

Atome & Kerne

Sommersemester 2024
Vorlesung # 12, 06.06.24

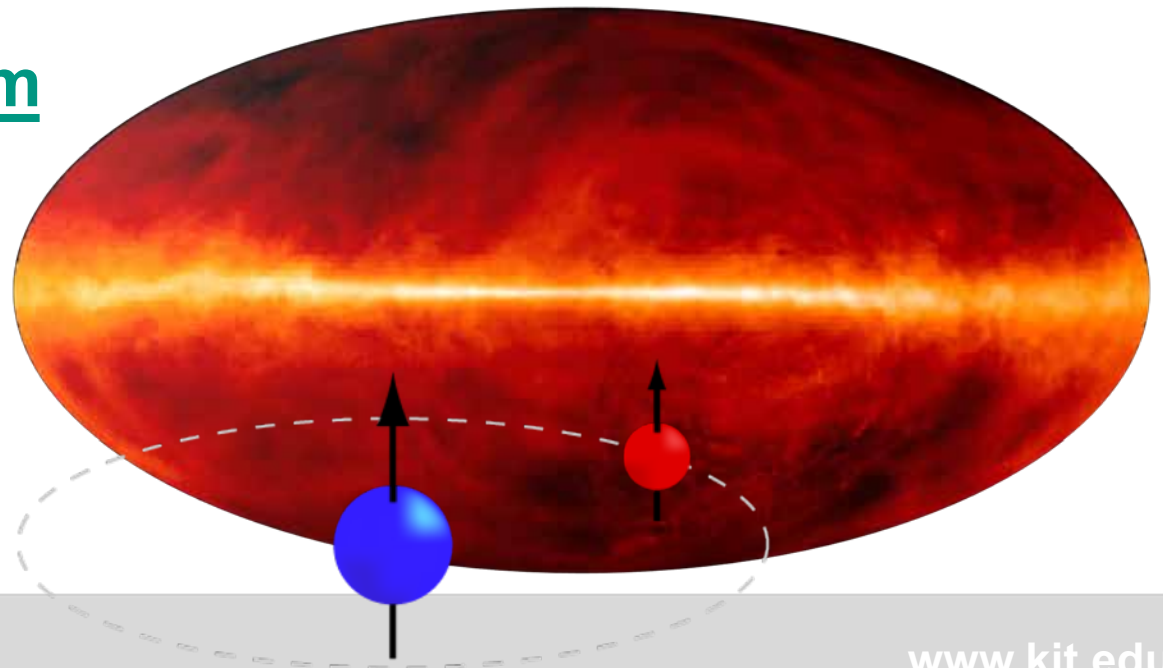
$$V_{HFS} = \frac{\tilde{a}}{2} \cdot [F \cdot (F+1) - I \cdot (I+1) - J \cdot (J+1)]$$

Thomas Müller, Institut für Experimentelle Teilchenphysik, Fakultät für Physik

6. Das Wasserstoff-Atom

.....

- 6.6 Lamb-Verschiebung
- 6.7 Hyperfeinstruktur
- 6.8 Atomuhren



Rückblick: Das Spektrum des Wasserstoffatoms

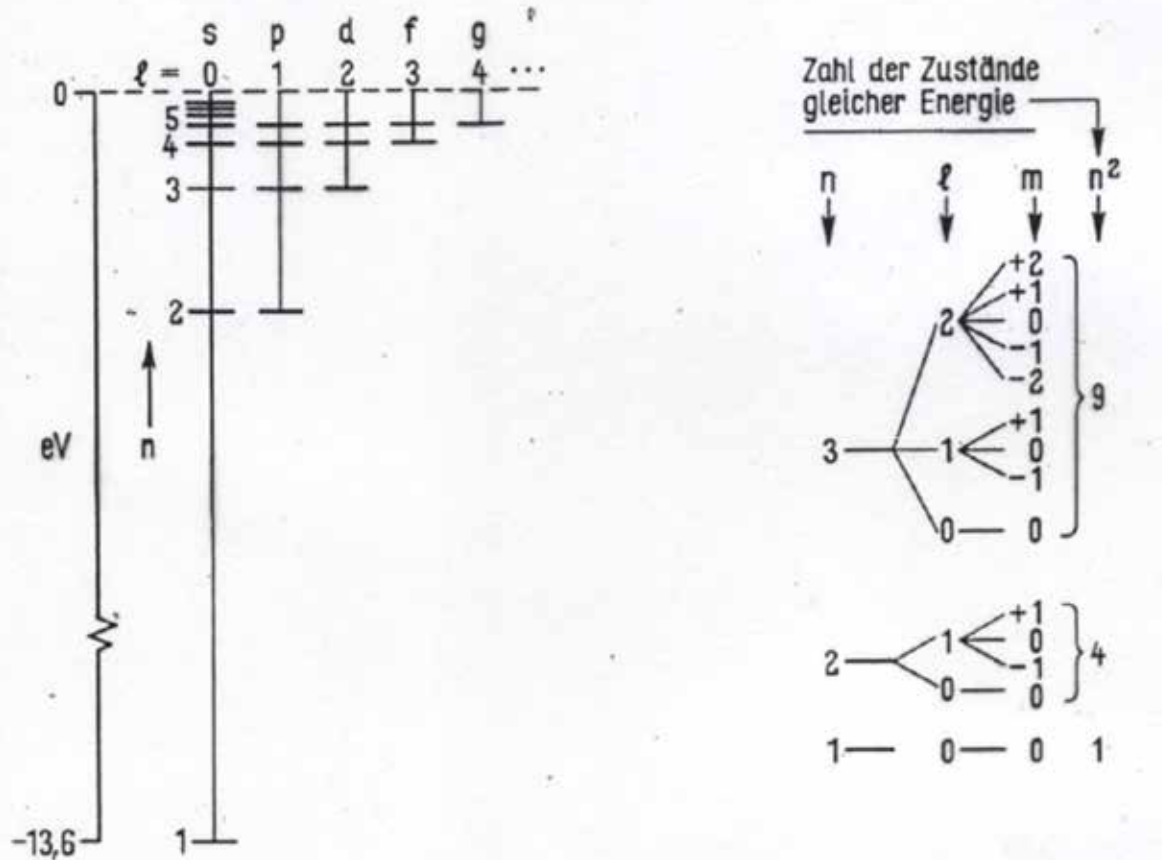
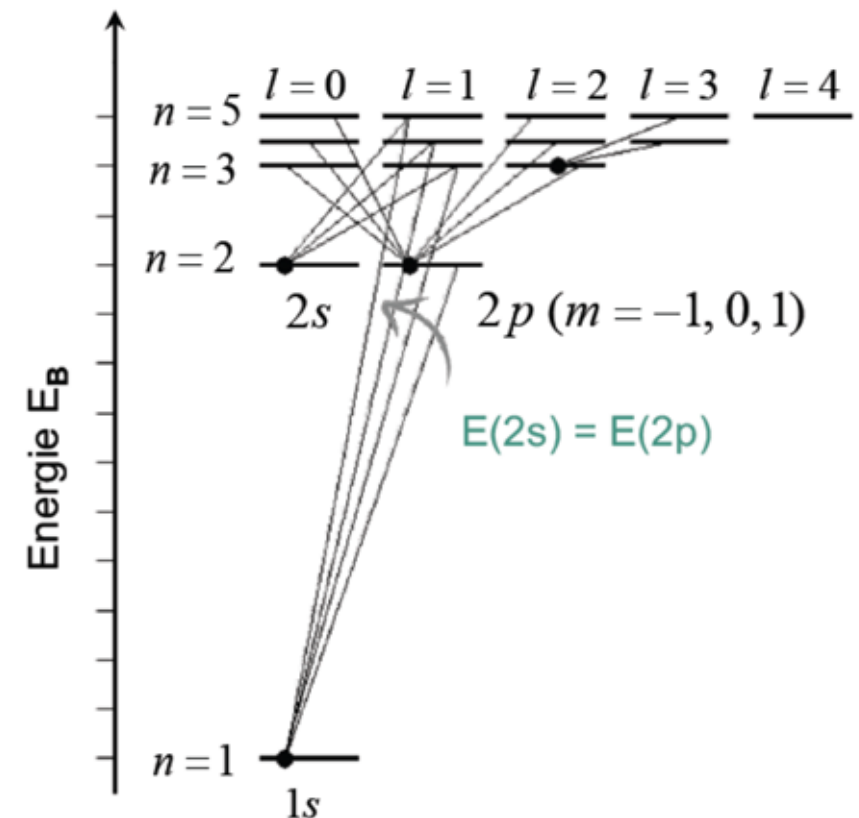


Fig. 28. Links: Termschema des Wasserstoffs. Die nach ℓ entarteten Terme zum gleichen n sind getrennt gezeichnet. Rechts: schematische Darstellung der möglichen Quantenzahlen ℓ und m zum gleichen n . Wenn keine äußeren Felder wirken, haben die Zustände mit gleichem n gleiche Energie

Energiezustände $E_n = - \frac{Z^2 e^4 m}{32 \pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}$

Einige erlaubte Übergänge



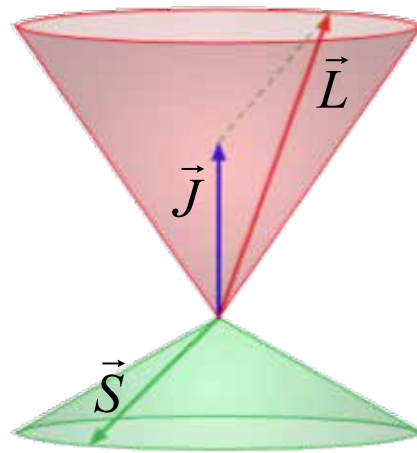
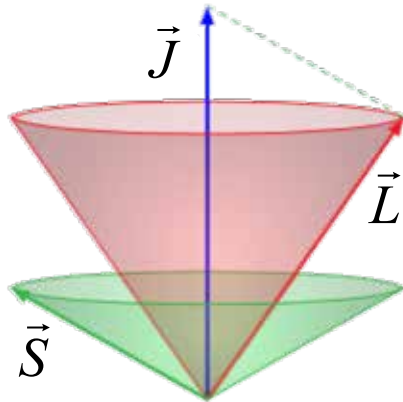
Feinstrukturaufspaltung durch LS-Kopplung

■ Kopplung Bahndrehimpuls L und Spin S zu **Gesamtdrehimpuls J**

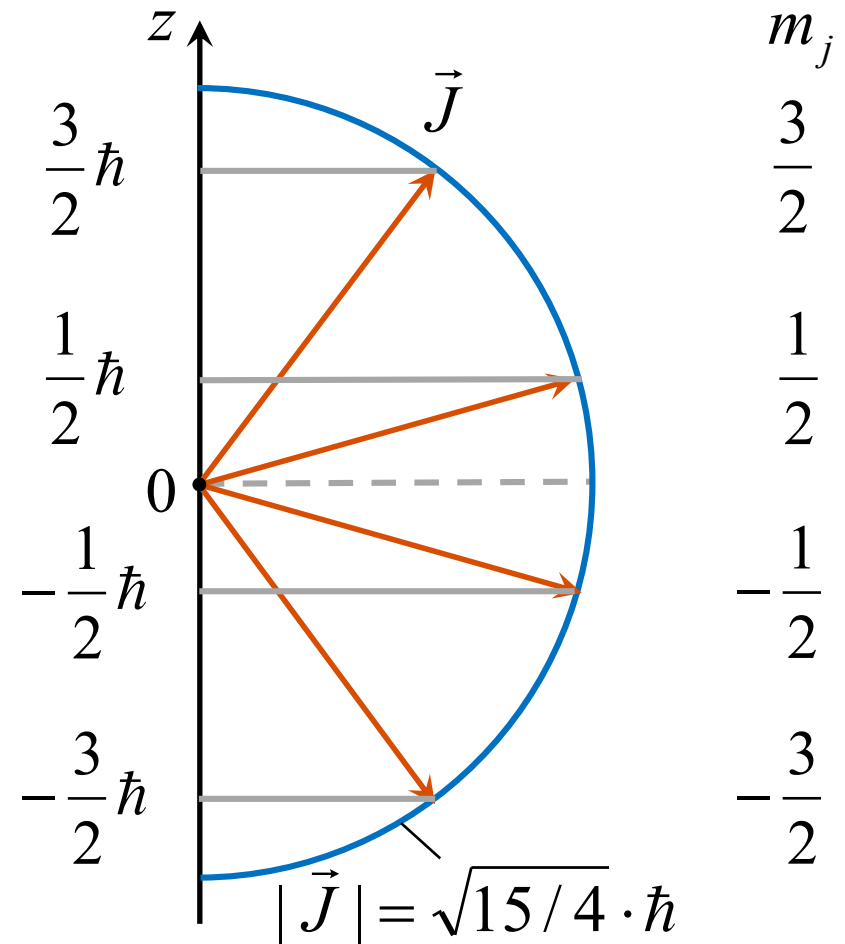
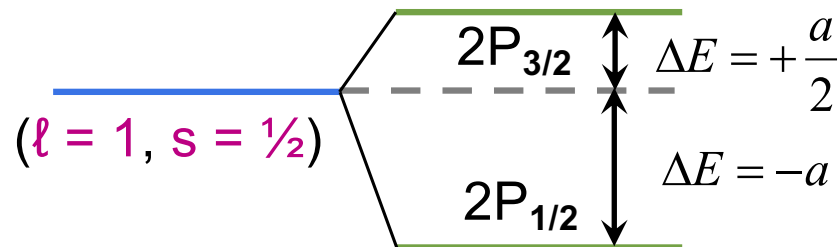
■ Spin-Bahnkopplung

4 (d.h. $2j+1$) Orientierungen für $j = 3/2$

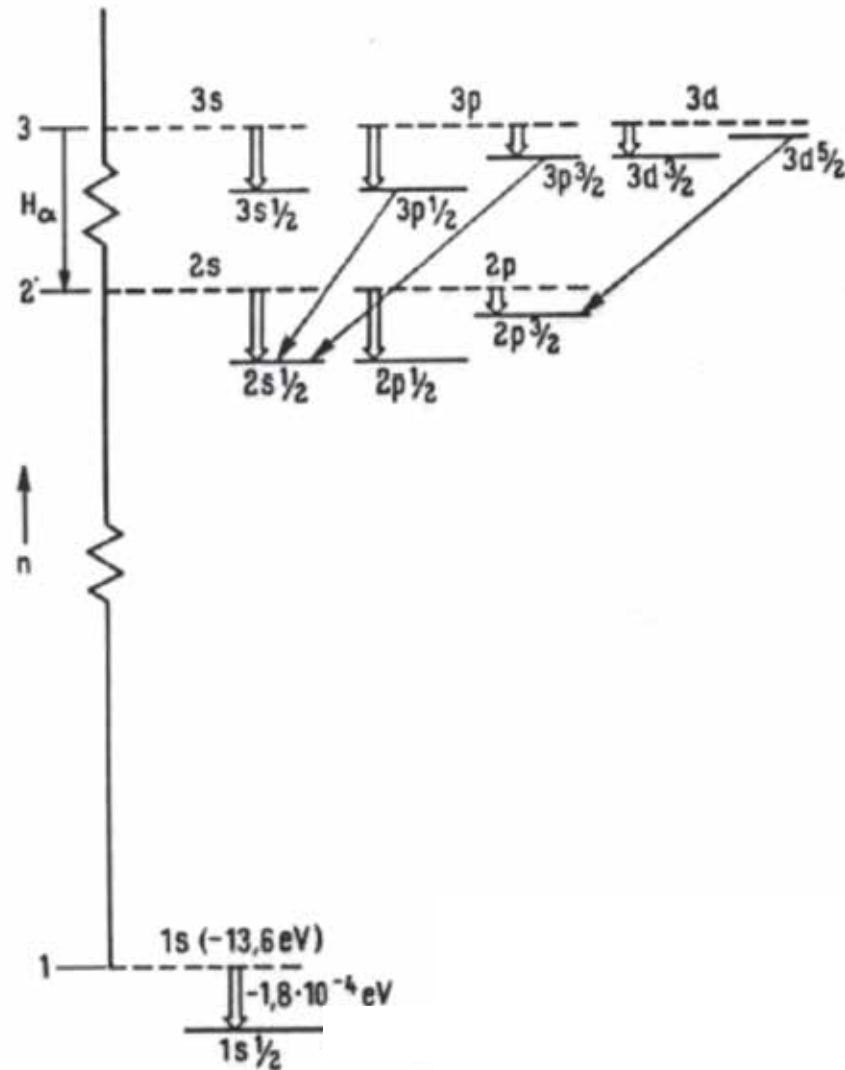
$$|\vec{J}| = \sqrt{j \cdot (j+1)} \cdot \hbar$$



$$V_{ls} = \frac{a}{2} \cdot [j \cdot (j+1) - \ell \cdot (\ell+1) - s \cdot (s+1)]$$



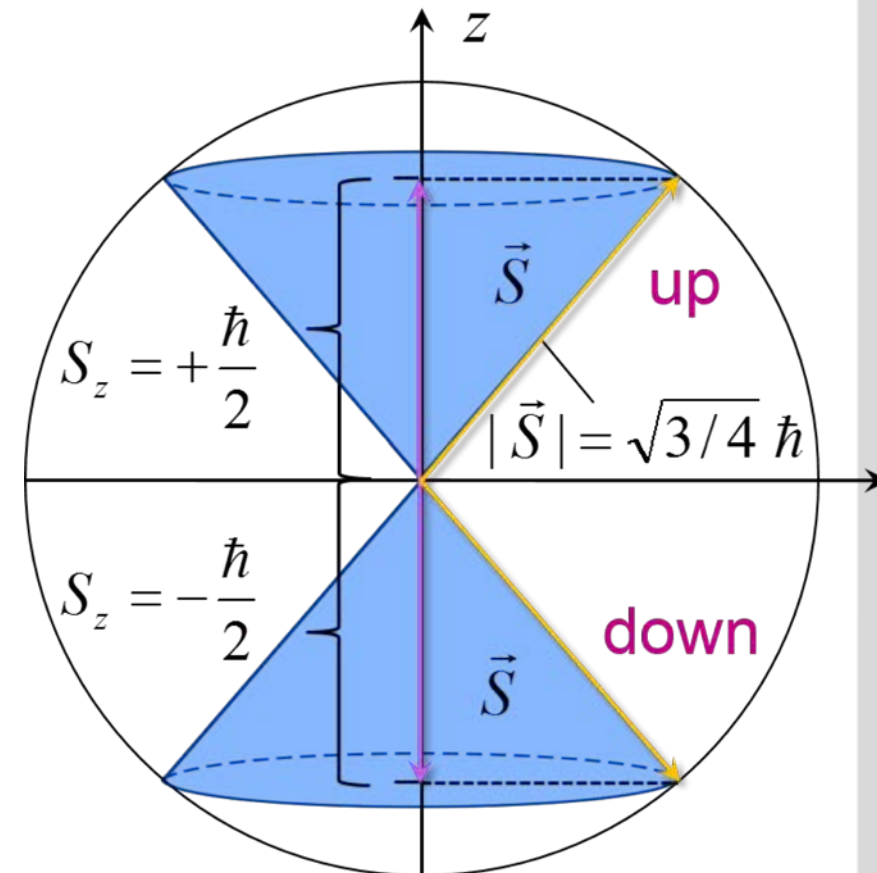
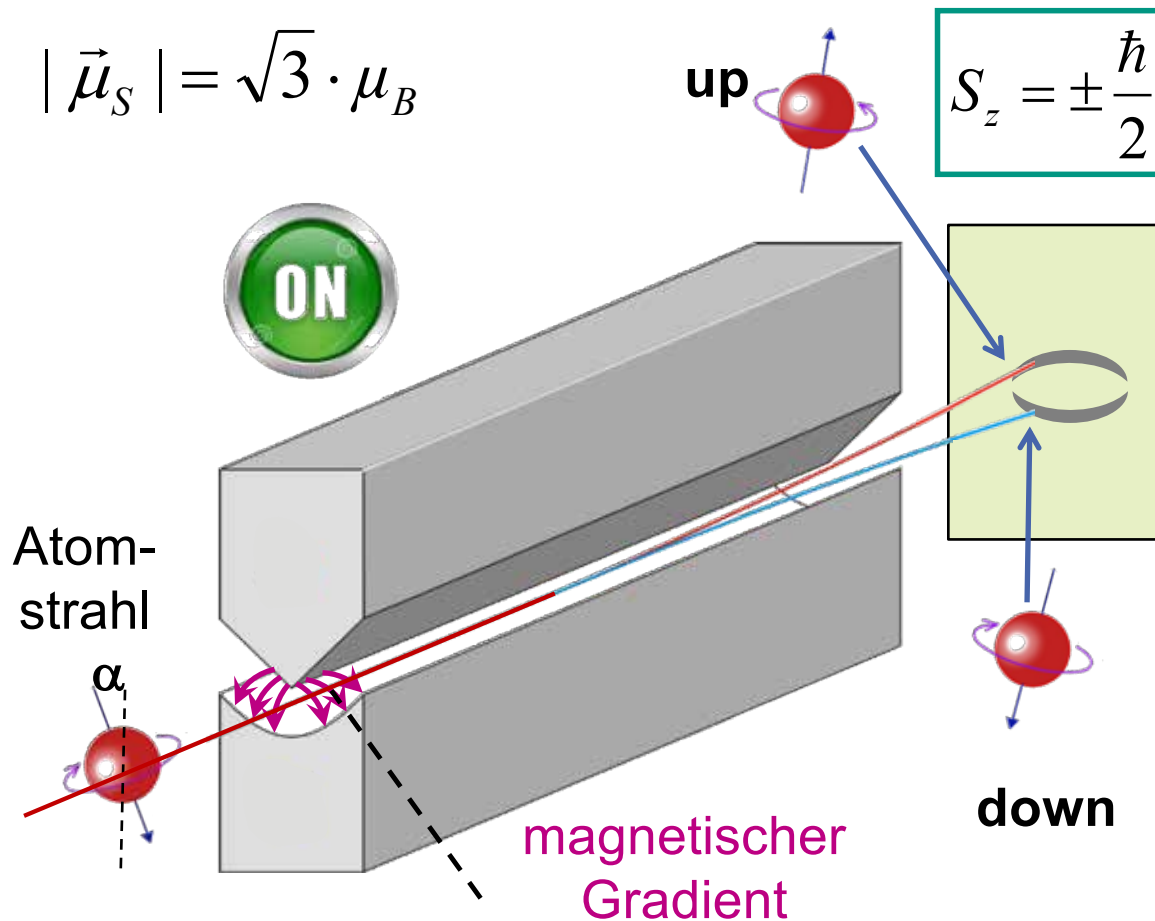
Spektrum des Wasserstoffatoms in hoher Auflösung



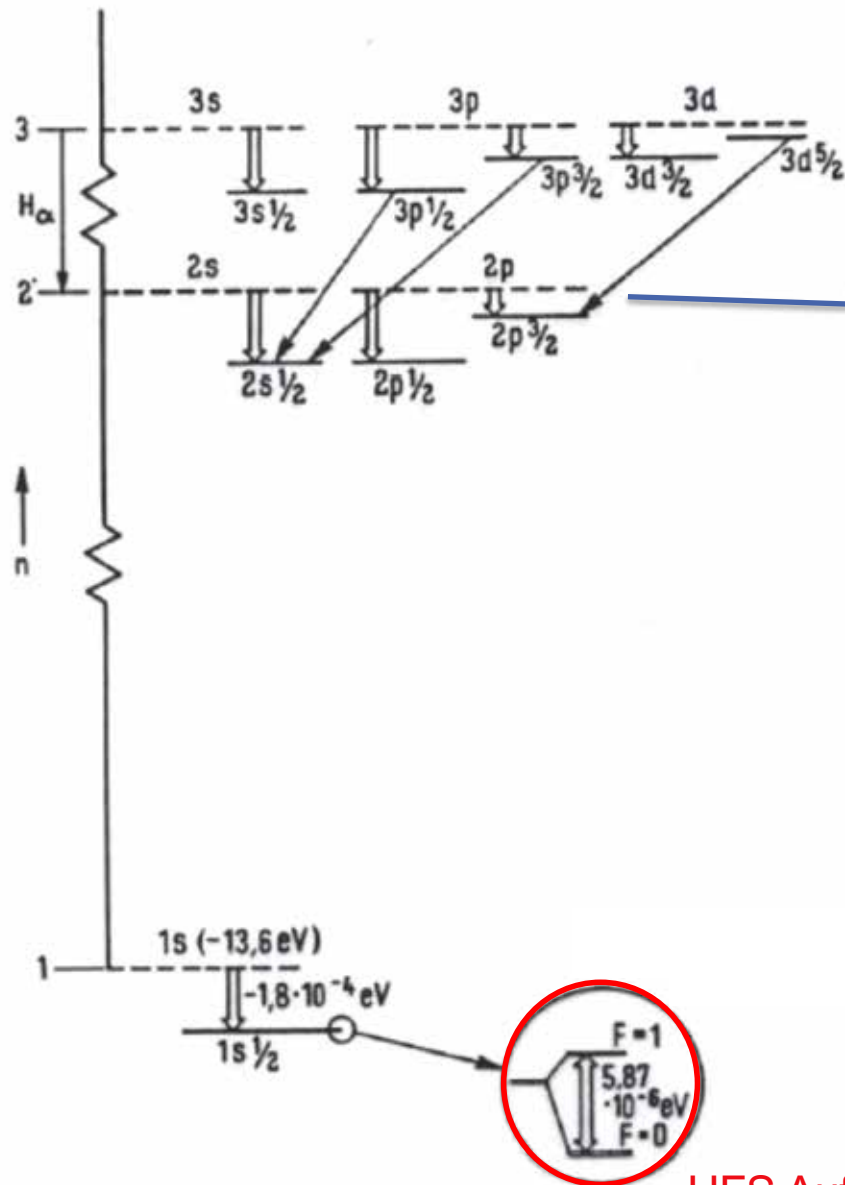
Konsequenz der Drehimpuls/Spin-Quantelung: Resultat des Stern-Gerlach Versuchs

$$\hat{S}^2 |s, m_s\rangle = \hbar^2 \cdot s \cdot (s + 1) \quad \hat{S}_z |s, m_s\rangle = \hbar \cdot m_s$$

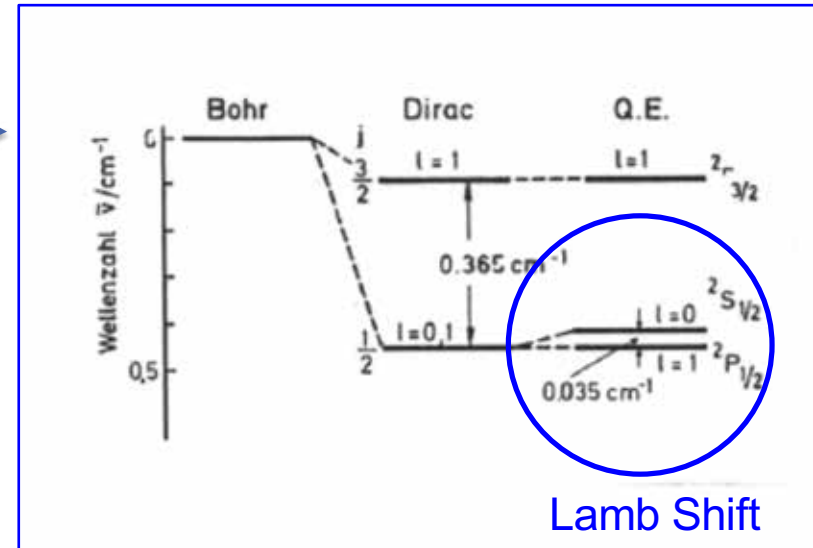
$$|\vec{\mu}_S| = \sqrt{3} \cdot \mu_B$$



Spektrum des Wasserstoffatoms in höchster Auflösung



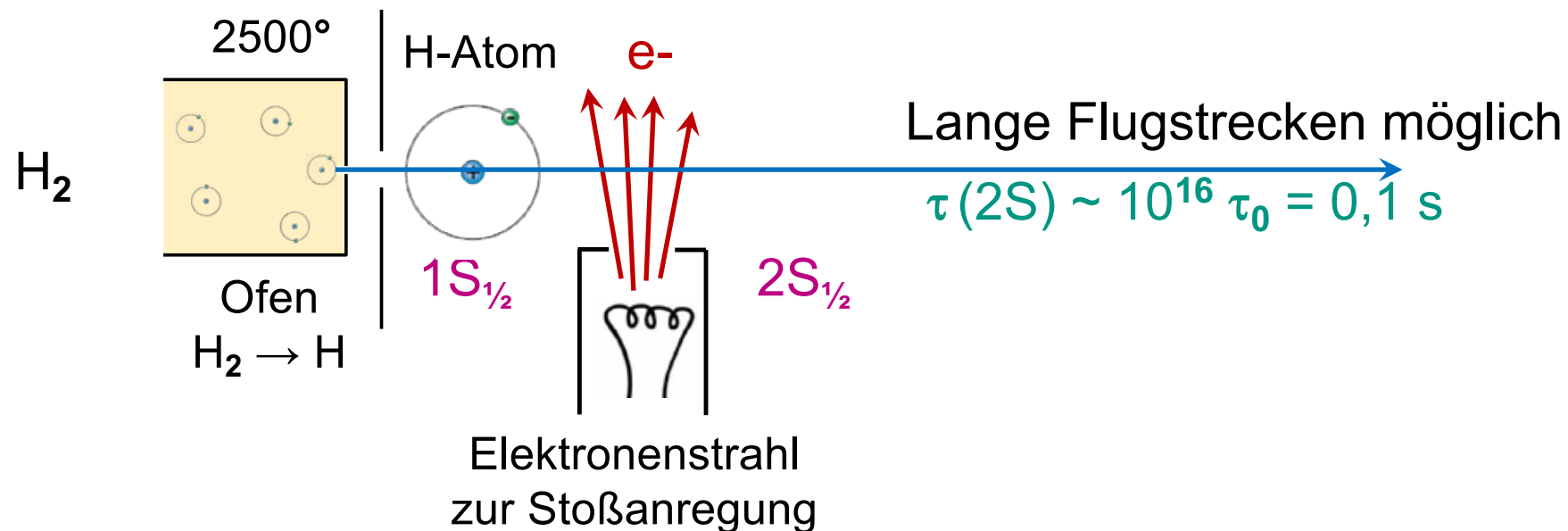
HFS Aufspaltung



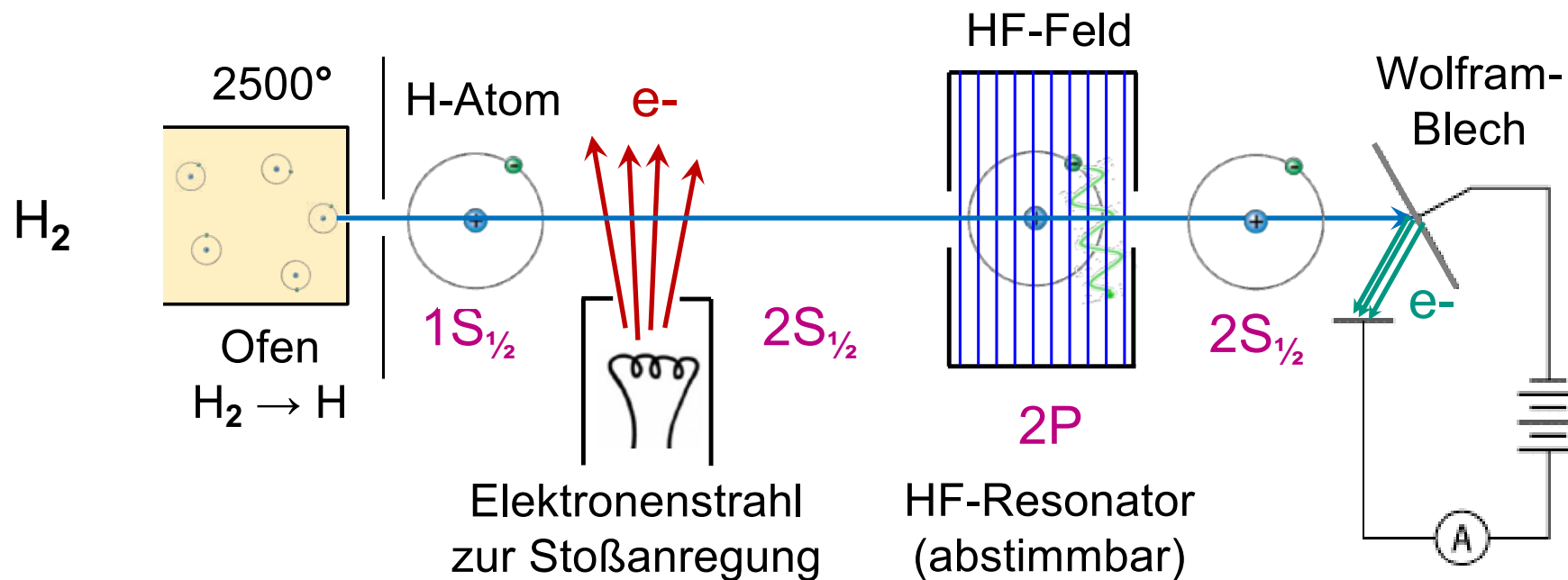
6.6 Experiment zur Lamb-Shift des H-Atoms

- 1947-1952: Willis E. Lamb & R.C. Retherford weisen erstmals die **Aufspaltung der $2S_{1/2}$ und $2P_{1/2}$ Zustände** im H-Atom nach
- Messung der **Lamb-Aufspaltung** im Strahl aus atomarem H

Vorbereitung: Anregung von H-Atomen zum metastabilen $2S_{1/2}$ Zustand durch Elektronen-Stöße (mit Photonen nicht möglich!)



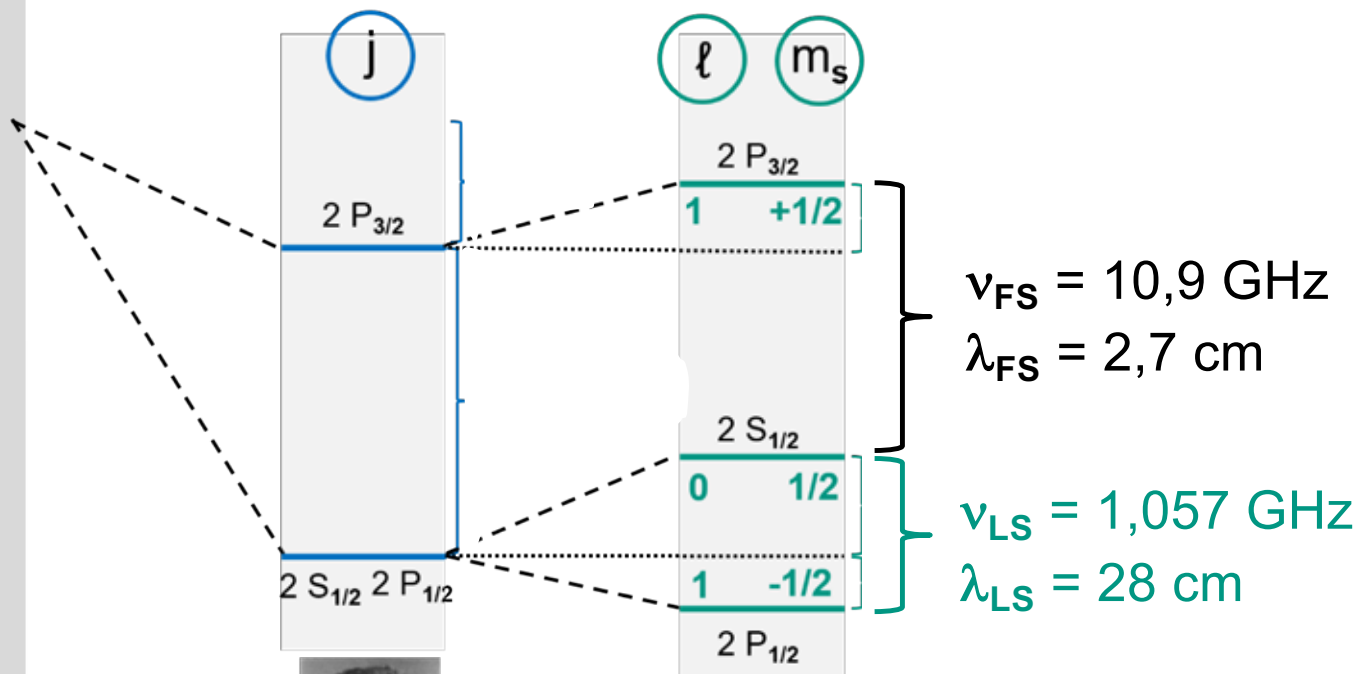
- Anschließend: in einem **HF Resonator** wird ein Teil der metastabilen $2S$ -Zustände in kurzlebige $2P$ -Zustände umgewandelt
 - **Mikrowellen** induzieren Übergänge $2S_{1/2} \rightarrow 2P_{3/2}$ & $2P_{1/2}$
 $2P$ Zustände sind kurzlebig und gehen sofort über in $1S$ Zustände
 - Nachweis der **verbleibenden $2S_{1/2}$ Zustände** über e- Strom an W-Blech



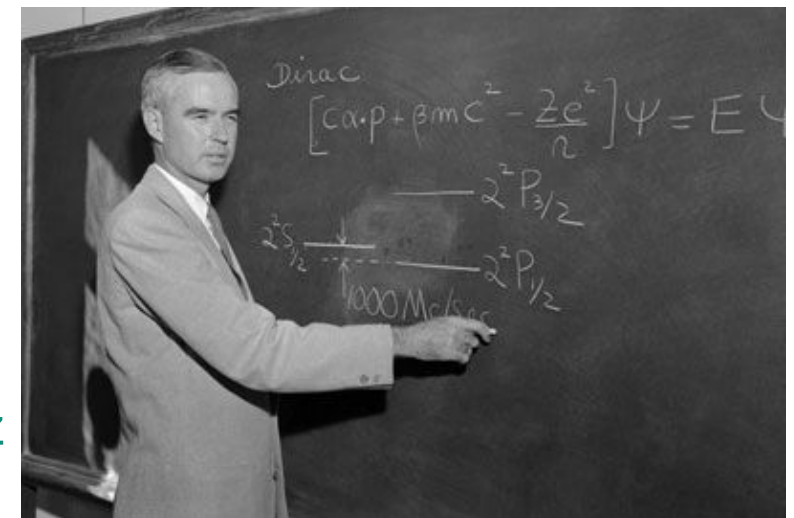
Experiment zur Lamb-Shift: Resultate

■ Experimentelle Resultate im H-Atom

- 1. HF-Absorptionsline bei $\nu_{FS} = 10,9 \text{ GHz}$: FS-Aufspaltung $2S_{1/2} \rightarrow 2P_{3/2}$
- 2. HF-Absorptionsline bei $\nu_{LS} = 1,06 \text{ GHz}$: Lambshift $2S_{1/2} \rightarrow 2P_{1/2}$

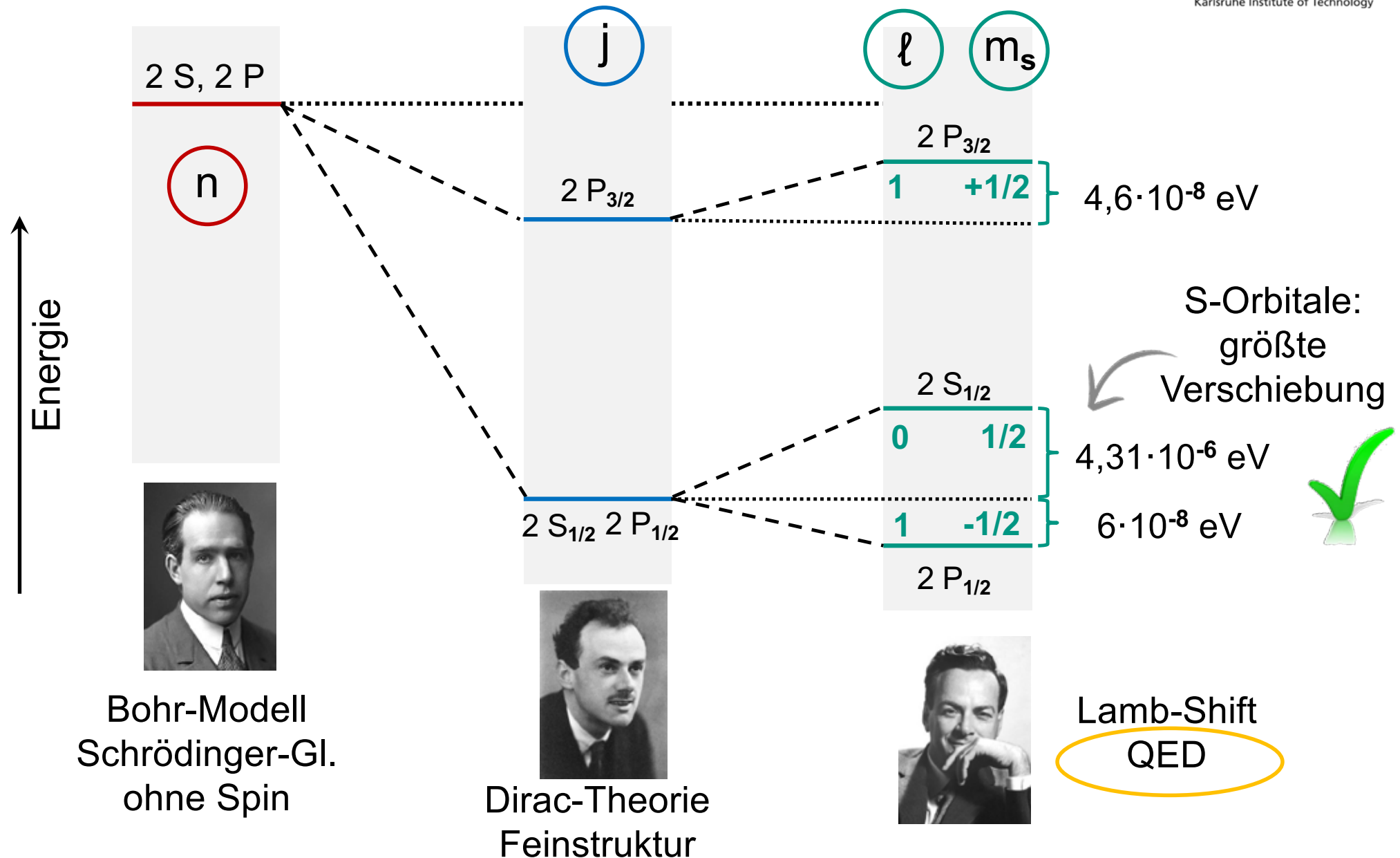


Feinstruktur
LS-Kopplung



*bei Resonanzfrequenzen
erzeuge ich Übergänge:
Strom am W-Blech sinkt!*

Energieniveaus: FS & Lamb-Shift



■ **Lamb-Shift** – Nachweis durch Mikrowelleneinstrahlung

Aufhebung der Entartung von Zuständen mit gleichem J

- Anregung von $2S_{1/2}$ nach $2P_{3/2}$ (Absorption von Strahlung)
- Abregung von $2S_{1/2}$ nach $2P_{1/2}$ (stimulierte Emission von Strahlung)
- **wichtiger Effekt für die Entwicklung der QED (Vakuum-Effekte)**

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 72, NUMBER 3

AUGUST 1, 1947

Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method* **

WILLIS E. LAMB, JR. AND ROBERT C. RETHERFORD

Columbia Radiation Laboratory, Department of Physics, Columbia University, New York, New York

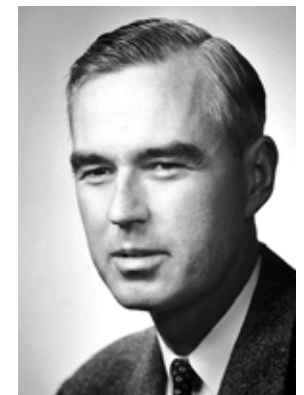
(Received June 18, 1947)

THE spectrum of the simplest atom, hydrogen, has a fine structure¹ which according to the Dirac wave equation for an electron moving in a Coulomb field is due to the combined effects of relativistic variation of mass with velocity and spin-orbit coupling. It has been considered one of the great triumphs of Dirac's theory that it gave the "right" fine structure of the energy levels. However, the experimental attempts to obtain a really detailed confirmation through a study of the Balmer lines have been frustrated by the large Doppler effect of the lines in comparison to the small splitting of the lower or $n=2$ states. The various spectroscopic workers have alternated between finding confirmation² of the theory and discrepancies³ of as much as eight



Nobelpreis
1955

*"for his discoveries
concerning the fine
structure of the
hydrogen spectrum"*



Willis E. Lamb

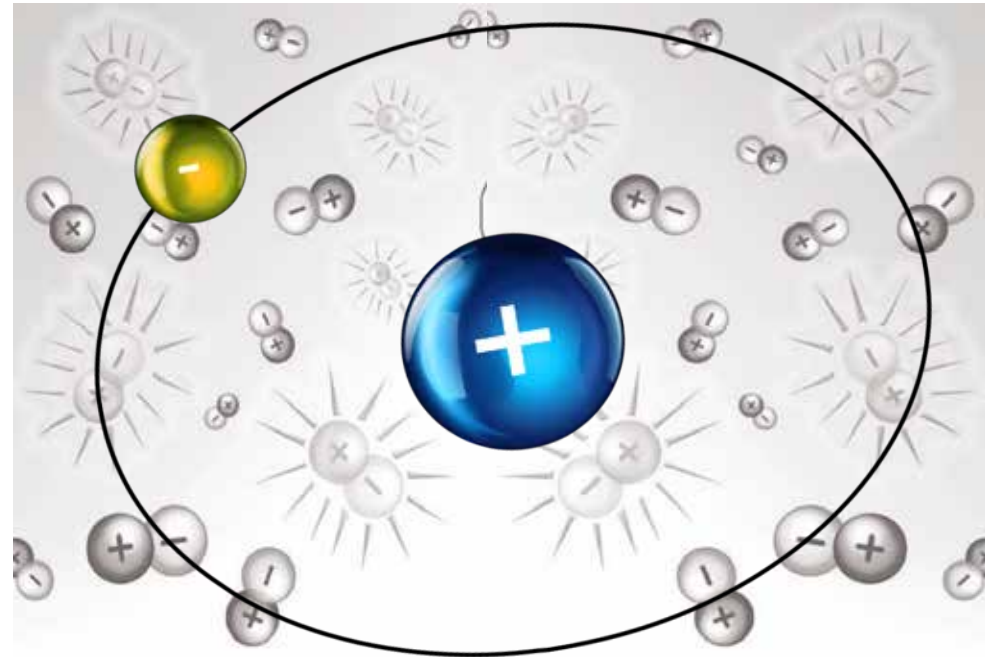
Vakuumpolarisation & H-Atom

- QED: Vakuumgrundzustand ist angefüllt mit **virtuellen Teilchen**, die der Heisenbergschen Unschärferelation unterliegen (**Vakuum-Polarisation**)

$$\Delta E \cdot \Delta t \leq \frac{\hbar}{2}$$

- virtuelle Teilchen sind nicht direkt beobachtbar
- virtuelle Photonen
- virtuelle Elektron-Positron Paare
- virtuelle e^-e^+ Paare beeinflussen Elektronorbitale

virtuelle Elektron-
Positron Paare



$$\langle E_{pot} \rangle = -\frac{Z \cdot e^2}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left\langle \frac{1}{r + \delta r} \right\rangle$$

Feldänderung durch
virtuelle Teilchen

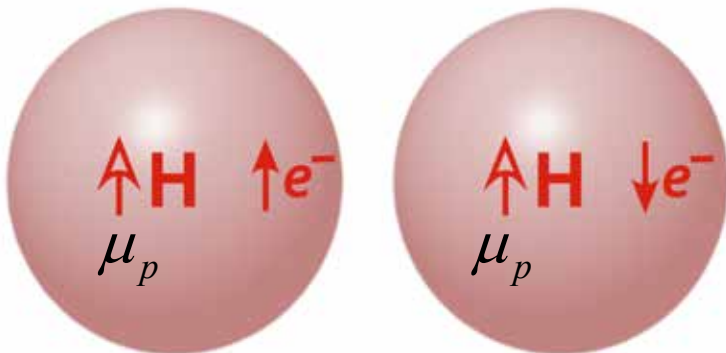
6.7 Hyperfeinstruktur

■ **Energiezustände** im Atomen werden beeinflusst durch folgende Eigenschaften des **Kerns**:

- **Q**: Coulombfeld der Protonen, Ladungsverteilung im Kern
- **M**: Endliche Kernmasse (reduzierte Masse $\Rightarrow$ Isotopeneffekt)

■ **Hyperfeinstruktur**- Zustände in Atomen beeinflusst durch das **magnetische Kernmoment** μ_{Kern} des **Kernspins** **I**, Wechselwirkung mit magnetischem Dipolmoment μ_e der Hüllenelektronen

- $\sim 10^3$ kleiner als Feinstruktur-Aufspaltung



erklärt von Wolfgang Pauli – 1924:
Postulat der Existenz des Spins
& magnetischen Moments des Kerns



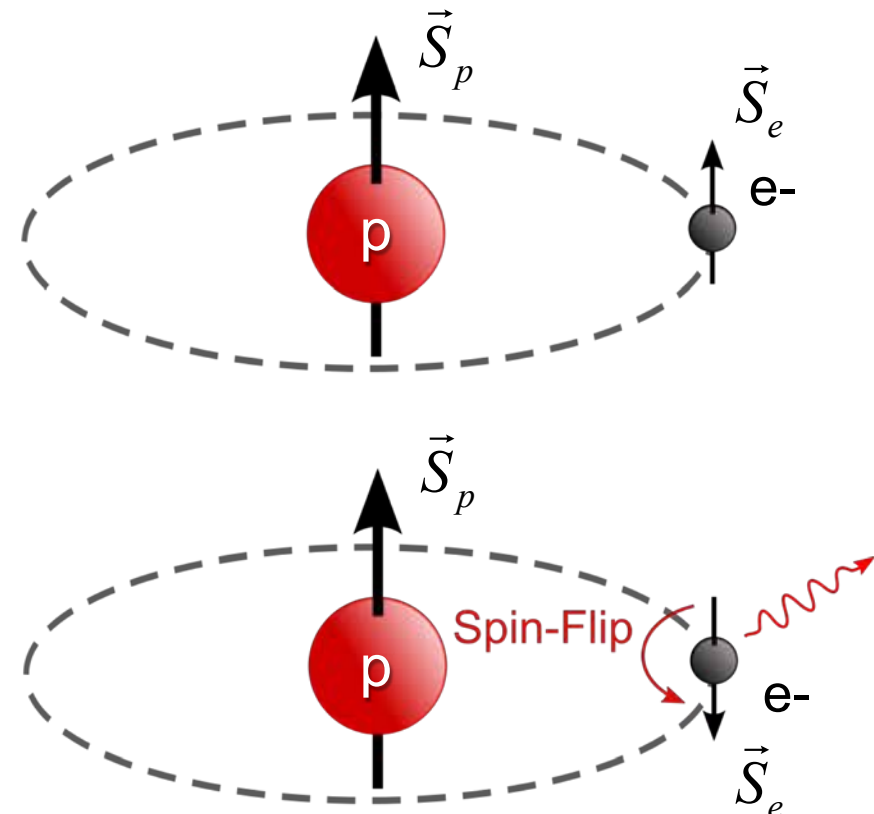
Hyperfeinstruktur von Wasserstoff

- **Hyperfeinstruktur (HFS)** atomarer Wasserstoff (Grundzustand 1S):
 - 2 Zustände: Spin-Orientierung Proton $\leftrightarrow$ Elektron

- Kopplung von Gesamtdrehimpuls $\mathbf{J}$ (Elektron) & Kernspins $\mathbf{I}$ zu neuem **Gesamtdrehimpuls $\mathbf{F}$**

$$\vec{J} + \vec{I} = \vec{F}$$

- einfachstes Beispiel: H-Atom
 - parallele Ausrichtung $\uparrow\uparrow$
 - anti-parallele Ausrichtung $\uparrow\downarrow$
 - der Spins $\vec{S}_p$ und $\vec{S}_e$
- Übergang zwischen HFS-Zuständen:
Spinflip des Elektrons (21 cm Welle)



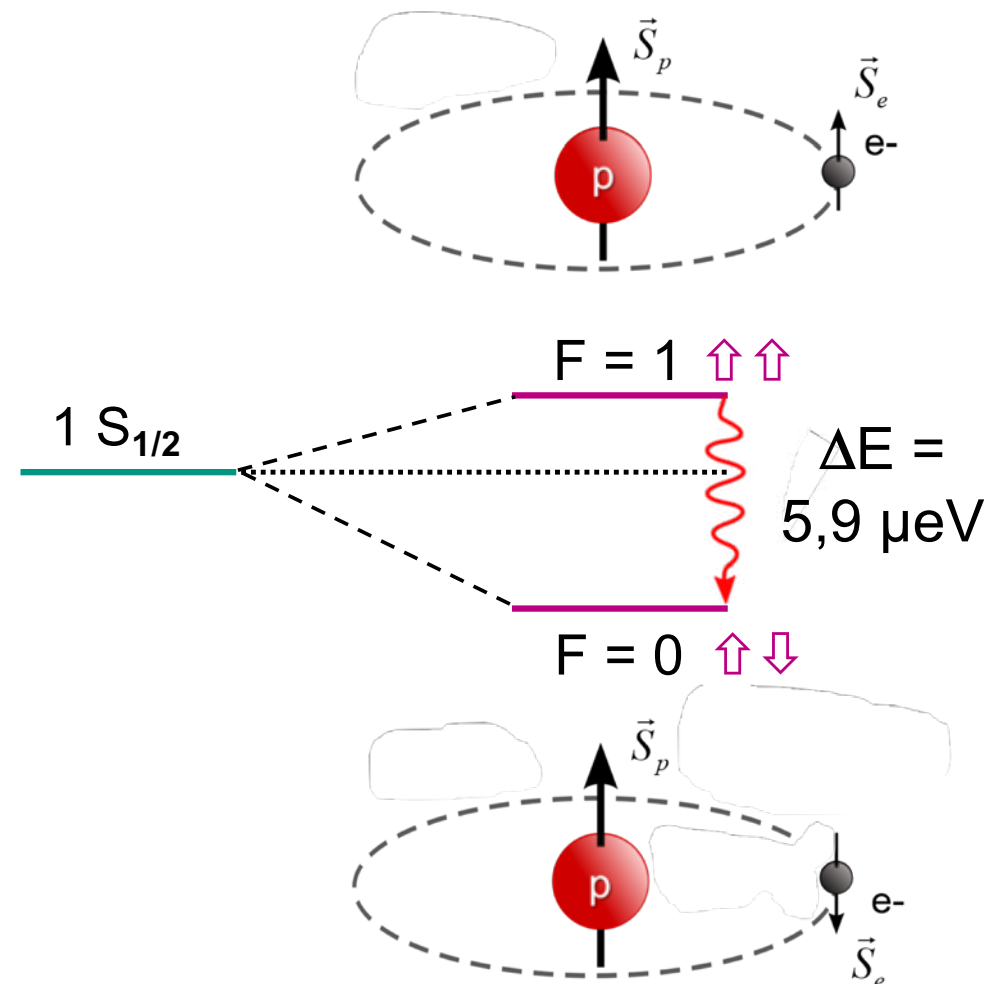
$$f = 1420 \text{ MHz} \quad \lambda = 21 \text{ cm}$$

Hyperfeinstruktur von Wasserstoff

- Spinflip-Übergänge des e- sind hochgradig **unterdrückt**
Dipol-Regel: $\Delta L = \pm 1$ ist verletzt

HFS-Übergang im H-Atom
mit extrem kleiner Übergangsrate:
 $R = 2,9 \cdot 10^{-15} \text{ s}^{-1}$

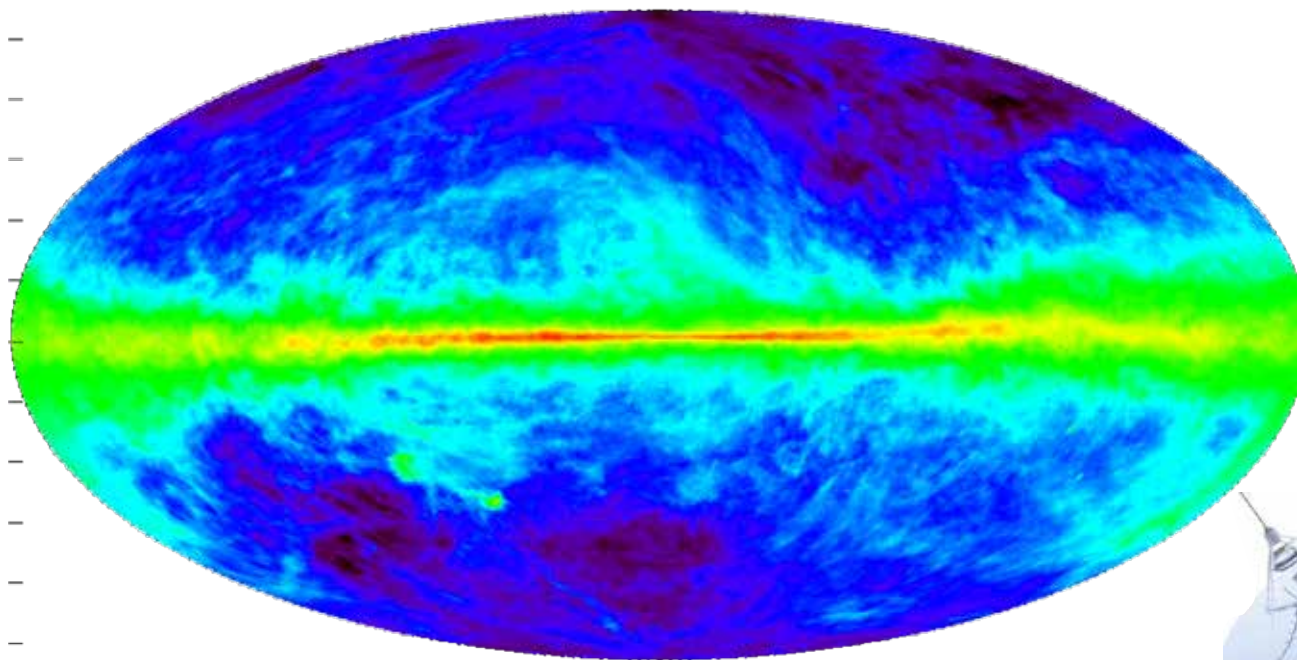
$\tau \sim 10^7$ Jahre



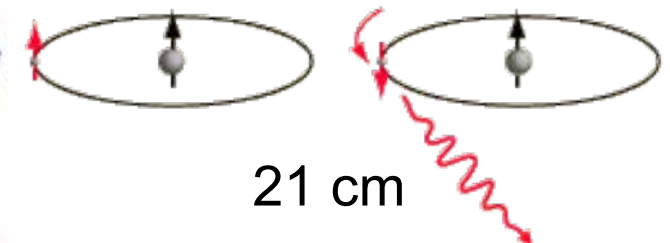
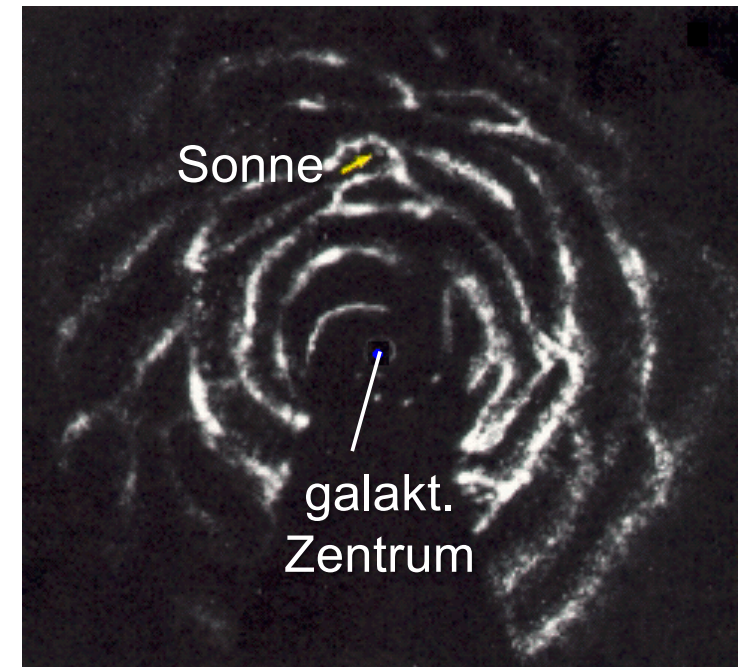
21 cm Linie in Radioastronomie

- **Hyperfeinstrukturübergänge** von atomarem Wasserstoff (21 cm Linie) spielen eine wichtige Rolle in der Radioastronomie (**HI Regionen**)

- Spiralstruktur unserer Galaxis
 - Rotationskurven von Galaxien
- } Doppler-Effekt



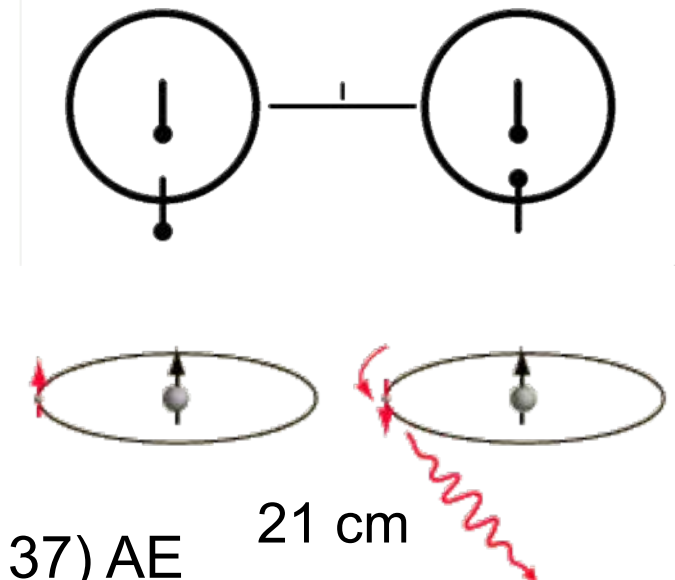
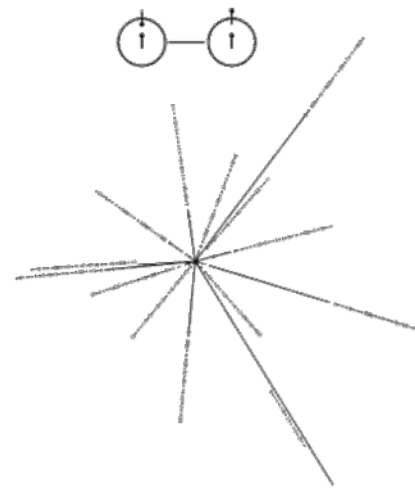
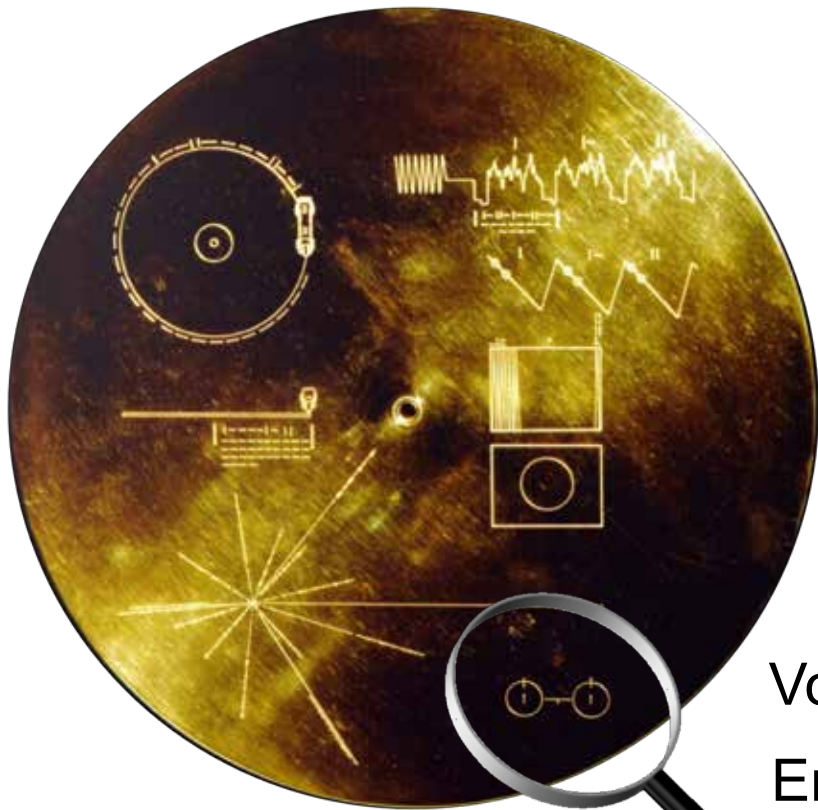
21 cm Bild von neutralen H-Atomen in Galaxis



HFS von Wasserstoff auf großer Reise

■ Hyperfeinstruktur von atomarem Wasserstoff einer der „Messenger“ der Menschheit

- Voyager-Sonden (Start 1977) zeigen u.A.
den Hyperfein-Übergang von neutralem H-Atom



Voyager 1 (2) Missionen

Entfernung heute: 164 (137) AE

21 cm

Entfernung zum nächsten erdähnlichen Planeten
Proxima Centauri b: 4,2 LJ = 266.000 AE

Magnetisches Moment von Nukleonen

- **Proton** als Fermion mit Spin $S = \frac{1}{2}$
 - definiert über seine Masse m_p die Einheit des **Kernmagneton** μ_N

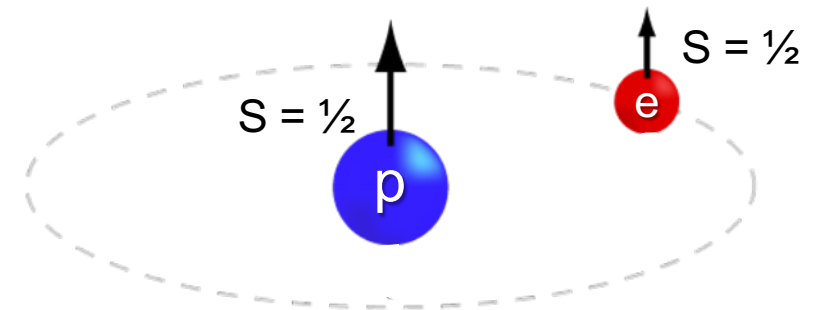
$$\mu_N = \frac{e}{2m_p} \cdot \hbar$$

$$\begin{aligned}\mu_N &= 3,152\,451\,2250\,(15) \cdot 10^{-8} \text{ eV/T} \\ &= 5,050\,783\,699\,(31) \cdot 10^{-27} \text{ J/T}\end{aligned}$$

- **Kernmagneton ist $\sim 2000 \times$ kleiner als Bohrsches Magneton!**

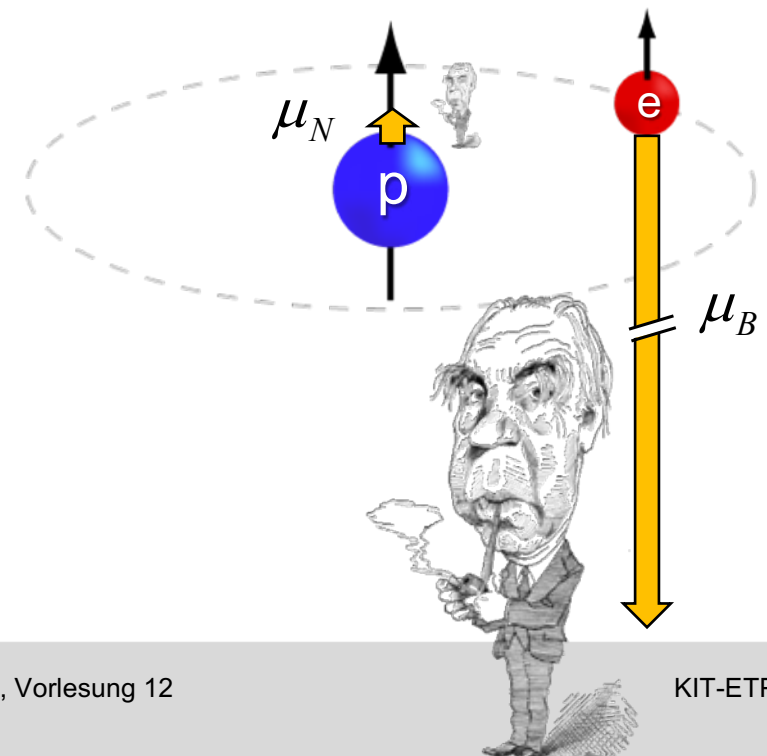
- Magnetisches Kernmoment μ_I :

$$\vec{\mu}_I \sim \mu_N \cdot \vec{I}$$



$$m_p = 938,272\,0813(58) \text{ MeV}$$

$$m_e = 0,510\,998\,9461(31) \text{ MeV}$$



Nukleonen: g-Faktor

■ Magnetisches Dipol-Moment des **Protons**:

$$\vec{\mu}_p = g_p \cdot \mu_N \cdot \vec{S}_p$$

$$g_p = 5,585\,694\,702(17)$$

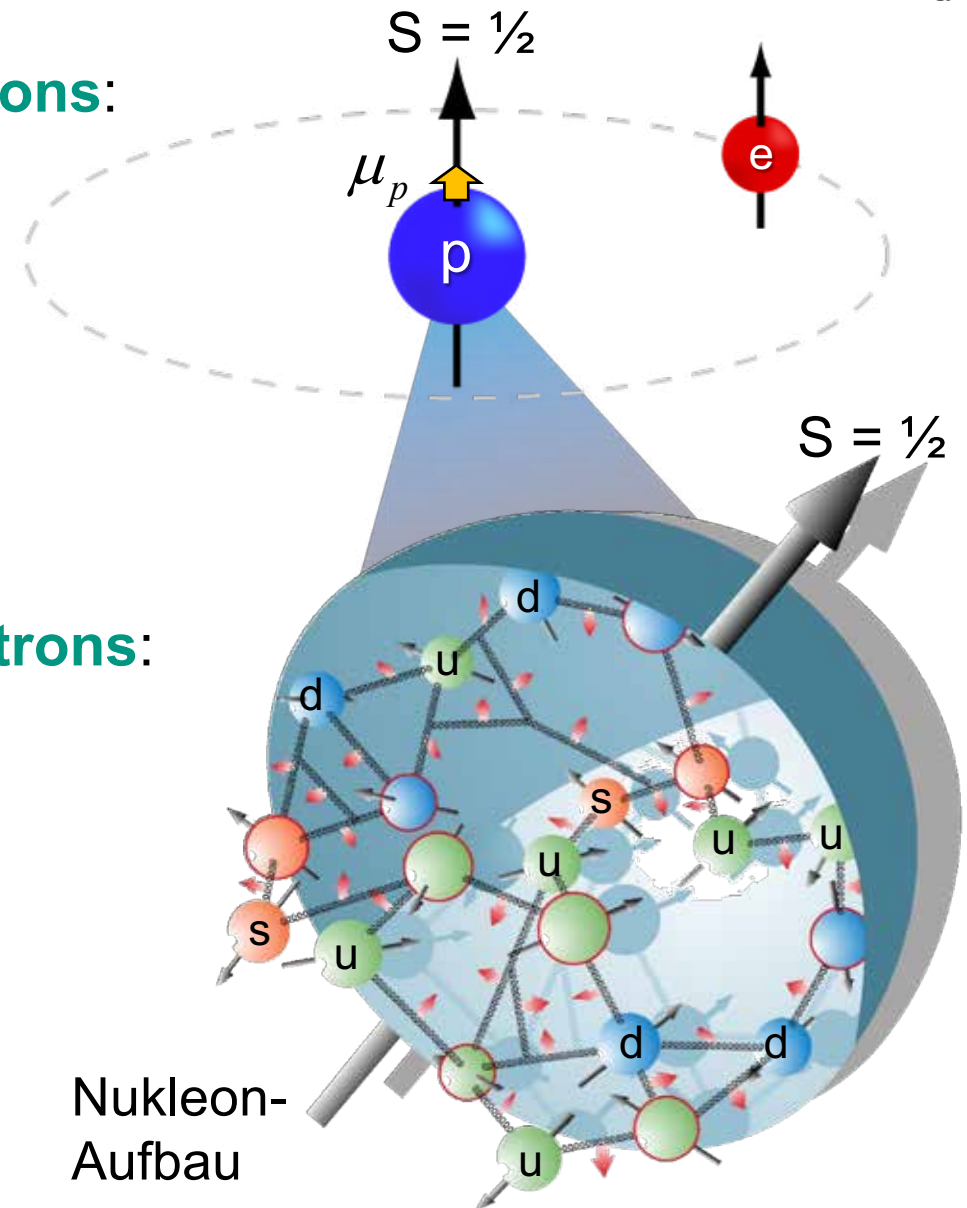
$$\mu_p = +2,79 \mu_N$$

■ Magnetisches Dipol-Moment des **Neutrons**:

$$\vec{\mu}_n = g_n \cdot \mu_N \cdot \vec{S}_n$$

$$g_n = -3,826\,085\,45$$

⇒ komplexer Aufbau des Nukleons aus **Partonen** (Valenzquarks, Seequarks und Gluonen), s. Mod. Exp. Phys. III

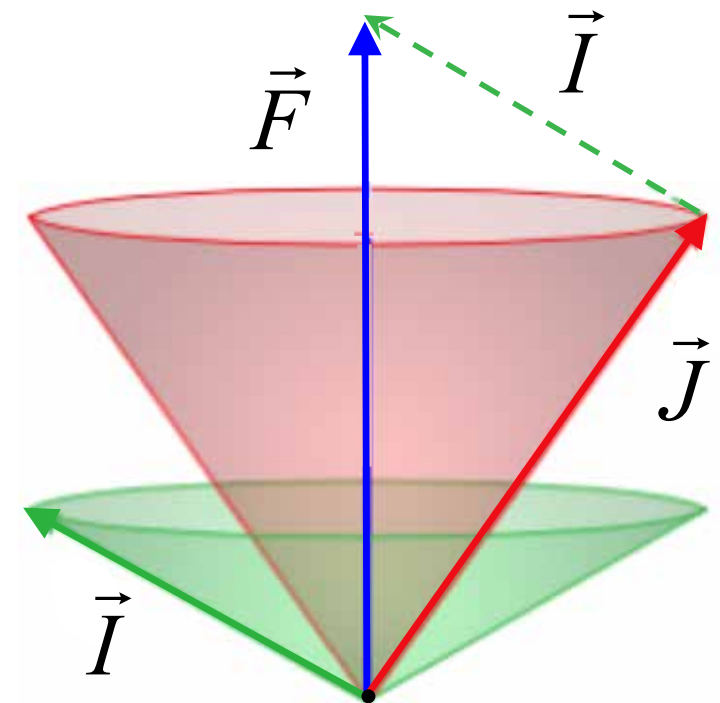


Kopplung von Kernspin I und Hüllenspin J

- **Hyperfeinstruktur** entsteht durch Kopplung des Gesamtdrehimpulses J der Elektronen und des Kernspins I zum **Gesamtdrehimpuls F (HFS-Zustand)**:

$$\vec{J} + \vec{I} = \vec{F}$$

- mit HFS-Quantenzahl
 $F = J + I, (J+I) - 1, \dots, J - I$
- Präzession von Kernspin I & Gesamtdreh-Drehimpuls J der Hülle um den raumfesten Vektor F



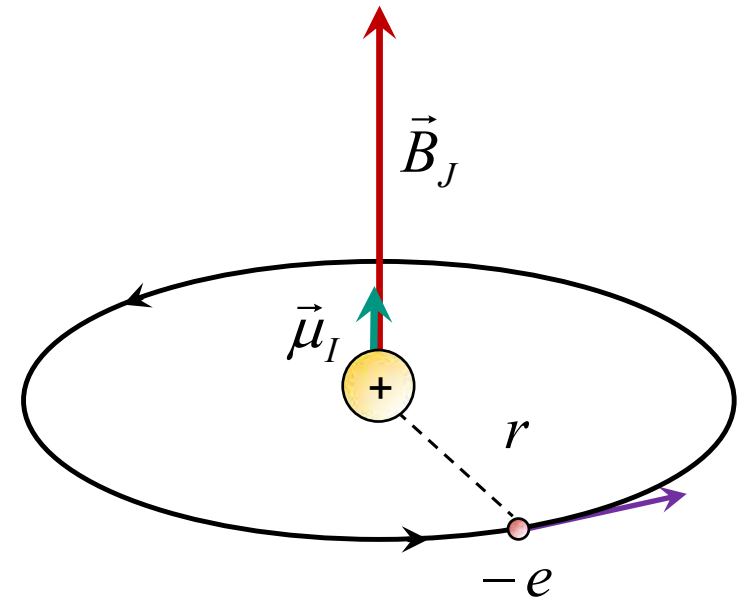
■ Analog zu Betrachtungen bei der Feinstruktur (FS):

- am Ort des Protons (Kerns) existiert ein **Magnetfeld $\vec{B}_J$** durch die Hüllenelektronen, d.h. der Kernspin I (bzw. Kernmoment μ_I) richtet sich aus durch den Bahn-Spin-Magnetismus der Elektronen

- Energie der **Hyperfein-Wechselwirkung**

$$V_{HFS} = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_J$$

- $V_{HFS} \sim (1/1000) \cdot V_{FS}$ [da $\mu(p) \ll \mu(e)$]



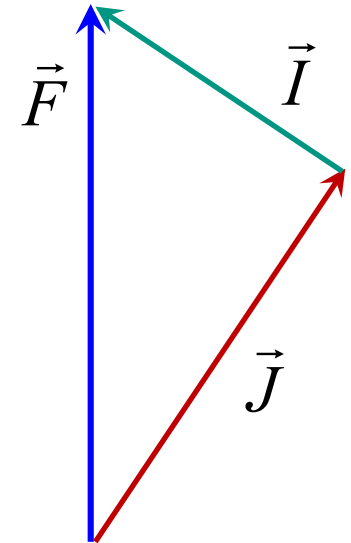
■ Hyperfeinstruktur-Aufspaltung V_{HFS} :

- Energieaufspaltung durch Einstellung des Kernspins I im Feld B_J der Hüllenelektronen:

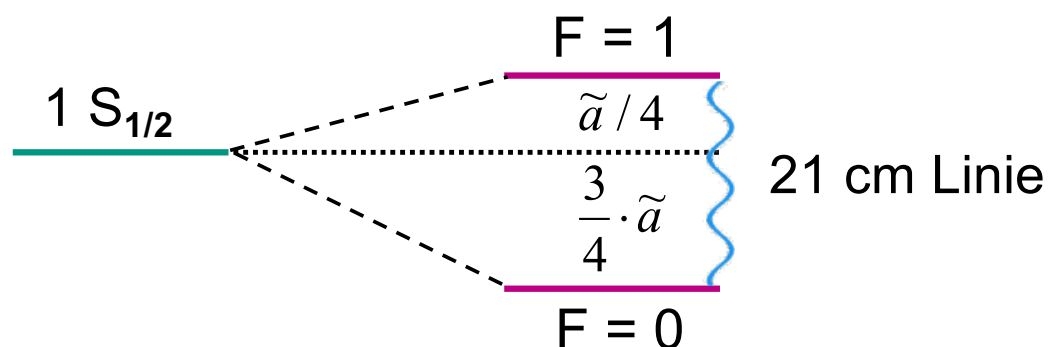
$$V_{HFS} = g_I \cdot \mu_N \cdot B_J \cdot \frac{F \cdot (F + 1) - [J \cdot (J + 1) + I \cdot (I + 1)]}{2 \cdot \sqrt{J \cdot (J + 1)}}$$

$$V_{HFS} = \frac{\tilde{a}}{2} \cdot [F \cdot (F + 1) - I \cdot (I + 1) - J \cdot (J + 1)]$$

$$\tilde{a} = \underbrace{g_I \cdot \mu_N}_{\text{Kern}} \cdot \underbrace{\frac{1}{\sqrt{J \cdot (J + 1)}} \cdot B_J}_{\text{Elektronenhülle}}$$



- $J = \frac{1}{2}$ - Zustände ($1S_{1/2}, 2S_{1/2}, 2P_{1/2}, \dots$)
spalten auf in **Hyperfein-Dubletts**

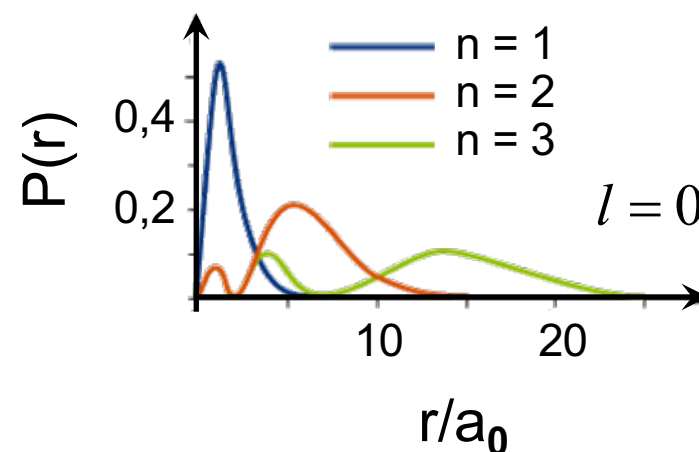
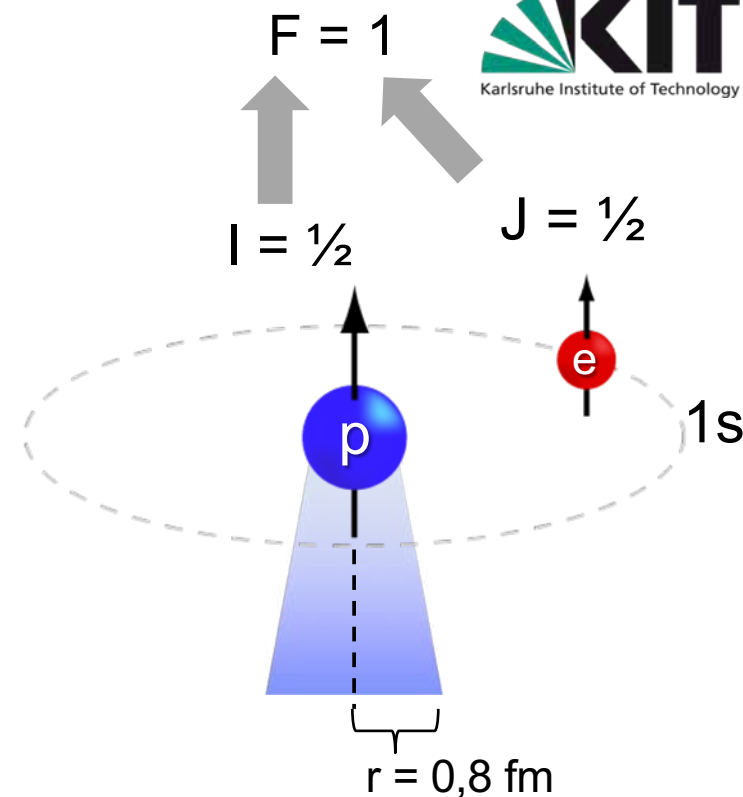


- s-Orbitale:

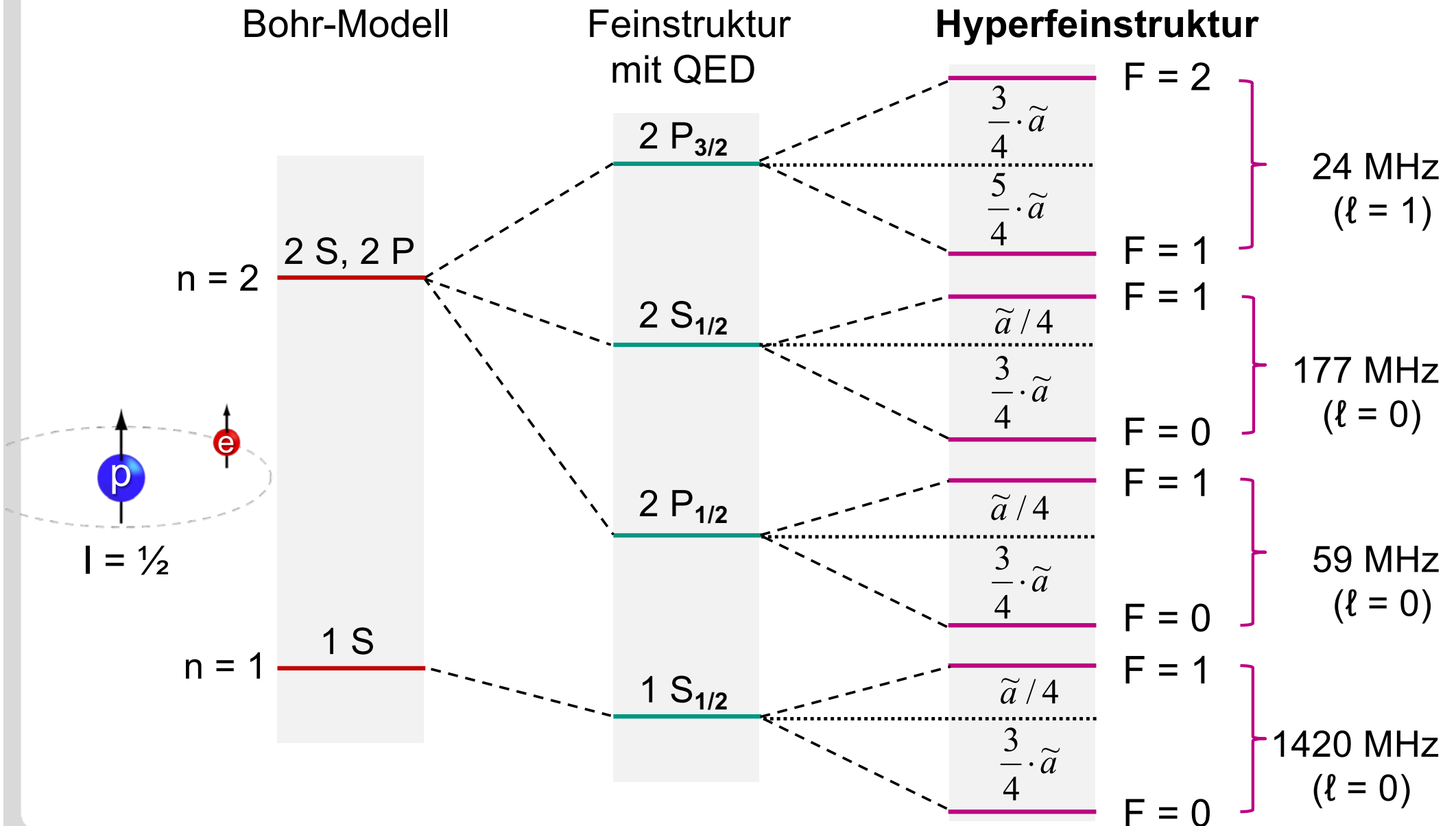
⇒ „starke“ Aufspaltung, da e^- Radial-Wellenfunktion am Kern $\neq 0$

- p,d,...-Orbitale:

⇒ kleine Aufspaltung, da e^- Radial-Wellenfunktion am Kern $|R(r \sim 0, n, l = 1, 2, \dots)|^2 = 0$

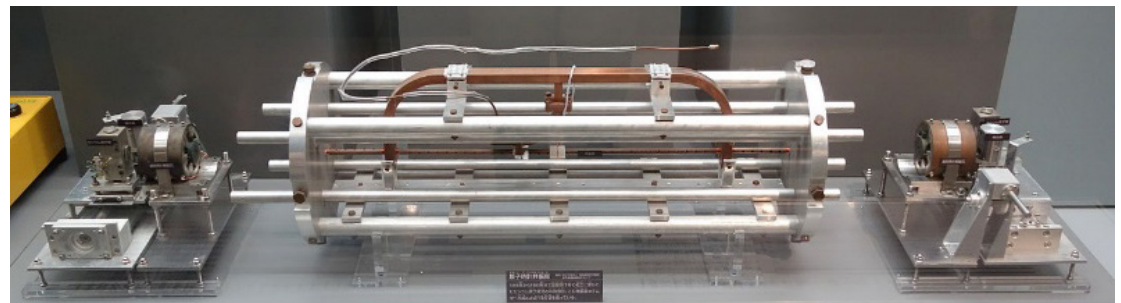
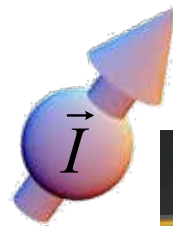
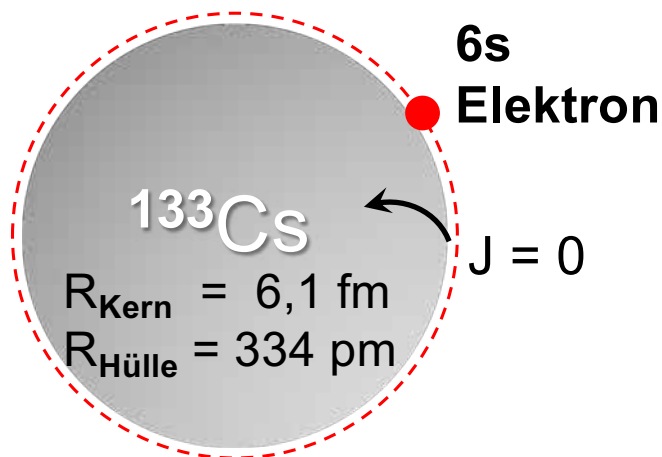


H-Atom



Hyperfein-Wechselwirkung - Anwendung

- **Atomuhren:** wichtiges Anwendungsgebiet der Hyperfeinstruktur
 - Atomuhren auf Basis von Cäsium-133 nutzen den Hyperfeinstruktur-Übergang $F=3 \leftrightarrow F=4$ im Mikrowellenbereich ($\Delta E = 38 \mu\text{eV}$)

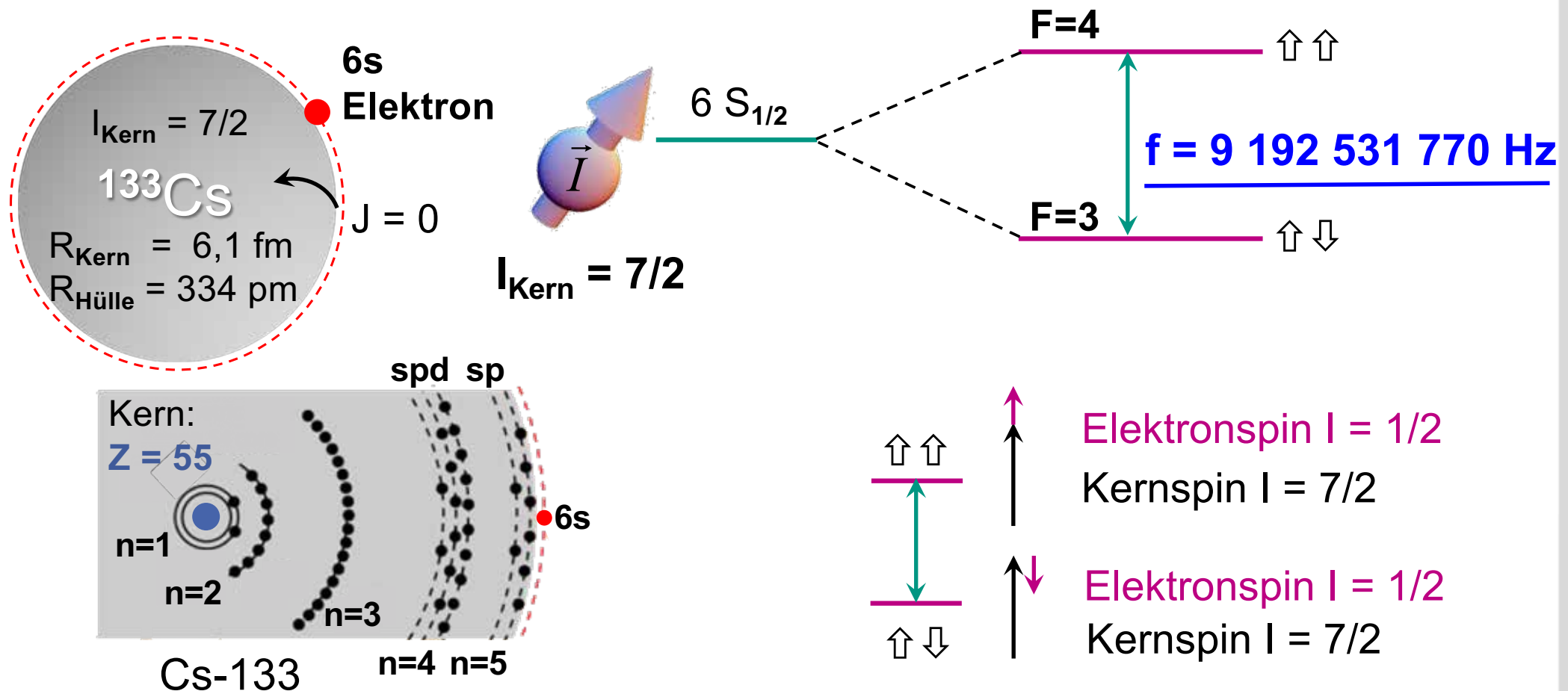


Definition der Sekunde

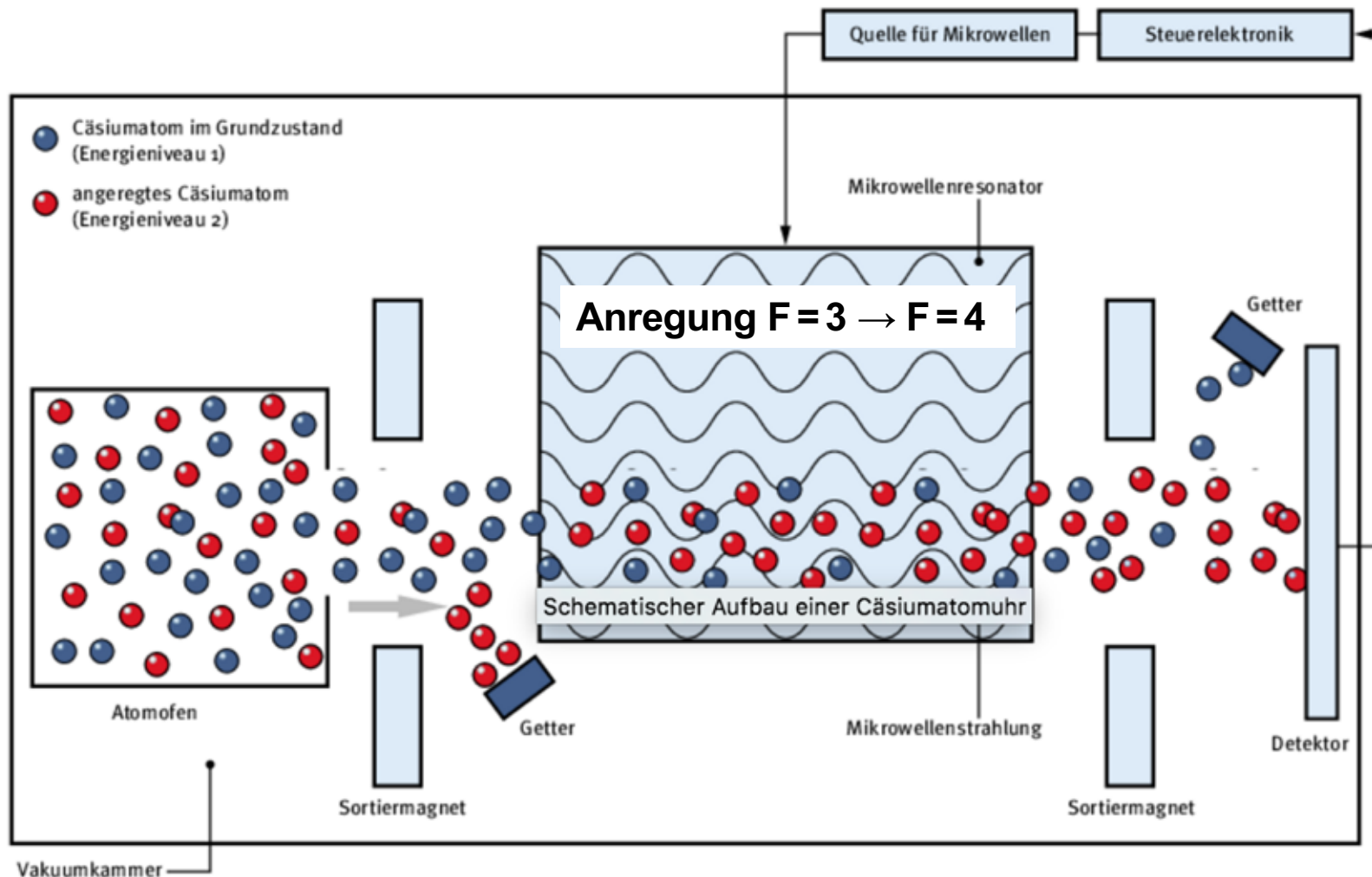
1 Sekunde = 9 192 631 770-fache der Perioden-Dauer der Mikrowellen-Strahlung aus dem Hyperfeinstruktur-Übergang $F=3 \leftrightarrow F=4$ des Grundzustands des Isotops **Cäsium-133**



- der Hyperfein-Übergang $F=3 \rightarrow F=4$ bei $f_0 = 9,2 \text{ GHz}$ und $\lambda_0 = 32,6 \text{ mm}$
ideal für den Einsatz von Hohlraumleitern für die Zuleitung von MW
(Mikrowellen)



Prinzip einer Cs-133 Atomuhr



Selektion
angeregter
 $F=4$ Zustände

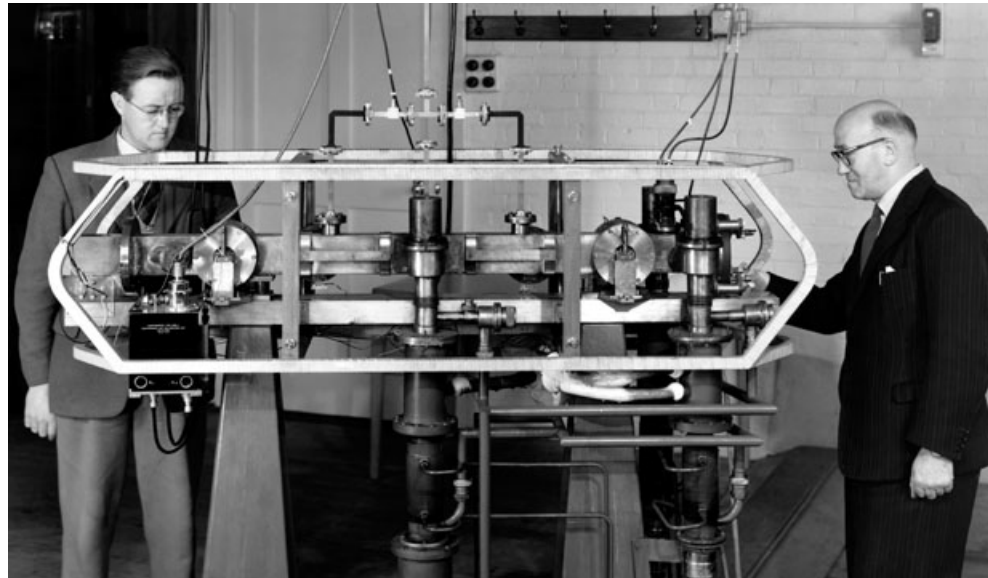
Variation der
Frequenz,
bis Zahl der
 $F=4$ Zustände
maximal.

Zählen der HF-
Schwingungen.
Nach **9 192 531 770**
Schwingungen ist
1 s vergangen.

CC by-nc-nd | www.weltderphysik.de

Hyperfein-Wechselwirkung - Anwendung

■ Metrologie: Entwicklung von immer präziseren **Atomuhren**

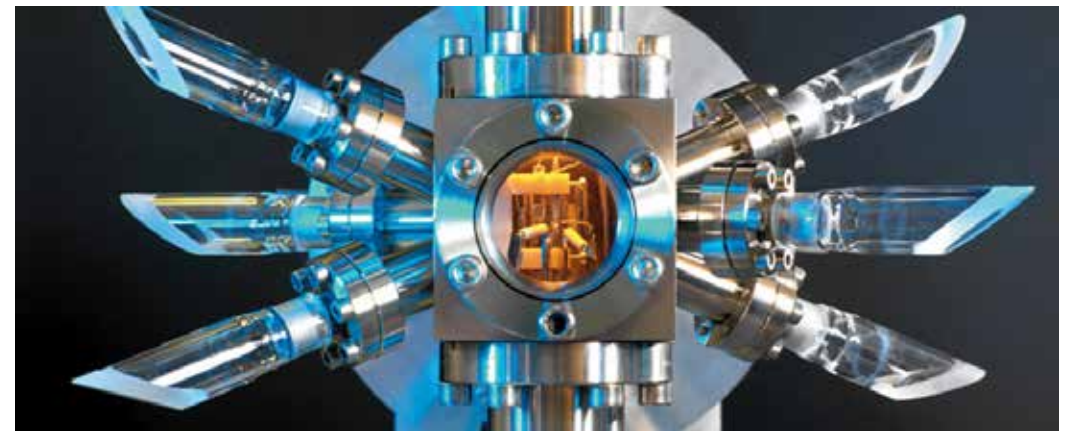


1955: Louis Essen und Jack Perry mit der ersten Cs-133 Atomuhr am National Physical Laboratory (UK) – die Geburt der „atomaren Sekunde“

(NPL in GB, PTB in D, NIST in USA)



2015: am NPL wird die neue präzise Cäsium-Fontänenuhr CsF3 in Betrieb genommen

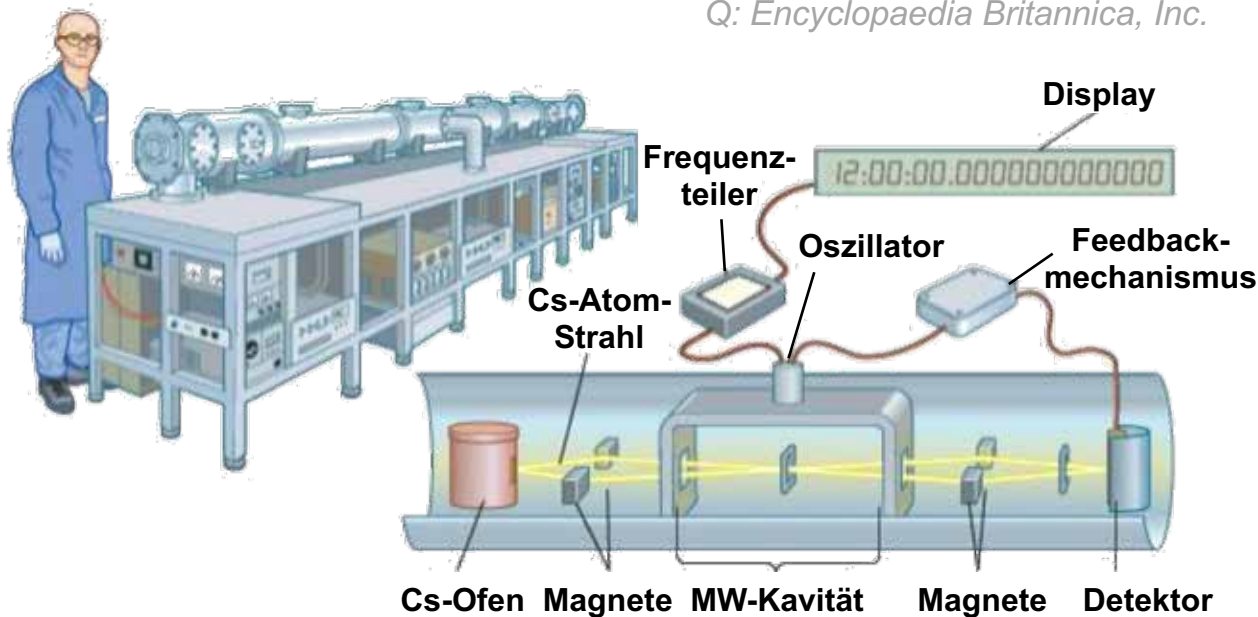


Hyperfein-Wechselwirkung - Anwendung

■ Aufbau heutiger ultra-präziser **Atomuhren**

1990: Aufbau klassischer Cäsium-Uhr

Q: Encyclopaedia Britannica, Inc.



2009: Cäsium-Fontänen-Uhren
CSF1 und CSF2 an der PTB
Unsicherheit $< 4 \times 10^{-16}$ (CSF-2)

