinlichkeit einer (Streu-)Reaktion

$\sigma_{\text{tot}} \sim$ **Gesamtrate an Streueignissen / s**

- Einheit des Wirkungsquerschnitts σ_{tot} [Fläche]:

$$1 \text{ barn} = 1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ mb} = 10^{-27} \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ Mb} = 10^{-18} \text{ cm}^2$$

- Größe von σ_{tot} ist abhängig von Target:
(Atom [pm], Kern & Nukleon [fm])
& der Art der Wechselwirkung
(z.B. elektromagnetisch, stark, ...)

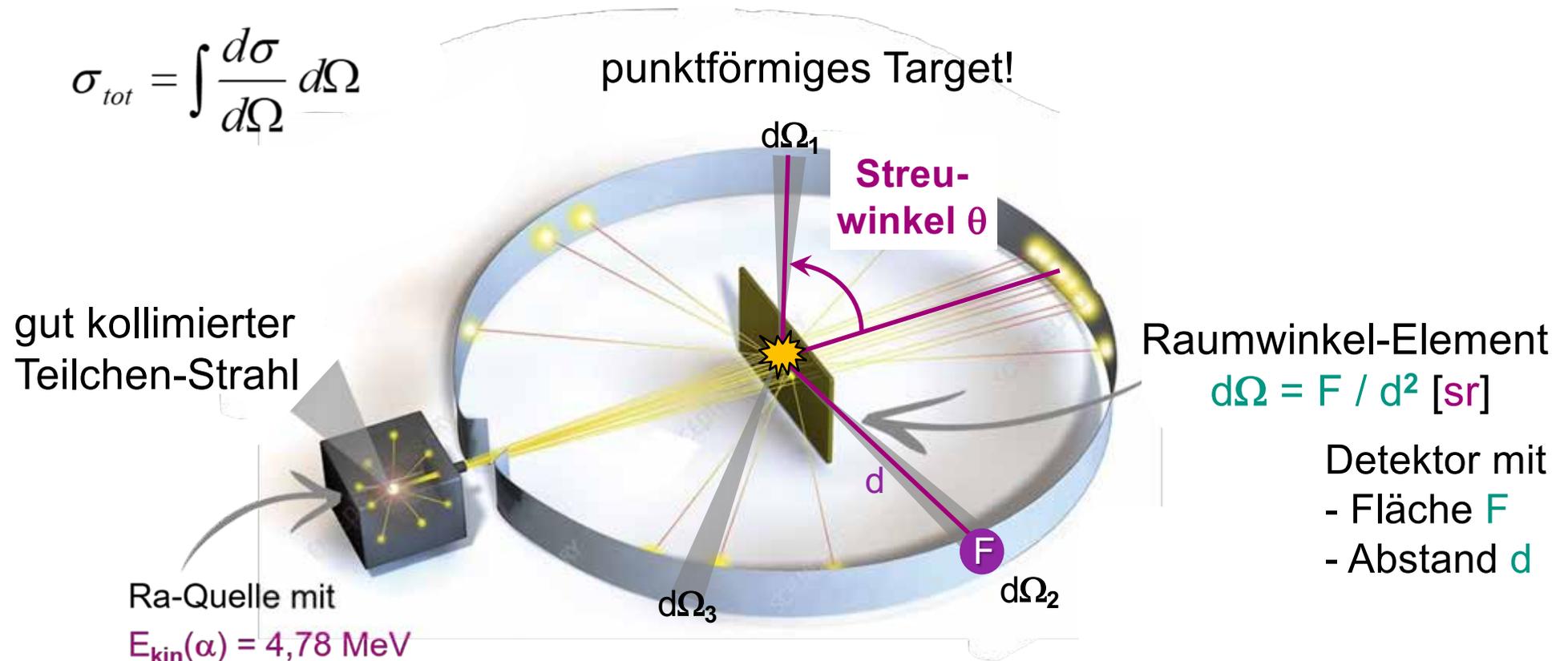
Wirkungsquerschnitt - differentiell

■ differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$

$d\sigma/d\Omega$ = ein Maß für Wahrscheinlichkeit einer winkelabhängigen (Streu-)Reaktion in das Raumwinkelement $d\Omega$

σ_{tot} aus Integration des differentiellen Wirkungsquerschnitts

$$\sigma_{tot} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$



Geometrischer Wirkungsquerschnitt

- Beispiel: Stoßprozesse unterschiedlich großer Teilchen (s. Billard)
 - harte Kugeln mit Radien $r = R_a$ und $r = R_b$
 - Reaktion erfolge, sobald sich beide Kugeln berühren

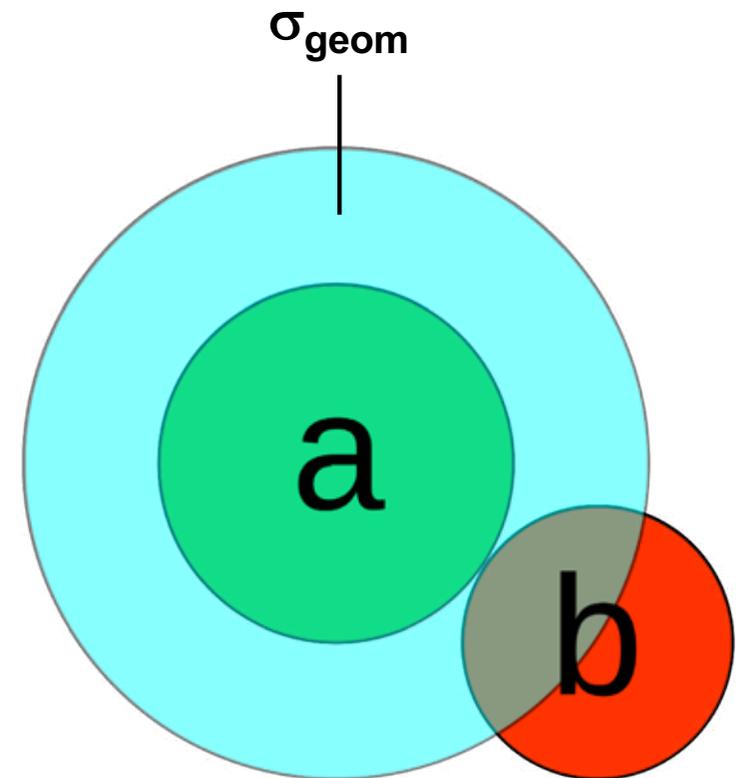
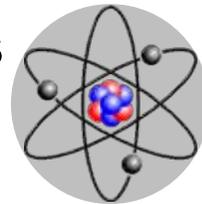
- Bestimmung der (blauen) Trefferfläche = Kreisfläche mit $A = \pi \cdot (R_a + R_b)^2$

$$\sigma_{\text{geom}} = \pi \cdot (R_a + R_b)^2$$

- falls $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{tot,geom}}$

Reaktion erfolgt, wenn Projektil das Target (Atom, Kern, Nukleon) trifft

Target = schwarze Scheibe



Freie Weglänge & Wirkungsquerschnitt

- Beispiel: Stoßprozesse von Billardkugeln (harte Kugel mit Radius r) - **Wirkungsquerschnitt** σ ist verknüpft mit ihrer **geometrischen Größe**
 - hier $\sigma_{\text{tot}} = 4 \pi \cdot r^2$ (\sim Kreisfläche der Billard-Kugel: $\pi \cdot r^2$)

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{1}{n_{\text{Target}} \cdot \lambda}$$

$[\text{cm}^2]$ (pointing to σ_{tot})

$[\text{cm}^{-3}]$ (pointing to n_{Target})

$[\text{cm}]$ (pointing to λ)



Kontaktwechselwirkung:
Stoß, sobald die Kugeln
sich berühren



- Beispiel: Stoßprozesse von Gasteilchen (harte Kugel mit Radius r) -

Wirkungsquerschnitt σ ist verknüpft mit ihrer **geometrischen Größe**

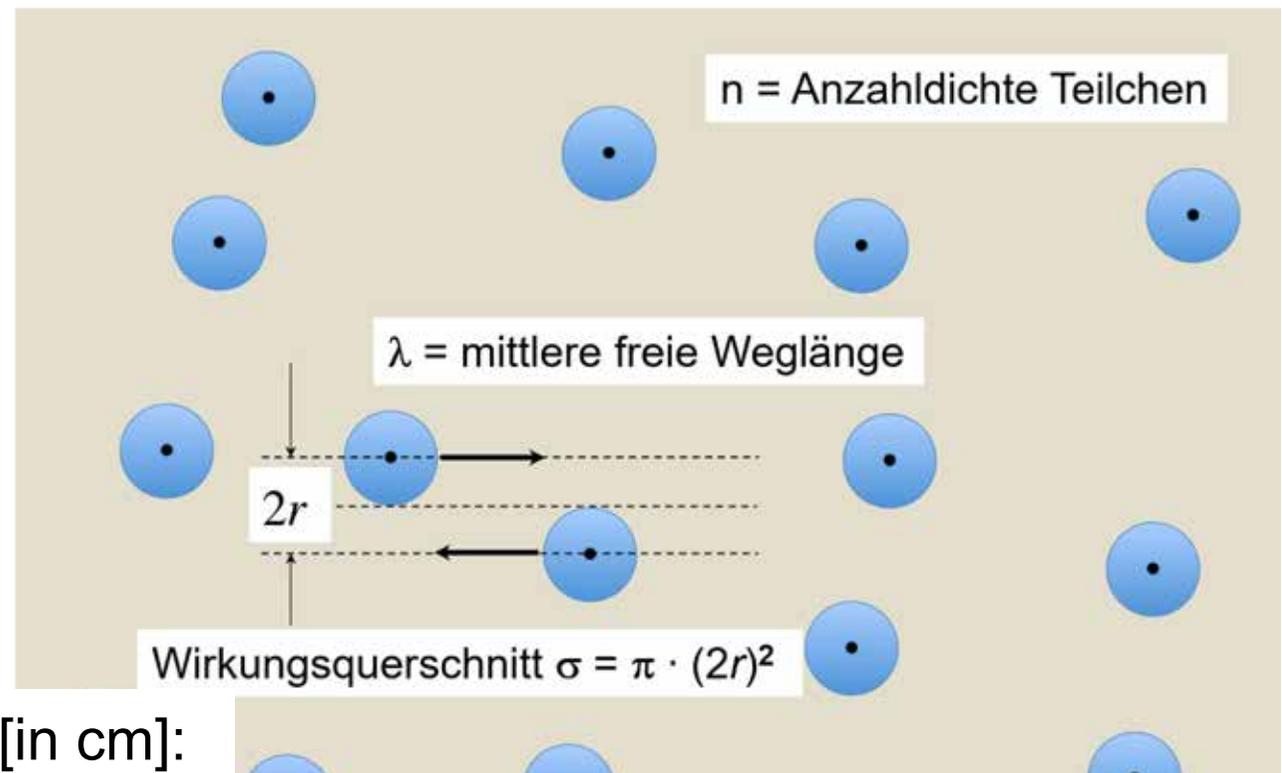
 - auch hier $\sigma_{tot} = \pi \cdot (r+r)^2$

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{n_{\text{Target}} \cdot \lambda}$$

$[\text{cm}^2]$ (pointing to σ_{tot})

 $[\text{cm}^{-3}]$ (pointing to n_{Target})

 $[\text{cm}]$ (pointing to λ)



- **Mittlere freie Weglänge λ** [in cm]:

durchschnittliche Weglänge eines Teilchens im Target für eine Reaktion

$$N(\lambda) = N(0) \times (1/e) \quad [\Leftrightarrow 1/e \text{ der Teilchen noch ohne Stoßprozess}]$$

Wirkungsquerschnitte von Atomen/Kernen

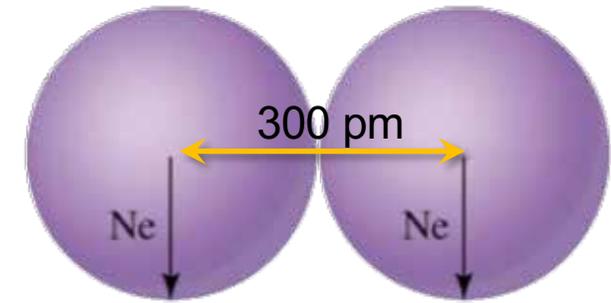
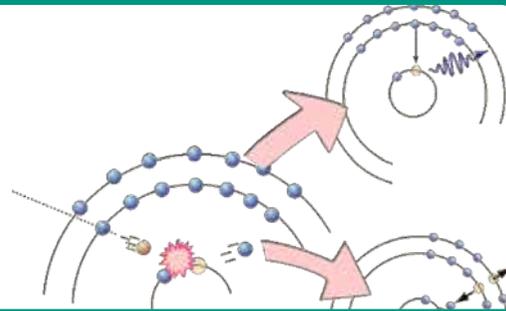
■ Totaler Wirkungsquerschnitt σ_{tot}

Atom-/Molekülphysik:

$$1 \text{ Mb} = 10^{-18} \text{ cm}^2$$



$$1 \text{ kb} = 10^{-21} \text{ cm}^2$$



Beispiel: Neonatom-Neonatom-Stöße

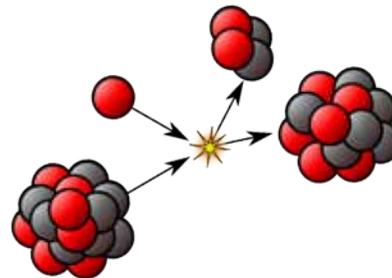
$$\sigma_{\text{tot,geom}} = \pi \cdot (300 \text{ pm})^2 = 2,827 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2 = 2827 \text{ Mb}$$

Kern-/Teilchenphysik:

$$1 \text{ kb} = 10^{-21} \text{ cm}^2$$



$$1 \text{ mb} = 10^{-27} \text{ cm}^2$$



$$r = 2,585 \text{ fm} \quad r = 2,585 \text{ fm}$$

Beispiel: Neonkern-Neonkern-Stöße

$$\sigma_{\text{tot,geom}} = \pi \cdot (2 \cdot 2,585 \text{ fm})^2 = 0,84 \text{ barn}$$

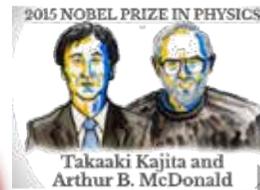
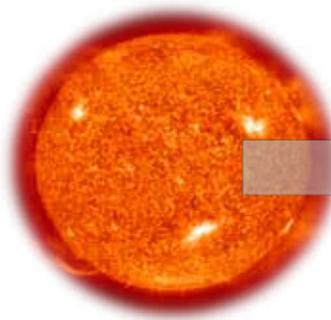
■ Totaler Wirkungsquerschnitt σ_{tot}

Neutrino-physik:

Sonnenneutrinos

$$= 10^{-41} \text{ cm}^2$$

~ 1 Ereignis / Tag

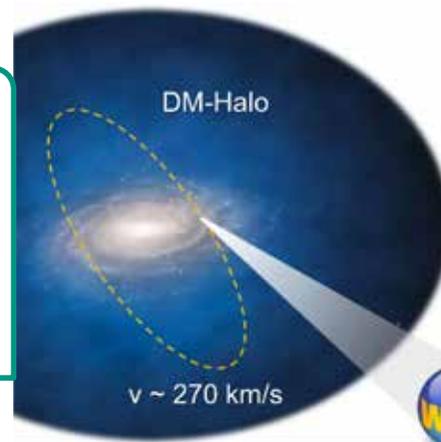


Suche nach Dunkler Materie:

WIMPs

$$\text{bis zu } 10^{-49} \text{ cm}^2$$

~ 1 Ereignis / Jahr

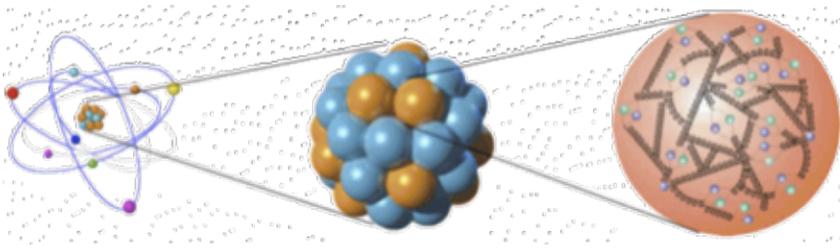


Wirkungsquerschnitt - differentiell

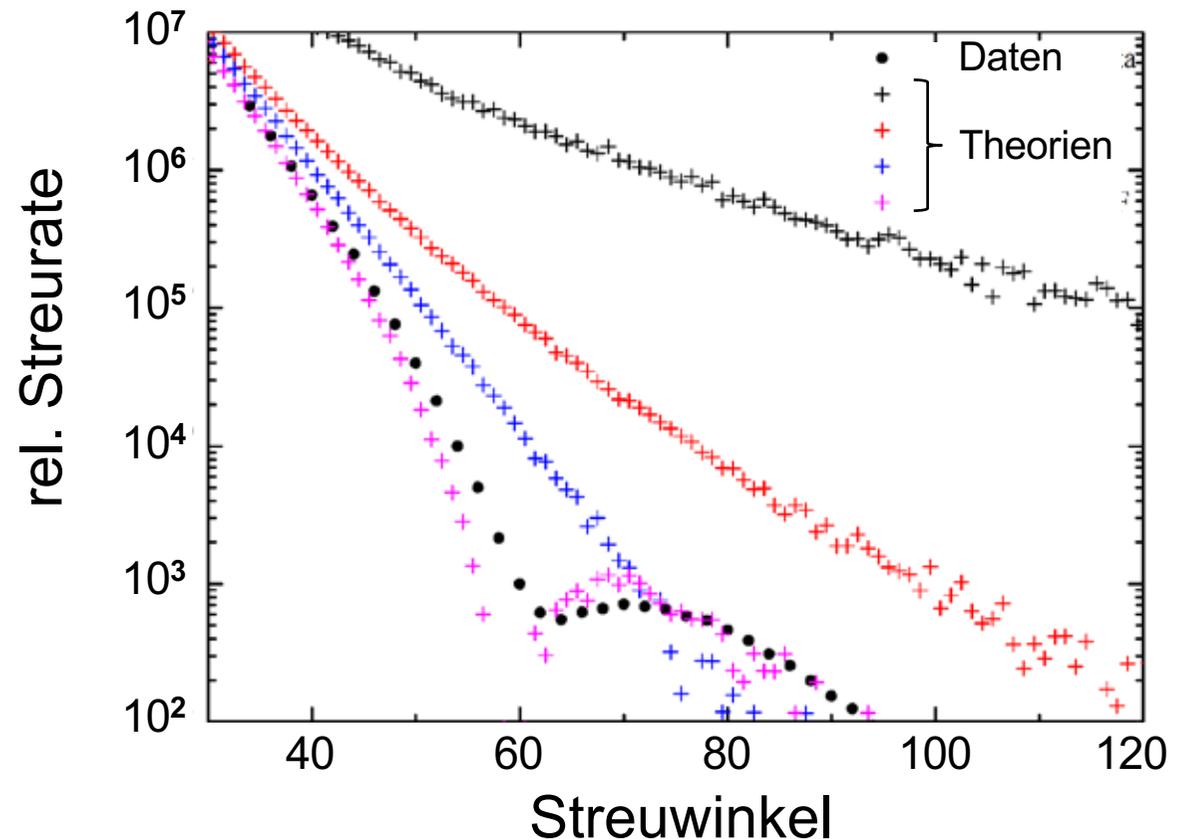
■ differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$

$d\sigma/d\Omega$ = experimentelle Daten lassen durch Vergleich mit Theorie Rückschlüsse zu auf das **Streupotenzial** (z.B. Coulombfeld)

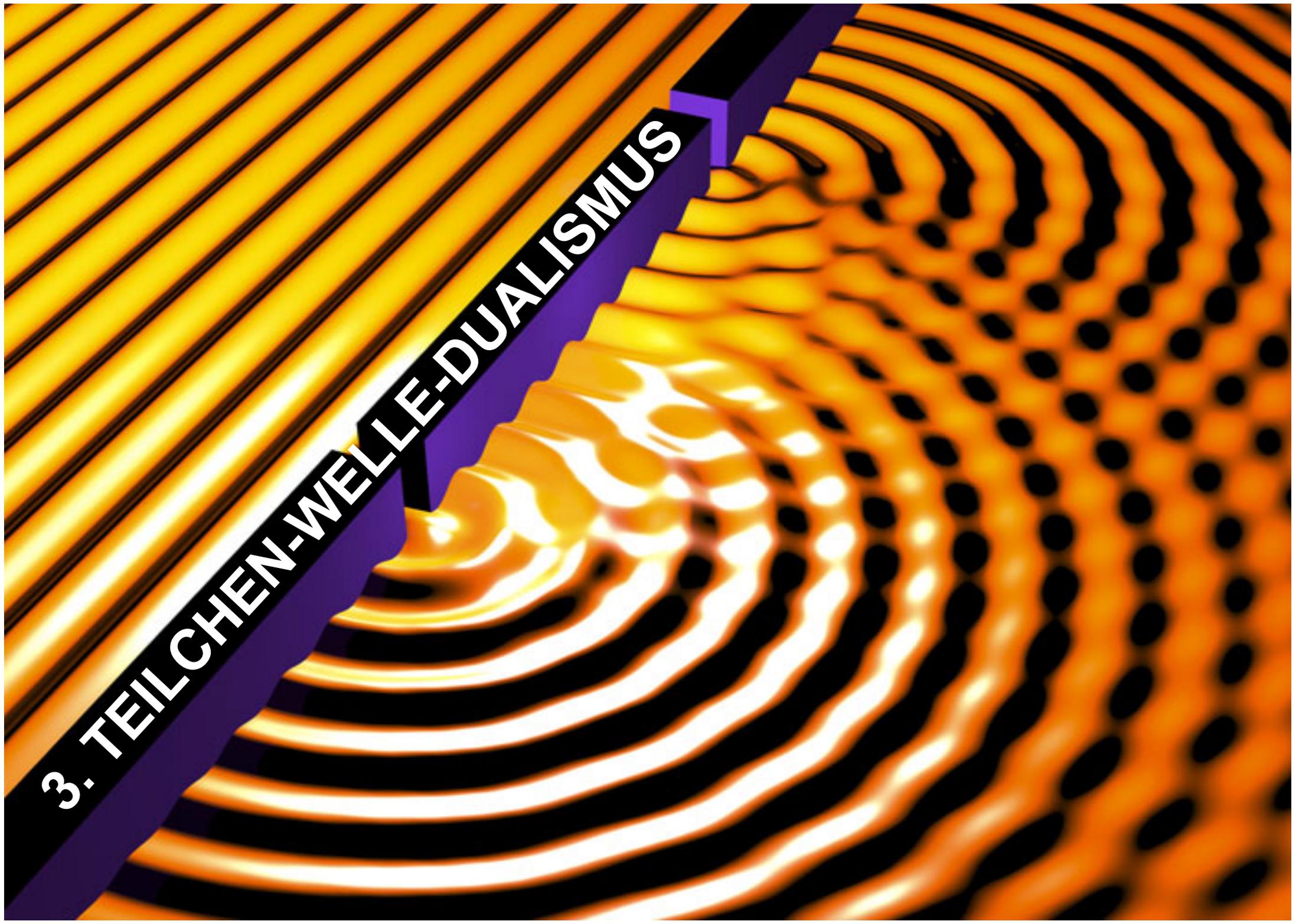
$d\sigma/d\Omega$ wichtig für die **Aufklärung der Struktur von Atomen/Kernen**



Was ist die Einheit eines totalen/differentiellen Wirkungsquerschnitts?

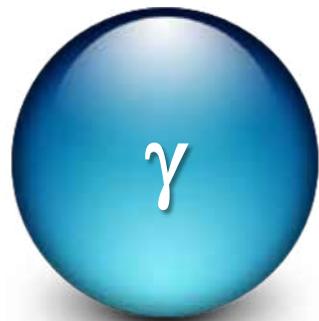


3. TEILCHEN-WELLE-DUALISMUS



Teilchen-Welle Dualismus - Einführung

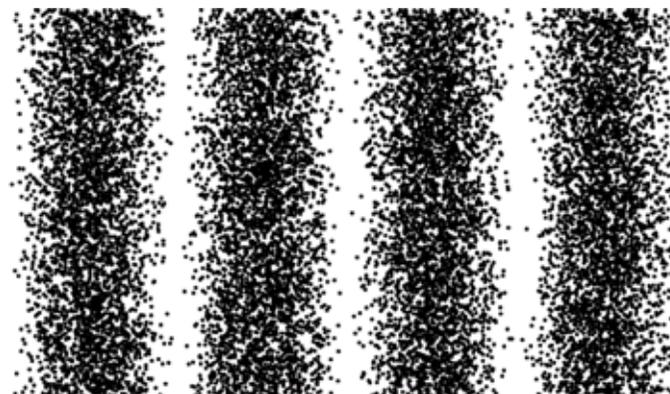
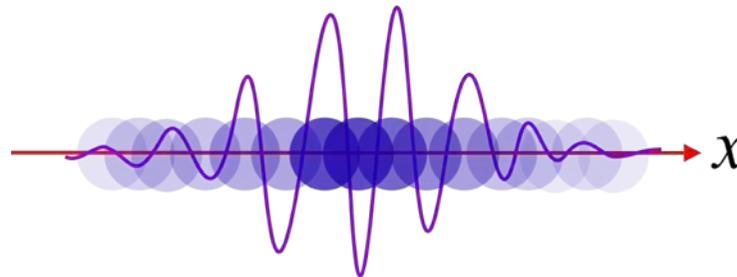
- **Alle Teilchen** (Licht, Elektronen, besitzen **Korpuskel- und Wellencharakter: Teilchen-Welle Dualismus** - von grundlegender Bedeutung für die Quantenmechanik



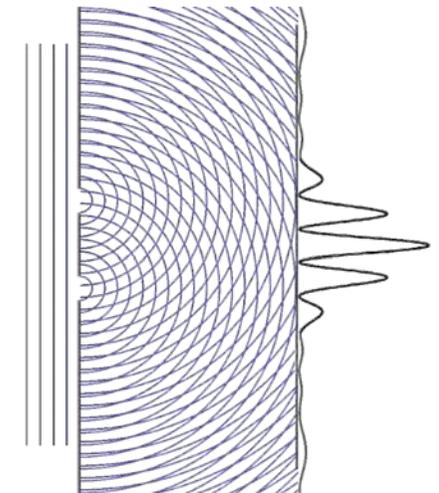
Photon als Teilchen:
Energiequant des
Elektromagnetischen
Felds

$$E_{\gamma} = h \cdot f$$

Teilchen mit
Wellenfunktion $\Psi(x)$



Interferenz von Elektronen

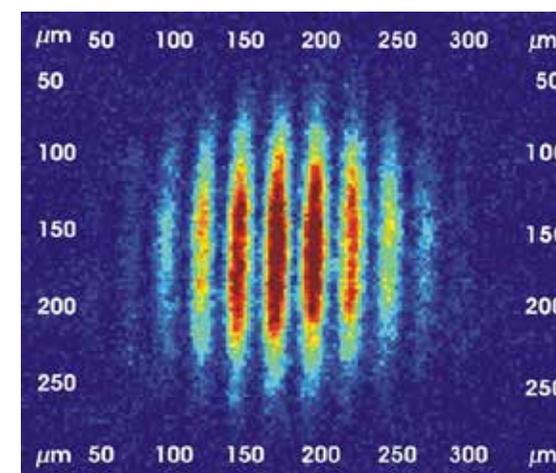
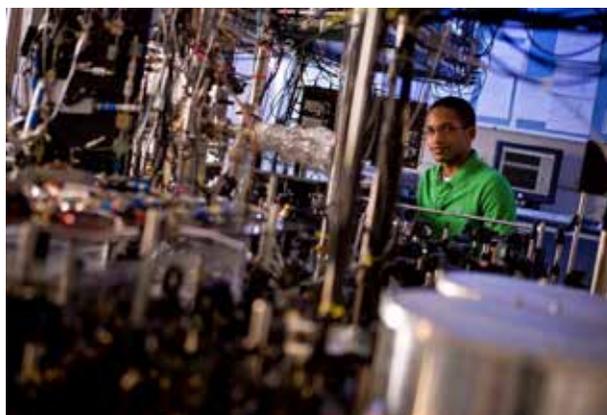
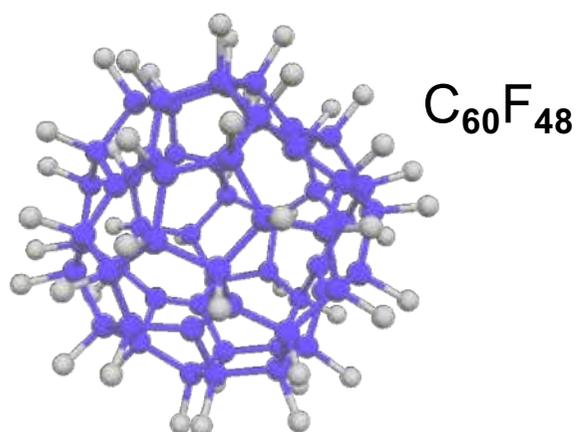


Photon als Welle:
Inferenz am Doppelspalt
mit konstruktiver/
destruktiver Interferenz

$$E_{\gamma} = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

■ Teilchen-Welle Dualismus:

- grundlegendes Element der Quantenmechanik (Wellenfunktion)



Atome/Moleküle als Teilchen:

Makromoleküle wie

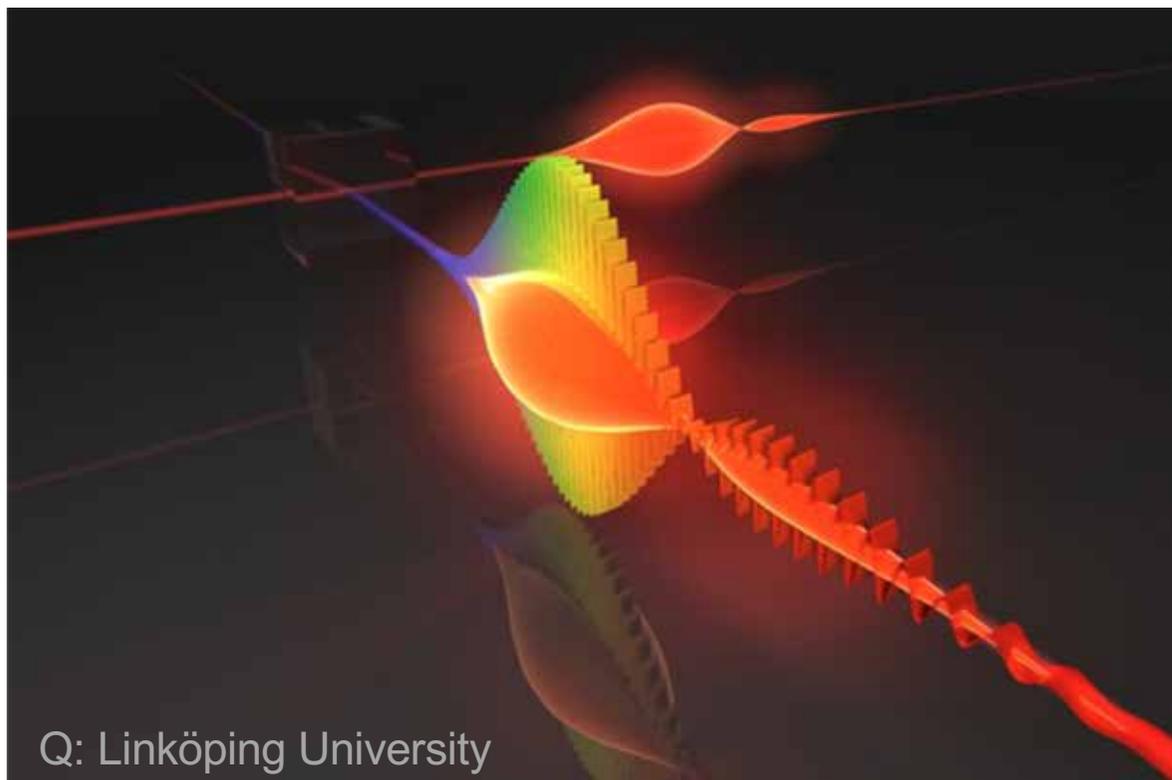
- Fullerene (Buckyballs)
- Biomoleküle (bis zu 7000 u)

Aufbau
Atom-
Interferometer

Atome/Moleküle als Welle:

Interferometrie mit Atomen
mit konstruktiver/
destruktiver Interferenz

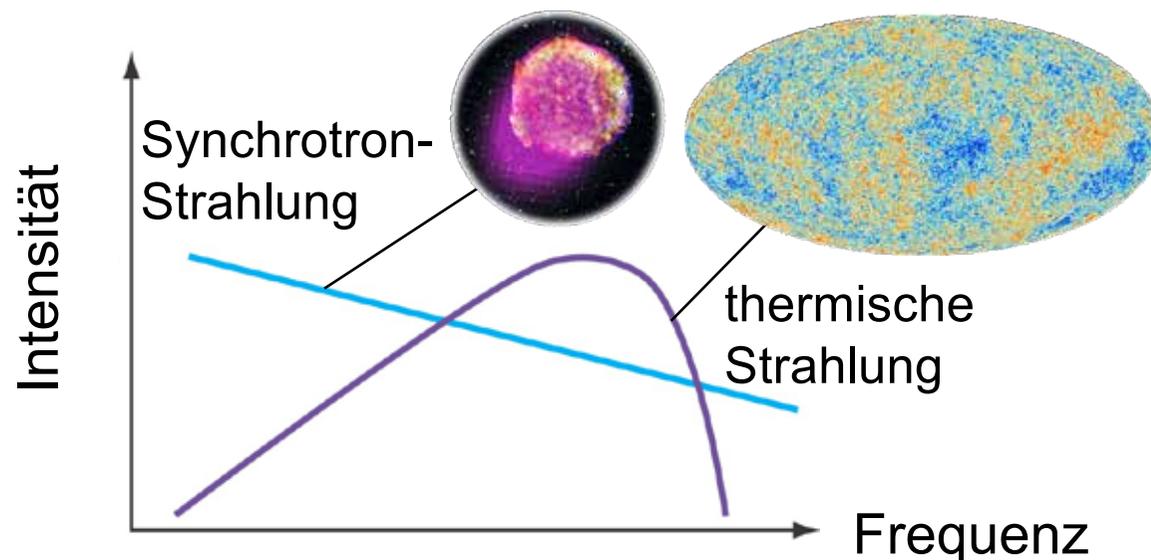
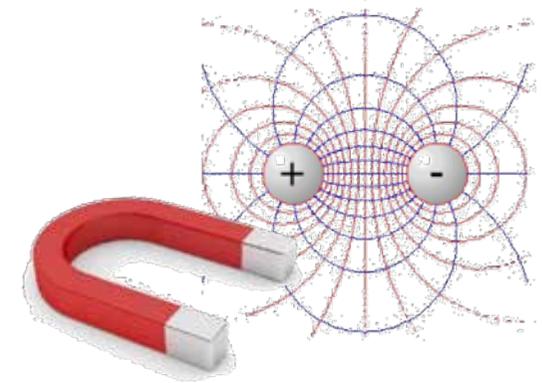
De Broglie: $\lambda = \frac{h}{p}$



3.1 PHOTONEN

■ Photon

- Träger („Quant“) des elektromagnetischen Feldes:
„virtuelle“ Photonen
- **reelle** Photonen entstehen bei Prozessen der **elektromagnetischen Wechselwirkung**
- Schwarzkörper (thermische Strahlung) [Kap. 3.1]
- nicht-thermische Strahlung [Kap. 9.2]:
Synchrotronstrahlung, Bremsstrahlung, ...



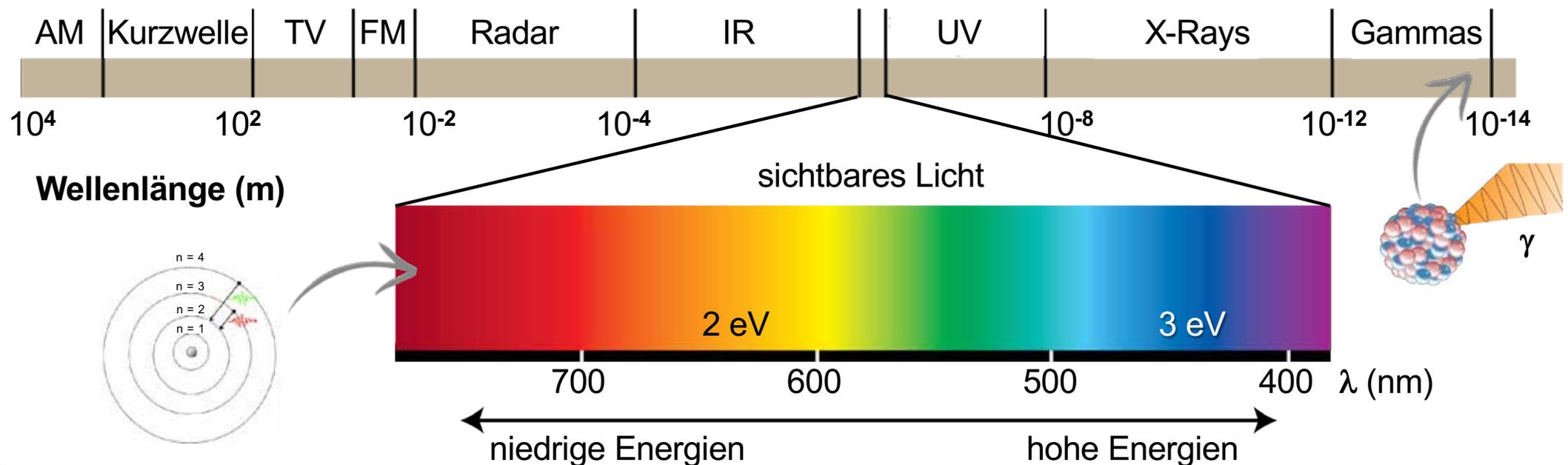
Photon	
Masse	$m = 0$
Spin	$J = 1$
Parität	$P = -1$

■ Atomphysik

- IR, optisch & UV: Übergänge äußerer Hüllenelektronen (Photoeffekt)
- Röntgenstrahlung: Übergänge innerer Hüllenelektronen (Photoeffekt)

■ Kernphysik

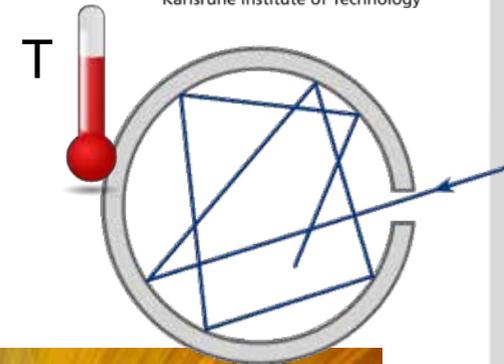
- Gammastrahlung: Streuung (Comptoneffekt), Paarbildung, Abregung angeregter Kern-Niveaus



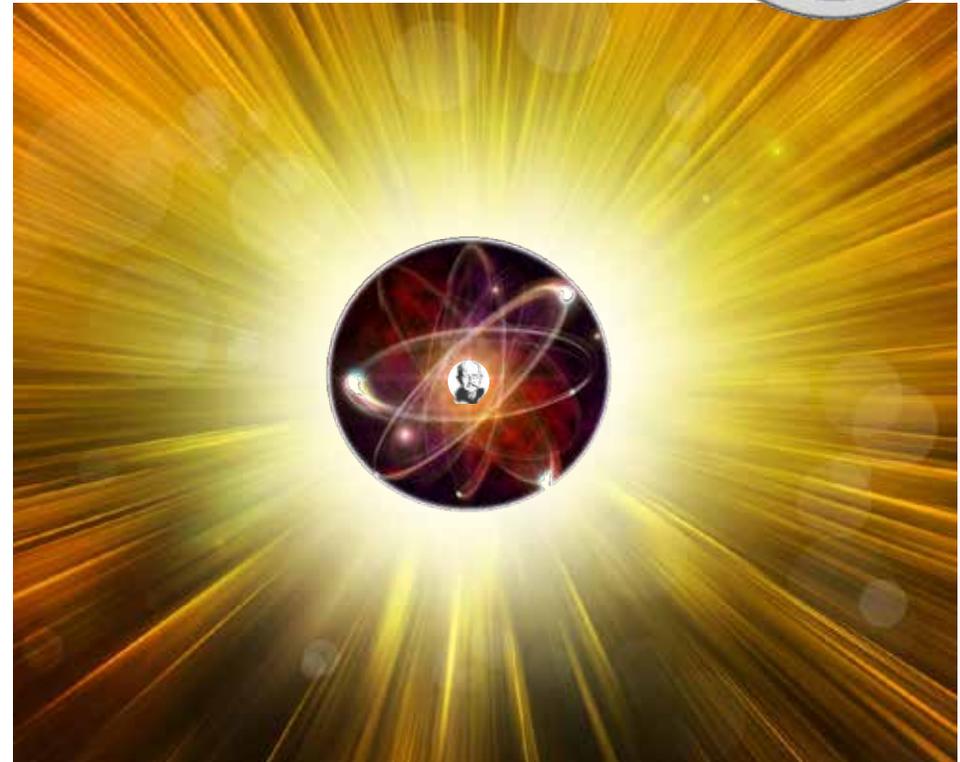
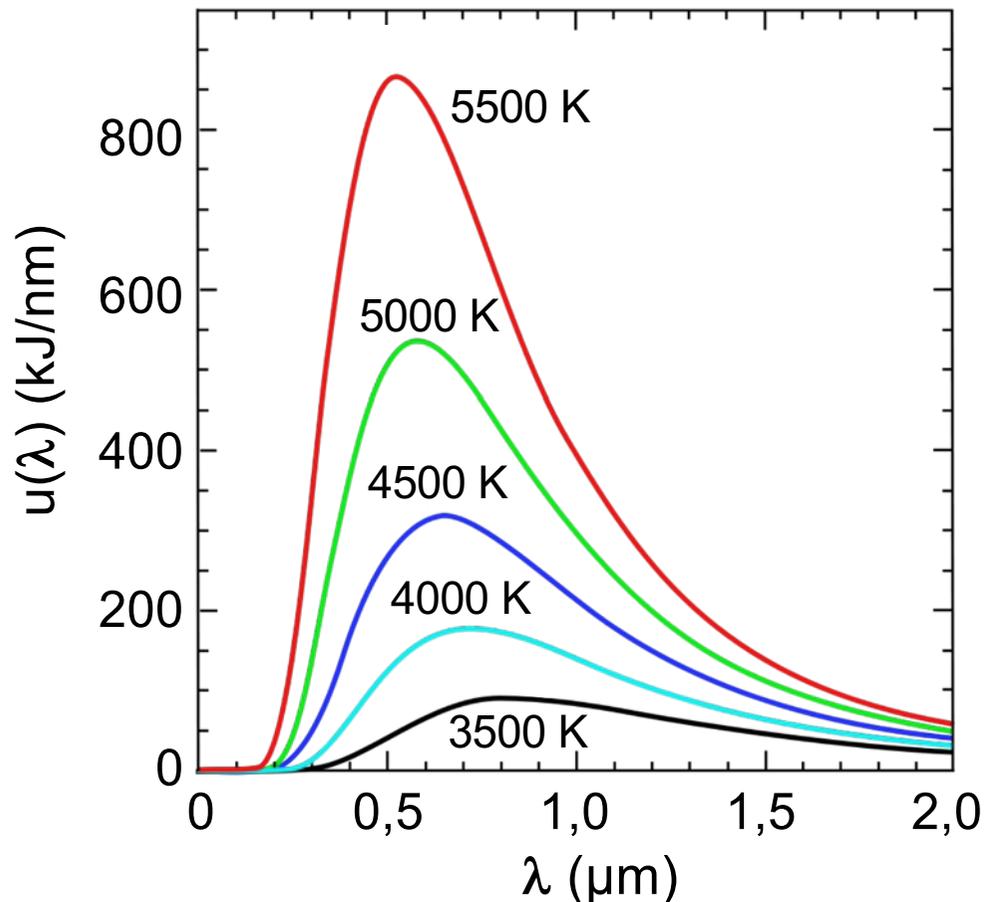
Temperaturstrahlung

■ Thermische Schwarzkörper-Strahlung

- emittiert von Körper in thermodynam. Gleichgewicht
- ⇒ Hohlraum (Absorption elektromagnetischer Strahlung)



■ Planck-Verteilung

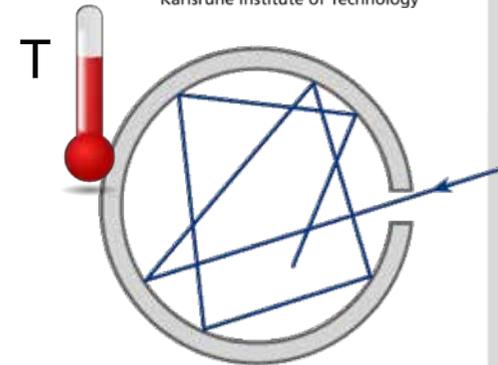


Urknall der
Quantenphysik

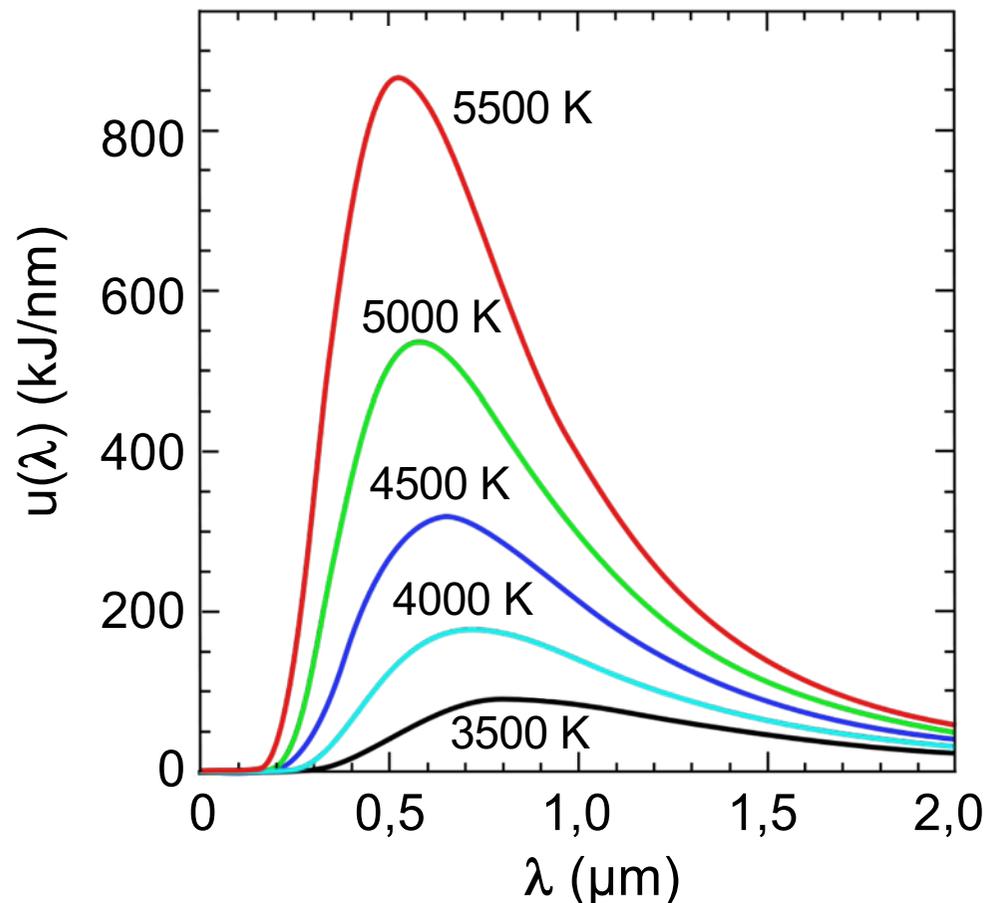
Temperaturstrahlung

■ Thermische Schwarzkörper-Strahlung

- emittiert von Körper in thermodynam. Gleichgewicht
- ⇒ Hohlraum (Absorption elektromagnetischer Strahlung)



■ Planck-Verteilung



spektrale Energiedichte $u(\nu, T)$:

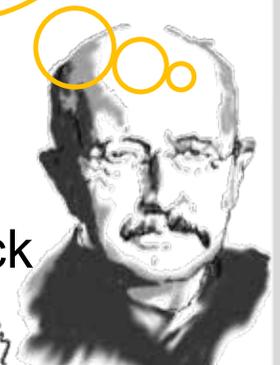
- nur abhängig von ν und T ; in $[J/m^3]$

$$u(\nu, T) = \frac{4\pi}{c} I(\nu, T)$$
$$= \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$



Nobel-
preis 1918

Max Planck



Schwarzkörper-Strahlung & Planck

■ Thermische Schwarzkörper-Strahlung

- zeigt die **Quantisierung des elektromagnetischen Felds**
- einzelne diskrete Quanten: Photonen mit $E = h \nu$



■ Planck'sches Wirkungsquantum h

- Entdeckung durch Planck in 1899/1900: begründet die Quantenmechanik
führt zu Teilchen-Welle Dualismus der modernen Physik

$$\begin{aligned}h &= 6,626\,070\,040(81) \cdot 10^{-34} \text{ J s} \\ &= 4,135\,667\,662(25) \cdot 10^{-15} \text{ eV s}\end{aligned}$$

- Dimension einer **Wirkung**
Energie \times Zeit (skalare Größe)
- $h =$ elementares Wirkungsquantum

Das Universum – ein schwarzer Strahler

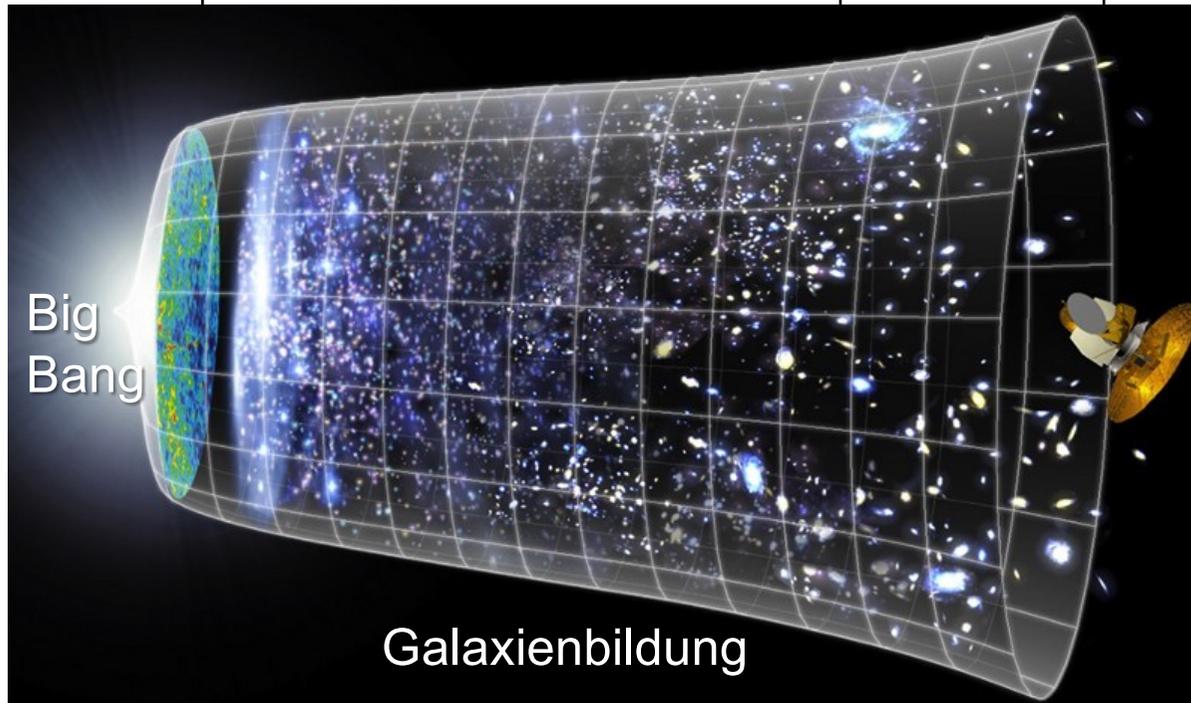
■ Kosmische Hintergrundstrahlung (Cosmic Microwave Background Radiation: CMB) – das Echo des Urknalls

- entstanden aus Materie-Antimaterie-Annihilation ($t \sim 10^{-4}$ s)
- entkoppelt 380.000 Jahren später (nach Bildung von Atomen)

Hintergrundstrahlung

dunkle Energie

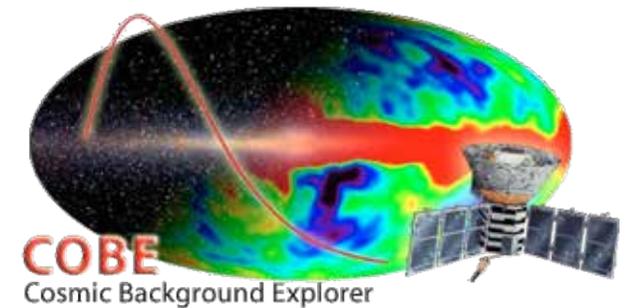
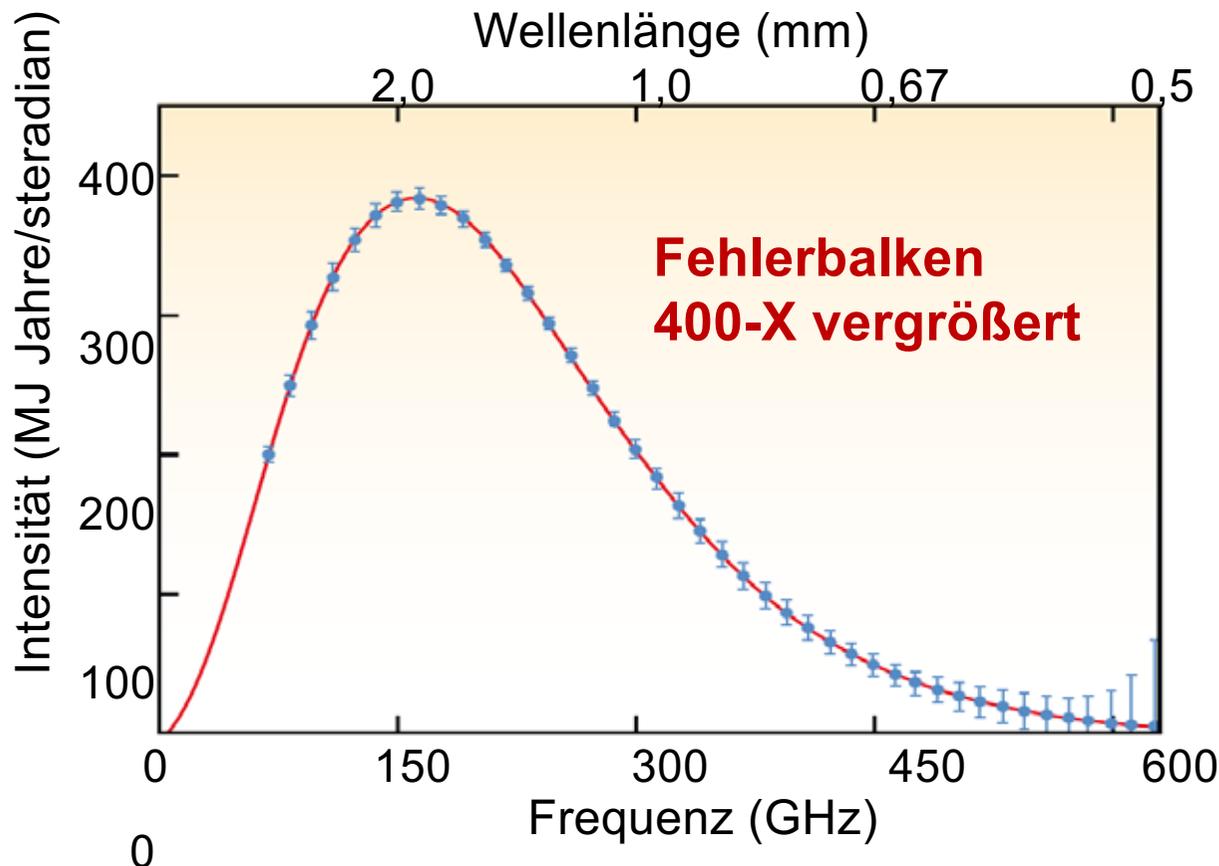
13.8 Mrd. Jahre



Das Universum – ein schwarzer Strahler

■ Temperaturmessungen auf dem COBE Satelliten

Interferometrie-Messungen von Mather, Smoot zeigen für die Hintergrundstrahlung ein perfektes Schwarzkörperspektrum mit $T = 2,725 \text{ K}$



John C. Mather, George F. Smoot:
Universum perfekter Schwarzkörper mit räumlichen Anisotropien.

Nobelpreis 2006



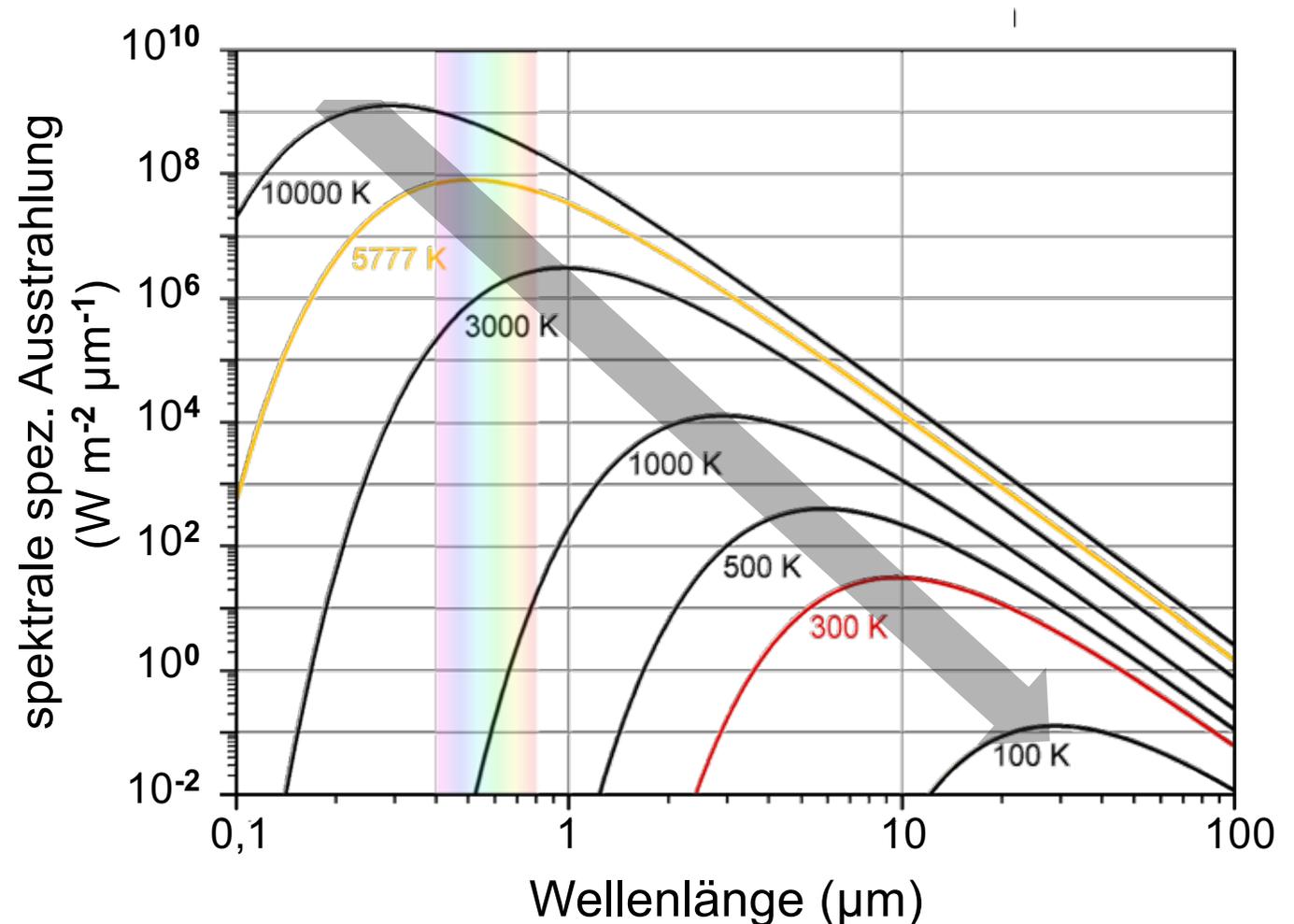
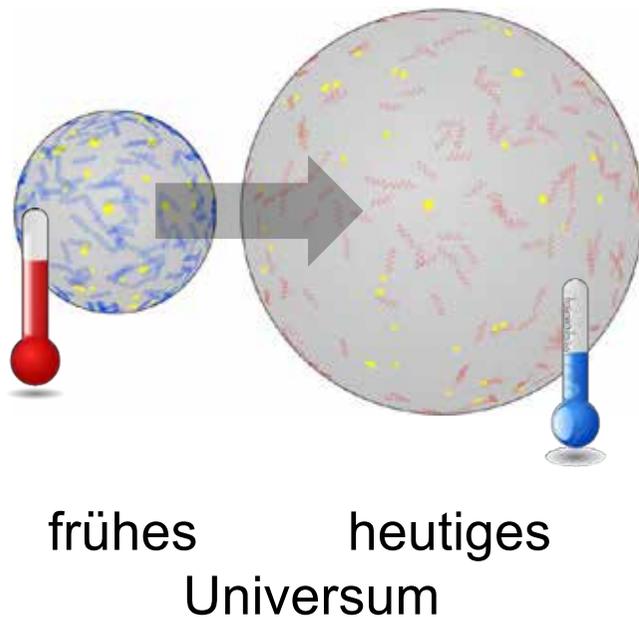
Beweis für den Urknall!

Abkühlung: Wiensches Verschiebungsgesetz

KIT
Karlsruhe Institute of Technology

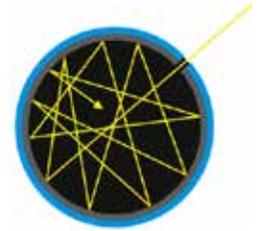
- Universum kühlt sich bei seiner Expansion ab (behält Planck-Verteilung)
- Beschreibung durch **Wiensches Verschiebungsgesetz**

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2,897 \text{ mm K}$$



Universum als Schwarzkörper

- Schwarzkörperstrahlung = **dichteste räumliche Packung** von Photonen, d.h. 1 Photon im Volumen $V = \lambda^3$ für die Photonendichte gilt $\rho_\gamma \sim 1 / \lambda^3$



- mit heutiger $T = 2,725 \text{ K}$ ergibt sich unter Nutzung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes

$$u_\gamma = 4.39 \cdot 10^{-14} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

Energiedichte

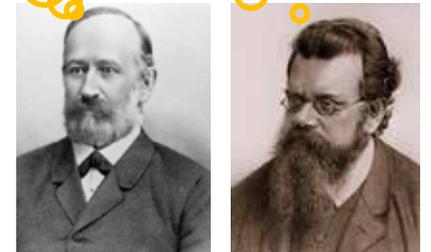
Stefan-Boltzmann Gesetz

$$\rho_\gamma = \frac{u_\gamma}{c^2} = 4.65 \cdot 10^{-31} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\Omega_\gamma = 5.05 \times 10^{-5}$$



$$u_\gamma = \frac{\pi^2}{15h^3c^3} (kT)^4$$



Planck-Verteilung & Näherungen

- **Näherungen:** - **kleines ν :** Wellen-Beschreibung von **Rayleigh & Jeans**
- **großes ν :** thermodynamische Beschreibung durch **Wien**

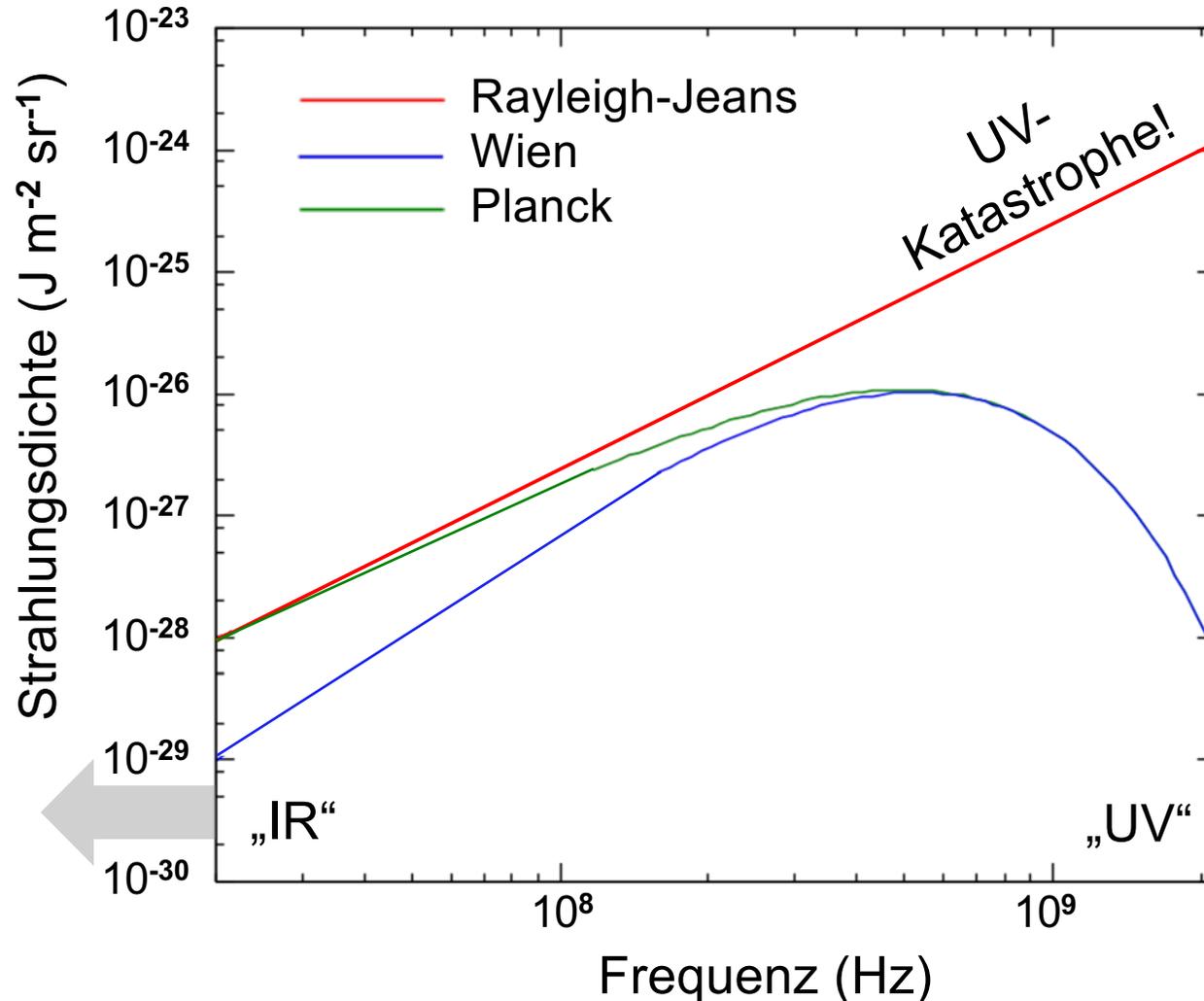
kleine
Frequenzen

**Rayleigh-
Jeans
Gesetz**

$$u(\nu) \sim \frac{\nu^2}{c^3} \cdot kT$$



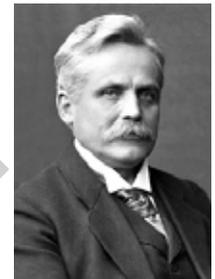
Rayleigh J. Jeans



große
Frequenzen

**Wiensches
Gesetz**

$$u(\nu) \sim \frac{\nu^3}{c^2} \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$



Wilhelm Wien