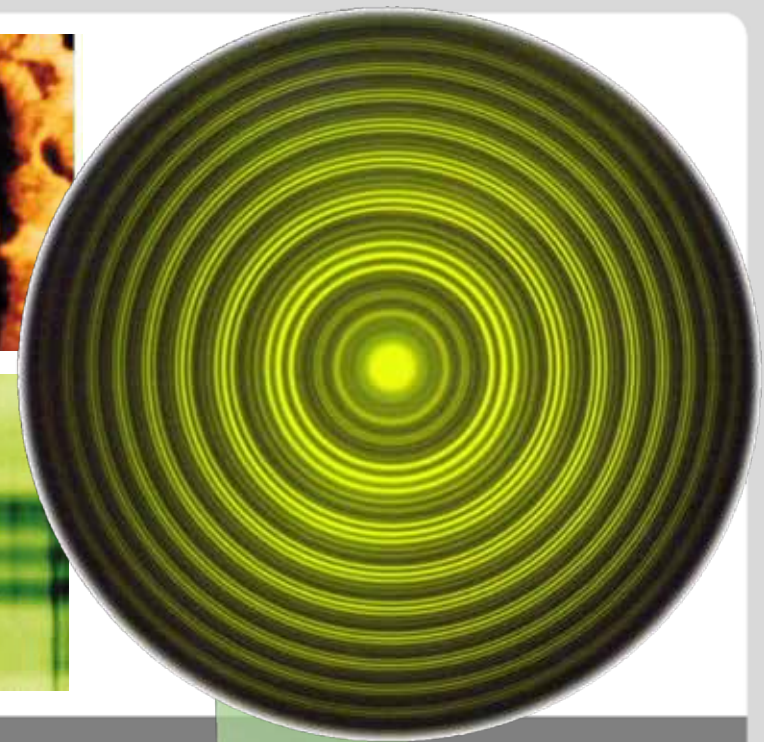


Atome & Kerne

Sommersemester 2024

Vorlesung # 13, 11.06.2024



Thomas Müller, Institut für Experimentelle Teilchenphysik, Fakultät für Physik

7. Atome im Magnetfeld und im elektrischen Feld

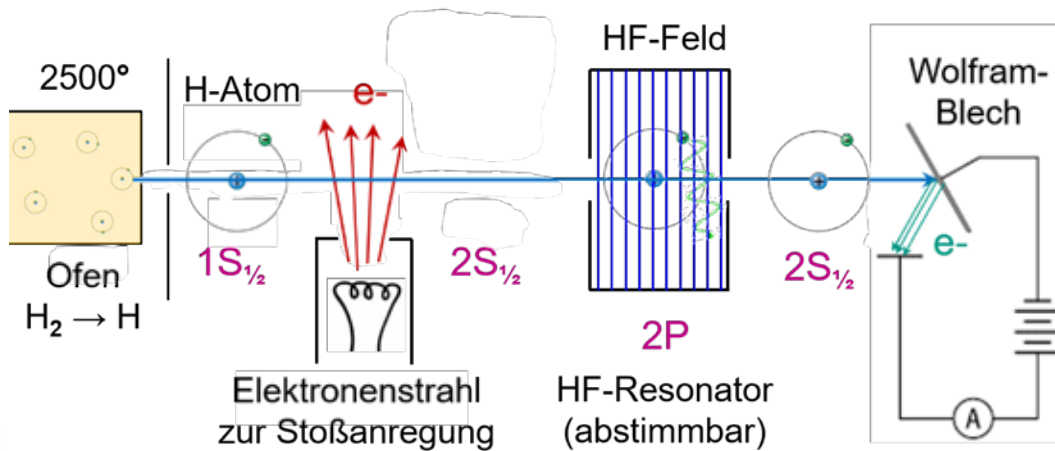
- 7.1 Elektronspin-Resonanz
- 7.2 Zeeman-Effekt



Wh.: Lambshift & Vakuumpolarisation

■ Aufspaltung von J-Orbitalen durch QED-Effekte

- Lambshift von H-Atomen

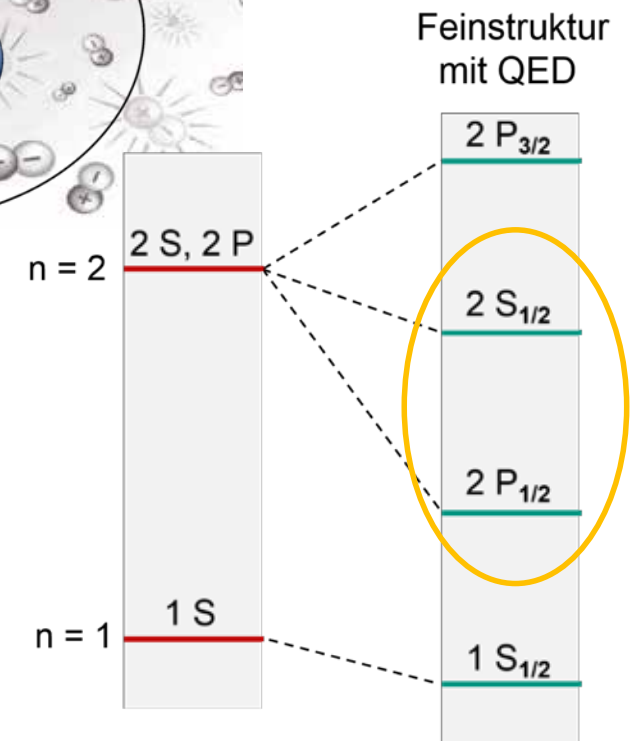
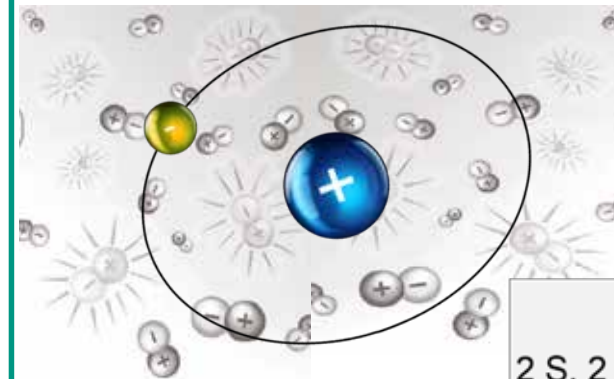
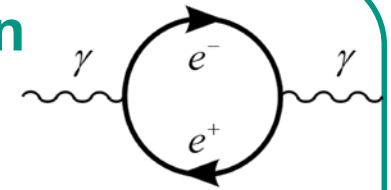


1. HF-Absorption bei $\nu_{FS} = 10,9 \text{ GHz}$:
FS-Aufspaltung $2S_{1/2} \rightarrow 2P_{3/2}$

2. HF-Absorption bei $\nu_{LS} = 1,057 \text{ GHz}$:
Lambshift $2S_{1/2} \rightarrow 2P_{1/2}$

■ Vakuumpolarisation

- virtuelle Teilchen



Wh.: Kernspin & Hyperfeinstruktur

- Aufspaltung durch magnet. Moment des Kerns im B-Feld der e-

■ Kernspin & Kernmagneton:

- **Schalenmodell** des Kerns zur Berechnung des Kernspins I

$$\vec{I} = \sum_{i=1}^A (\vec{s}_i + \vec{l}_i)$$

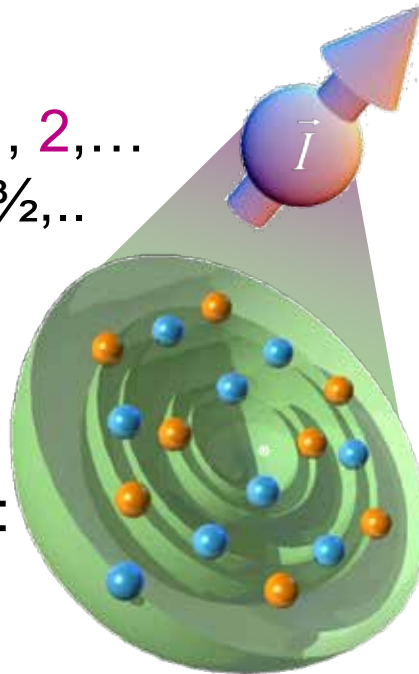
- gg-Kerne: $I = 0$
- uu-Kerne: $I = 0, 1, 2, \dots$
- ug-Kerne: $I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$

- **Kernmagneton:**

$$\mu_N = \frac{e}{2m_p} \cdot \hbar$$

- magnet. Moment:

$$\vec{\mu}_I = g_I \cdot \frac{\mu_N}{\hbar} \cdot \vec{I}$$



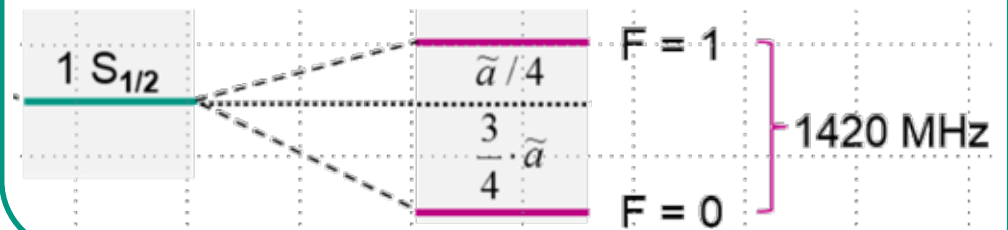
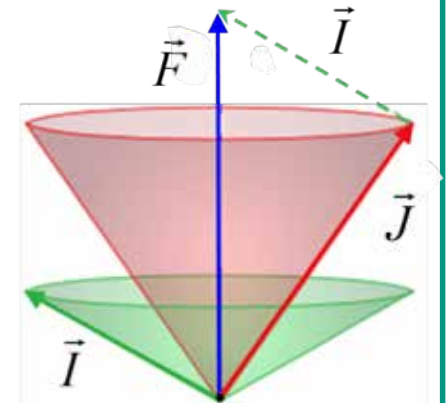
■ Hyperfeinstruktur:

- Kopplung von Kernspin $\vec{I}$ mit Drehimpuls $\vec{J}$ der Hüllenelektronen zum Gesamtdrehimpuls $\vec{F}$

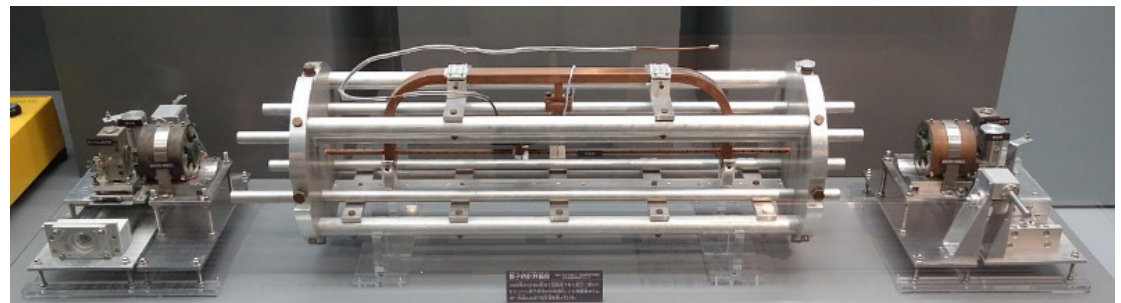
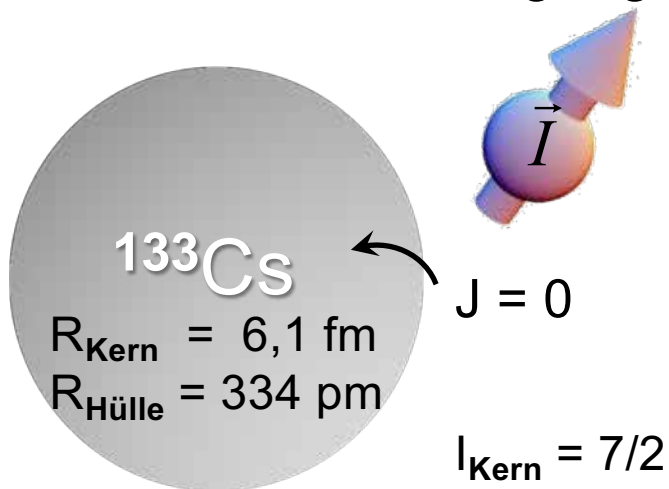
$$\vec{J} + \vec{I} = \vec{F}$$

$$V_{HFS} = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_J$$

$$\sim 0,001 \cdot V_{FS}$$



- **Atomuhren:** wichtiges Anwendungsgebiet der Hyperfeinstruktur
 - Atomuhren auf Basis von Cäsium-133 nutzen den Hyperfeinstruktur-Übergang $F=3 \leftrightarrow F=4$ im Mikrowellenbereich ($\Delta E = 38 \mu\text{eV}$)



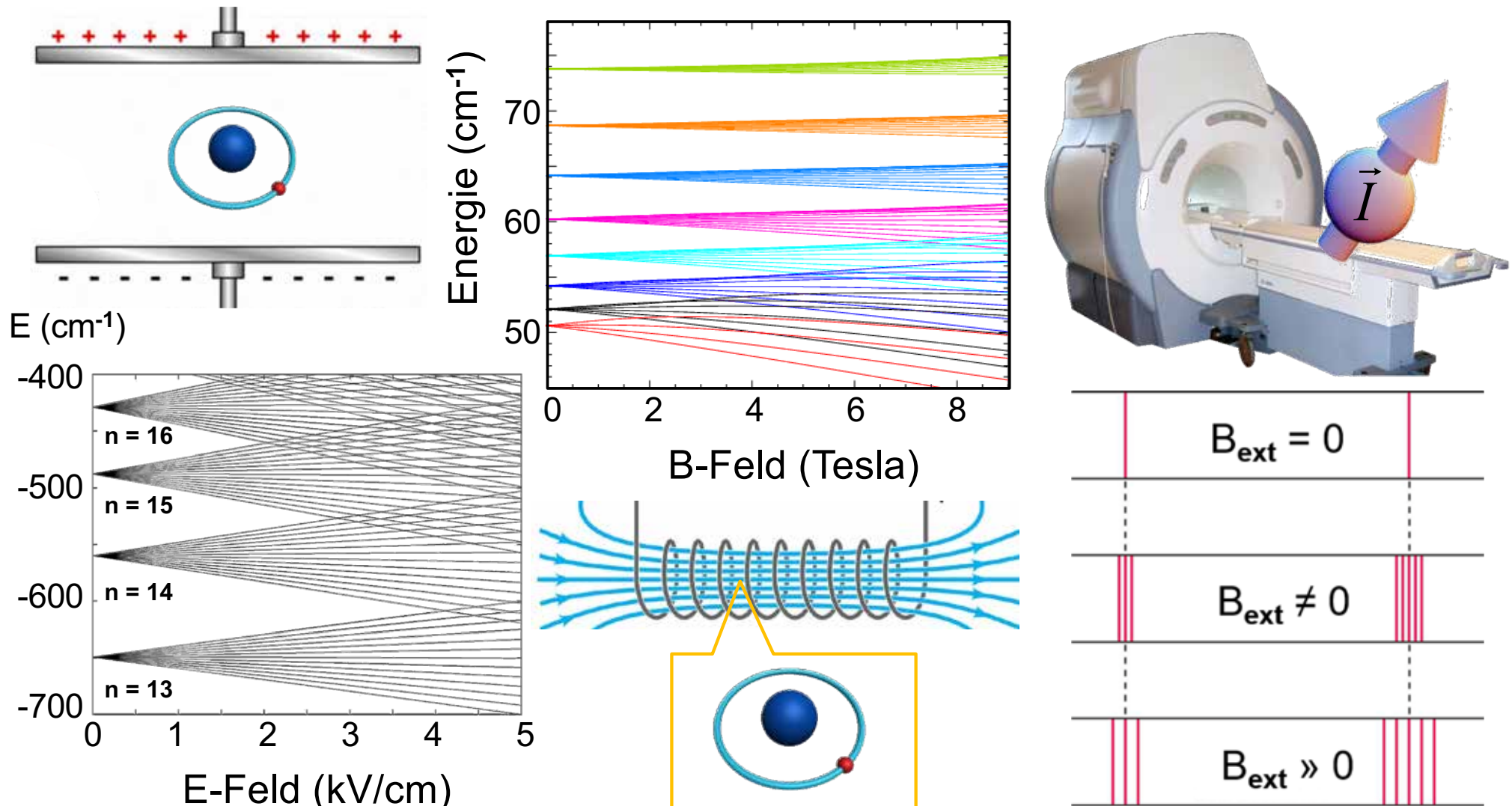
Definition der Sekunde

1 Sekunde = 9 192 631 770-fache der Perioden-Dauer der Mikrowellen-Strahlung aus dem Hyperfeinstruktur-Übergang $F=3 \leftrightarrow F=4$ des Grundzustands des Isotops **Cäsium-133**



7. Atome im B-Feld und im E-Feld

■ ESR – Zeeman-/Paschen-Back-Effekt – Stark-Effekt – MRI



1. Larmor-Präzession von Elektronen

- In Magnetfeld erfährt ein Objekt mit magnetischem Moment $\vec{\mu}$ Drehmoment $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$. Es erfolgt Präzession um Feldachse mit charakteristischer **Larmorfrequenz** ω_L .

Elektron:

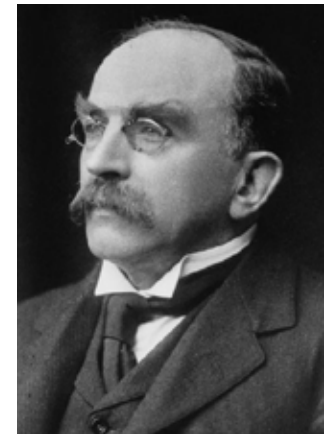
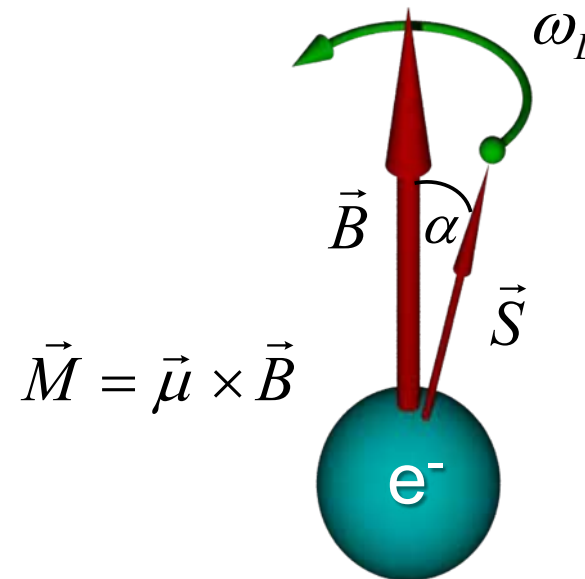
$$\omega_L = |\gamma_e| \cdot B$$

gyromagnetisches Verhältnis γ :

$$\gamma_e = \frac{-e}{2m_e} \cdot g_e = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot g_e$$

- freies **Elektron** mit Spin $S = \frac{1}{2}$

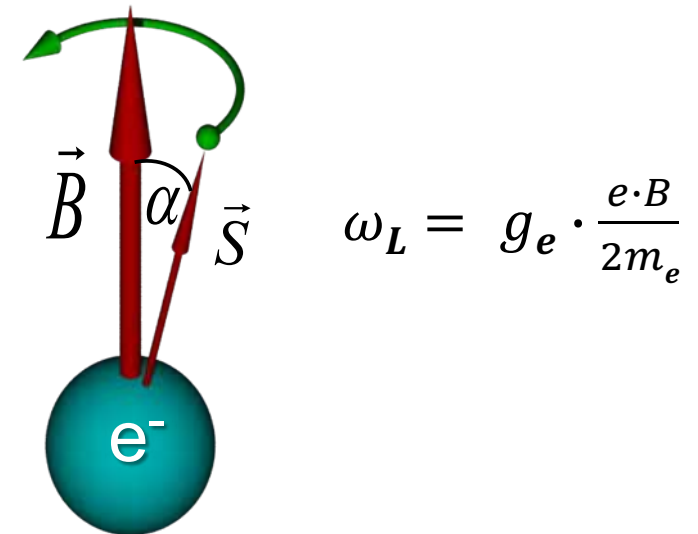
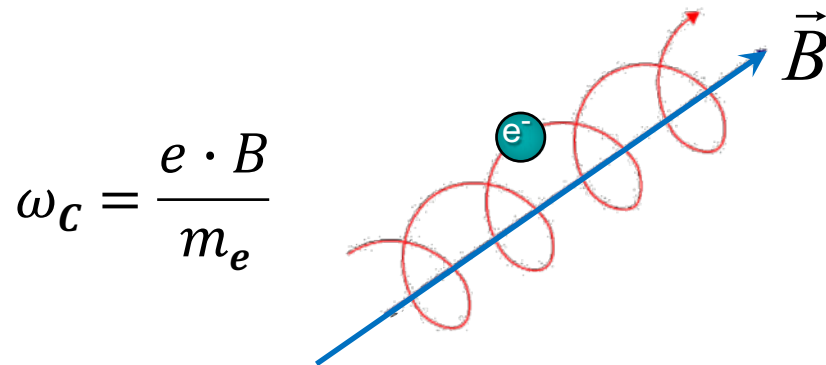
$$\text{mit } E_{\text{pot}} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$



Joseph Larmor

Larmor-Frequenz & Zyklotron-Frequenz

Freies Elektron mit Spin $S = \frac{1}{2}$ im Magnetfeld:



Präzession gegen Uhrzeigersinn

Larmorfrequenz ω_L leicht unterschiedlich zur **Zyklotronfrequenz** ω_c (Umlauffrequenz eines geladenen Teilchens im B-Feld), da g-Faktor nicht exakt 2

2. Larmor-Präzession von Protonen

- Das magnetische Moment $\vec{\mu}$ eines Protons unterliegt ebenfalls einer Präzessionsbewegung mit ω_L in einem Magnetfeld $\vec{B}$

Proton:

$$\omega_L = \gamma_p \cdot B$$

mit $\gamma_p = \frac{e}{2m_p} \cdot g_p = \frac{\mu_N}{\hbar} \cdot g_p$

+5,5857
(freies p)

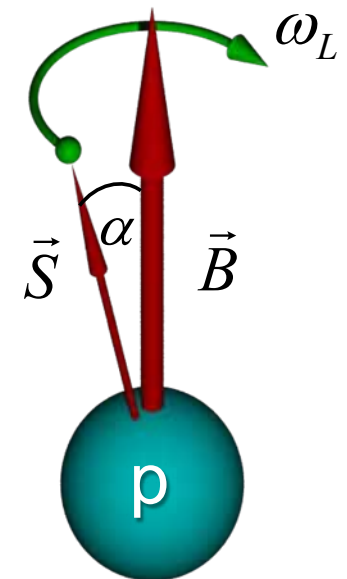
gyromagnetisches Verhältnis γ

- freies **Proton** mit Spin $S = \frac{1}{2}$

$$\gamma_p = 2,675\,221\,900(18) \times 10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s} \cdot \text{T}}$$

$$\gamma_p / 2\pi = 42,577\,478\,92(29) \text{ MHz/T}$$

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



- freies Proton mit Spin $S = \frac{1}{2}$:

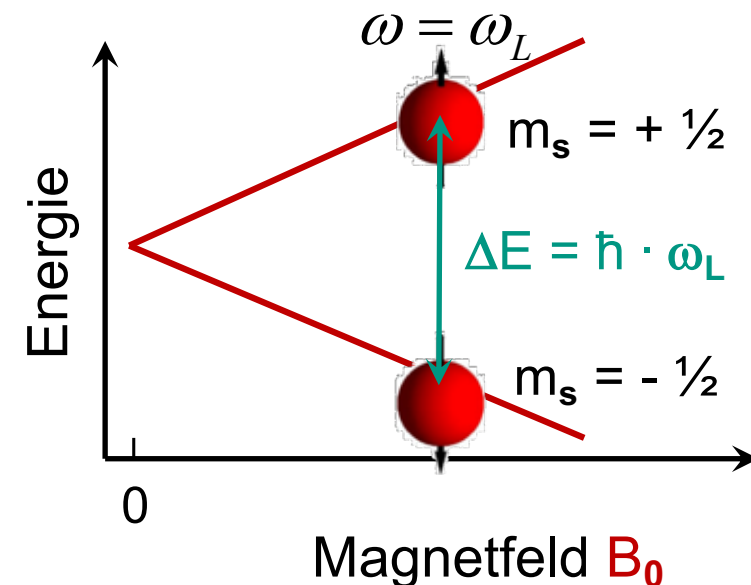
⇒ Präzession erfolgt **mit dem Uhrzeigersinn**

■ Experimenteller Ansatz:

Einstrahlung eines Mikrowellenfelds zur Erzeugung von Übergängen zwischen verschiedenen Spin-Orientierungen

■ **Resonanz** bei $\omega = \omega_L$

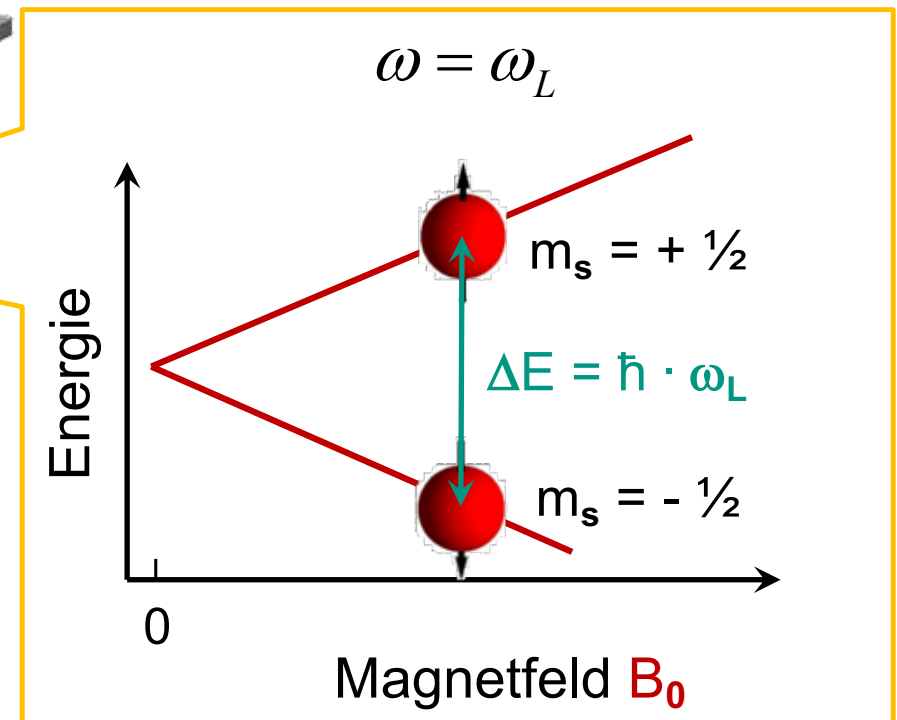
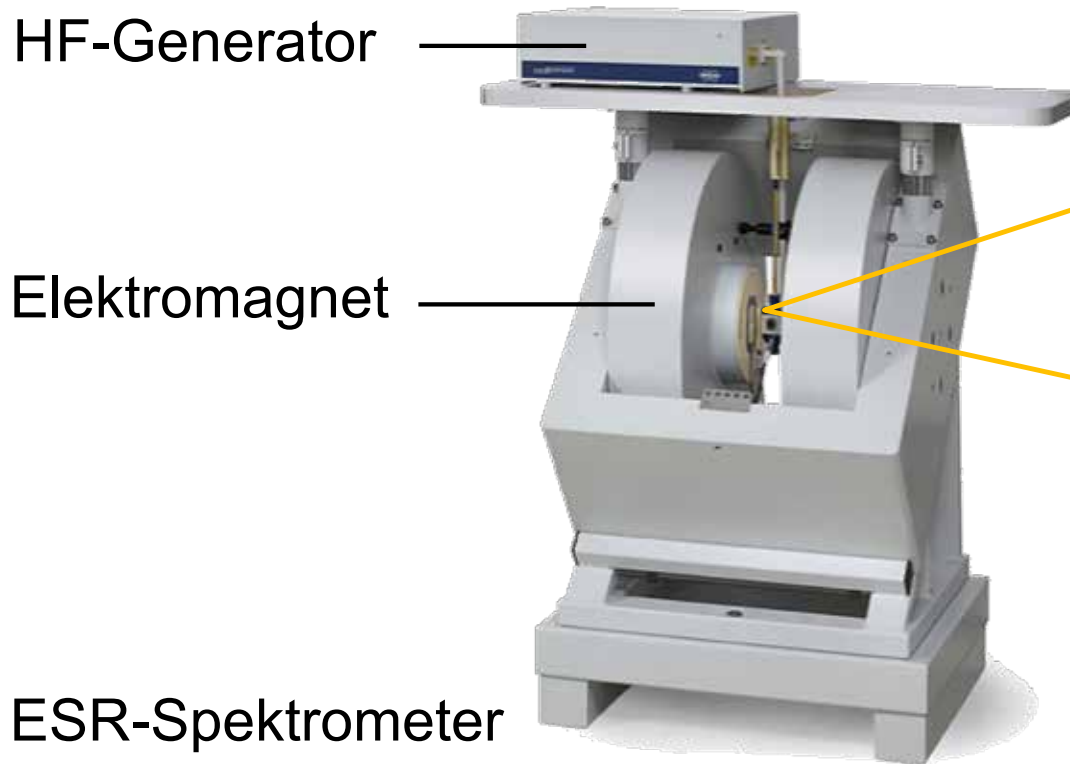
- Elektronspinresonanz (**ESR**),
typische B-Feldstärken: **0,1-0,5 T**
- Kernspinresonanz (**NMR**), typische
B-Feldstärken: **10-25 T**



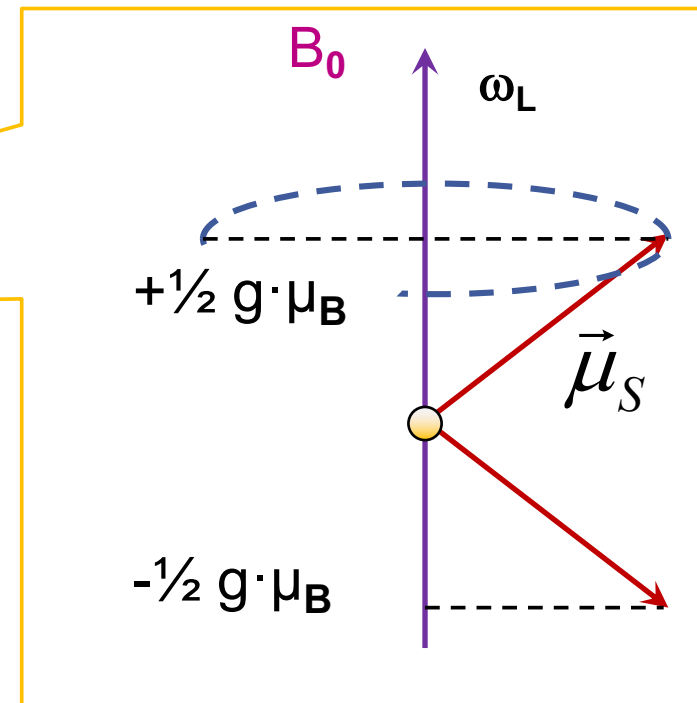
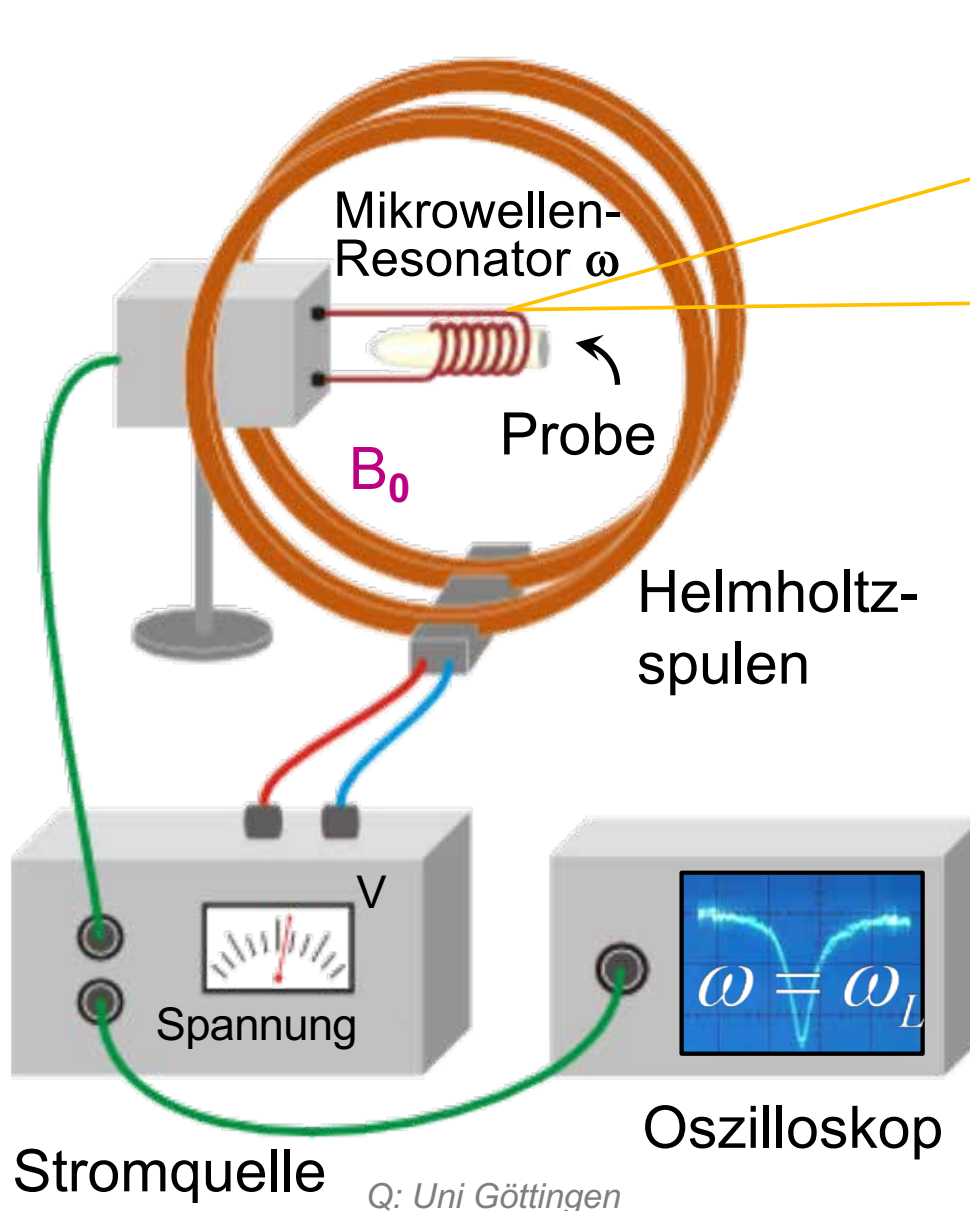
7.1 Elektronenspinresonanz

■ Elektronen-Spin-Resonanz (**ESR**) = **resonante Absorption** von Mikrowellen in externem B-Feld führt zu **Übergängen von Spin-Zuständen des e^-**

- experimentelles Vorgehen: erzeuge feste Mikrowellenfrequenz ω durch HF-Generator & variiere des externe B-Feld bis zur Resonanz $\omega = \omega_L$



Elektronenspinresonanz – Prinzip



- **Übergänge** zwischen zwei Spin-Zuständen des e- mit magnetischer Quantenzahl $m_s = +1/2$ und $m_s = -1/2$ sofern **externe HF mit Resonanz**

$$\omega = \omega_L$$

Elektronenspinresonanz – Prinzip

■ Elektronenspinresonanz:

Übergänge zwischen Spinzuständen
von freien Elektronen (kein L)

- magnet. Moment μ des Elektrons:

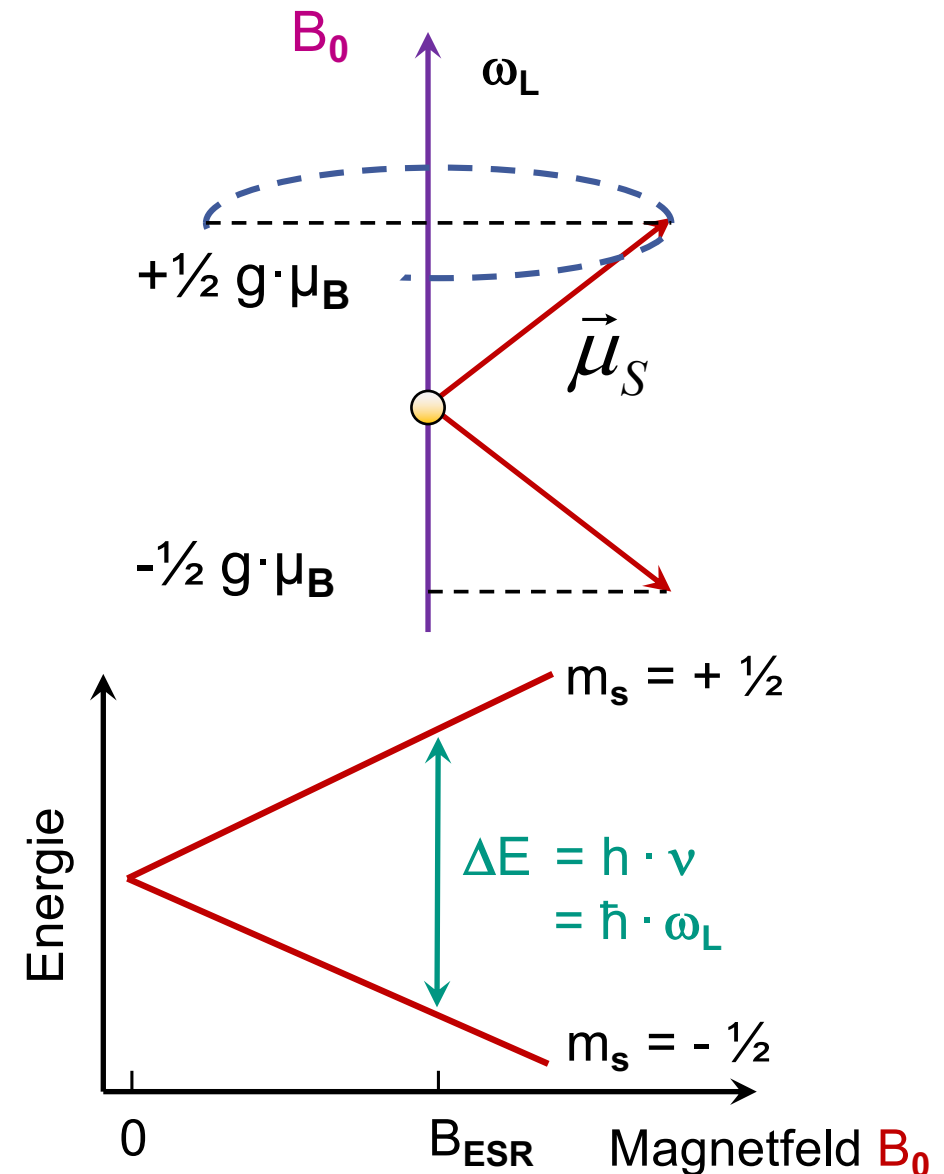
$$\mu_S = \sqrt{s \cdot (s + 1)} \cdot g_s \cdot \mu_B$$

- Komponenten in z-Richtung (B_0):

$$(\vec{\mu}_S)_z = \pm \frac{1}{2} \cdot g_s \cdot \mu_B$$

- Energie-Differenz Spin-Zustände:

$$\begin{aligned} \Delta E &= h \cdot \nu = g_s \cdot \mu_B \cdot B_0 \\ &= \hbar \cdot \omega_L \end{aligned}$$



Anwendung: ESR-Spektrometer

- **ESR-Spektrometer** – genereller Aufbau & funktionales Prinzip:
variieren Magnetfeld bei fester MW-Frequenz bis ESR eintritt $\Rightarrow B_{\text{ESR}}$

Mikrowellenresonator

(festes $\nu \sim 9,5 \text{ GHz}$)

$$\nu = 2,8 \cdot 10^{10} \text{ Hz bei } B_0 = 1 \text{ T}$$

Mikrowellen-Leiter

Probenkammer

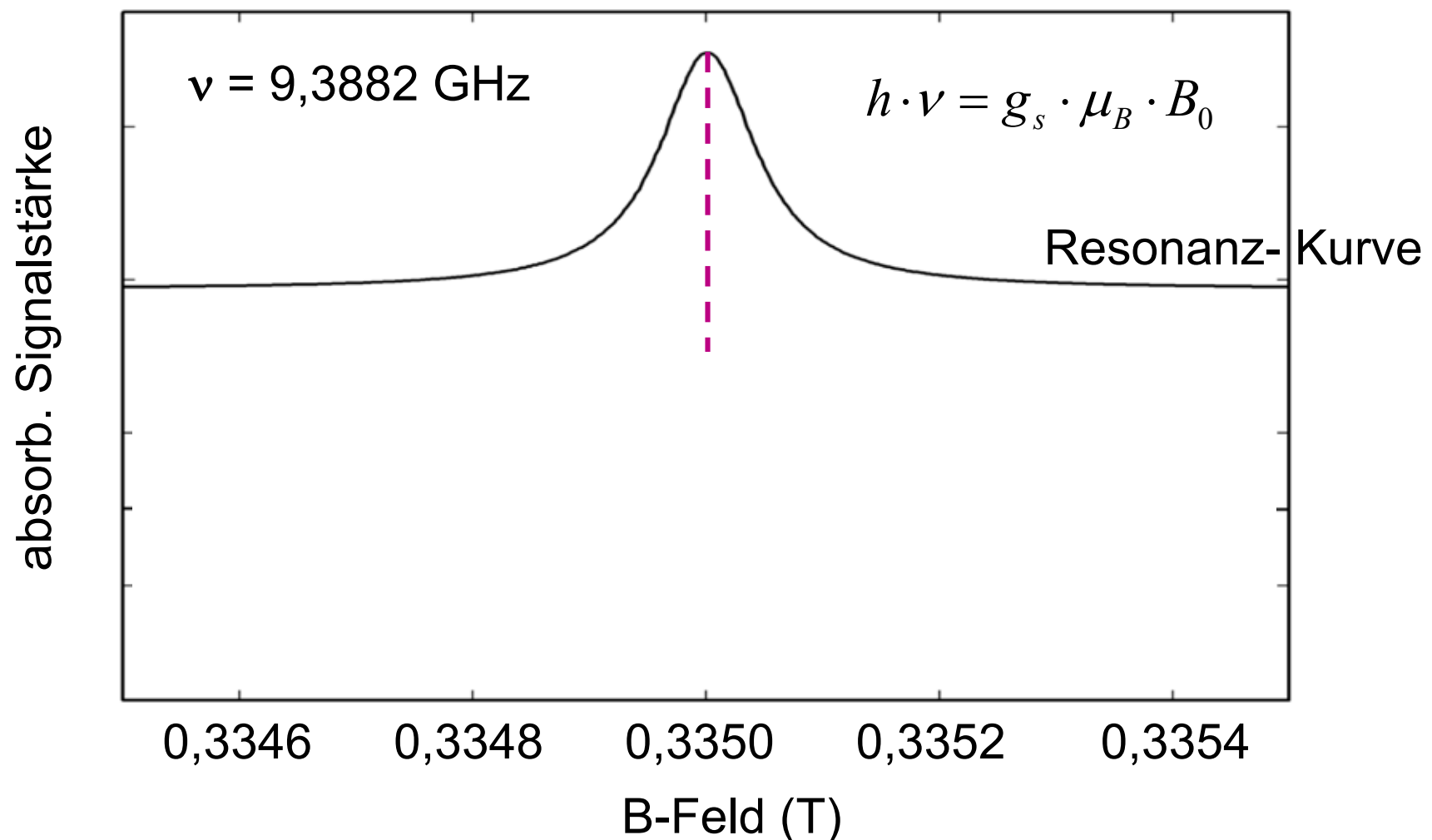
Elektromagnet

$B = 0,1 - 1 \text{ T}$:

Erzeugt Aufspaltung der
Spin-Zustände



- **Elektronenspinresonanz**: typischer HF-Bereich 9-10 GHz, damit tritt Resonanz auf bei $B \sim 0,35$ T (Elektromagnet)



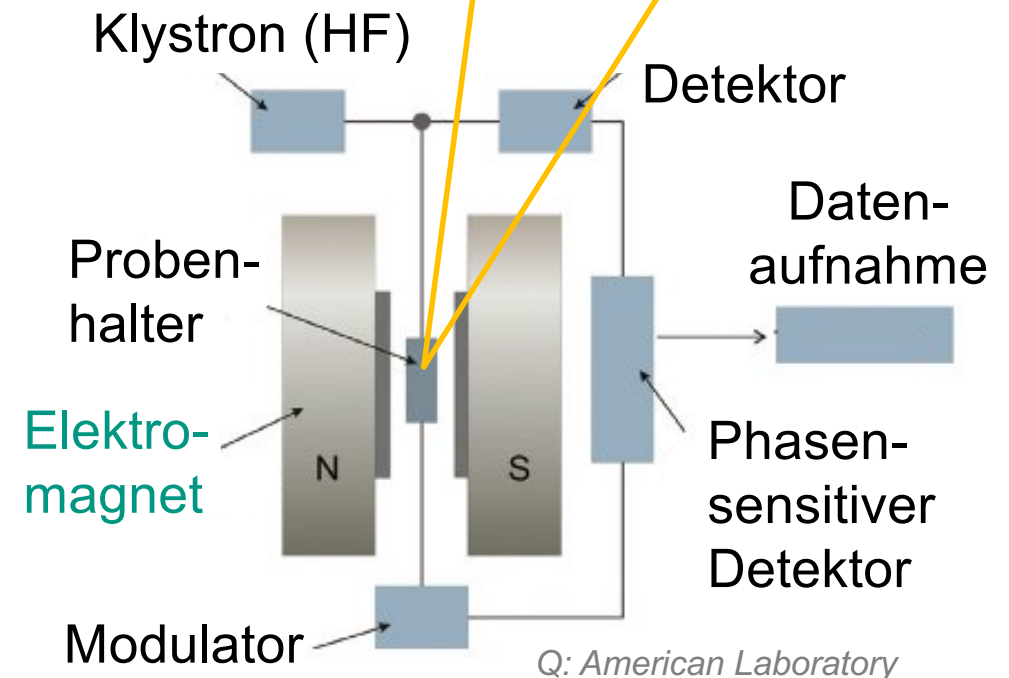
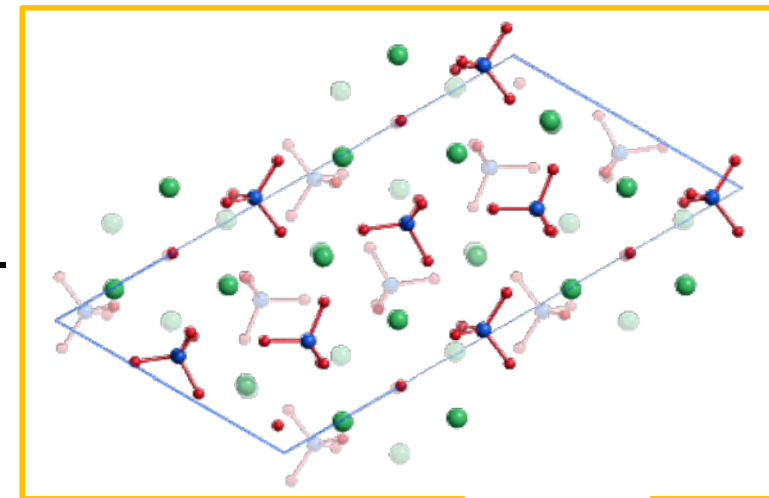
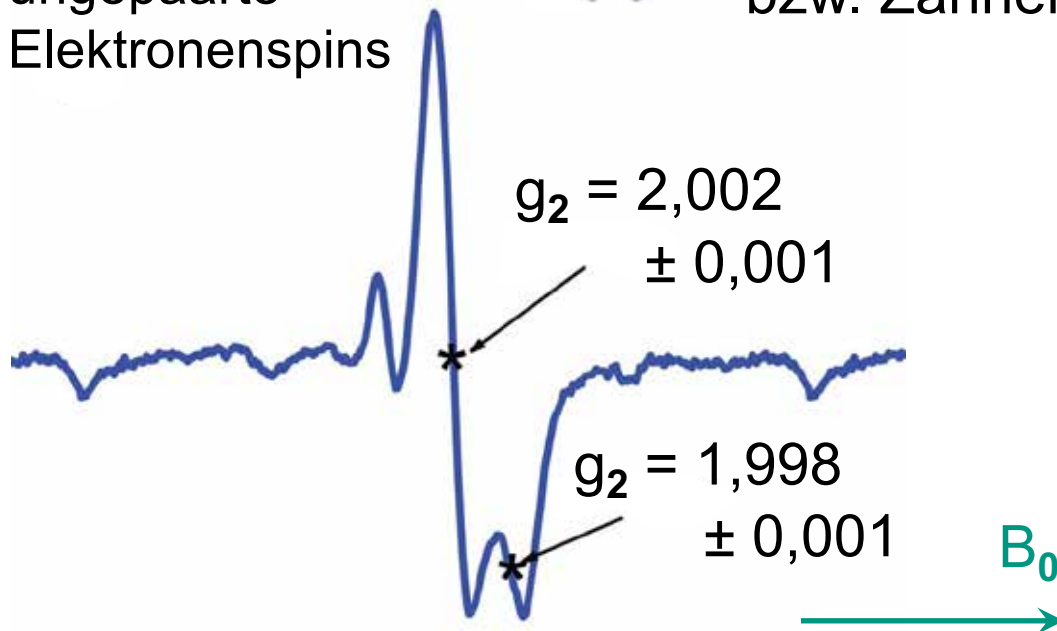
ESR-Spektrometer in Medizintechnik

■ Nachweis von **paramagnetischen Zentren** mit ESR-Spektrometern

chem. Umgebung
beeinflusst
ungepaarte
Elektronenspins

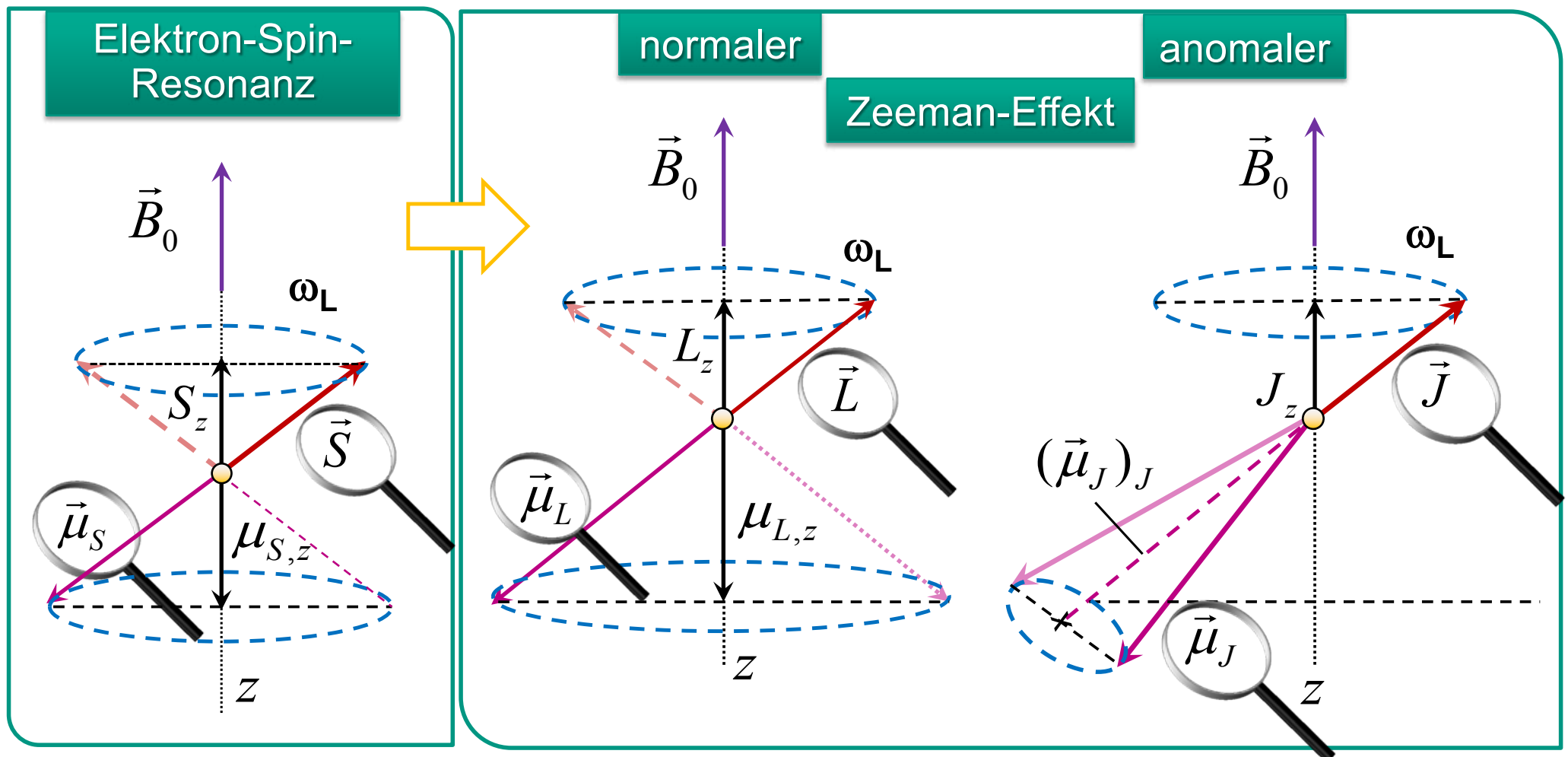


Hydroxoapatit-
Radikale
in Knochen
bzw. Zähnen



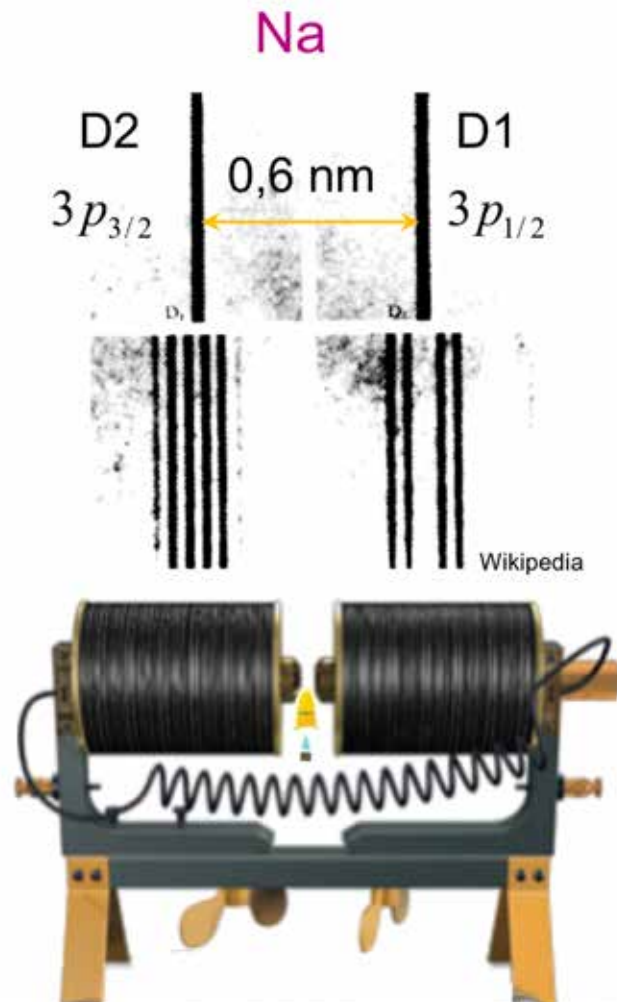
von der ESR zum Zeeman-Effekt

- Wechselwirkung des Bahnmagnetismus L und Gesamtmagnetismus J in einem externem B-Feld: der **Zeeman-Effekt**



7.2 Zeeman-Effekt

- **Zeeman-Effekt:** experimenteller Nachweis der Aufspaltung der beiden D-Linien von Natrium in externem B-Feld durch Pieter Zeeman (1896)

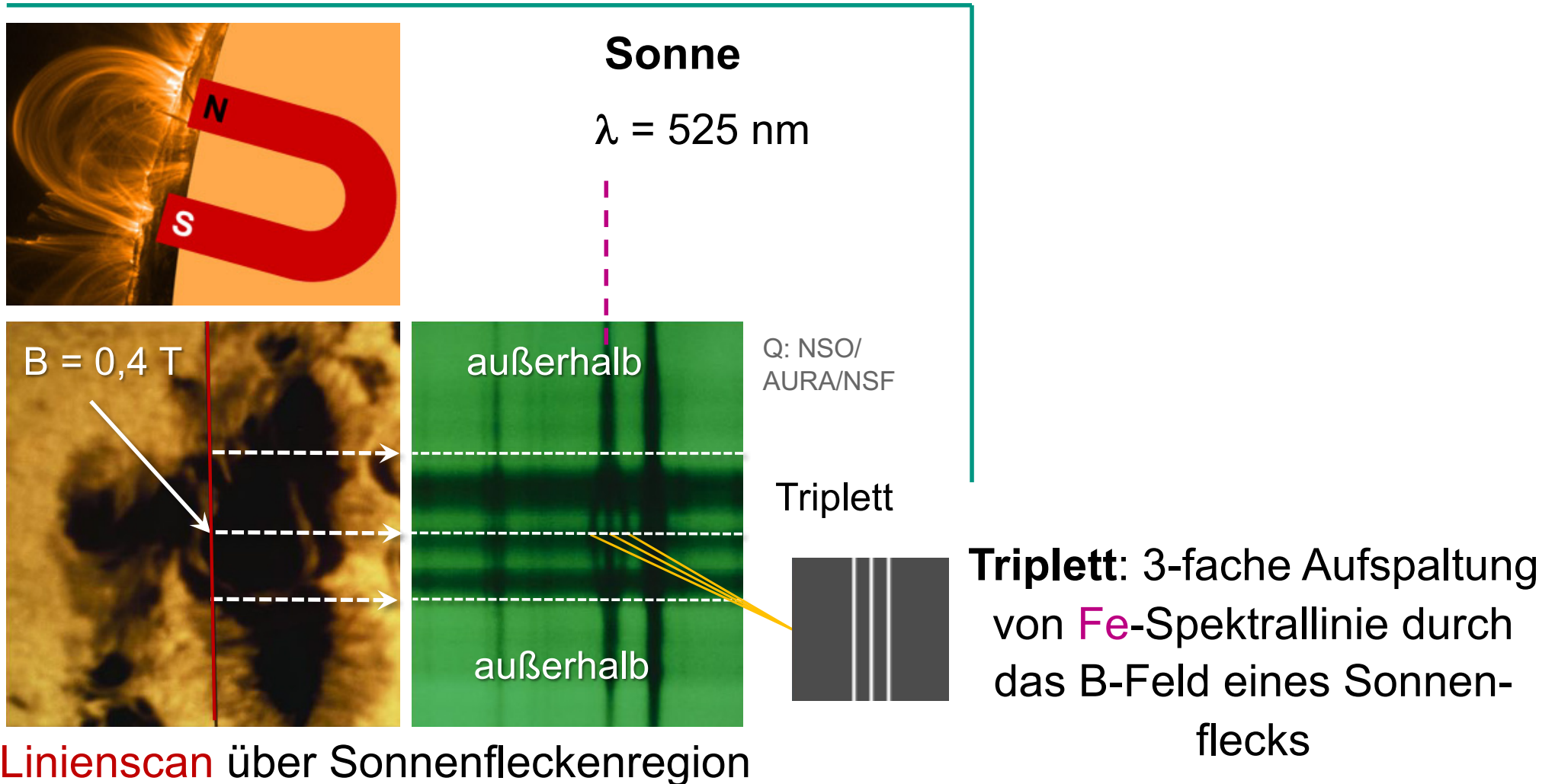


Nobelpreis Pieter Zeeman
1902 (1865-1943)

In externem Magnetfeld:
Aufspaltung der D-Linien von Natrium:
D1 ($\lambda = 589,6 \text{ nm}$) $\rightarrow$ 4 Linien
D2 ($\lambda = 589,0 \text{ nm}$) $\rightarrow$ 6 Linien

Zeeman-Effekt in der Spektroskopie

■ Anwendung: Messung von Magnetfeldern auf Sternenoberfläche



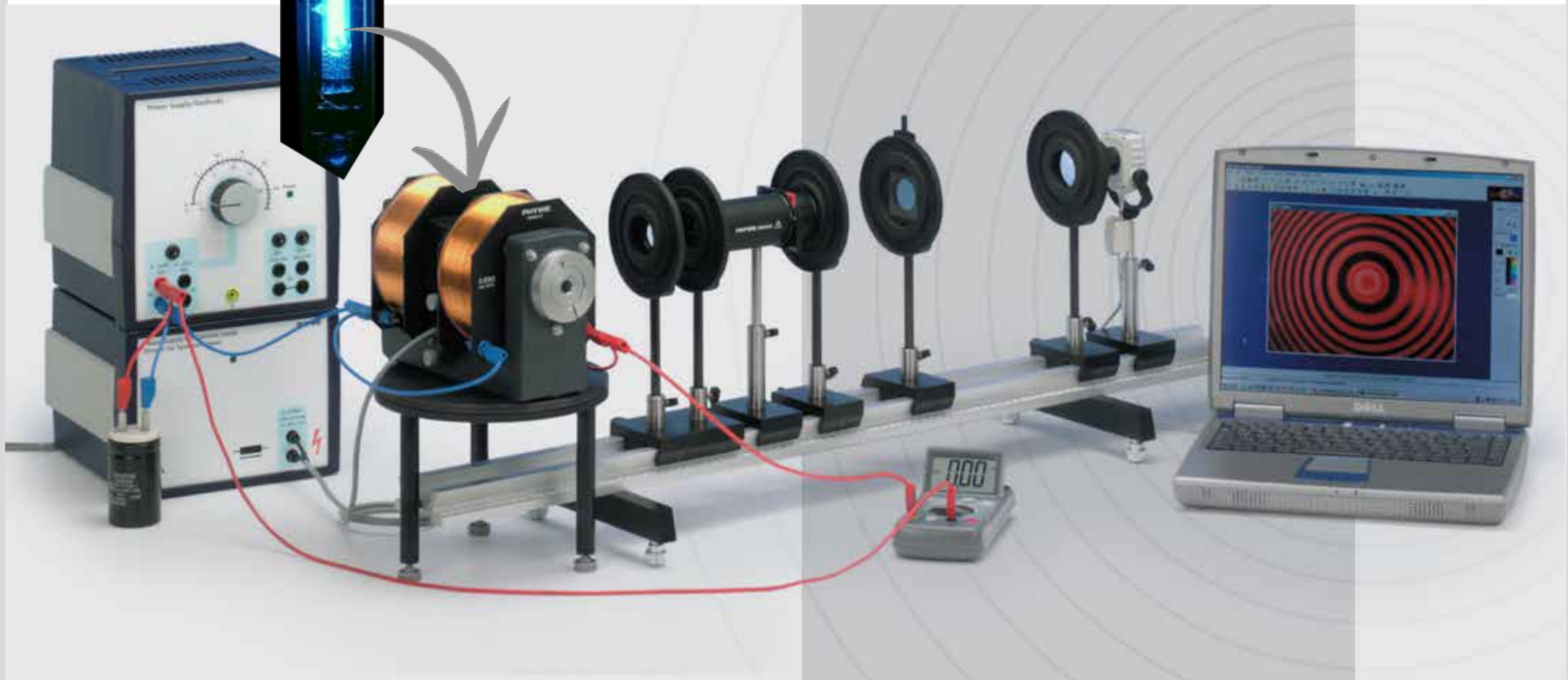
Demonstration: Zeeman-Effekt bei Cadmium

■ Zeeman-Effekt: Beobachtung der Linienaufspaltung von Cadmium

Cd-Atome
Metall dampf

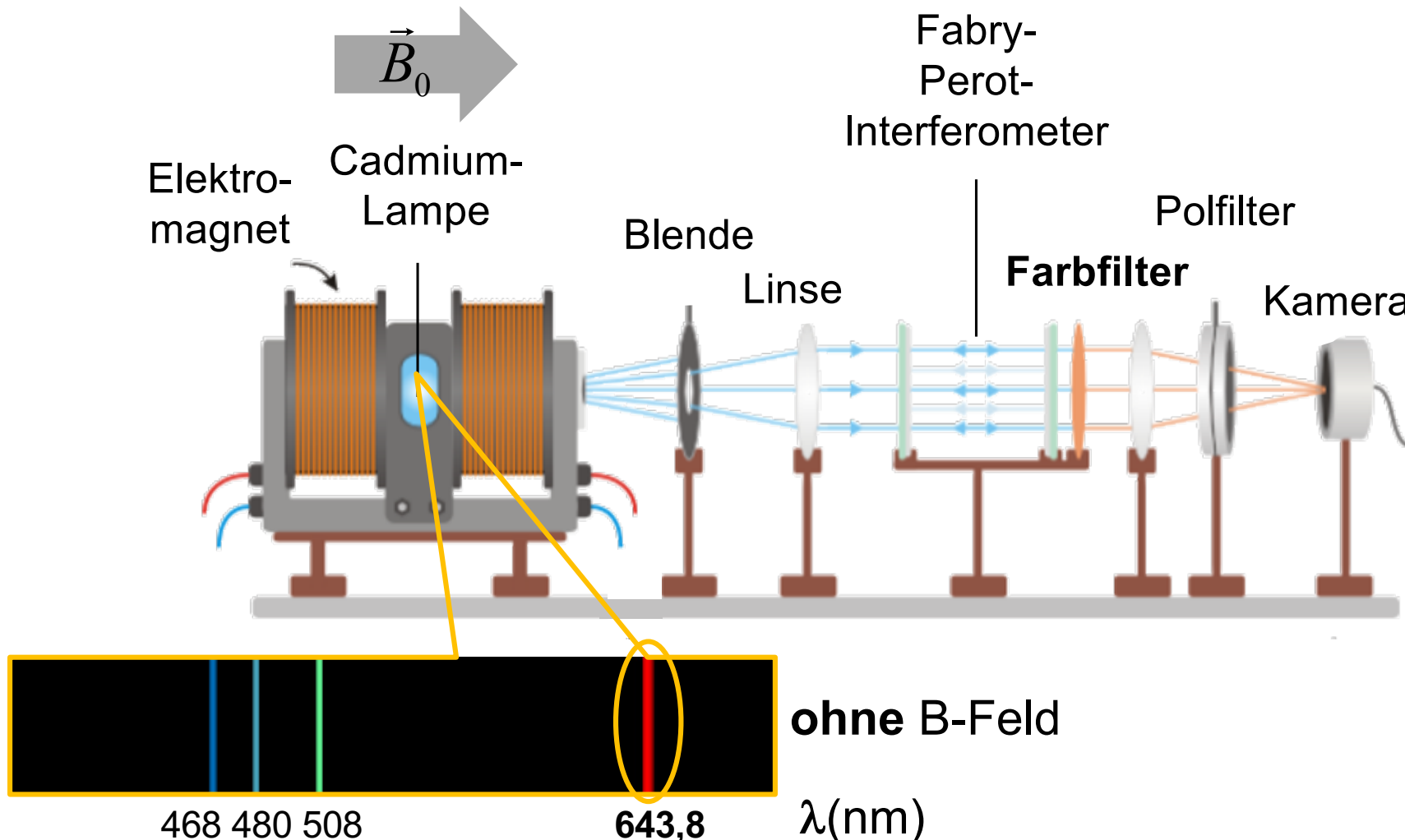


- heute: normaler Zeeman-Effekte (rote Cd-Linie)
- nächste VL: anomaler Zeeman-Effekte (grüne Cd-Linie)

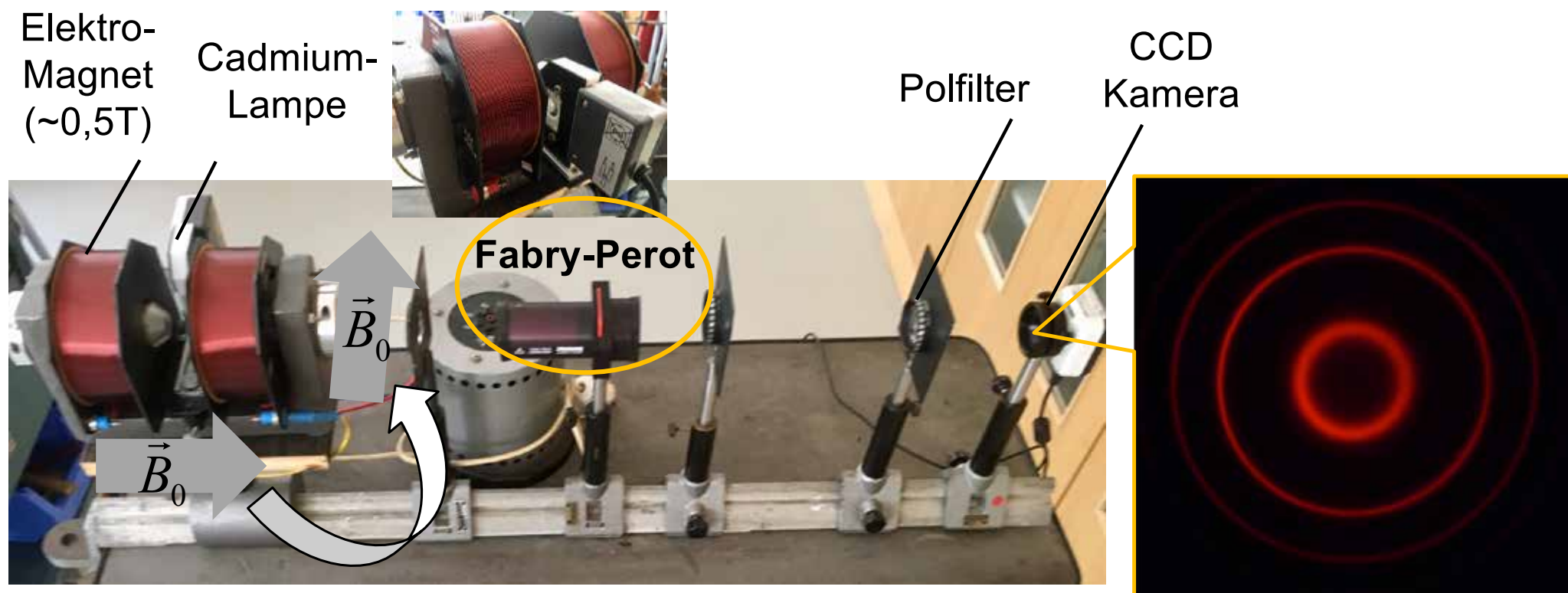


Experiment: Zeeman-Effekt (Aufbau)

- **Zeeman-Effekt:** Cadmium-Lampe wird in **starkes B-Feld** gebracht
 - wir beobachten die **rote Linie** (via Farbfilter) mit $\lambda = 643,8 \text{ nm}$



Beobachtung in transversaler / longitudinaler Richtung:



Magnet-Anordnung + Lampe sind schwenkbar

0°: Sicht parallel zu B-Feld (longitudinal)

90°: Sicht senkrecht zu B-Feld (transversal)

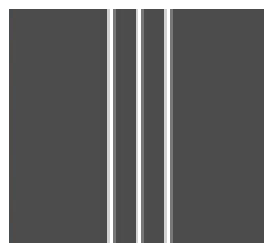
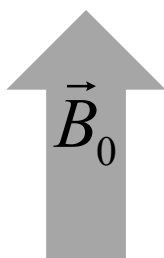
ohne B-Feld

■ normaler Zeeman-Effekt: Aufspaltung der Linie in ein Triplett

- rote Linie aus Übergang von **D-Orbital** ($\ell = 2$) zu **P-Orbital** ($\ell = 1$)

Dipol-Übergang ($\Delta\ell = 1$)

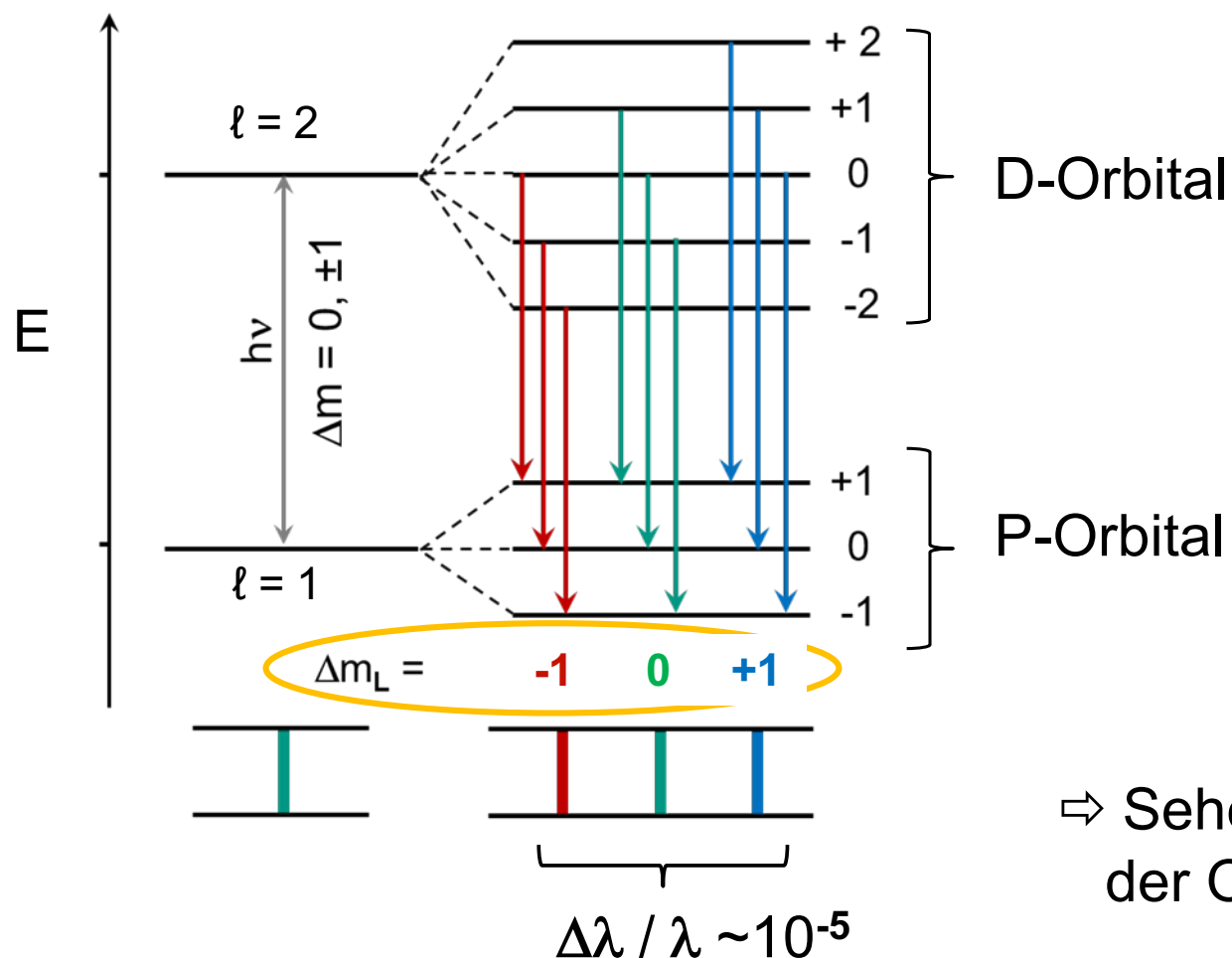
- bei transversalem B-Feld:
 $\Rightarrow$ Aufspaltung in **3 Linien**
mit $\Delta\lambda/\lambda \sim 3 \cdot 10^{-5}$ bei **B = 1 T**



mit B-Feld

- D-Orbital: $(2\ell + 1) = 5 m_\ell$ Zustände
- P-Orbital: $(2\ell + 1) = 3 m_\ell$ Zustände

- rote Linie aus Übergang von **D-Orbital** ($\ell = 2$) zu **P-Orbital** ($\ell = 1$)



⇒ Sehen nur 3 Linien, da **Aufspaltung** der Orbitale **energetisch äquidistant**

Zur Erläuterung:

Normaler Zeeman Effekt für $L=1$

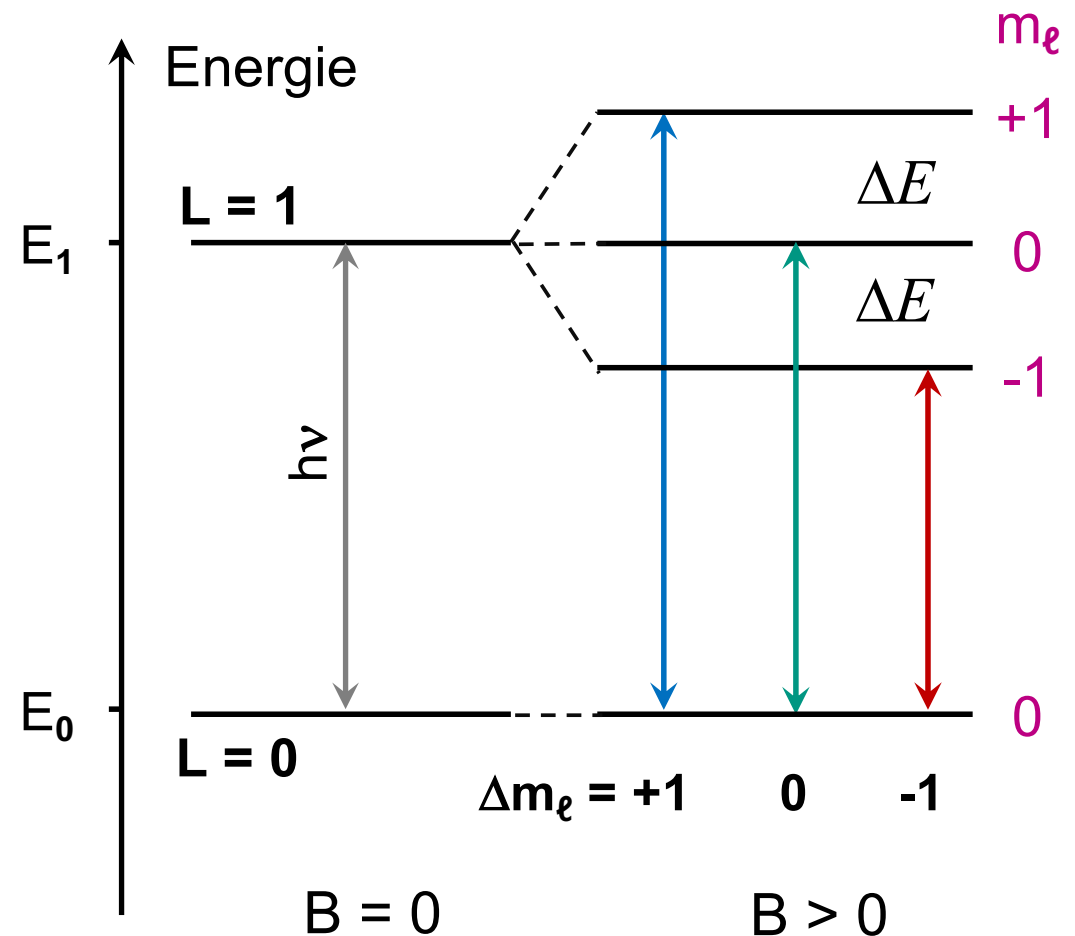
- Äquidistante Energieaufspaltung in $(2\ell+1) = 3$ Zeeman-Niveaus durch Wechselwirkung des Bahnmagnetismus μ_L mit externem Feld B_0

- quantisierter Drehimpuls in z-Richtung des B-Felds

$$L_z = m_\ell \cdot \hbar$$

- aufgespaltene Zeeman-Niveaus mit individueller magnetischer Quantenzahl

$$m_\ell = \ell, \ell - 1, \dots, 0, -\ell$$



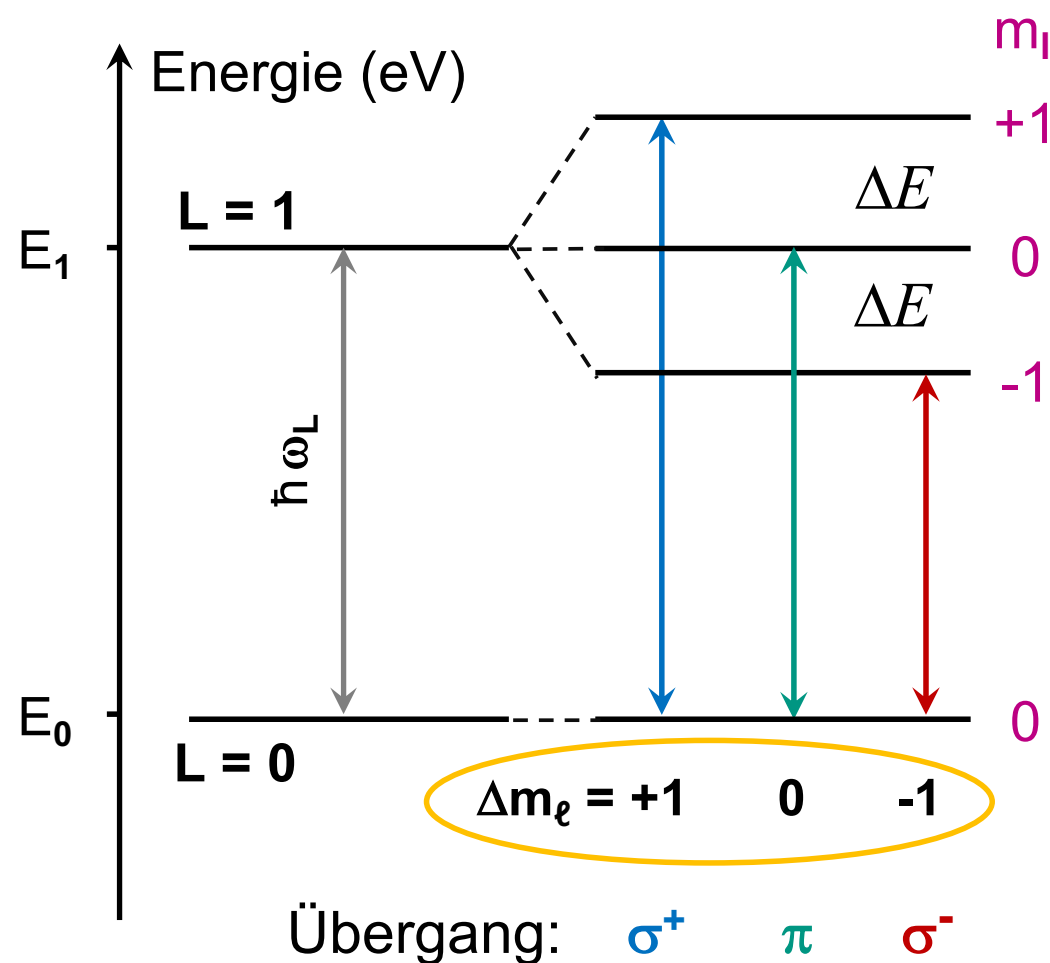
■ Energieaufspaltung

$$\begin{aligned}\Delta E &= h \cdot \nu = \hbar \cdot \omega_L \\ &= g_L \cdot \mu_B \cdot B_0 \\ &= \mu_B \cdot B_0\end{aligned}$$

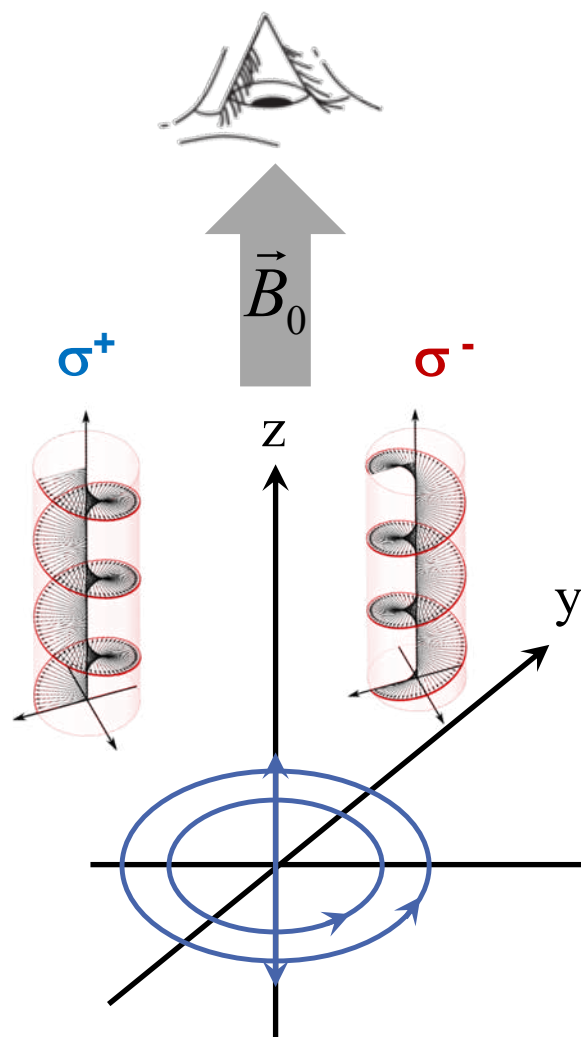
Larmorfrequenz:

$$\omega_L = g_L \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot B_0$$

$\Delta m_L = 0, \pm 1$



- Strahlung ist polarisiert, da $\vec{\mu}_L$ um die z-Achse präzediert (Vorzugsrichtung)

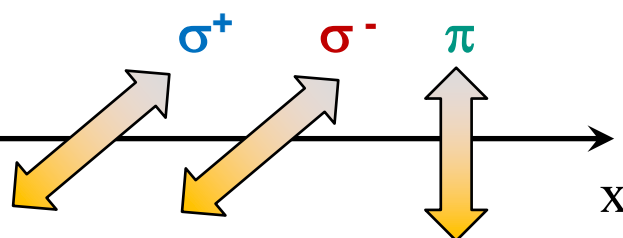


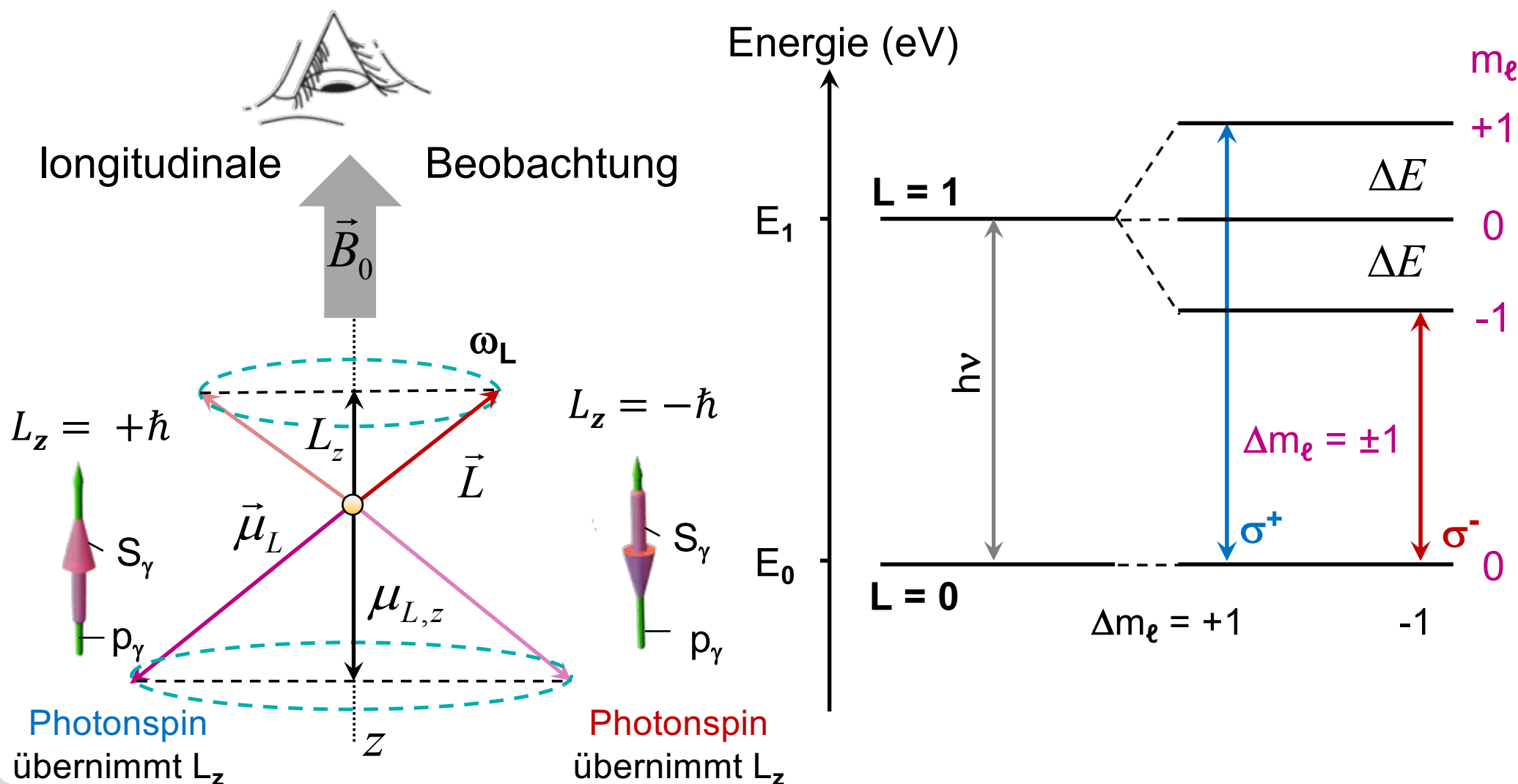
- **longitudinale Beobachtung:**

2 zirkular polarisierte Komponenten σ^+ , σ^-
nur zwei Linien werden beobachtet

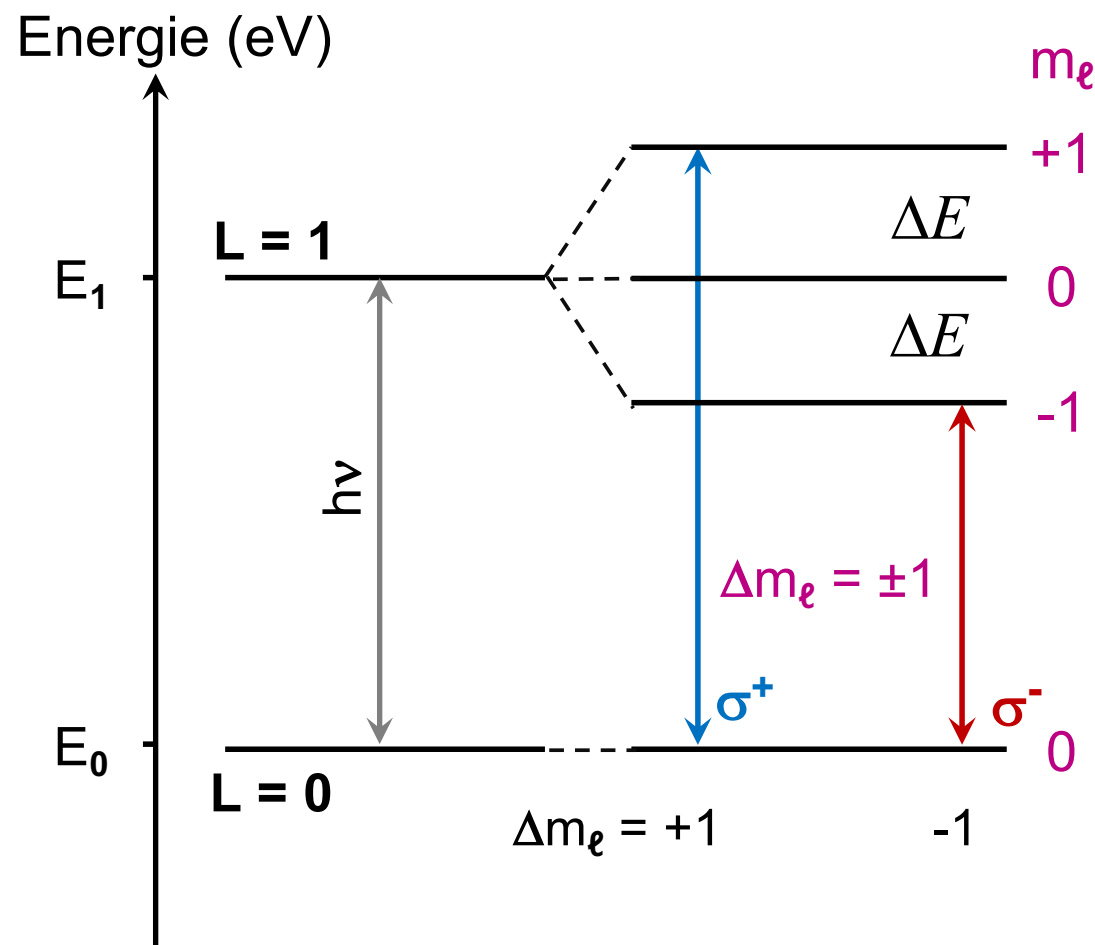
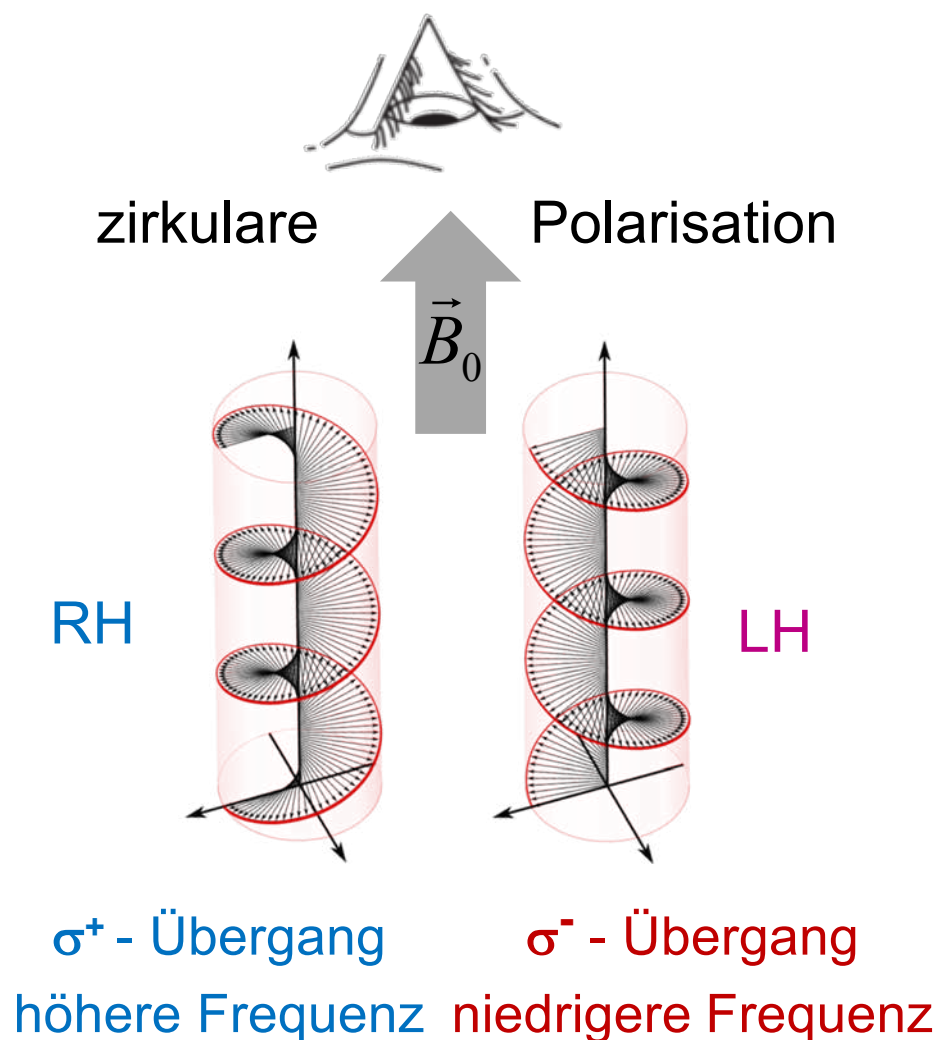
- **transversale Beobachtung:**

3 linear polarisierte Komponenten σ^+ σ^- π
alle drei Linien werden beobachtet

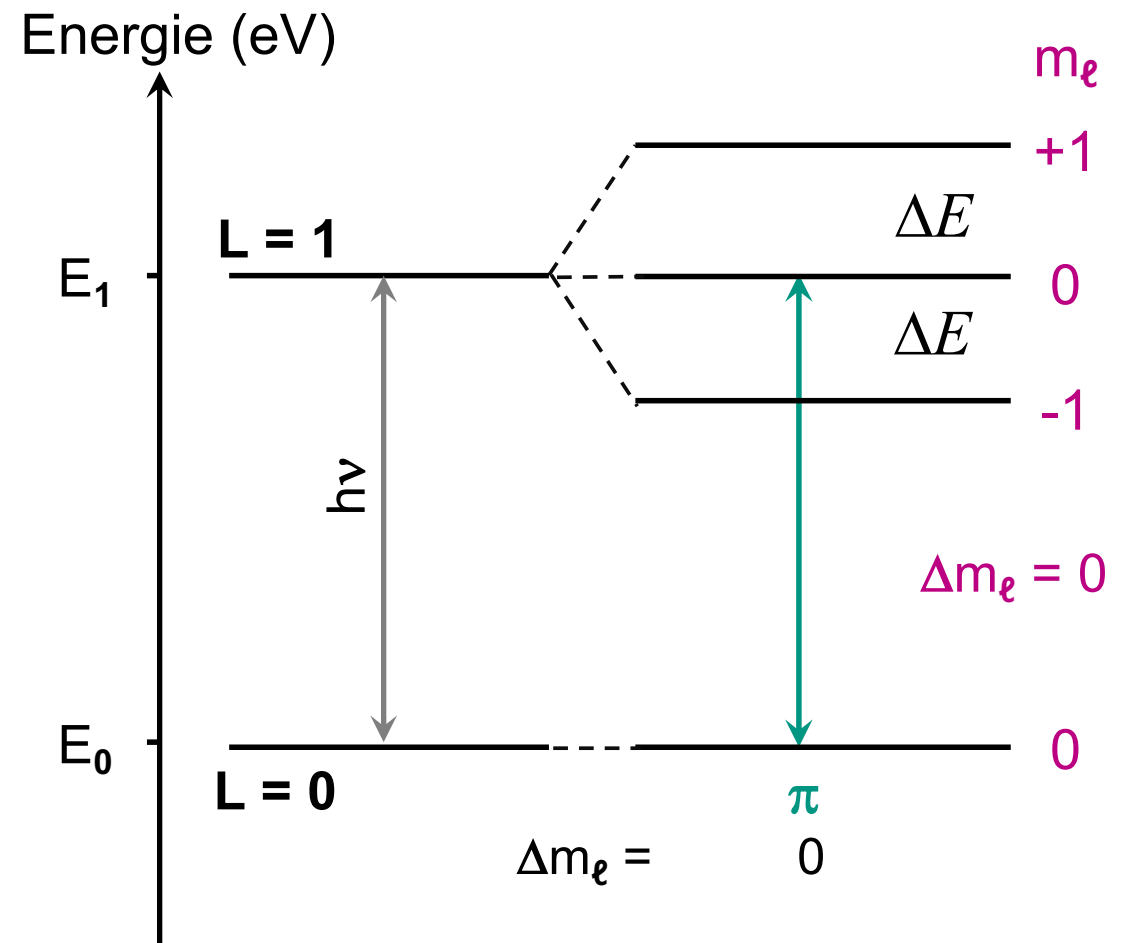
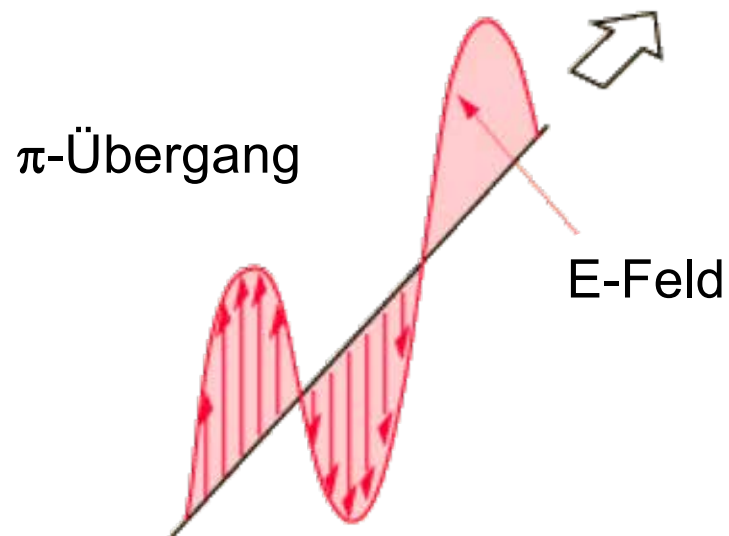




■ **σ -Übergänge** mit $\Delta m_\ell = \pm 1 \Rightarrow$ zirkular polarisiertes Licht (LH oder RH)



- **π -Übergänge** mit $\Delta m_\ell = 0 \Rightarrow$ linear polarisiertes Licht
(Überlagerung RH & LH)

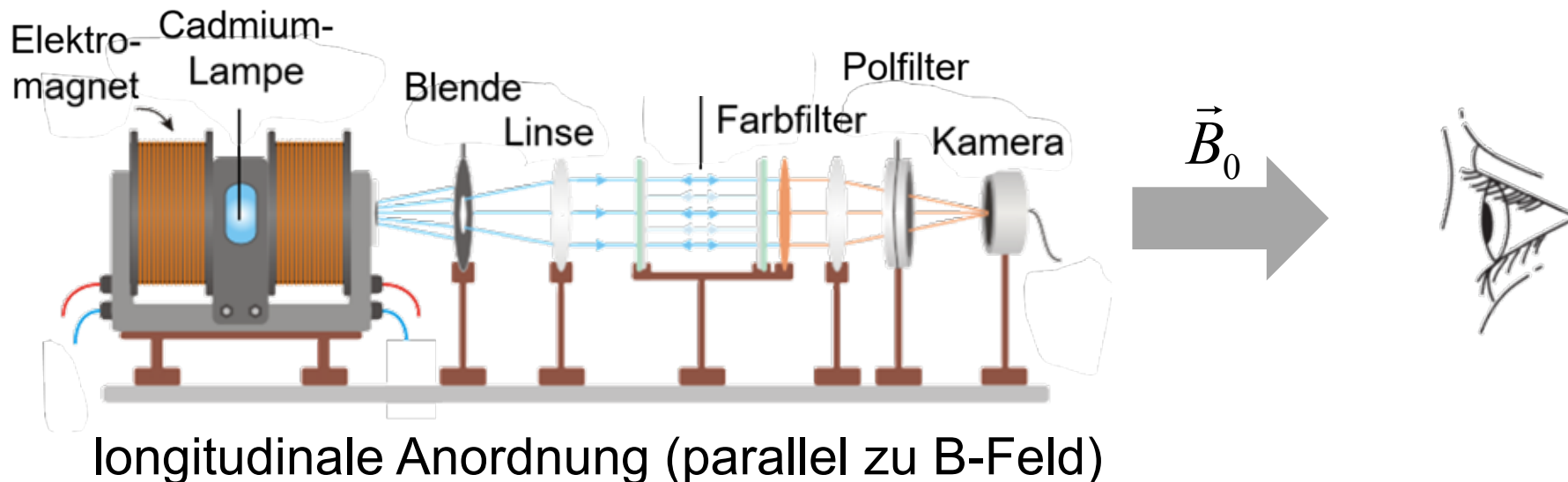


Experiment: Zeeman-Effekt bei Cadmium

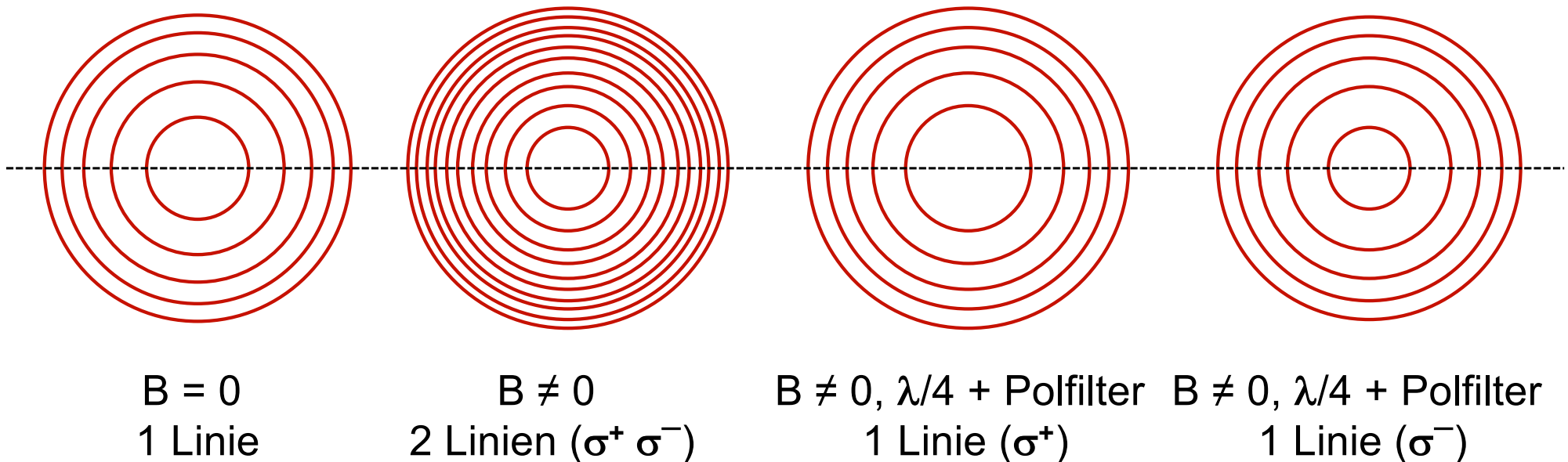
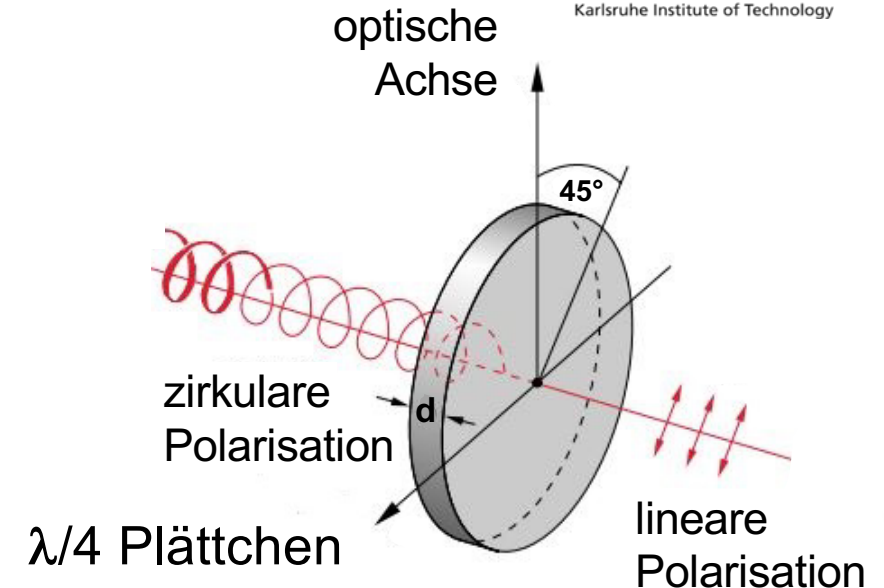
■ Zeeman-Effekt: Polarisierungseffekte

a) longitudinale Beobachtung ($\uparrow\uparrow$ zu B-Feld)

- zirkularpolarisierte Komponenten σ^+ σ^-
wir beobachten 2 Linien
- linearpolarisierte Komponente π
nicht beobachtbar in longitudinaler Richtung

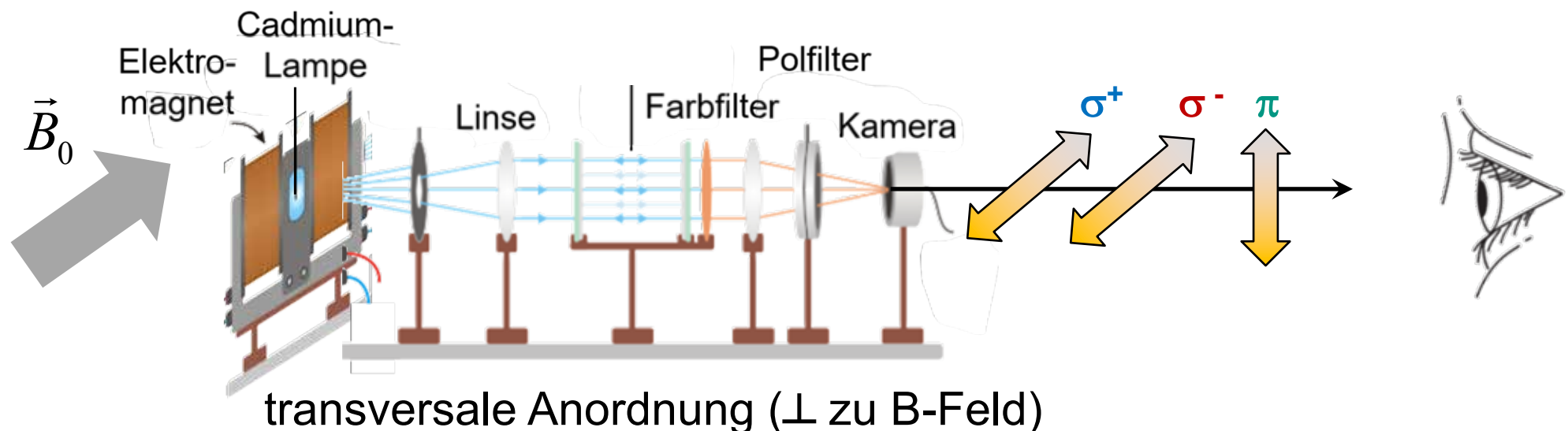


- zirkularpolarisierte Komponenten σ^+ σ^- via $\lambda/4$ Plättchen & Polarisationsfilter ($+45^\circ \dots -45^\circ$) unterscheidbar
- $\lambda/4$: zirkulare $\Rightarrow$ lineare Polarisation

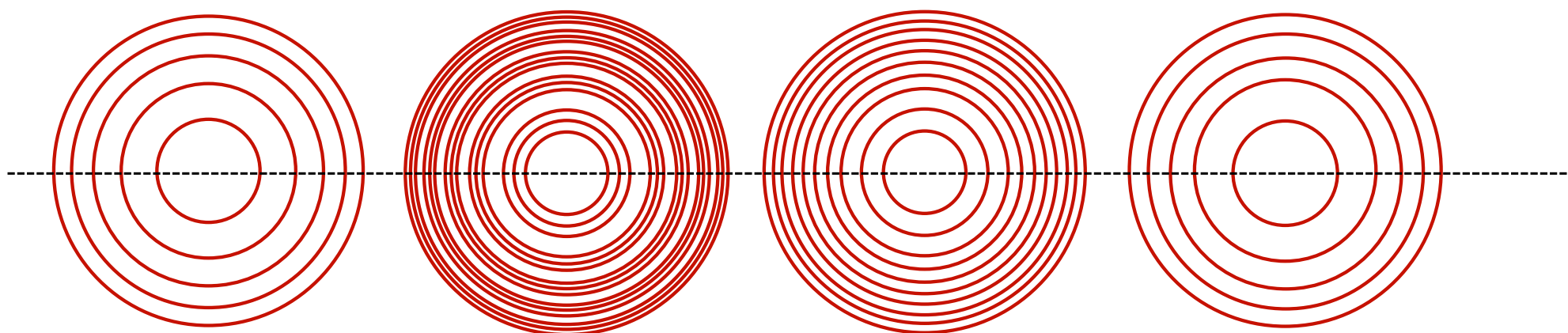


b) transversale Beobachtung ($\perp$ zu B-Feld)

- Dipolverteilung erlaubt Beobachtung von drei linearpolarisierten Komponenten: σ^+ , σ^- , π



- transversale Beobachtung ($\perp$ zu B-Feld)
- 3 linearpolarisierte Komponenten: σ^+ , σ^- , π



$B = 0$
1 Linie

$B \neq 0$
3 Linien (σ^+ σ^- π)

$B \neq 0$, Polfilter
2 Linien (σ^+ σ^-)

$B \neq 0$, Polfilter
1 Linie (π)

transversale Anordnung ($\perp$ zu B-Feld)