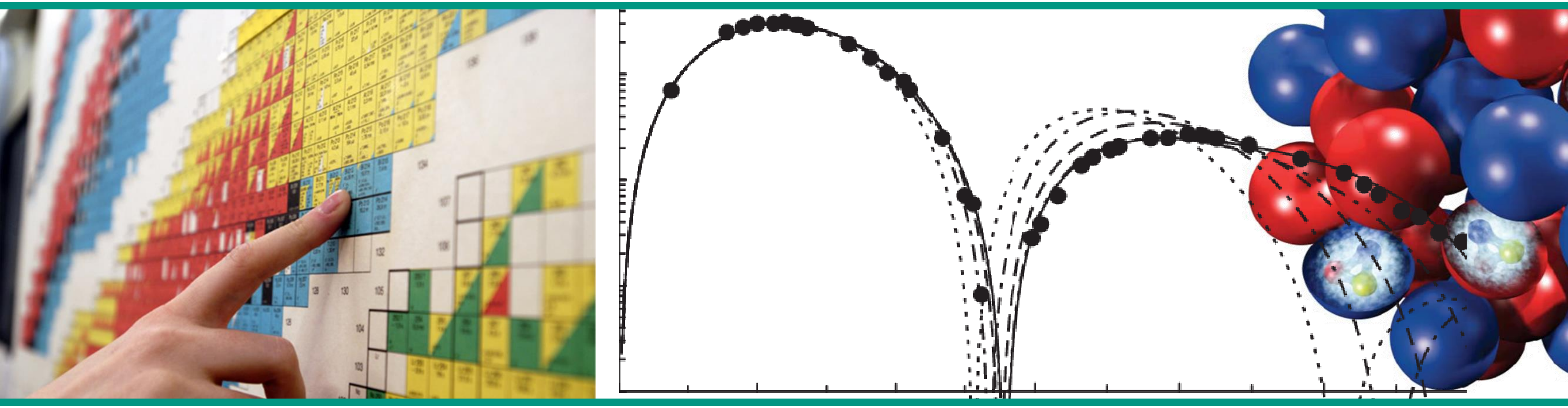
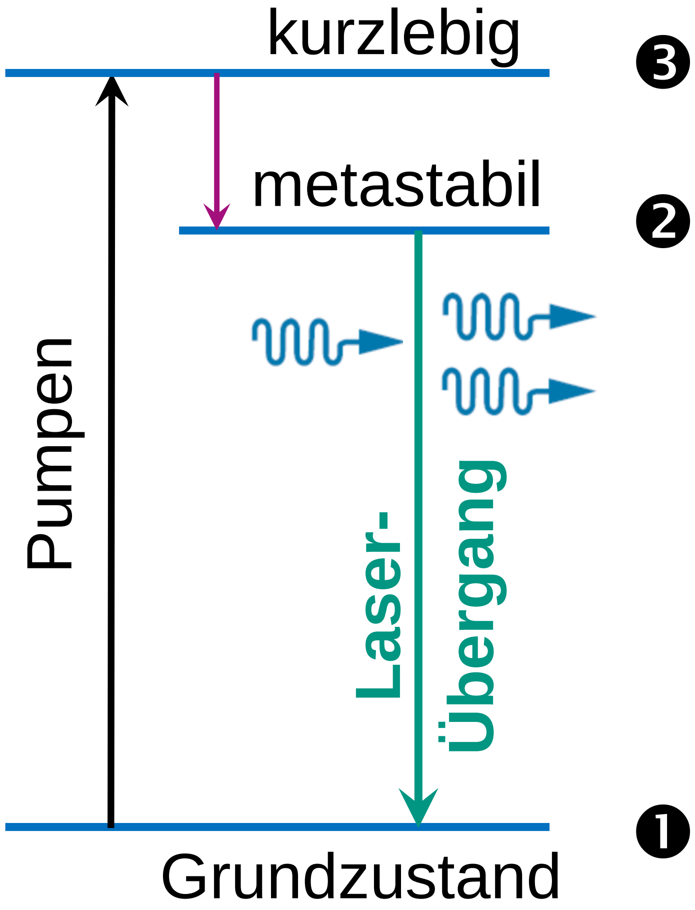
Moderne Experimentalphysik *I* – Atome und Kerne

Vorlesung 18 27. 6. 2024



RECAP: *LASER*

- ***LASER*** = ***L***ight ***A***mplification by ***S***timulated ***E***mission of ***R***adiation



- **Besetzungsinversion** der Laserniveaus!
- Einstein: **stimulierte Emission**
- Koeffizienten $\boldsymbol{B_{21} = B_{12}}$

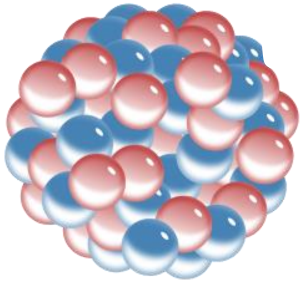
$$\boldsymbol{N(E_2 \to E_1) \sim B_{21} \cdot \underbrace{(N_2 - N_1)}_{\textbf{Besetzungsinversion!}}}$$

- **Pumpen** zum oberen Laserniveau!
  - optisch via Blitzlampe (Xenon)
  - Elektronenstoß (Gasentladung)

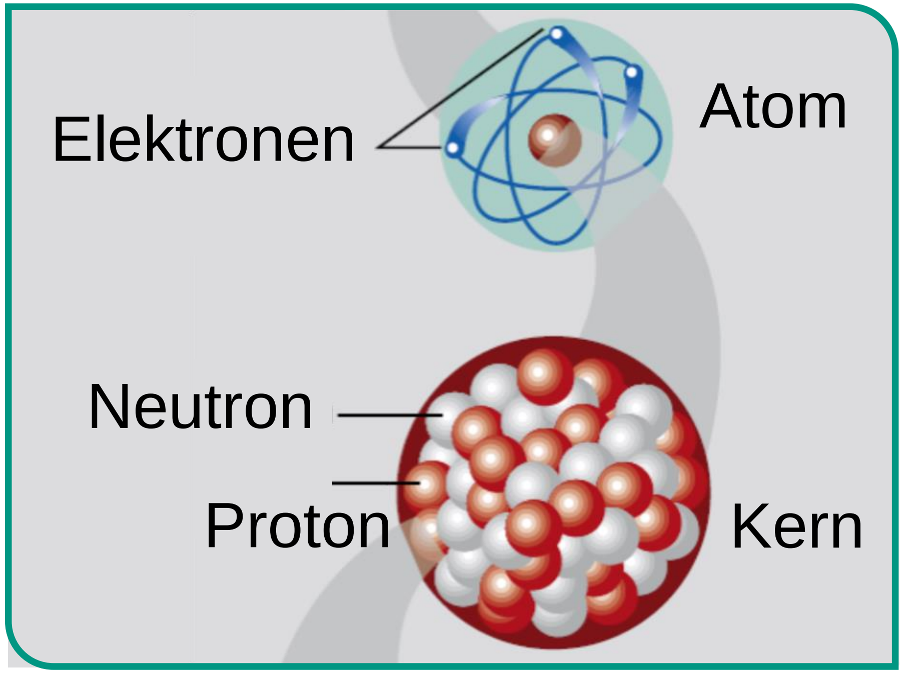
10. Eigenschaften stabiler Kerne

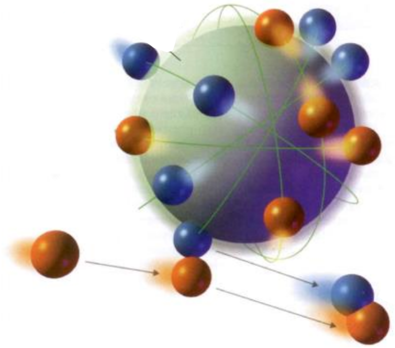
Karlsruhe Institute of Technology

Unsere Themengebiete

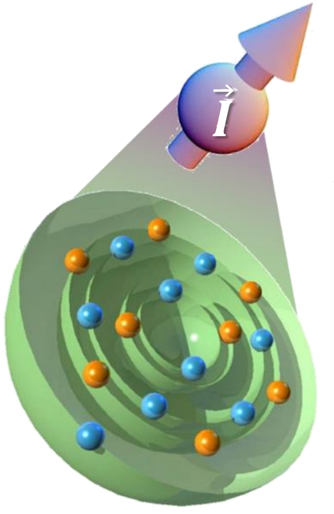


Kernradien & Formfaktoren: Rutherford, Mott, Hofstadter,…





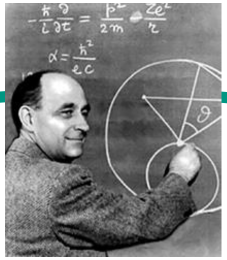
Kernreaktionen

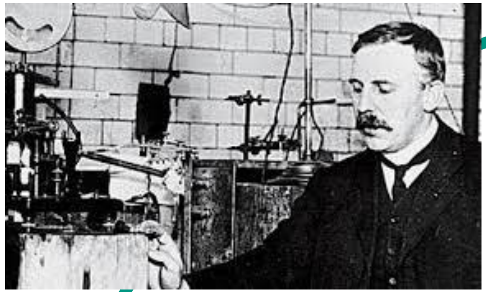


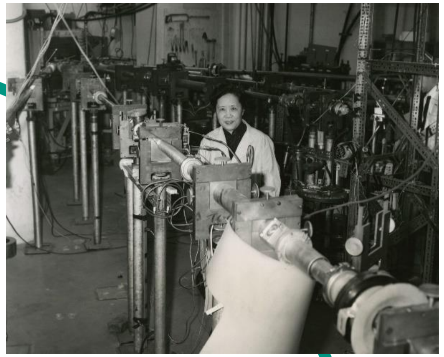
Kernmodelle & Kernkräfte

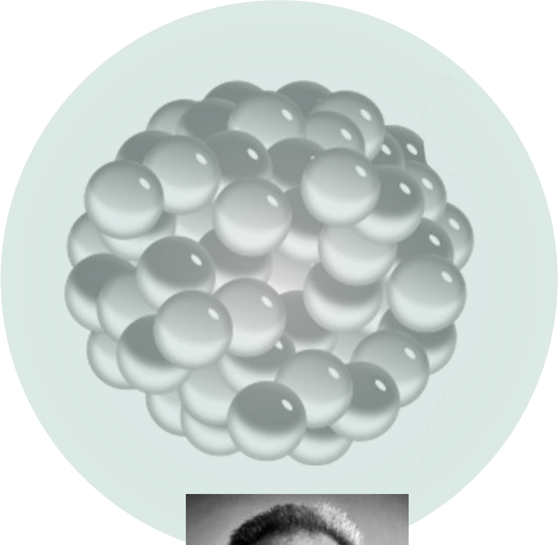
Kernspaltung & Kernfusion

Kernphysik: klassische Themengebiete

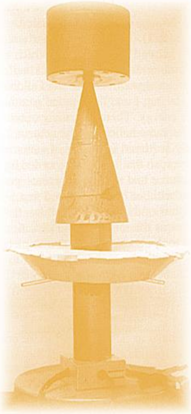
Fermi-  Theorie

Rutherford Experiment 

 Wu Experiment

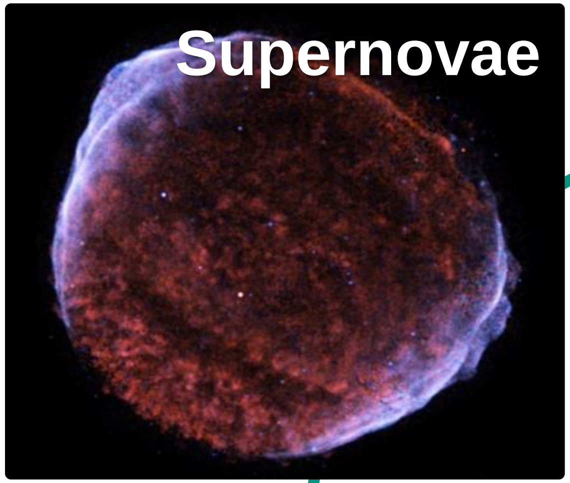


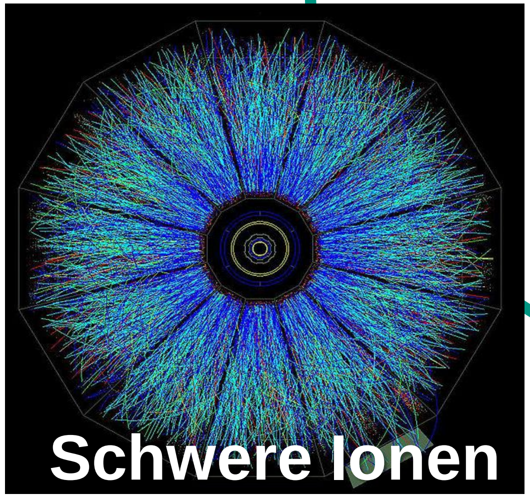
 Cockcroft–Walton Generator

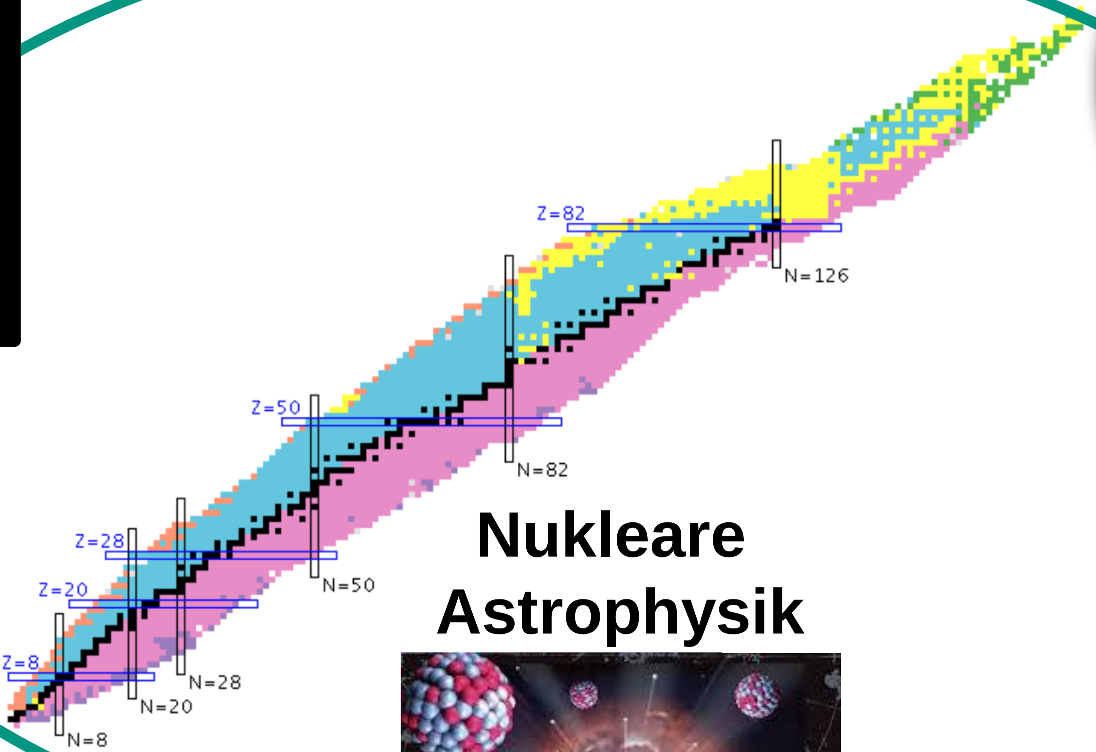
 Goldhaber Experiment

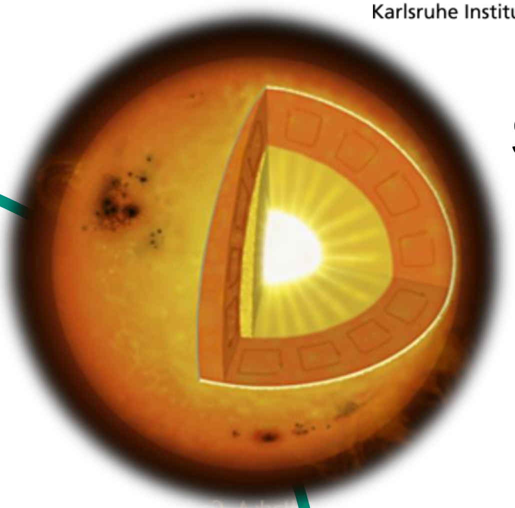
Hans  Bethe

Kernphysik: moderne Themengebiete



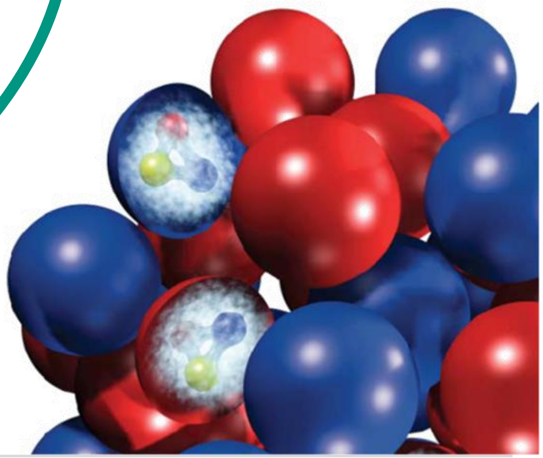




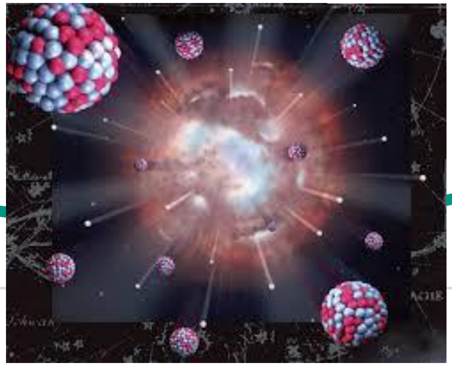


Sonnen-modell

QCD



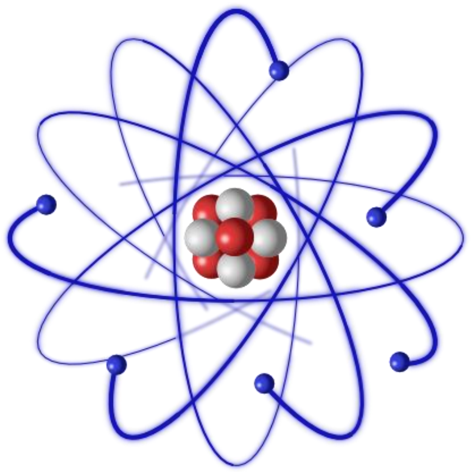
Nukleare Astrophysik



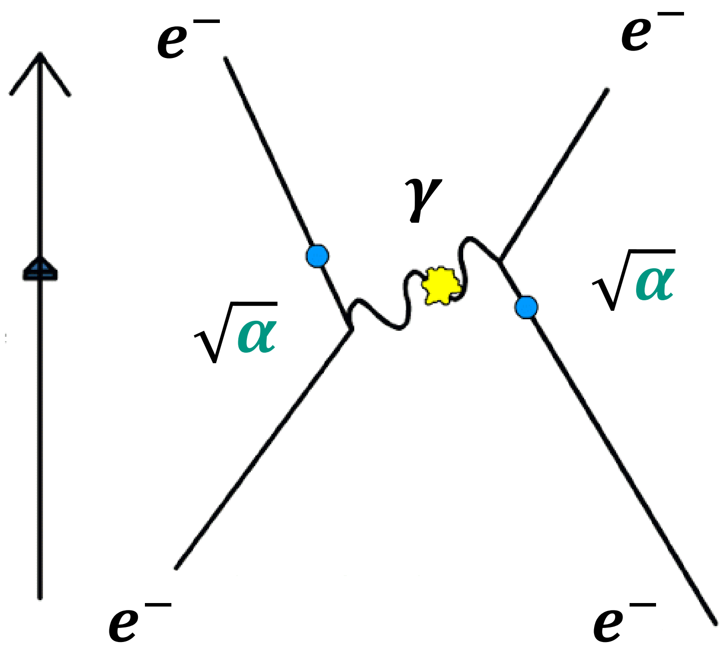
10. 1 Einführung

Eigenschaften der kondensierten Materie

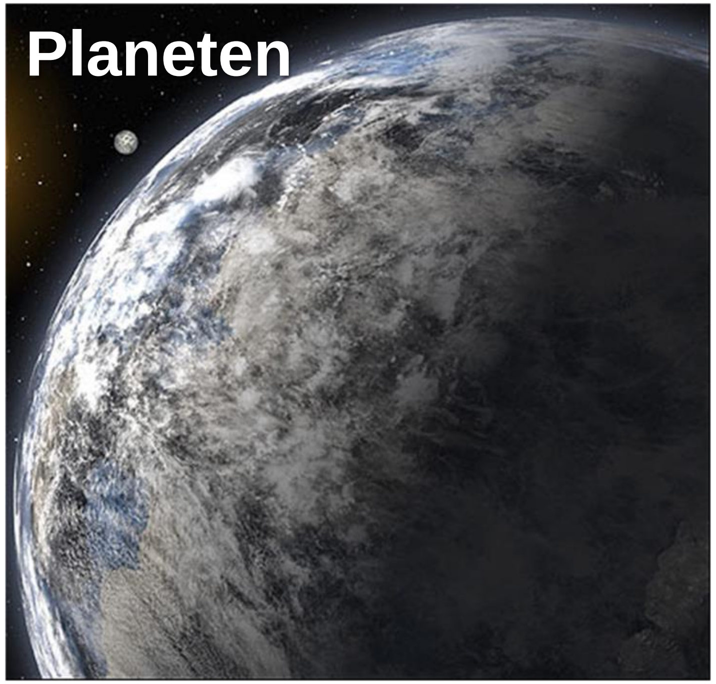
- **Atomphysik**: Prozesse der **elektromagnetischen Wechselwirkung**



Coulomb-
Wechselwirkung



$\rho = 10^3\ kg/m^3$

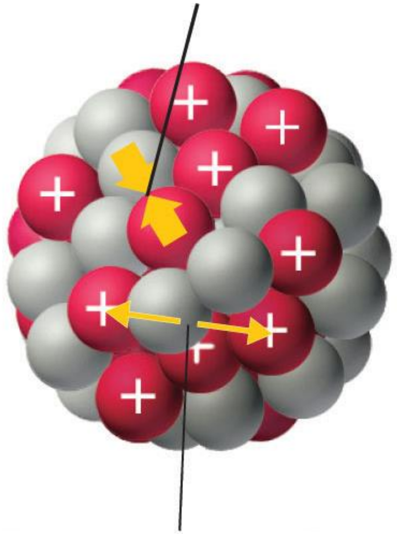


Kerne und Kernmaterie

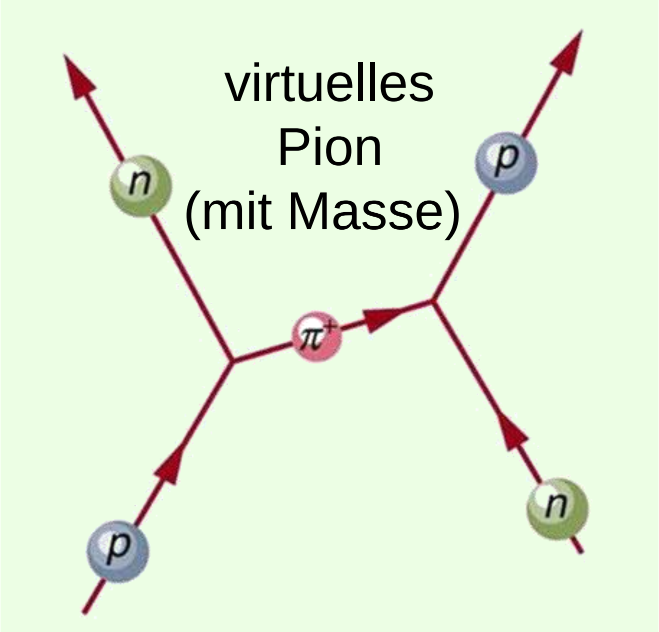
- **Eigenschaften von Kernmaterie (Atomkerne, Neutronensterne,…)**
  - Kernphysik: Prozesse der **starken Wechselwirkung (QCD*)**

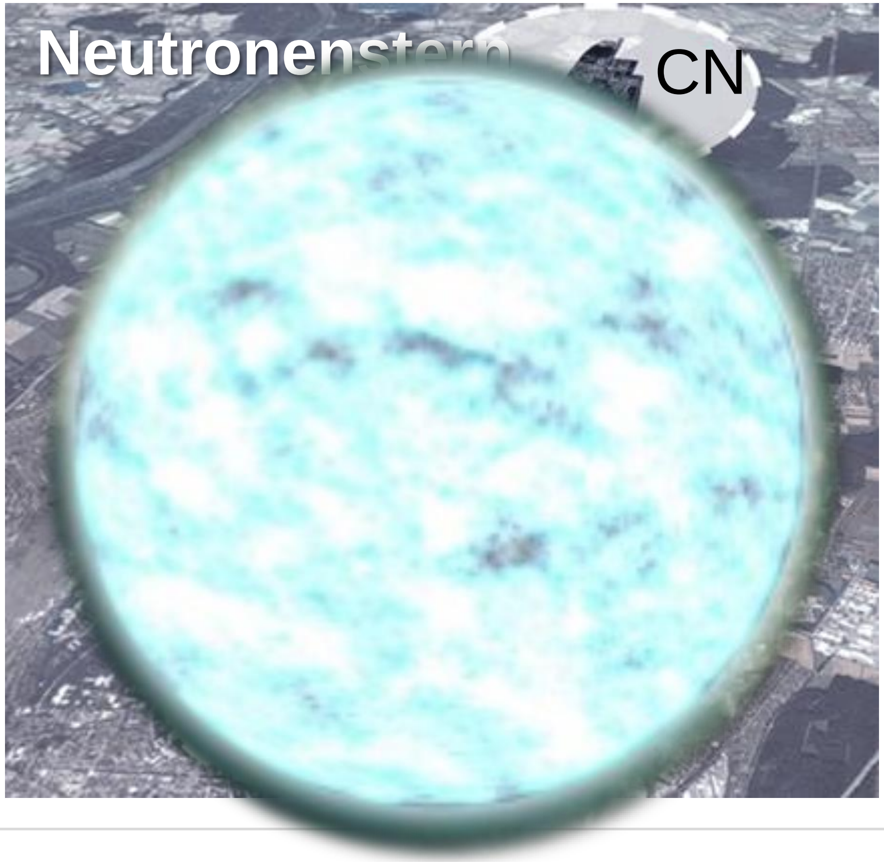
    α_s: starke Kopplungskonstante $= \mathbf{0,2 \ldots 1}$

anziehende Kernkraft
(**kurzreichweitig**)



abstoßende Coulomb-Kraft (**langreichweitig**)

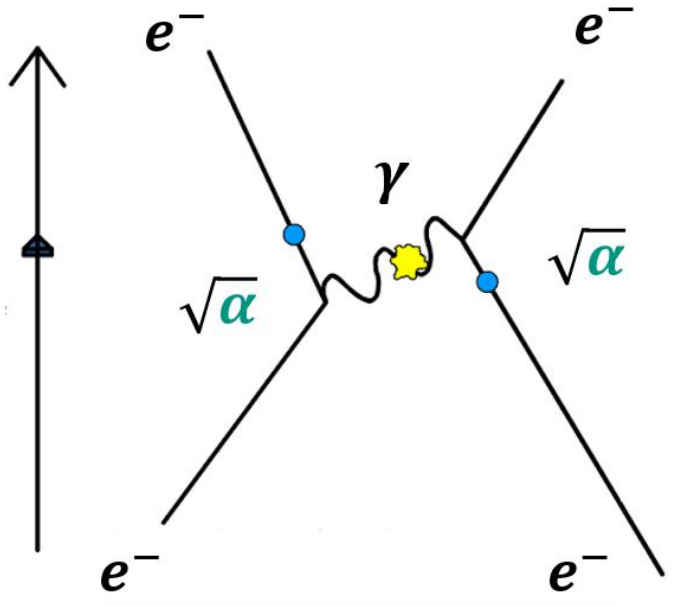


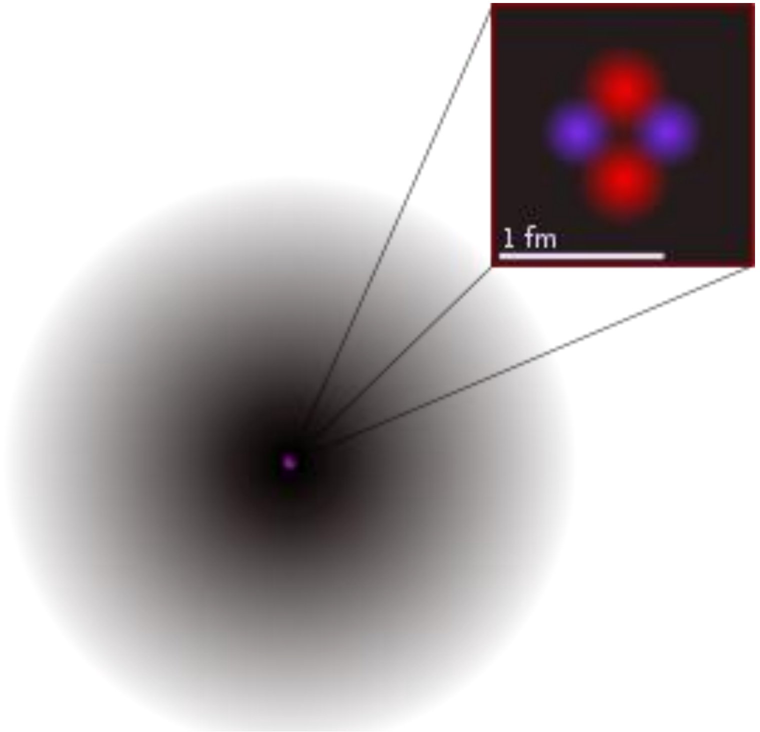


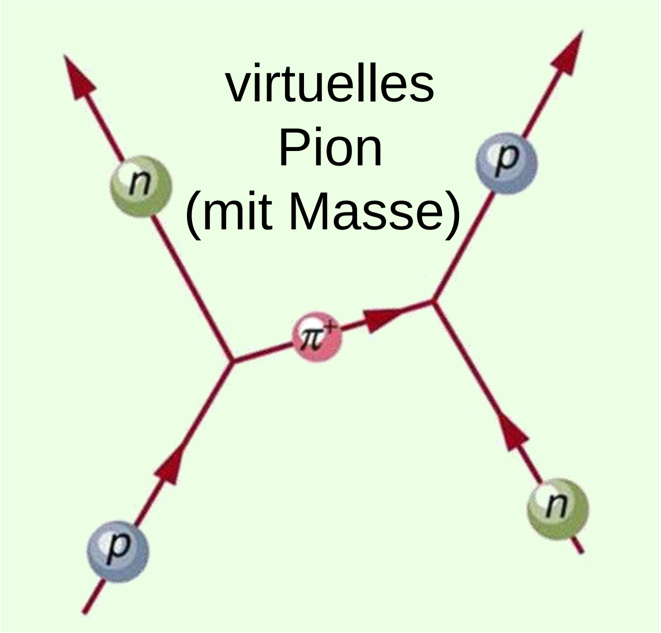
*$\boldsymbol{Q}$uanten$-\boldsymbol{C}$hromo$-\boldsymbol{D}$ynamik

Atome und Kerne: Vergleich der Skalen

- **Eigenschaften der Objekte werden festgelegt durch die Wechselwirkung (elektromagnetisch: α, stark: α_s) & Elementarteilchen ($e^-, p/n$)**







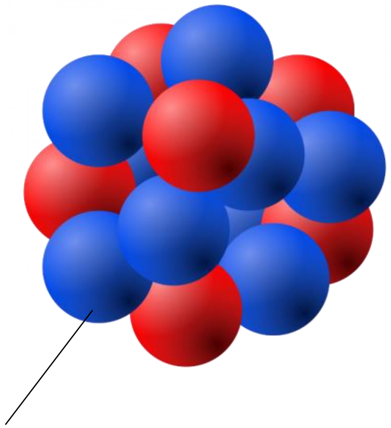
α: Feinstrukturkonstante $= 1/137$

α_s: starke Kopplungskonstante $= 0,2 \dots 1$

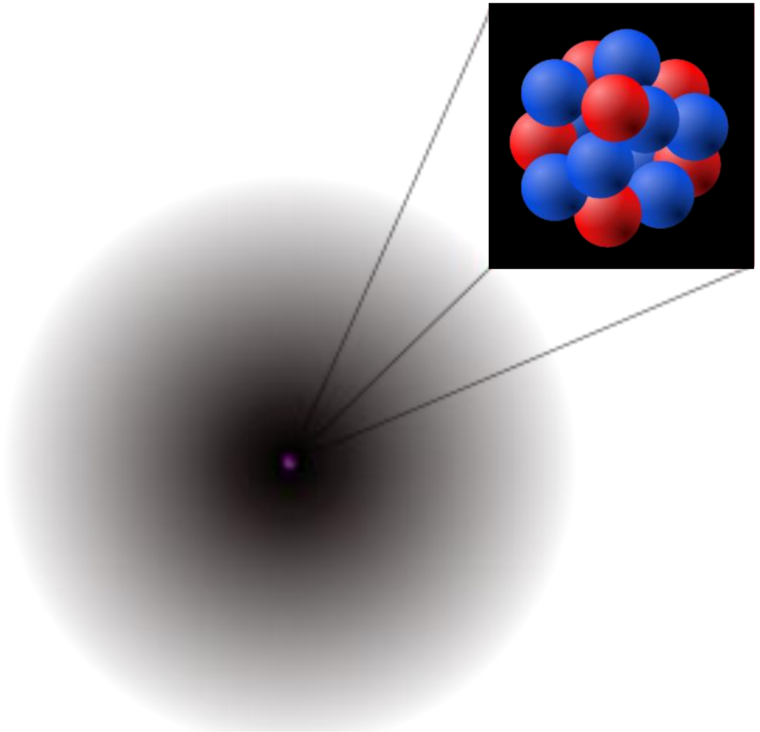
Atome und Kerne: Vergleich der Skalen

- **Eigenschaften der Objekte werden festgelegt durch die Wechselwirkung (elektromagnetisch: α, stark: α_s) & Elementarteilchen ($e^-, p/n$)**

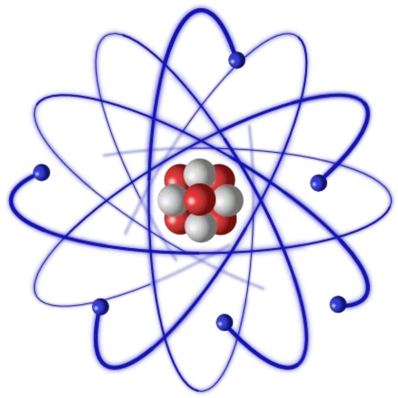
$$r_{Kern} = (2 \dots 8) \cdot 10^{-15}\ m$$



Nukleonmasse: $m_N = 939\ MeV$



$$r_{Atom} = 10^{-10}\ m$$

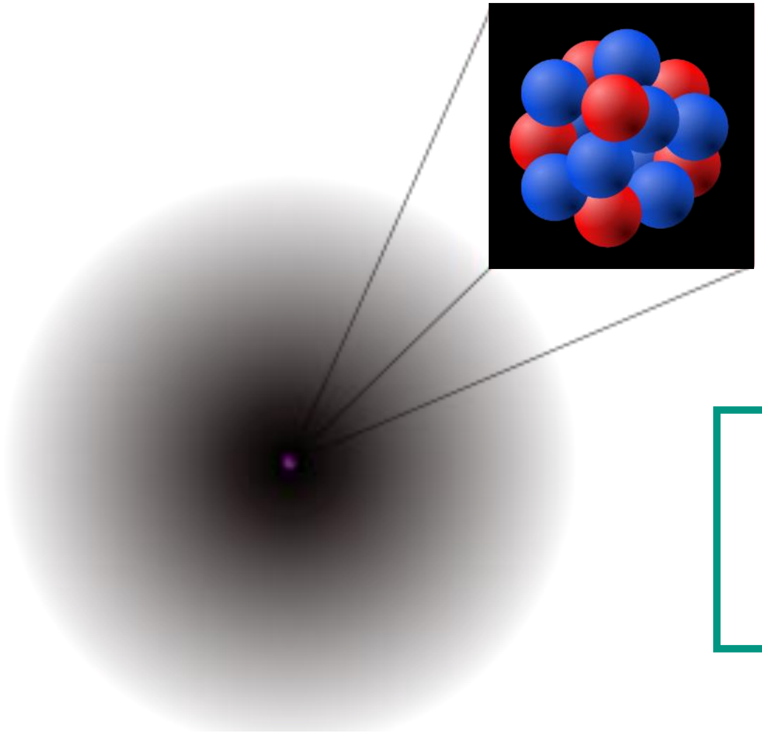


Elektronmasse: $m_e = 0{,}511\ MeV$

Atome und Kerne: Vergleich der Skalen

- **Eigenschaften der Objekte werden festgelegt durch die Wechselwirkung (elektromagnetisch: α, stark: α_s) & Elementarteilchen ($e^-, p/n$)**

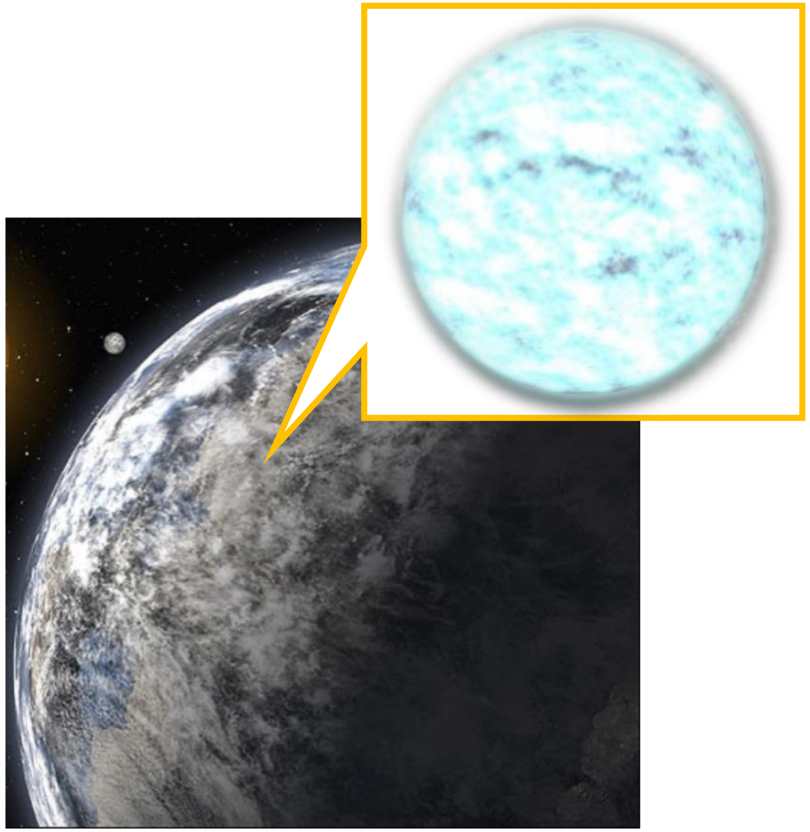
Verhältnis der Skalen
von Atomen & Kernen

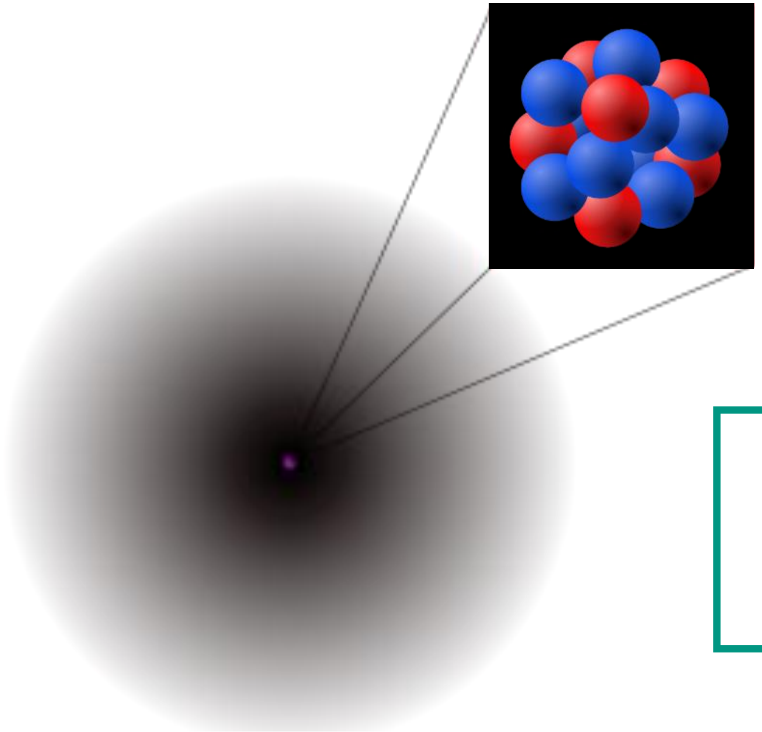


$$\frac{r_{Kern}}{r_{Atom}} \sim \frac{\alpha}{\alpha_s} \cdot \frac{m_e}{m_N} \approx 3 \cdot 10^{-5}$$

Atome und Kerne: Vergleich der Dichten

- **Dichten der Objekte werden festgelegt durch die Wechselwirkung (elektromagnetisch: α, stark: α_s) & Elementarteilchen ($e^-, p/n$)**





$$\rho_{Kern} \approx 10^{17}\, kg/m^3$$

$$\frac{\rho_{Kern}}{\rho_{Atom}} \sim \left(\frac{r_{Kern}}{r_{Atom}}\right)^3 \approx 10^{14}$$

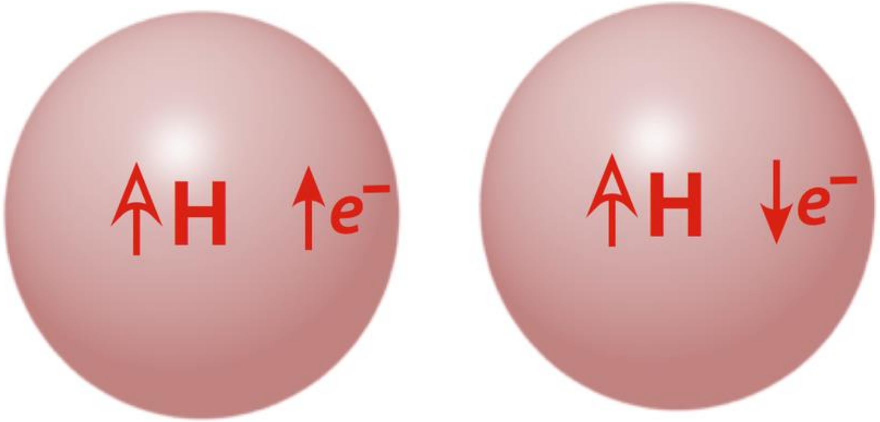
$$\rho_{Atom} \approx 10^3\, kg/m^3$$

Rolle des Spins in der Atomphysik

- **Interne Spineigenschaften: H – Atom (Atomphysik)**

  - **Hyperfeinstruktur**

$F = 1$ $F = 0$



Kopplung von $\boldsymbol{J}$ der Hülle und Kern-Spin $\boldsymbol{I}$ zu $\boldsymbol{F}$

$$\Delta \boldsymbol{E} = \mathbf{5{,}9 \cdot 10^{-6}}\ \boldsymbol{eV}$$

relativ zur Masse des $\boldsymbol{H}$ – Atoms

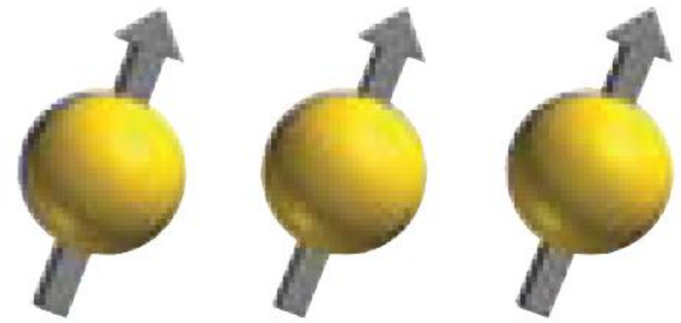
$$\boldsymbol{M_H \approx 10^9\ eV}$$

Effekt ~ $\mathbf{10^{-14}}$

Rolle des Spins in der Kernphysik

Interne Spineigenschaften

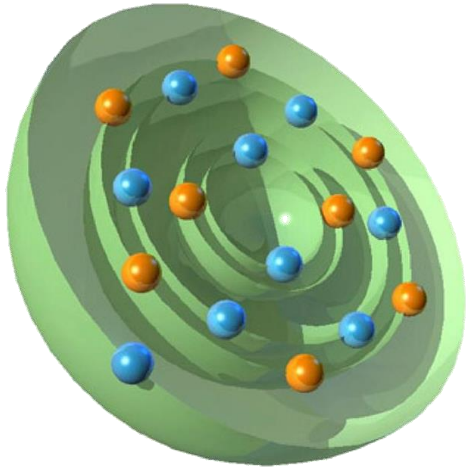
Spin spielt in der starken Wechselwirkung eine wesentlich größere Rolle als bei elektrodynamischen Prozessen



Beispiel:

- wesentliche Rolle bei:

⇨ **Schalenstruktur** der Kerne* (uu, gg)

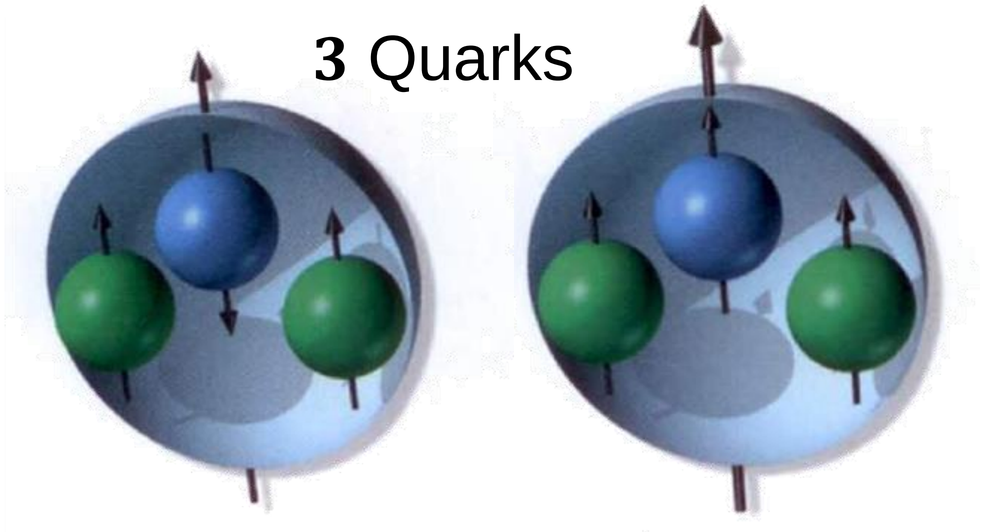


*$u$ngerade-$u$ngerade
$g$erade-$g$erade

Rolle des Spins in der Kern– & Teilchenphysik

- **Interne Spineigenschaften: Proton und angeregtes Baryon (Δ – Resonanz)**

  - **Masse und Lebensdauer** von stark wechselwirkenden Teilchen $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \Delta^+)$ sind stark unterschiedlich



Proton

$\boldsymbol{S = 1/2}$

Δ – Resonanz

$\boldsymbol{S = 3/2}$

Masse

$\Delta M \approx 25\% \; (M_p = 938{,}27 \; MeV$

$M_\Delta = 1232 \; MeV)$

Lebensdauer

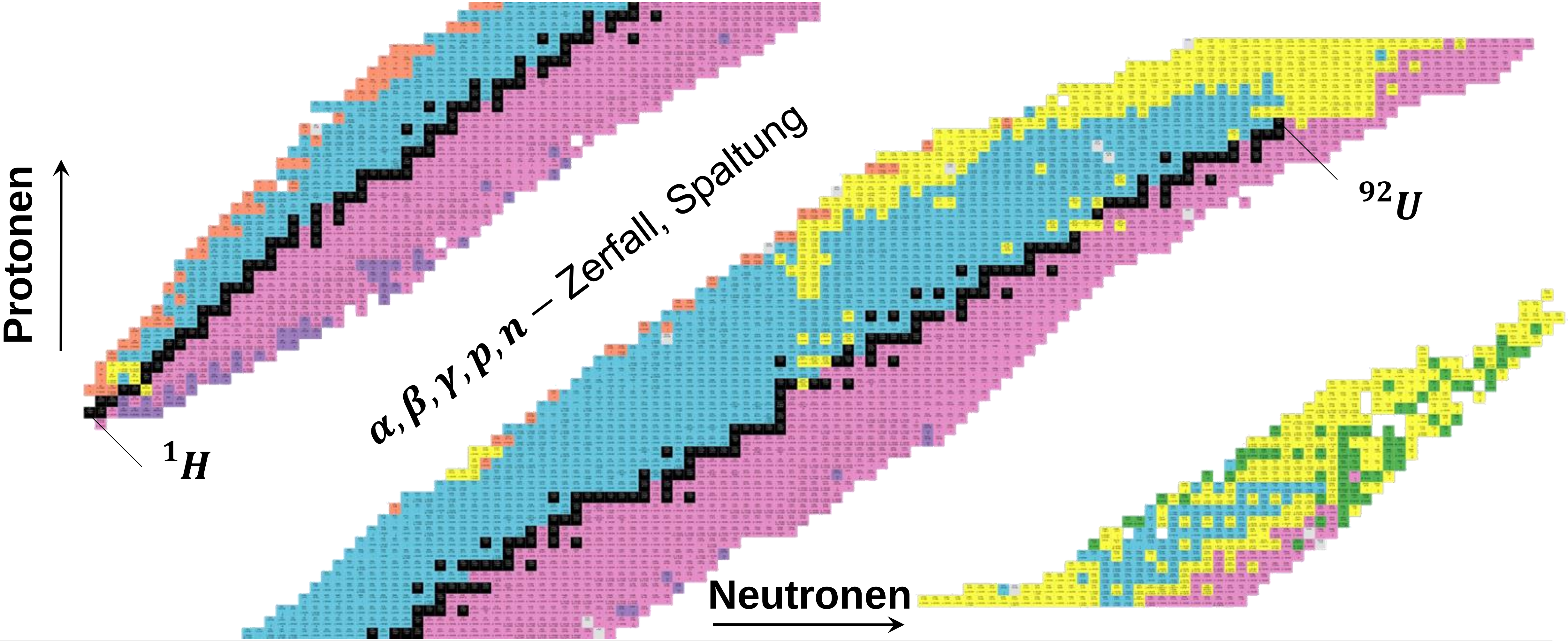
$\Delta\tau > 10^{65} \; (\tau_p > 10^{41} s, \; d.h. \; stabil$

$\tau_\Delta = (5{,}58 \pm 0{,}09) \cdot 10^{-24} \; s$

$d.h. \; extrem \; kurzlebig$

Kerne: ein allererster Überblick

- **Nuklidkarte:** 250 **stabile (■)** $\&\sim 3700$ **instabile (■■■■■■) Isotope**



QUIZ: weshalb gibt es so viele *instabile* Isotope?

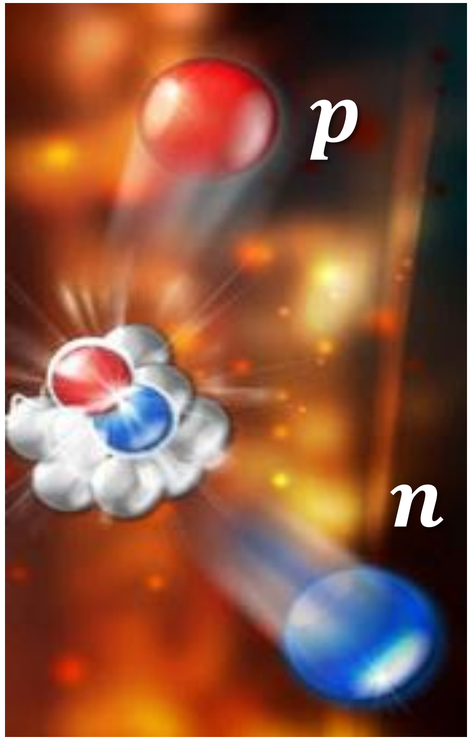
- **Frage: ein Kern zerfällt….**

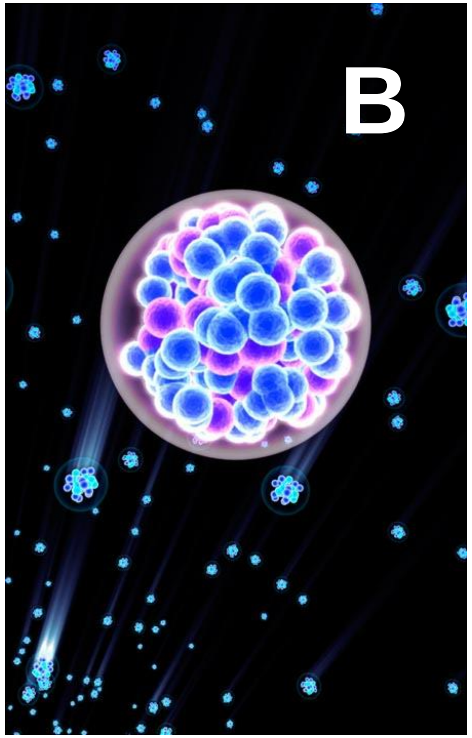
A) …nach einer **inneren Kollision** von Nukleonen !

B) ... durch **virtuelle Teilchen** des Vakuums !

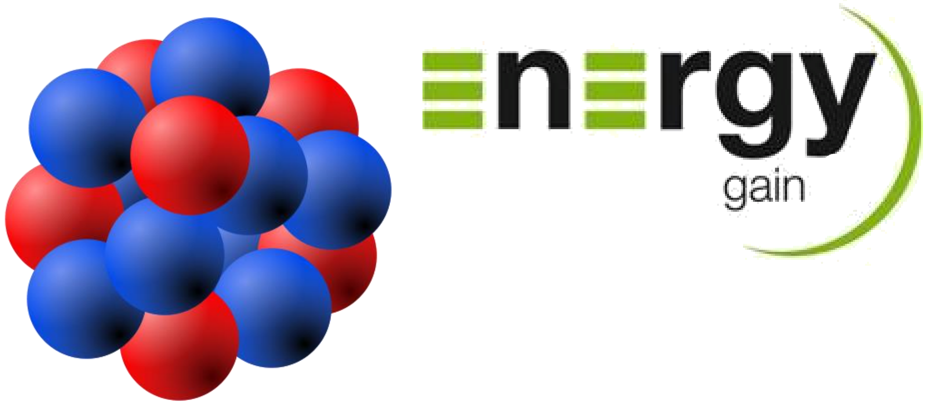
C) … wenn er dadurch **Energie** gewinnt !

A





C

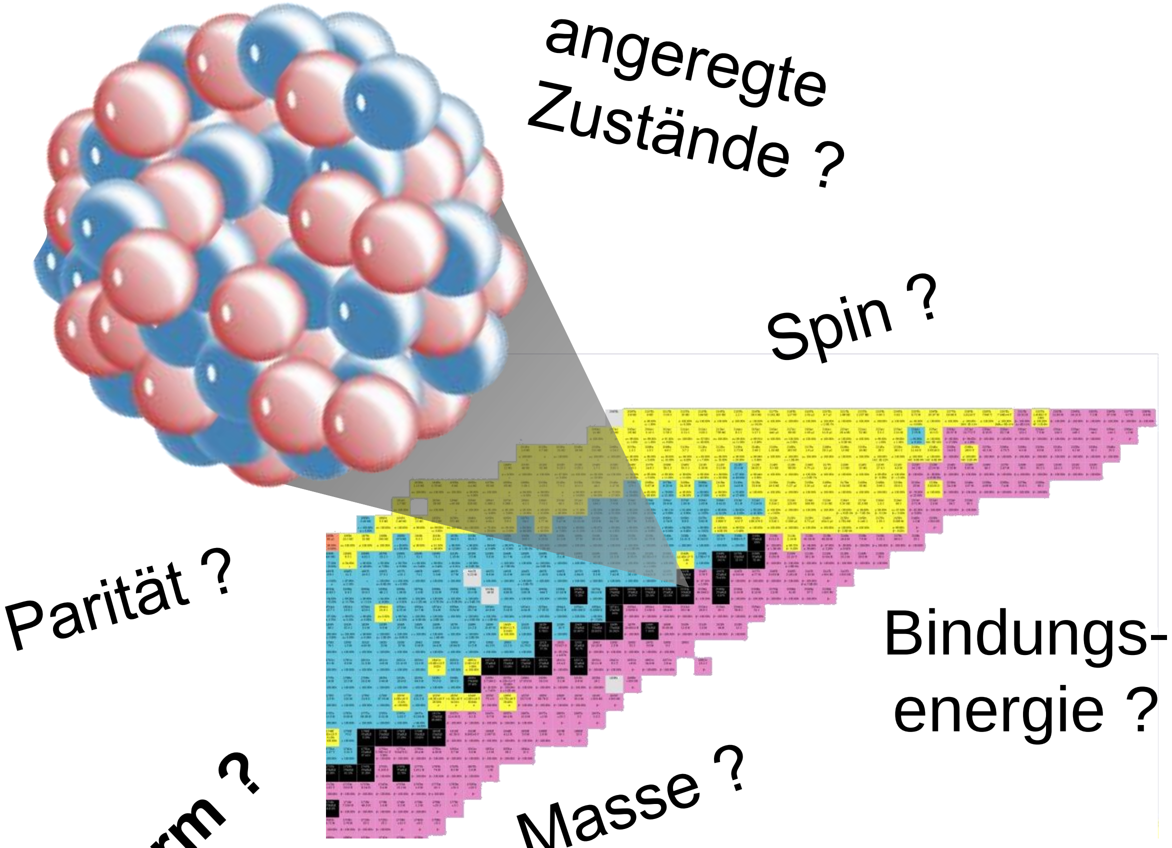


Die Erforschung der stabilen Kerne

- Experimente mit Kernen!

Wie können wir die Größe und die Eigenschaften von Kernen bestimmen?

Rutherford fragen!



angeregte Zustände ?

Spin ?

Parität ?

Bindungs-energie ?

Form ?

Masse ?

kollektive Anregungen ?

Wirkungs-querschnitt ?

10.2 Rutherford–Streuung

Grundlagen von Streuexperimenten

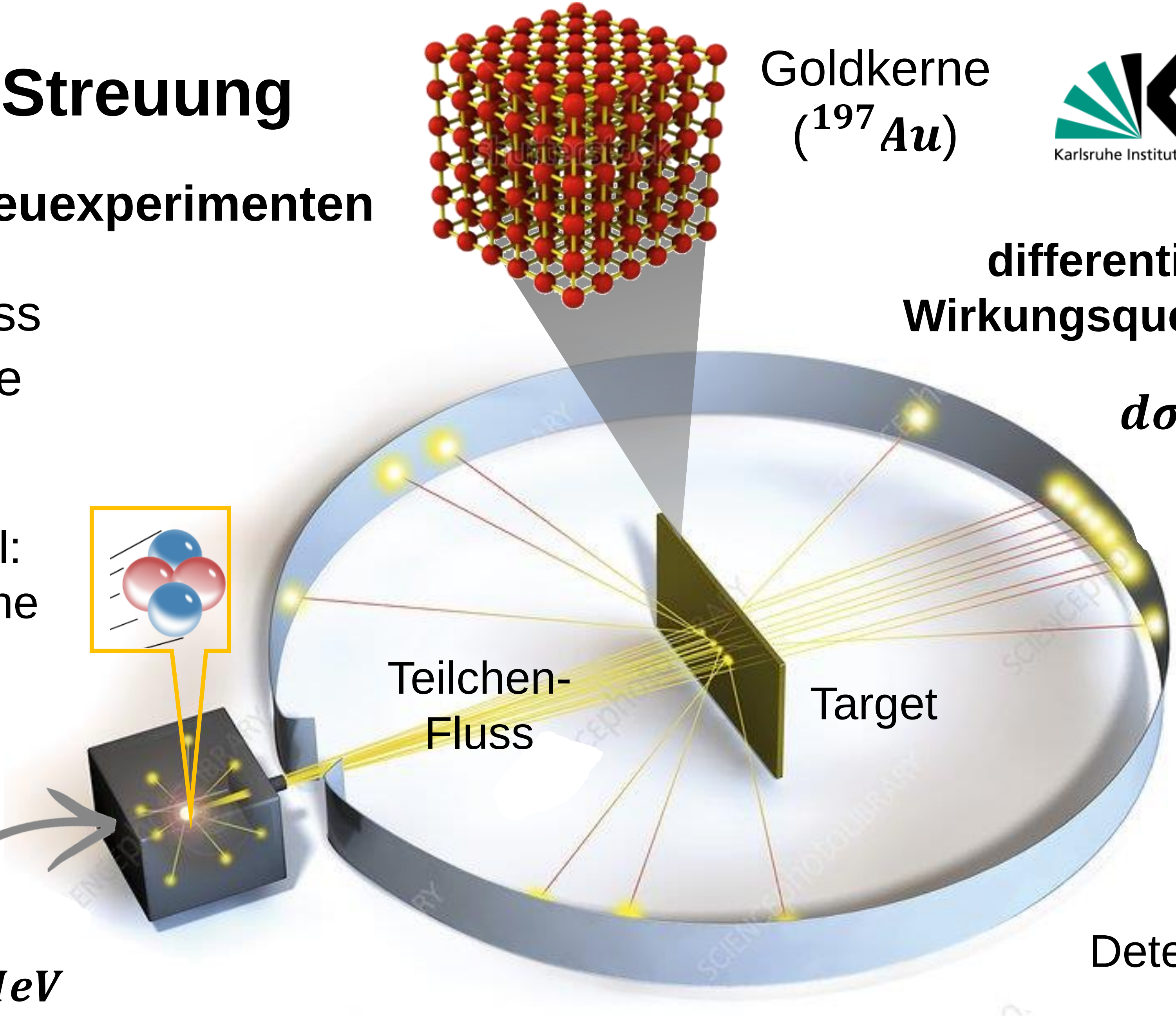
$d\sigma/d\Omega$ gibt Aufschluss
über Größe der Kerne

Goldkerne
(^{197}Au)

differentieller Wirkungsquerschnitt

$d\sigma/d\Omega$

Projektil:
α – Kerne



Ra – Quelle mit
$E_{kin}(\alpha) = 4,78\ MeV$

Detektoren

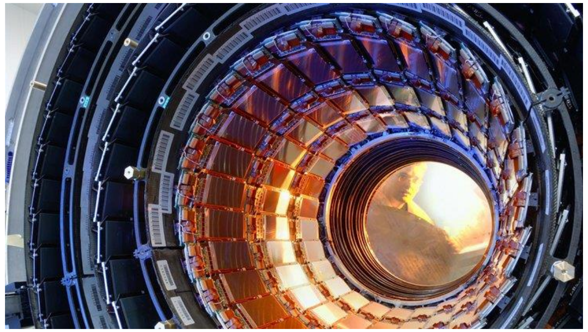
Streuung von Teilchen: grundlegend wichtig

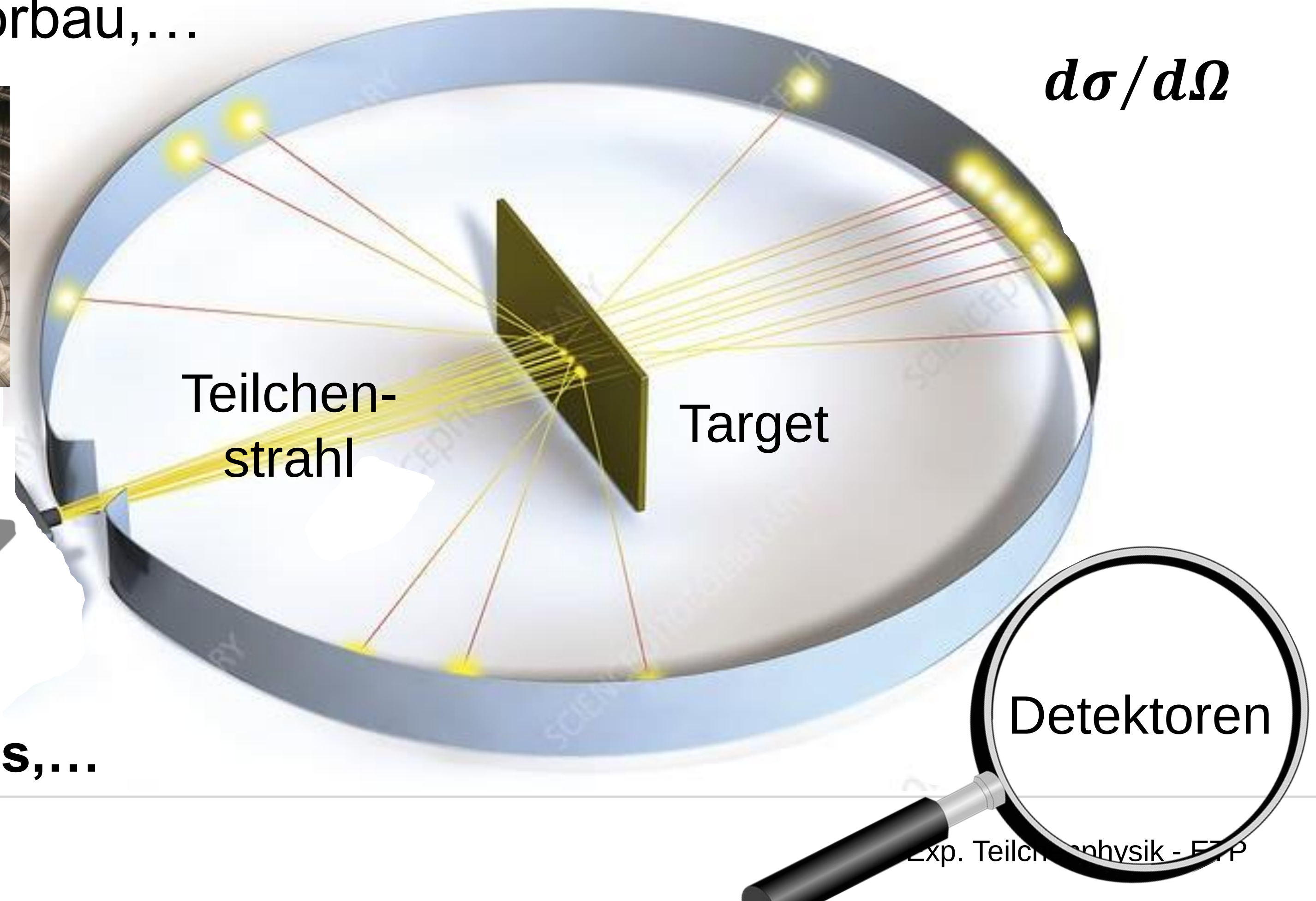
- **Streuexperimente & meine weitere Spezialisierung**

ideales Umfeld für Bachelor-, Master- und Doktorarbeiten: Analyse, Detektorbau,…

differentieller Wirkungsquerschnitt

$d\sigma/d\Omega$





Beschleuniger: **CERN, KATRIN, Kosmos,…**

Einschub: Wirkungsquerschnitte

- **Wichtige experimentelle Größen: der einfallende Teilchenstrahl**

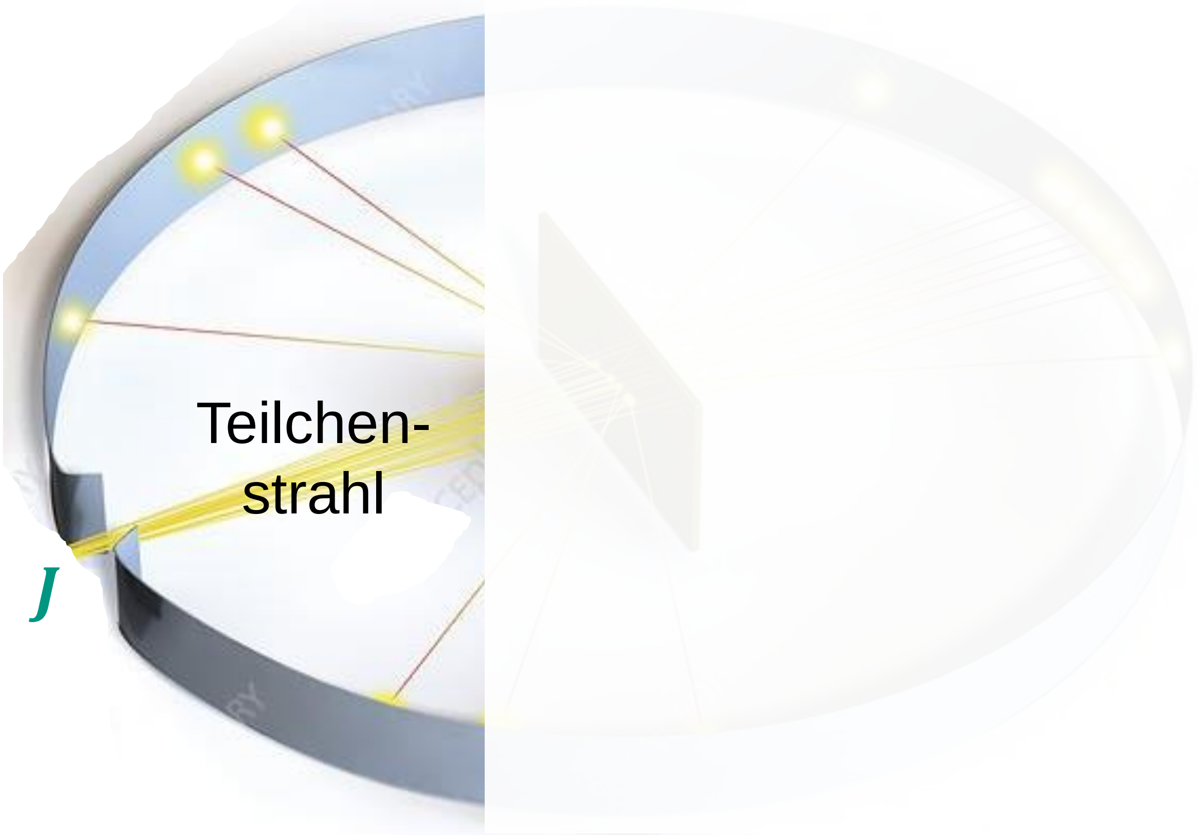
charakterisiert durch:

- Geschwindigkeit $v_i\ [cm/s]$

- Anzahldichte $n_{Strahl}\ [cm^{-3}]$

- **Flussdichte** $J\ \left[cm^{-2}s^{-1}\right]$

$$J = n_{Strahl} \cdot v_i$$



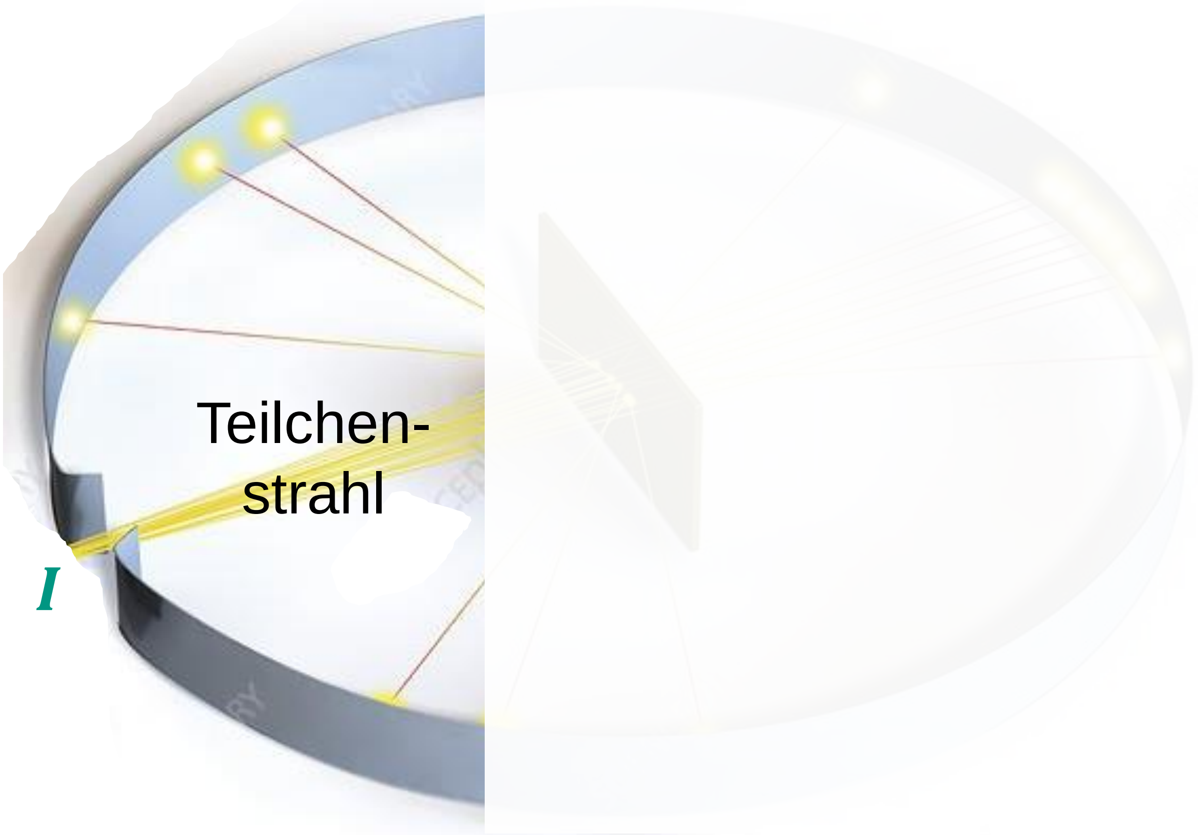
Einschub: Wirkungsquerschnitte

- **Wichtige experimentelle Größen: der einfallende Teilchenstrahl**

charakterisiert durch:

- Geschwindigkeit $\boldsymbol{v_i}$ $[\boldsymbol{cm/s}]$
- Anzahldichte $\boldsymbol{n_{Strahl}}$ $[\boldsymbol{cm^{-3}}]$
- Querschnitt $\boldsymbol{F}$ $[\boldsymbol{cm^2}]$
- **Fluss / Intensität** $\boldsymbol{I}$ $[\boldsymbol{s^{-1}}]$

$$\boldsymbol{I = n_{Strahl} \cdot v_i \cdot F}$$



Einschub: Wirkungsquerschnitte

- **Wichtige experimentelle Größen: das Target**

charakterisiert durch:

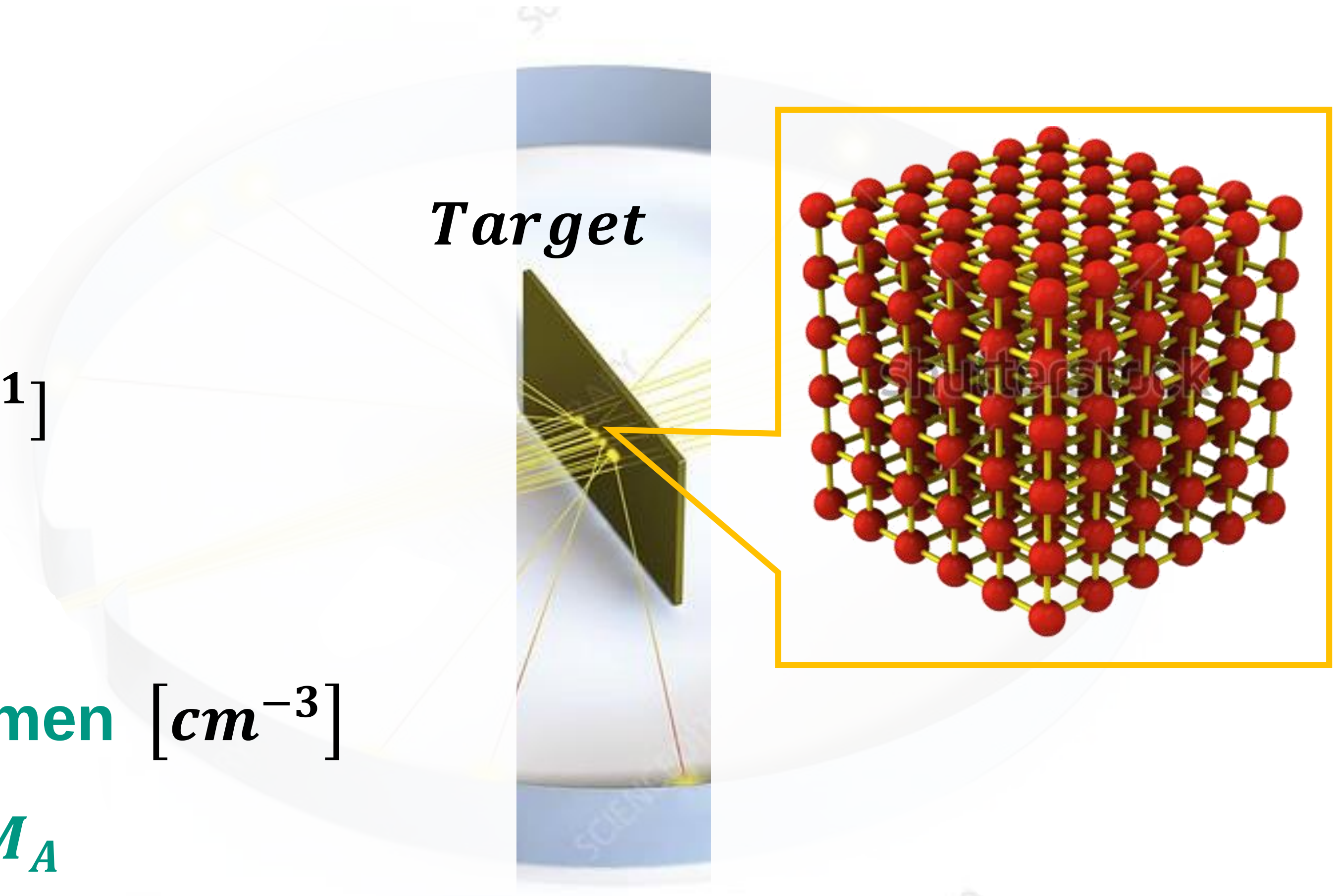
- Dichte $\boldsymbol{\rho}\ [\boldsymbol{g/cm^3}]$

- Atommasse* $\boldsymbol{M_A}\ [\boldsymbol{u}]$

- Avogadro–Konstante $\boldsymbol{N_A}\ [\boldsymbol{mol^{-1}}]$

- **Targetkerne pro Einheitsvolumen** $\left[\boldsymbol{cm^{-3}}\right]$

$$\boldsymbol{n_{target} = \rho \cdot N_A\,/\,M_A}$$



 *$\boldsymbol{u}$ = unified atomic mass = $\boldsymbol{931{,}494\ MeV}$

Einschub: Wirkungsquerschnitte

Karlsruhe Institute of Technology

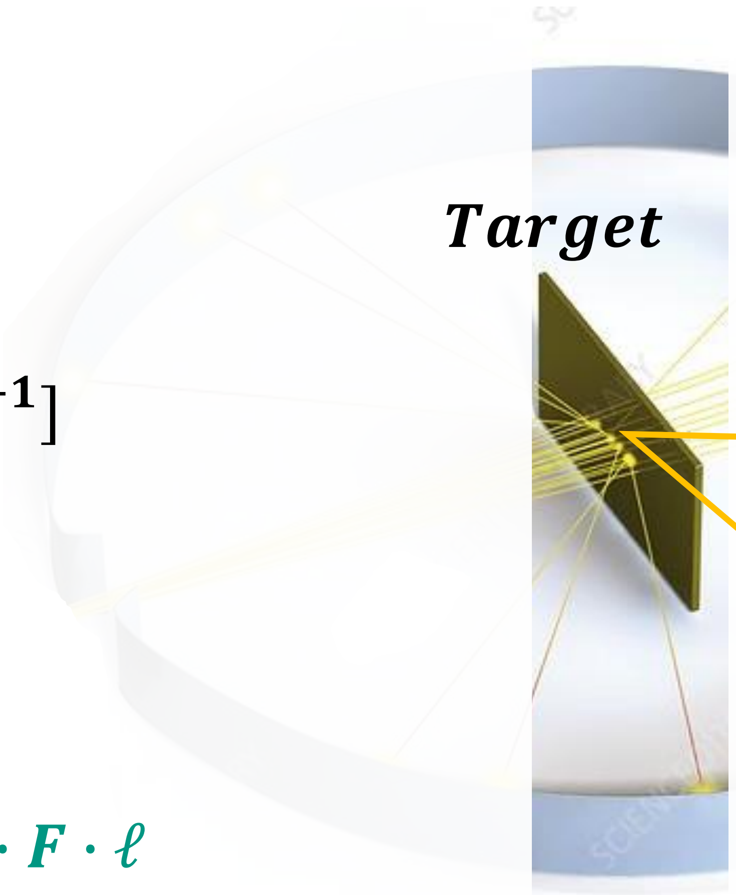
Wichtige experimentelle Größen: das Target

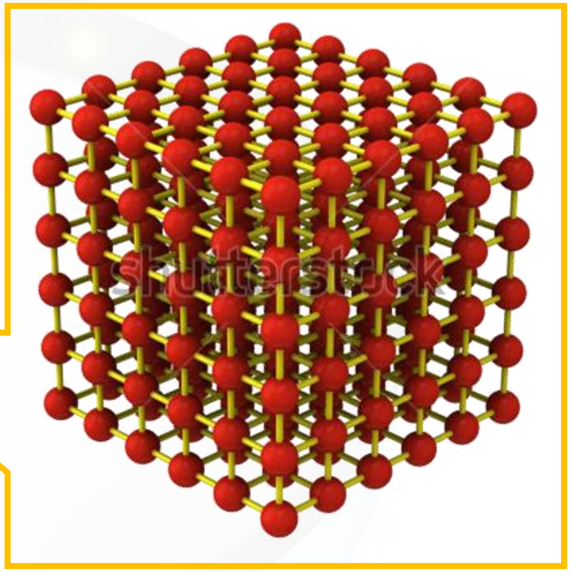
charakterisiert durch:

- Dichte ρ $[g/cm^3]$
- Atommasse M_A $[u]$
- Avogadro–Konstante N_A $[mol^{-1}]$

- **Targetkerne im Strahl** [#]

$$N_{target} = n_{target} \cdot F \cdot \ell$$





Fläche F $[cm^2]$

Länge ℓ $[cm]$

Einschub: Wirkungsquerschnitte

■ **Wichtige experimentelle Größen: die Streurate W_R**

charakterisiert durch:

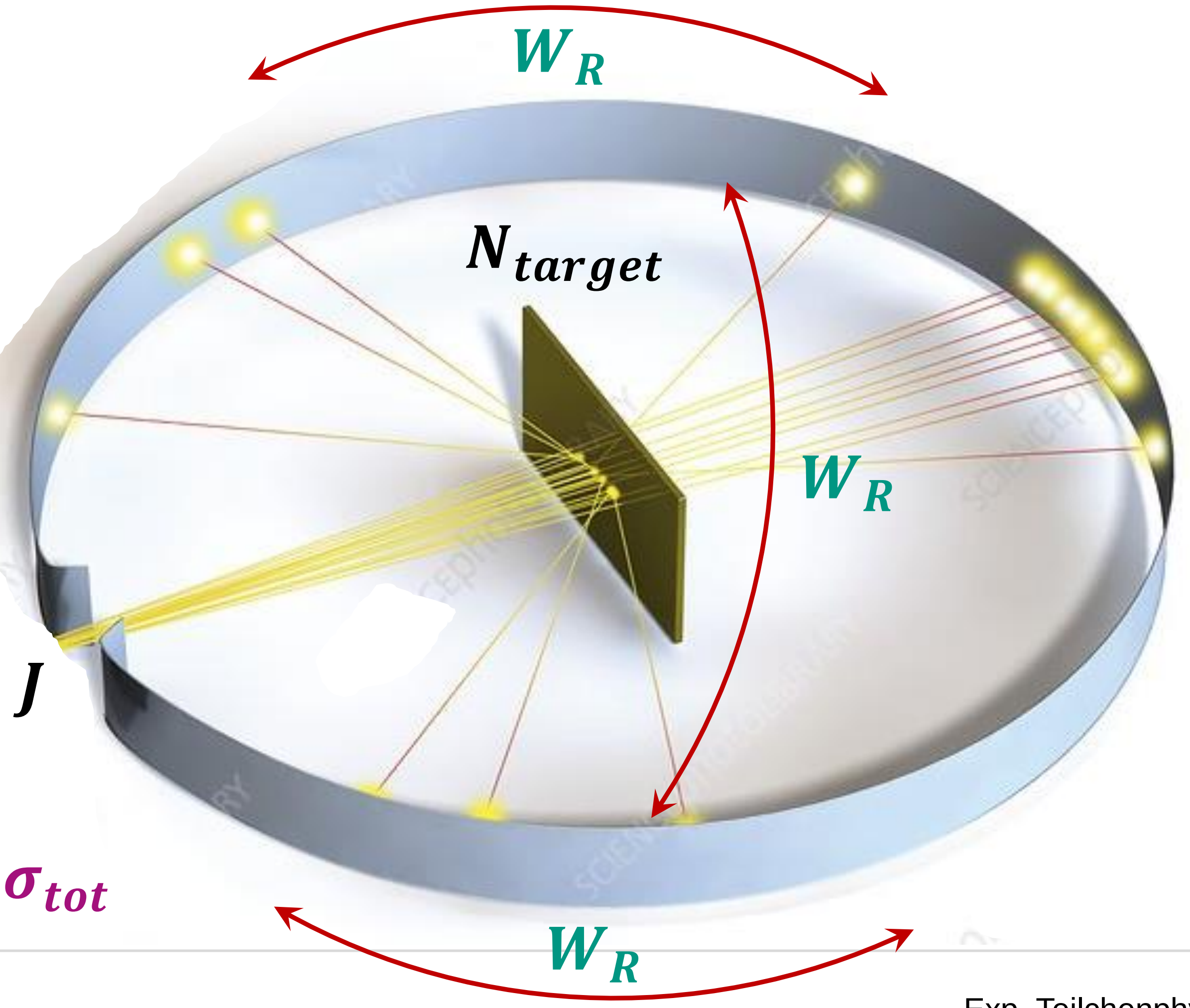
- Flussdichte $J\ [cm^{-2}\ s^{-1}]$

- Kerne im Strahl $N_{target}\ [\#]$

- **totaler Wirkungsquerschnitt** $\sigma_{tot}\ [cm^2]$

- **Streurate** $W_R\ [s^{-1}]$

$$W_R = J \cdot N_{target} \cdot \sigma_{tot}$$



Einschub: Wirkungsquerschnitte

- **Wichtige experimentelle Größen: die Streurate W_R**

charakterisiert durch:

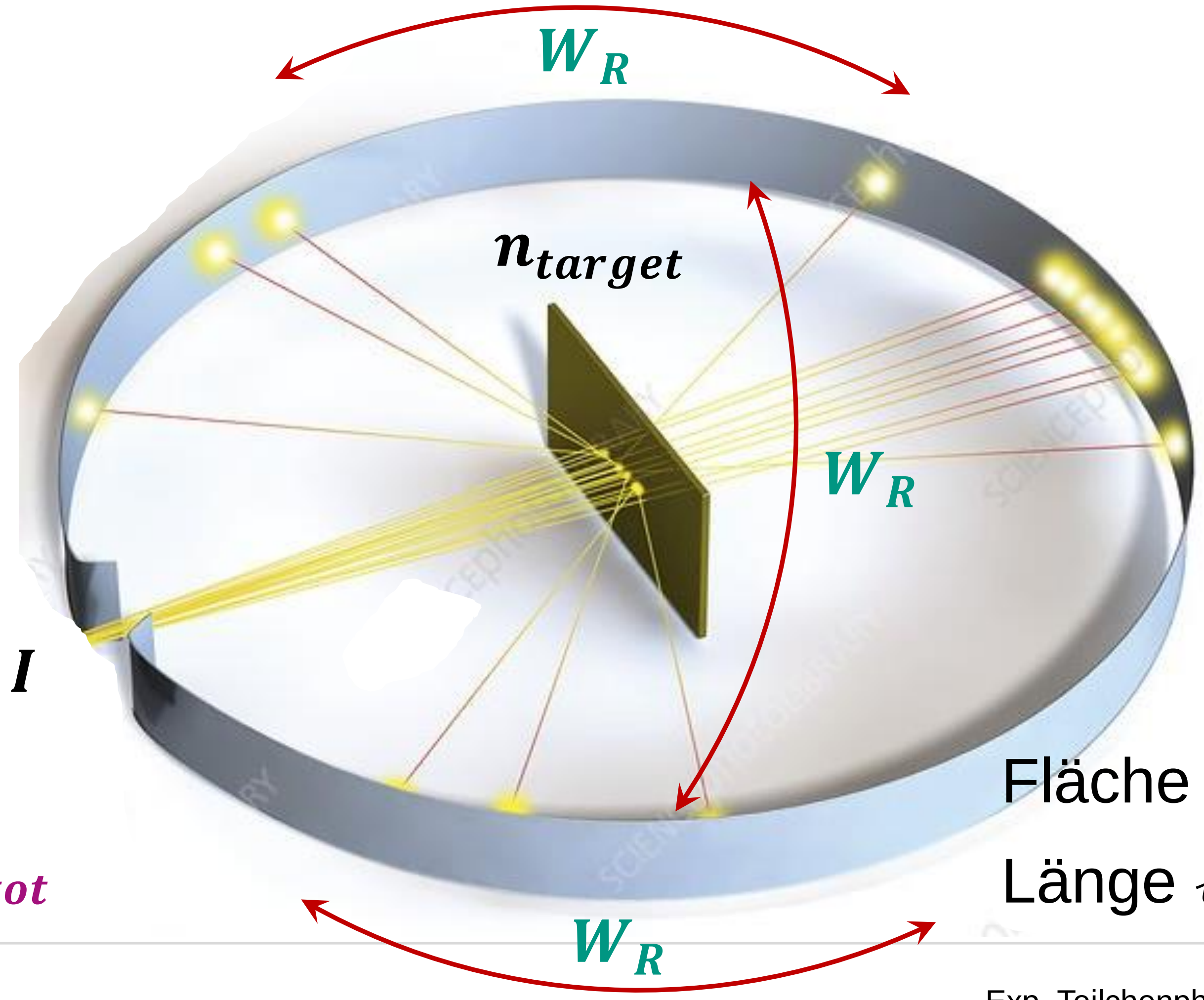
- Intensität I $[s^{-1}]$

- Kerne pro Vol. n_{target} $[cm^{-3}]$

- **totaler Wirkungsquerschnitt**
  σ_{tot} $[cm^2]$

- **Streurate W_R** $[s^{-1}]$

$$W_R = I \cdot n_{target} \cdot F \cdot \ell \cdot \sigma_{tot}$$



Fläche F $[cm^2]$

Länge ℓ $[cm]$

Einschub: Wirkungsquerschnitte

- **Der totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot}**

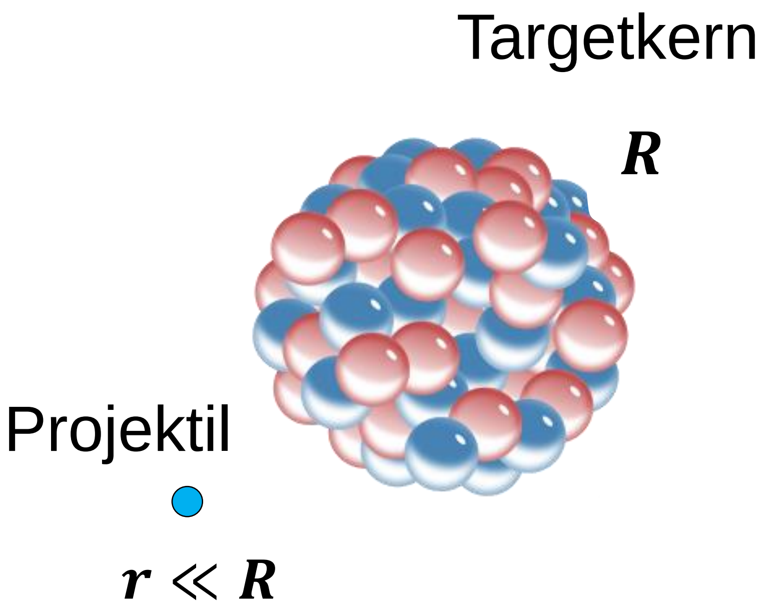
$$W_R = J \cdot N_{target} \cdot \sigma_{tot}$$

- ist proportional zur **Wahrscheinlichkeit** eines Streuprozesses

- ist das zentrale **Resultat** eines Streuexperimentes

- hat die Dimension einer **Fläche** $[cm^2]$

- stellt eine ´**effektive**´ **Fläche** dar für Streuprozesse, kann verglichen werden mit dem **geometrischen Streuquerschnitt** $\sigma_{geom} = \pi \cdot (R^2 + r^2)$



Einschub: Wirkungsquerschnitte

- **Der totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot}**

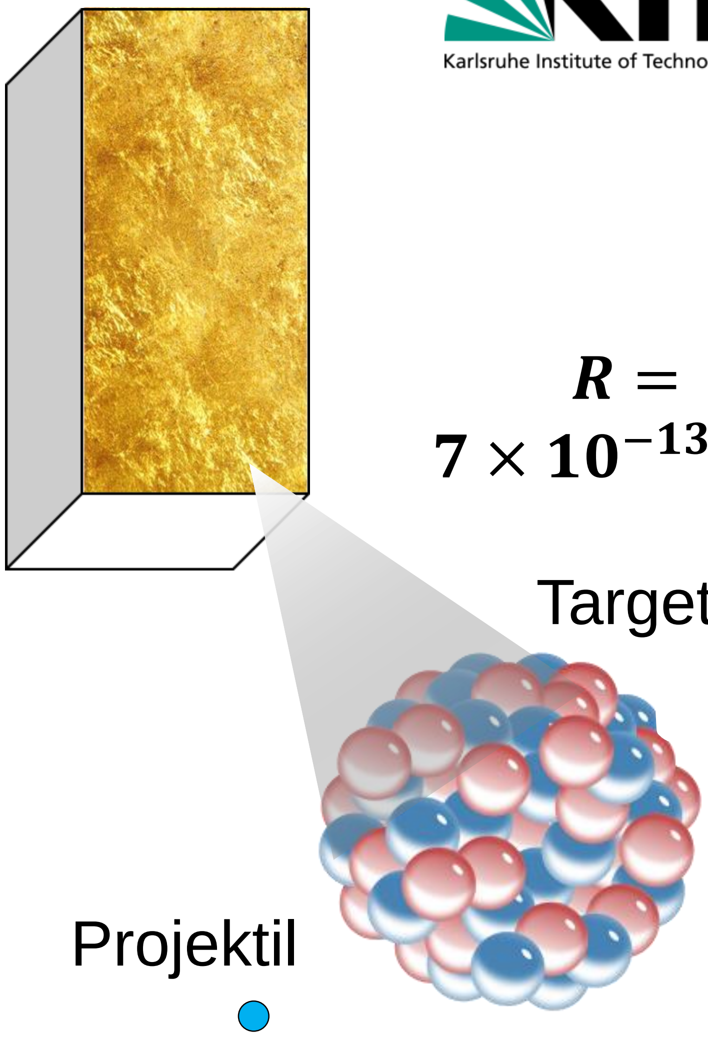
$$W_R = J \cdot N_{target} \cdot \sigma_{tot}$$

- Kernphysik-Beispiel: Streuung von Teilchen an einer **Goldfolie (Au)**

- daraus ergibt sich ein **geometrischer Streuquerschnitt**

$$\sigma_{geom} = \pi \cdot (R^2 + r^2)$$

$$\sigma_{geom} = 1,54 \cdot 10^{-24}\ cm^2$$



Einschub: Wirkungsquerschnitte

- **Der totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot}**

$$W_R = J \cdot N_{target} \cdot \sigma_{tot}$$

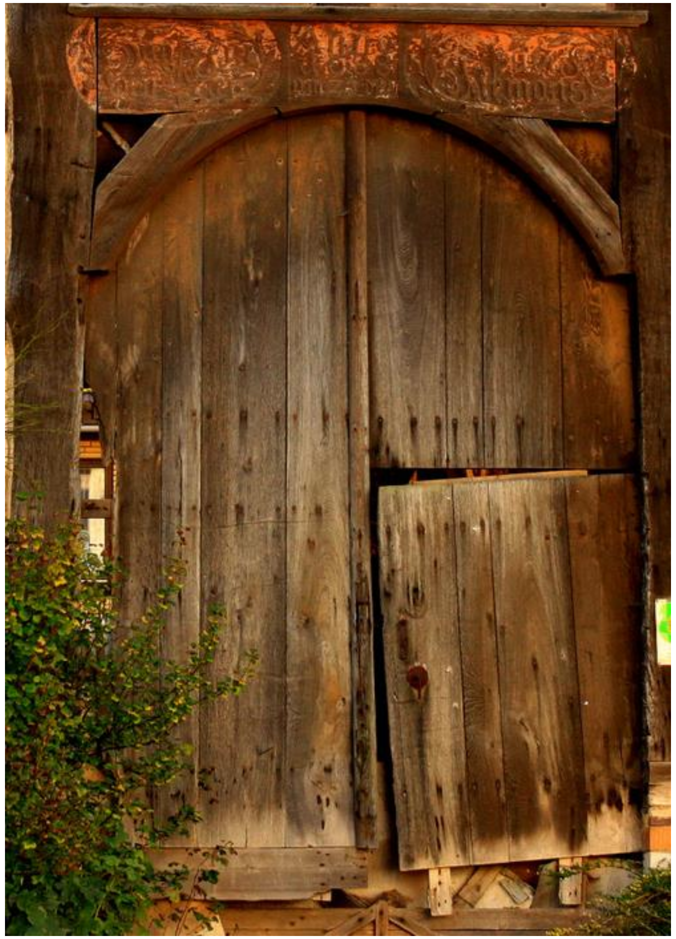
- experimentelle Wirkungsquerschnitte σ_{tot} zeigen oft starke Diskrepanzen zu σ_{geom} (oft: $\sigma_{tot} \ll \sigma_{geom}$, seltener: $\sigma_{tot} > \sigma_{geom}$

- neue (´quasi–SI´)–Einheit:

$$1\, barn = 1\, b = 10^{-24}\, cm^2$$

$$1\, mb = 10^{-27}\, cm^2$$

$$1\, fb = 10^{-39}\, cm^2$$



$barn$ = Scheunentor

Einschub: Wirkungsquerschnitte

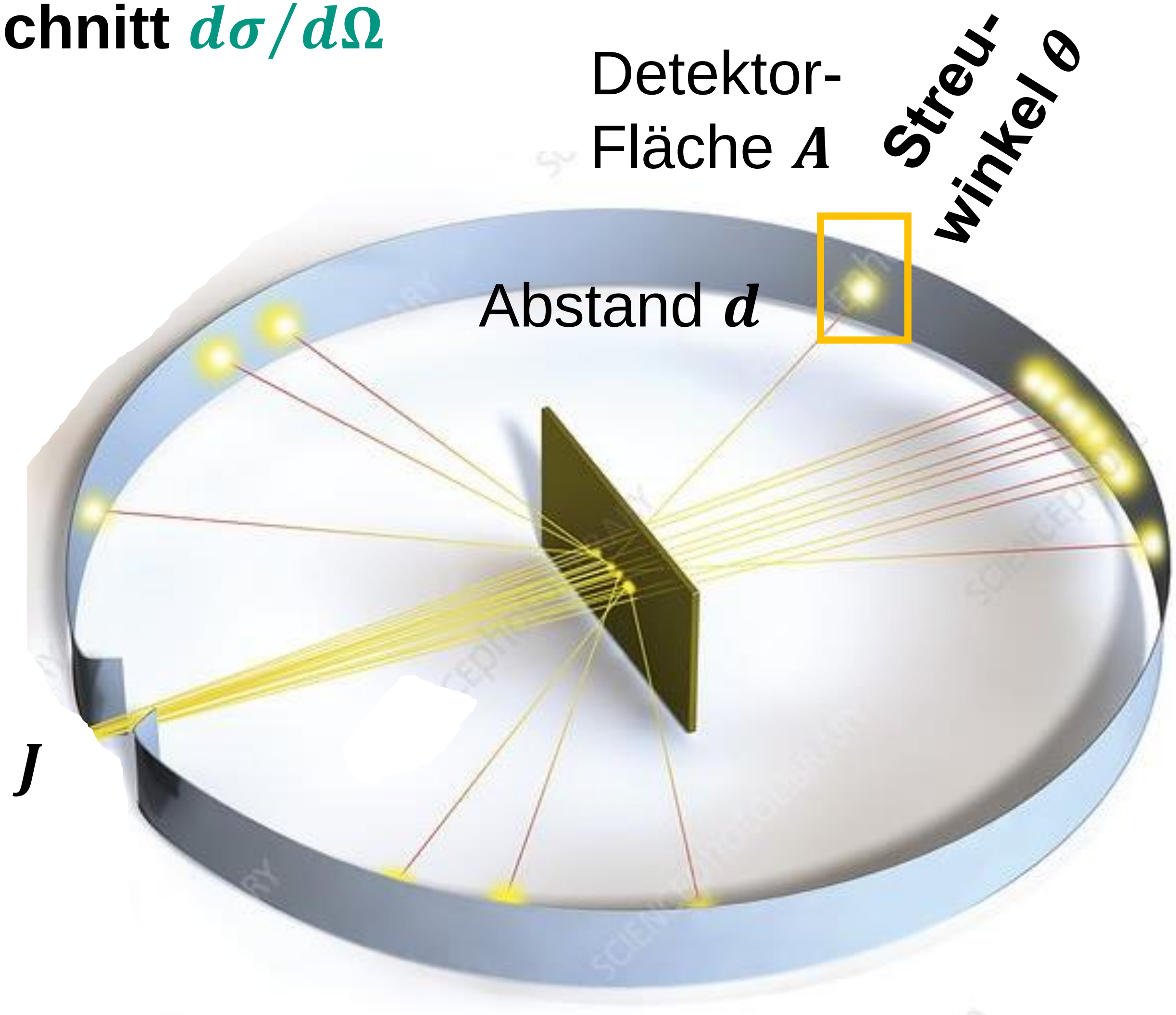
- **Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$**

$$\frac{dW_R}{d\Omega} = J \cdot N_{target} \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

- Teilchen wechselwirkt im Target
  ⇨ läuft aus unter **Streuwinkel θ**

- Detektor mit Fläche A im Abstand d
  überdeckt **Raumwinkel–Element**
  $d\Omega = A/d^2$

- Einheit von $d\sigma/d\Omega$
  ist $[cm^2/sr]$ bzw. $[b/sr]$



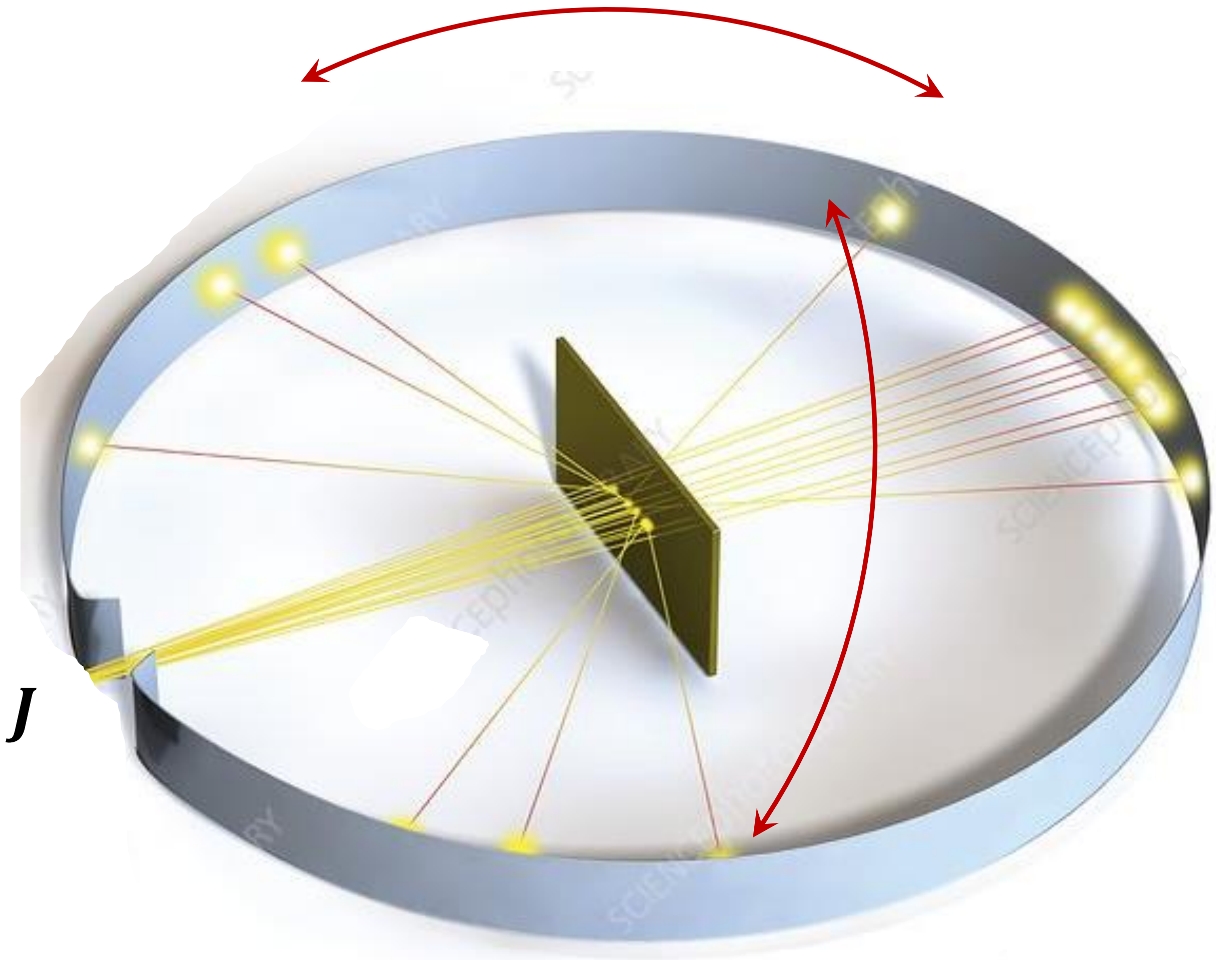
Einschub: Wirkungsquerschnitte

- Von $d\sigma/d\Omega$ zu σ_{tot}

$$\sigma_{tot} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot d\Omega$$

mit Polar– / Azimuth– Winkel
bei **azimuthaler Symmetrie**
(z.B. Coulomb–Streuung):

$$\sigma_{tot} \sim \int_0^{\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot sin\theta \cdot d\theta$$

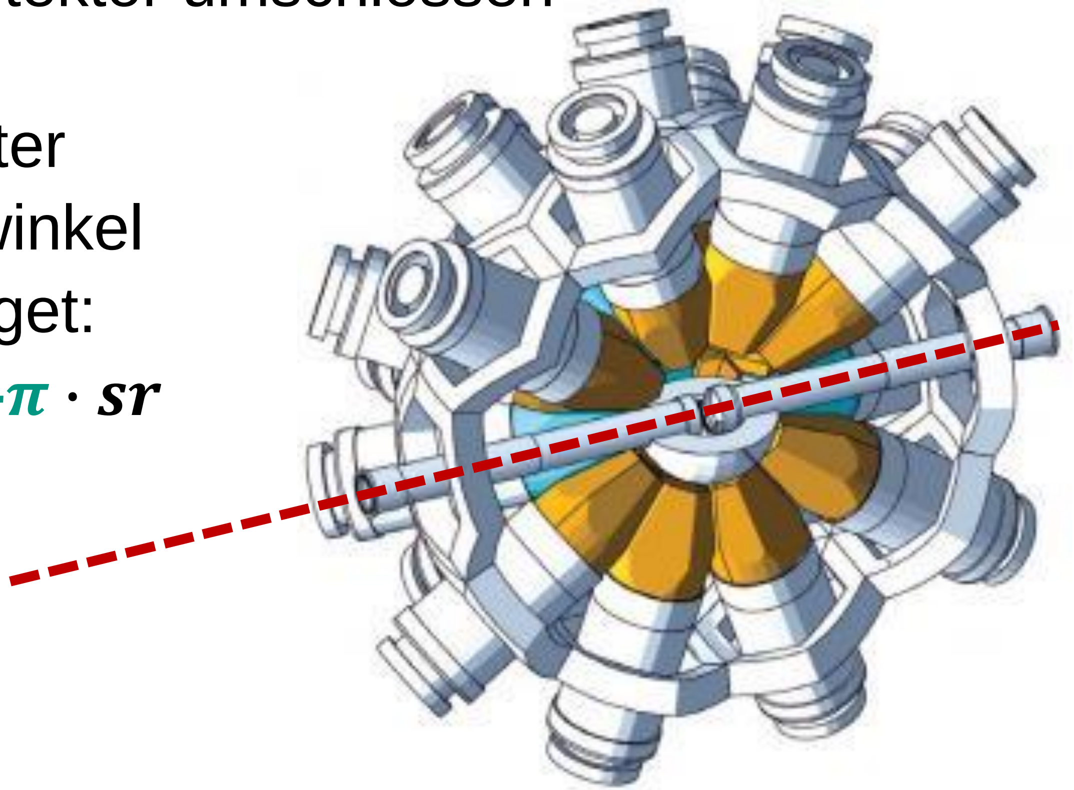


Experimente zur Messung von $d\sigma/d\Omega$

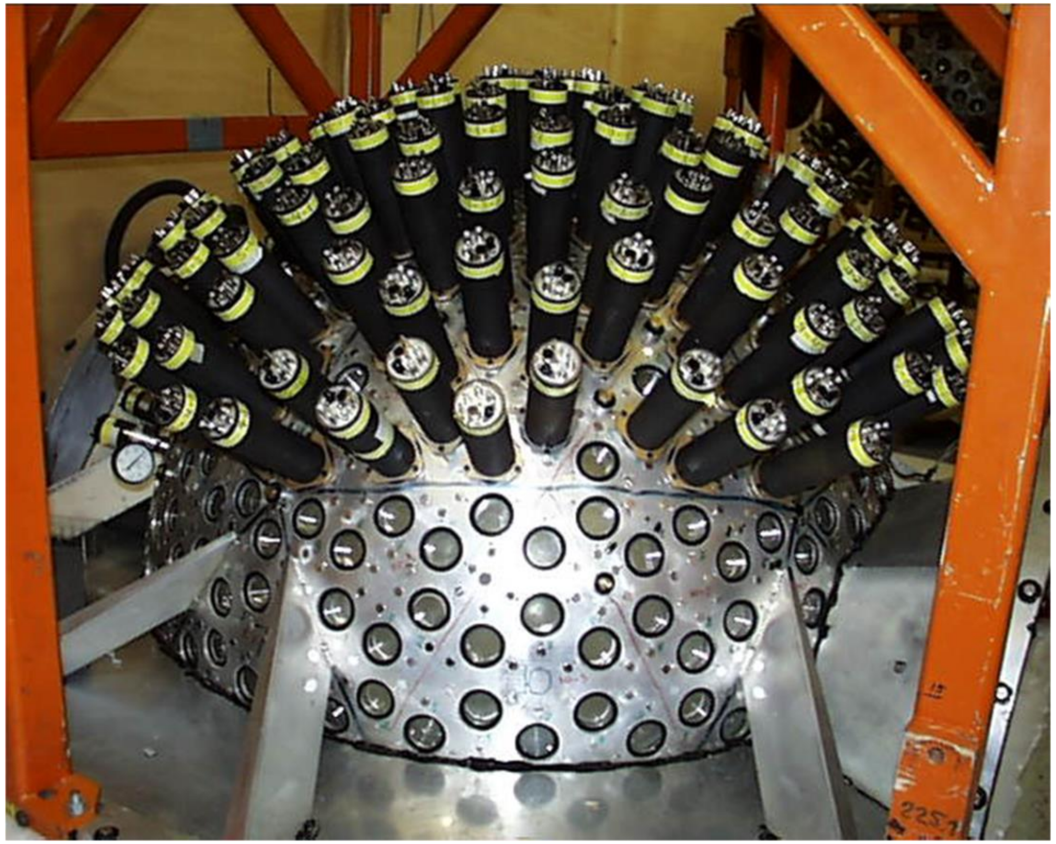
Geometrie von Streuexperimenten: 4π – Aufbau

- hier wird das Target praktisch vollständig vom Detektor umschlossen

- gesamter Raumwinkel um Target: $d\Omega = 4\pi \cdot sr$



4π – Gamma-Detektoren



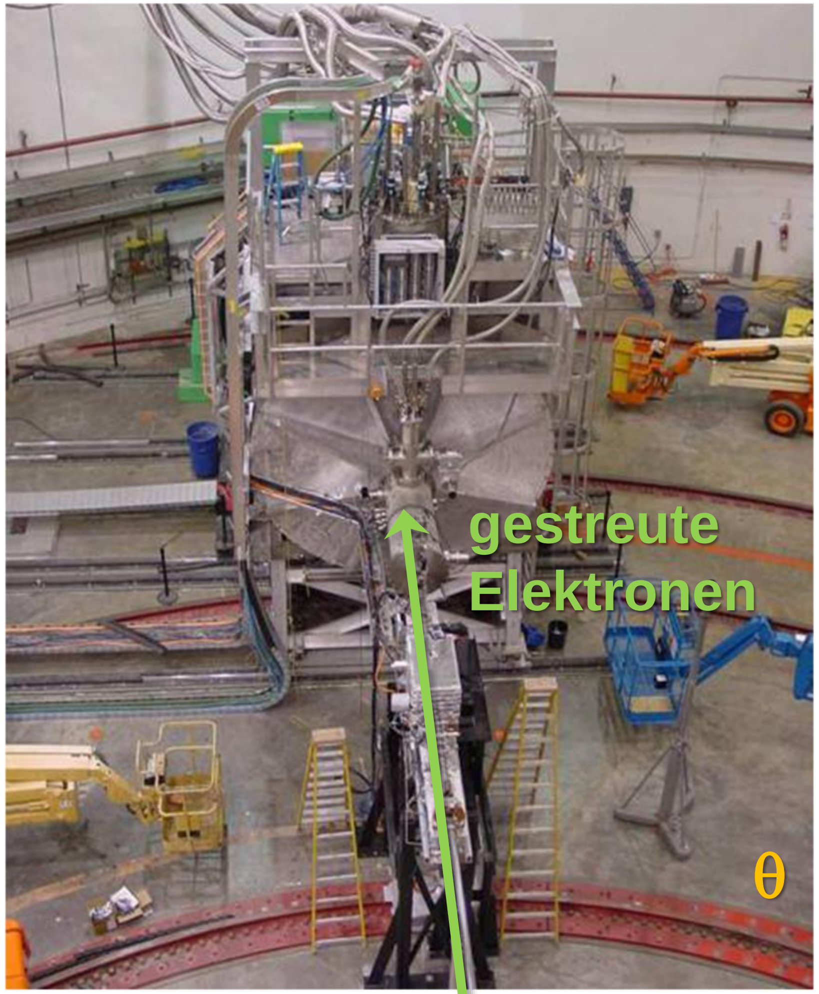
Experimente zur Messung von $d\sigma/d\Omega$

Karlsruhe Institute of Technology

- **Geometrie von Streuexperimenten: verfahrbarer Aufbau**

hier deckt der Detektor nur einen **sehr kleinen Winkelbereich** von gestreuten Teilchen (Elektronen) ab

oft sind die Detektoren verfahrbar angebracht (sofern der Platz verfügbar um das Target verfügbar ist)



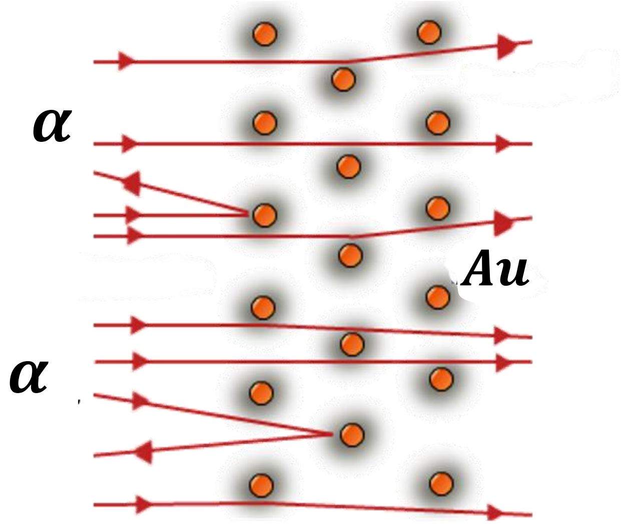
verfahrbares Elektron-Spektrometer für $d\sigma/d\Omega$

Target

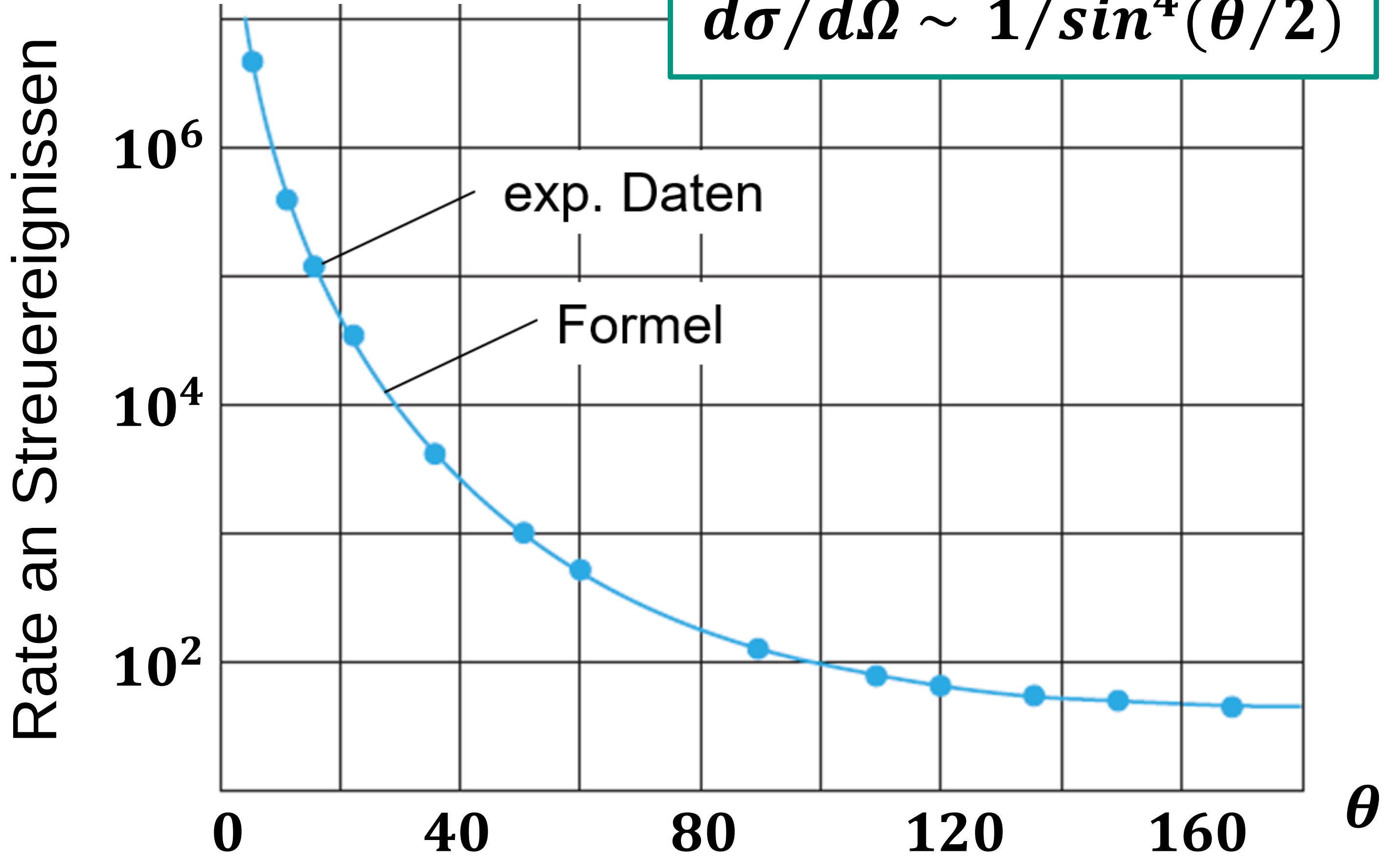
Rutherford–Streuformel als Ausgangspunkt

■ **Streuexperimente und differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$**

- $d\sigma/d\Omega$ der Rutherford–Streuung: **kein** Aufschluss über Größe der Kerne, da Streuung am **Coulomb–Potenzial mit punktförmigem Kern**



$$d\sigma/d\Omega \sim 1/\sin^4(\theta/2)$$



Rutherford-Streuformel: Annahmen

- **Voraussetzungen für** ´klassische´ Rutherford–Streuung

- **elastische Streuung** in konservativem Feld

⇨ Drehimpuls des α´s bleibt erhalten

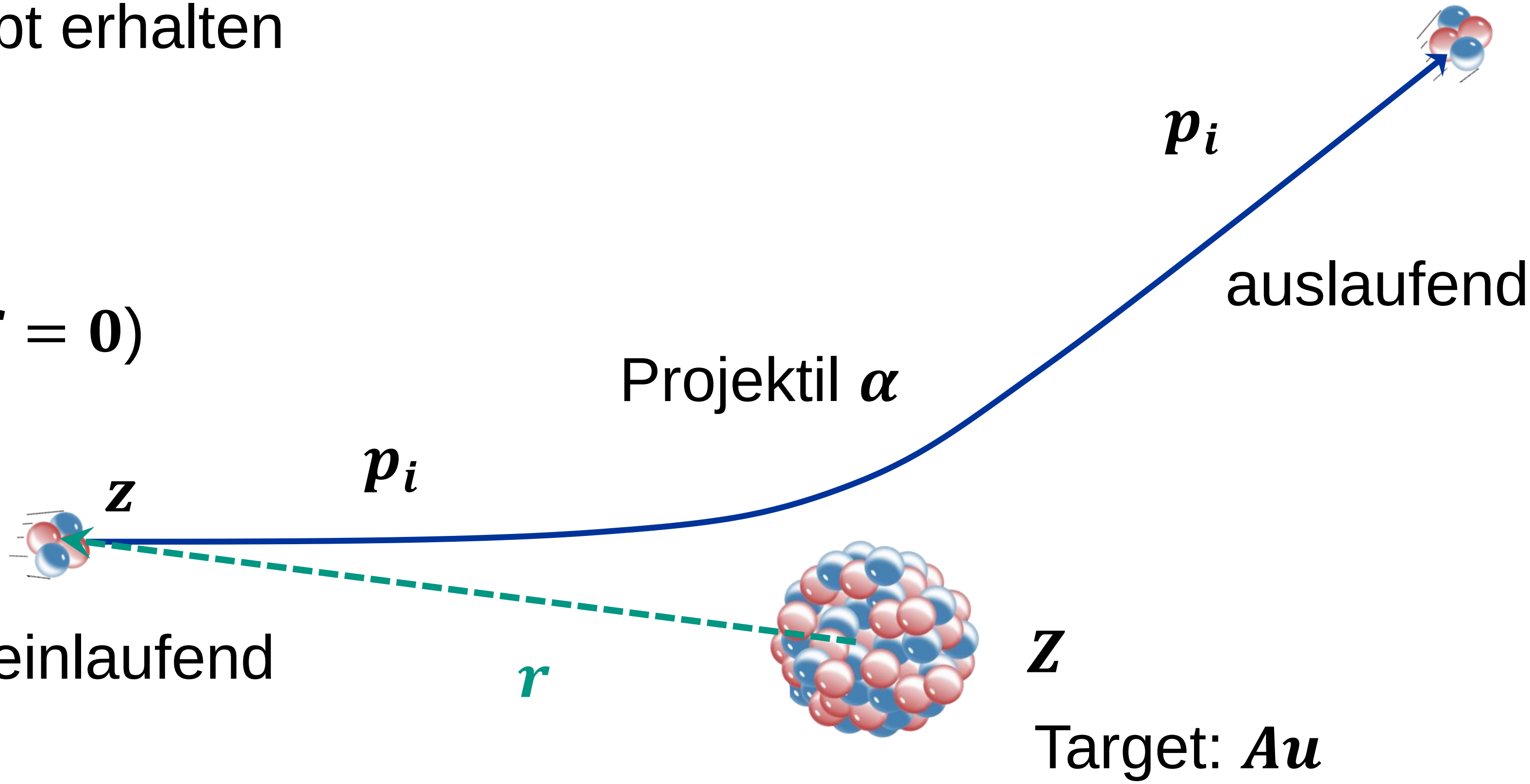
- **Projektil und Target**:

a) sind punktförmig

b) besitzen keinen Spin ($S = 0$)

c) Kernrückstoß vernachlässigbar (ortsfester Kern)

d) nur Einmal–streuung



Rutherford-Streuformel: Annahmen

- **Voraussetzungen für ´klassische´ Rutherford–Streuung**

- **rein elektromagnetische** Wechselwirkung

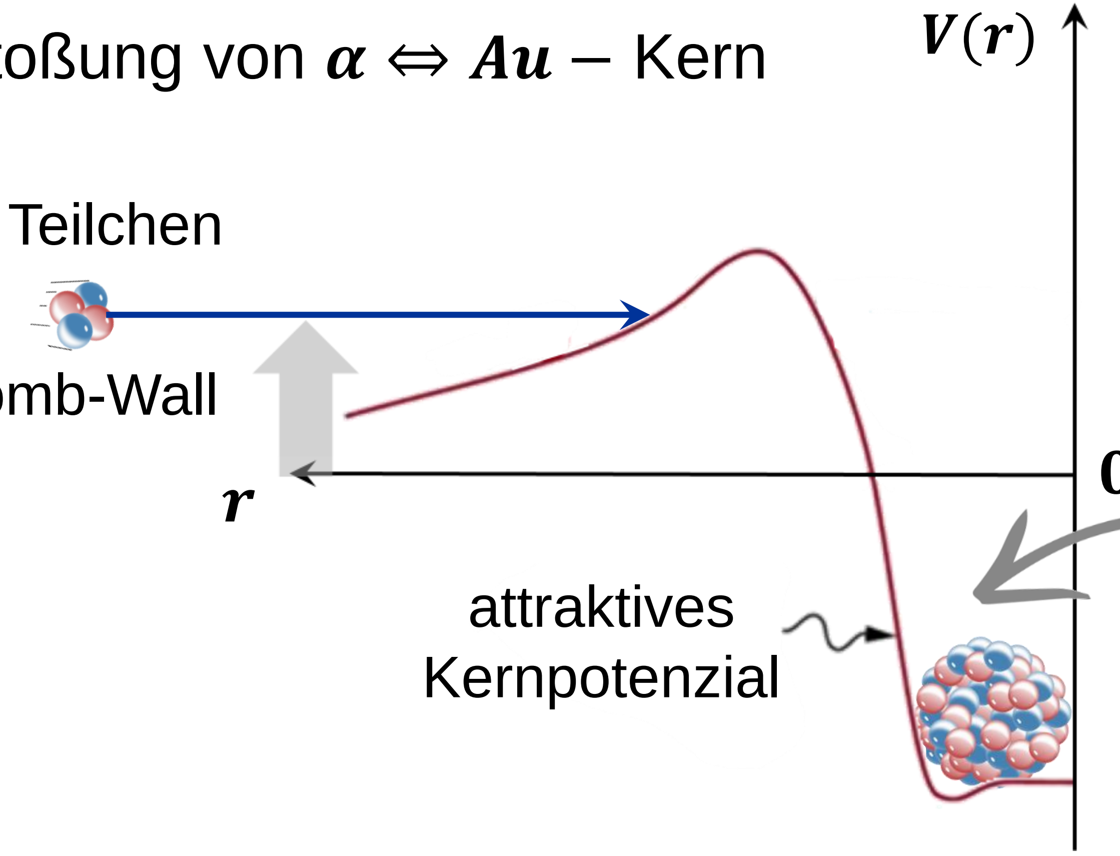
  ⇨ Coulomb–Abstoßung von $\boldsymbol{\alpha} \Leftrightarrow \boldsymbol{Au}$ – Kern

$z = 2$ (α – Teilchen)

$Z = 79$ (Au – Kern)

α – Teilchen

repulsiver Coulomb-Wall



α – Teilchen sieht nur das $1/r$ Coulomb–Potenzial, nicht den Kern

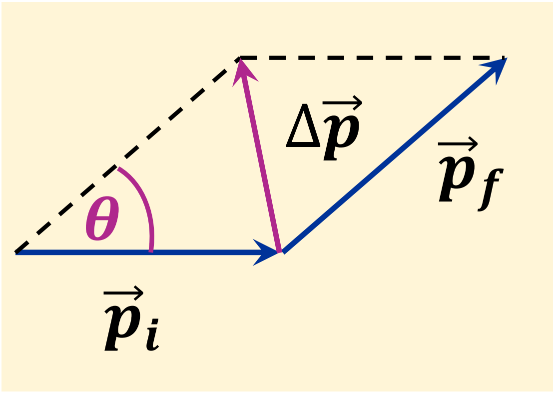
$$\boxed{V(r) \sim z \cdot Z \cdot \frac{e^2}{r}}$$

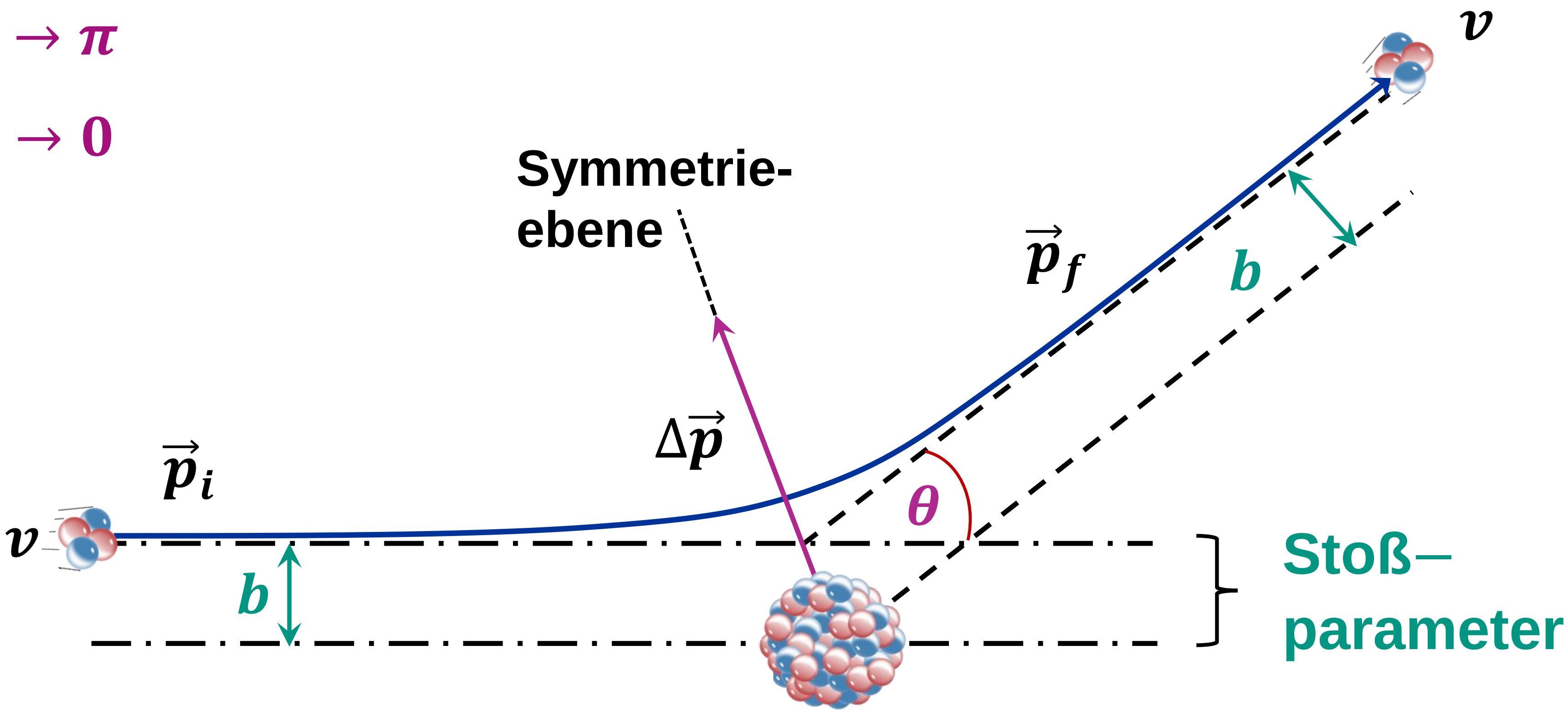
Rutherford-Streuformel: Stoßparameter

- **Stoßparameter b: legt den Streuwinkel θ der elastischen Streuung fest**
  - b: asymptotischer Abstand des $\alpha -$ Teilchens vom Kern mit $b = [0, \infty]$

klein: $b \rightarrow 0 \;\Rightarrow\; \theta \rightarrow \pi$

groß: $b \rightarrow \infty \;\Rightarrow\; \theta \rightarrow 0$





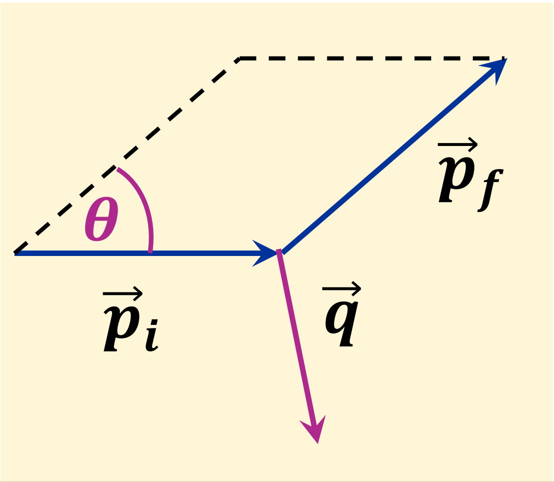
Rutherford–Streuformel: Impulstransfer

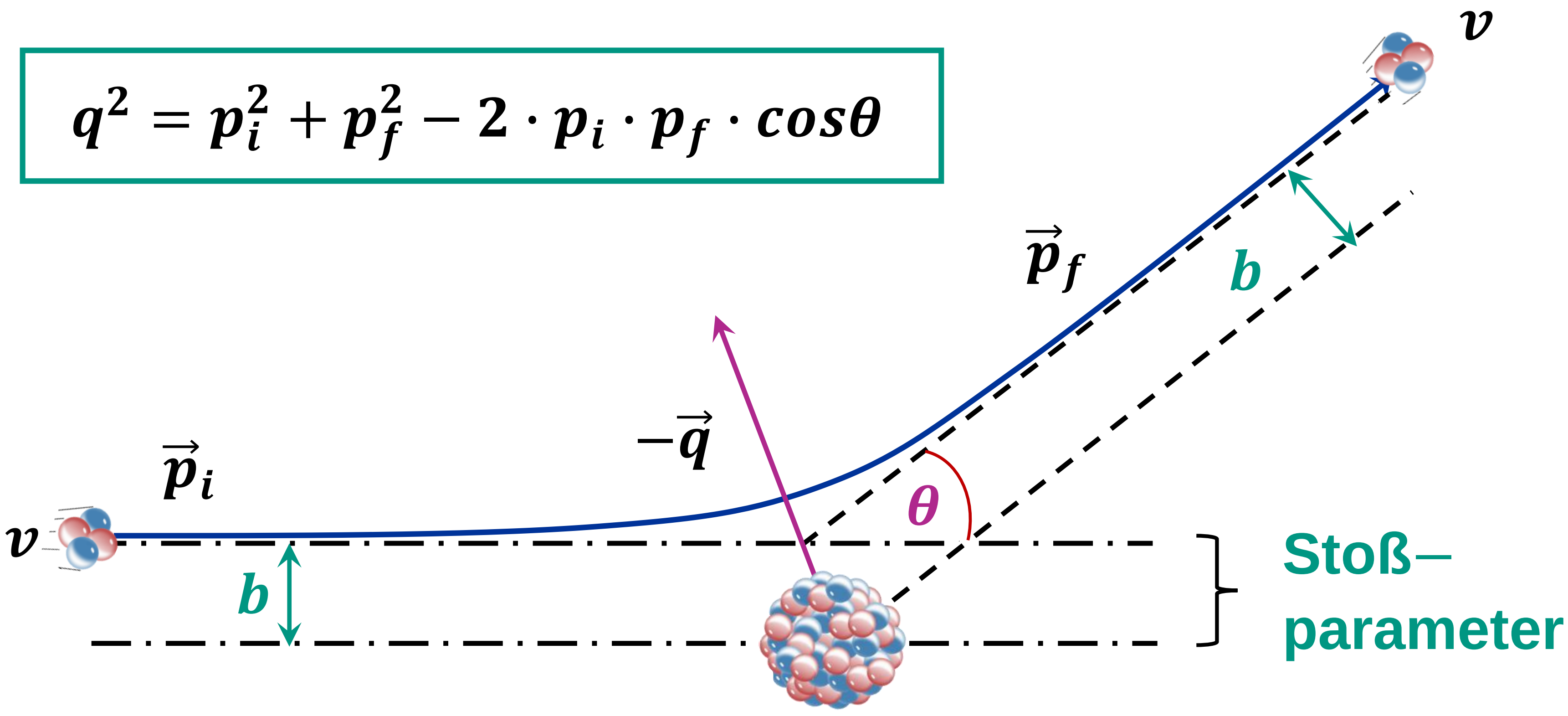
- **Impulstransfer $\vec{q}$** : **wichtige kinematische Größe bei elastischer Streuung**

$$\boxed{\vec{q} = \vec{p}_i - \vec{p}_f}$$

Betrag $q = |\vec{q}|$

$$\boxed{q^2 = p_i^2 + p_f^2 - 2 \cdot p_i \cdot p_f \cdot \cos\theta}$$





Rutherford–Streuformel: Propagatorterm

- **Impulstransfer $\vec{q}$: bei elastischer Streuung ohne Kernrückstoß**

$$\boxed{\vec{p}_i = \vec{p}_f = \vec{p}}$$

Betrag $q = |\vec{q}|$

$$\boxed{q^2 = 2 \cdot p^2 \cdot (1 - \cos\theta) = 4 \cdot p^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad q = 2 \cdot p \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$d\sigma/d\theta \sim 1/\sin^4(\theta/2)$$

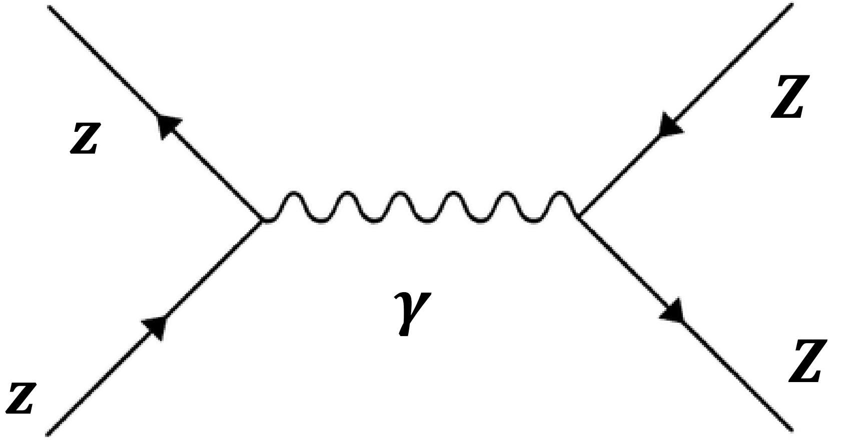
$$d\sigma/d\Omega \sim (2 \cdot m_e \cdot Z \cdot \alpha)^2 \cdot 1/q^4$$

Rutherford–Streuformel: Propagatorterm

- **Impulstransfer $\vec{q}$: mit Feynman–Diagrammen geht's ganz einfach…**

Richard Feynman

Photon–Propagator $\sim \left(1/q^2\right)^2$



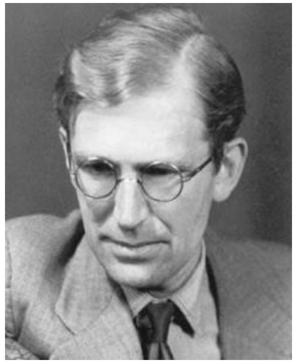
$$d\sigma/d\theta \sim 1/sin^4(\theta/2)$$

$$d\sigma/d\Omega \sim (2 \cdot m_e \cdot Z \cdot \alpha)^2 \cdot 1/q^4 \sim 1/q^4$$

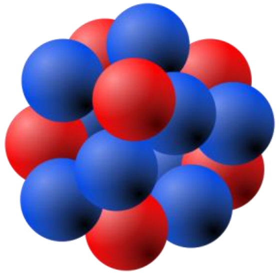
Jenseits von Rutherford: Mott–Streuung, ...

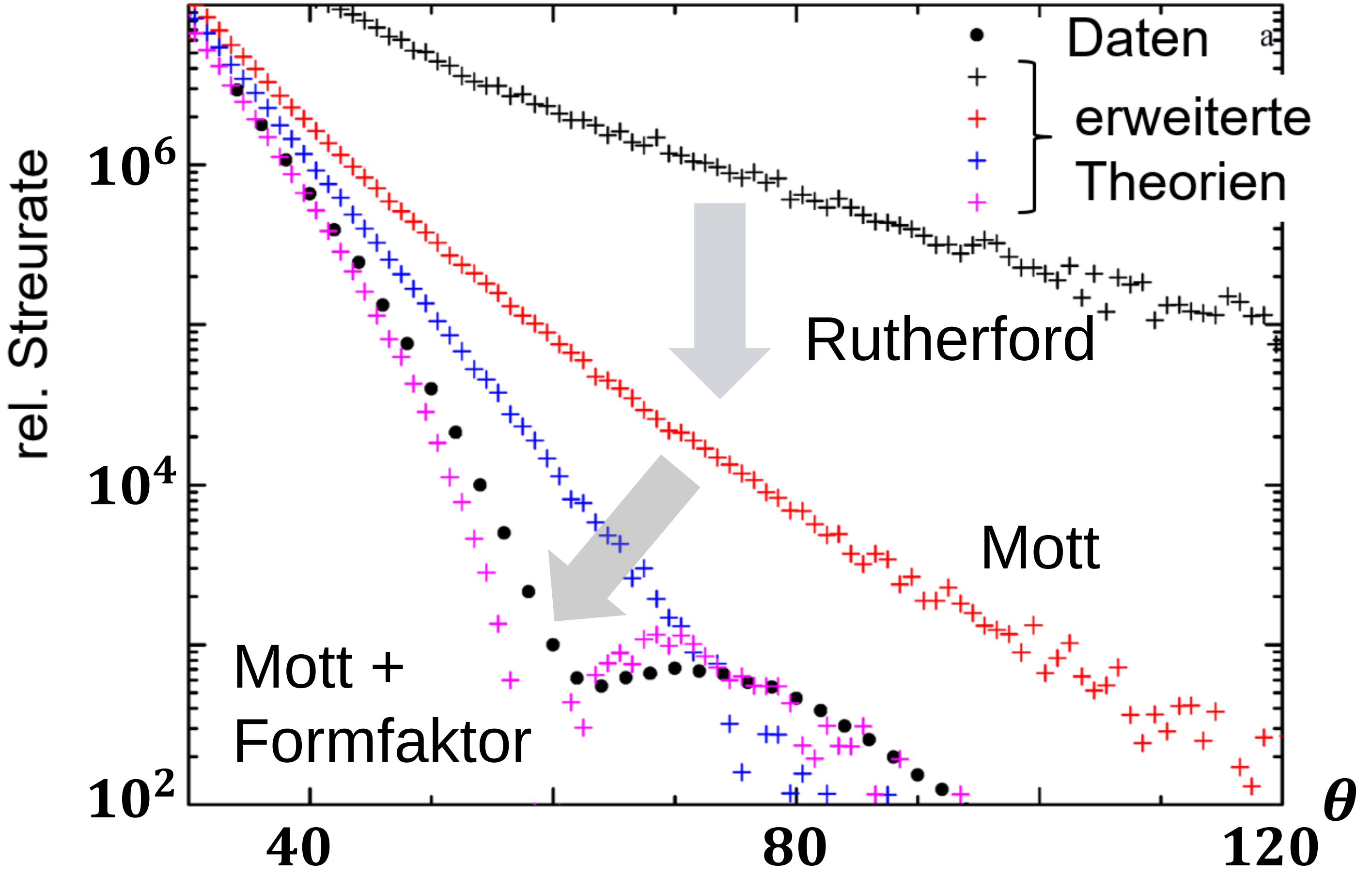
- **Berücksichtigung weiterer Faktoren bei Streuprozessen**

- relativistische Effekte Projektil
- Projektil–Spin
- endliche Kernausdehnung (**Formfaktoren**)



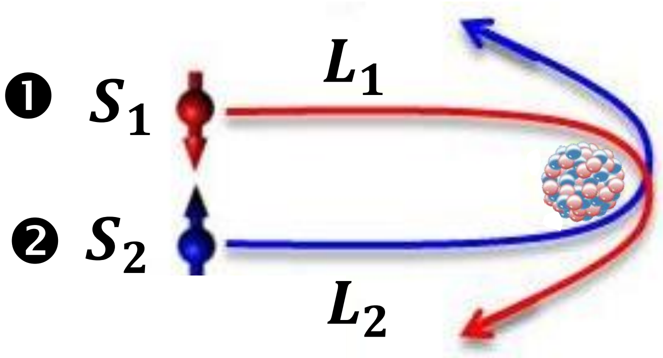
Nevill F. Mott





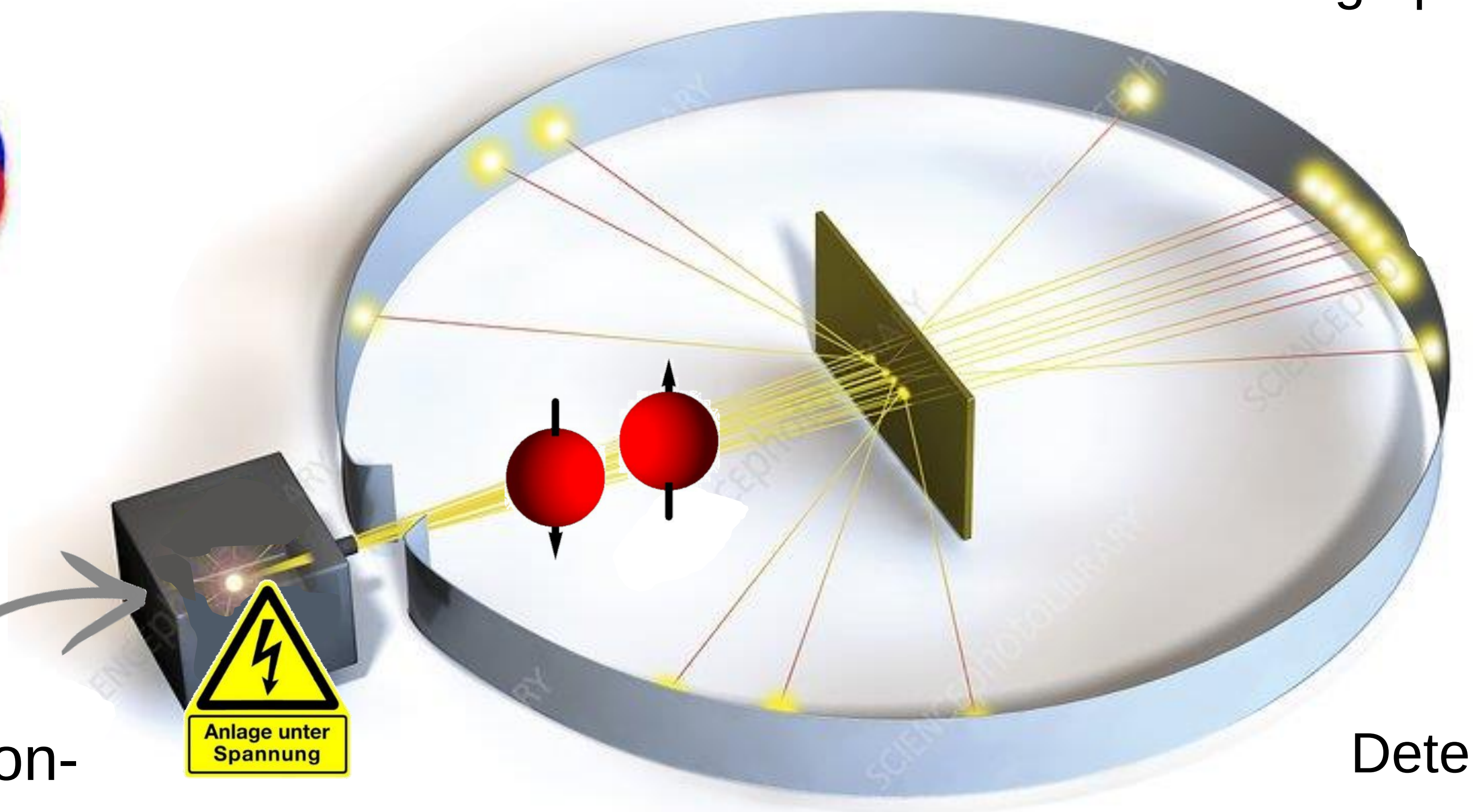
Mott–Streuung

- **Streuung von Projektilen mit Spin (Elektron, Proton,…)**



LS Kopplung

differentieller Wirkungsquerschnitt



Detektoren

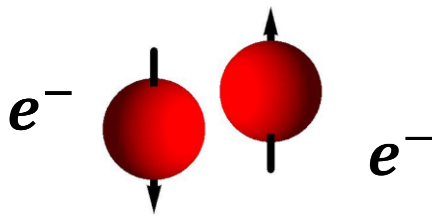
Elektron-Beschleuniger bis zu MeV, GeV

Mott–Streuung

- **Streuung von Projektilen mit Spin (Elektron, Proton,…)**

  - Streuung hochenergetischer, relativistischer Spin $\boldsymbol{S = 1/2}$ Teilchen an einem **punktförmigem Target**

  - Berücksichtigung von:

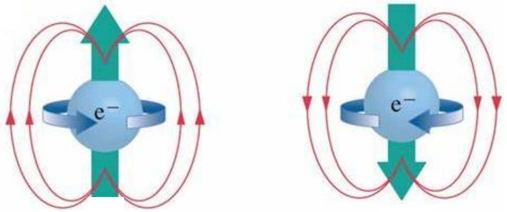


    - relativistische Effekte

    - Rückstoß–Energie übertragen auf Kern

    - **Spin–Bahn Kopplung** bei Streuprozess für polarisierte $\boldsymbol{e^-}$

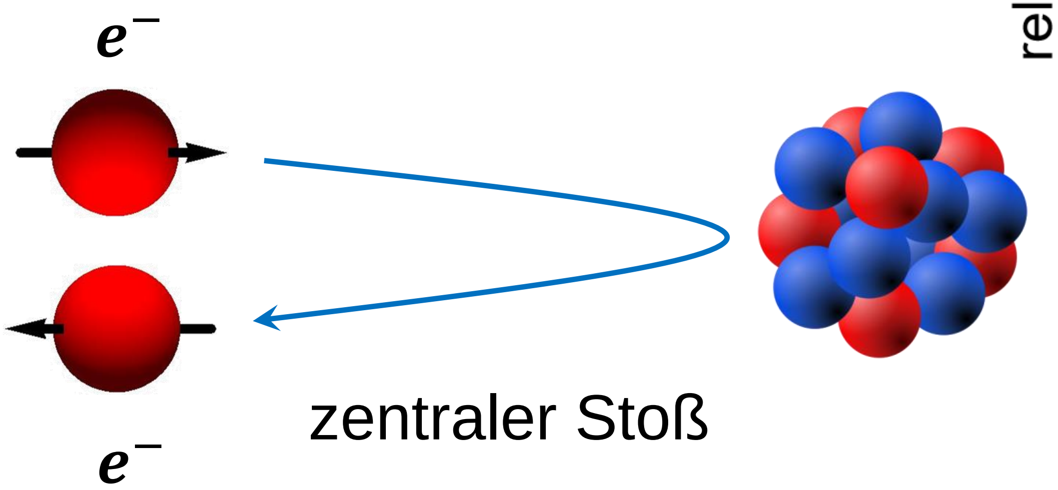
    - Wechselwirkung über magnetisches Dipol–Moment $\vec{\boldsymbol{\mu}}$ des Teilchens (´**magnetischer Streuterm**´)

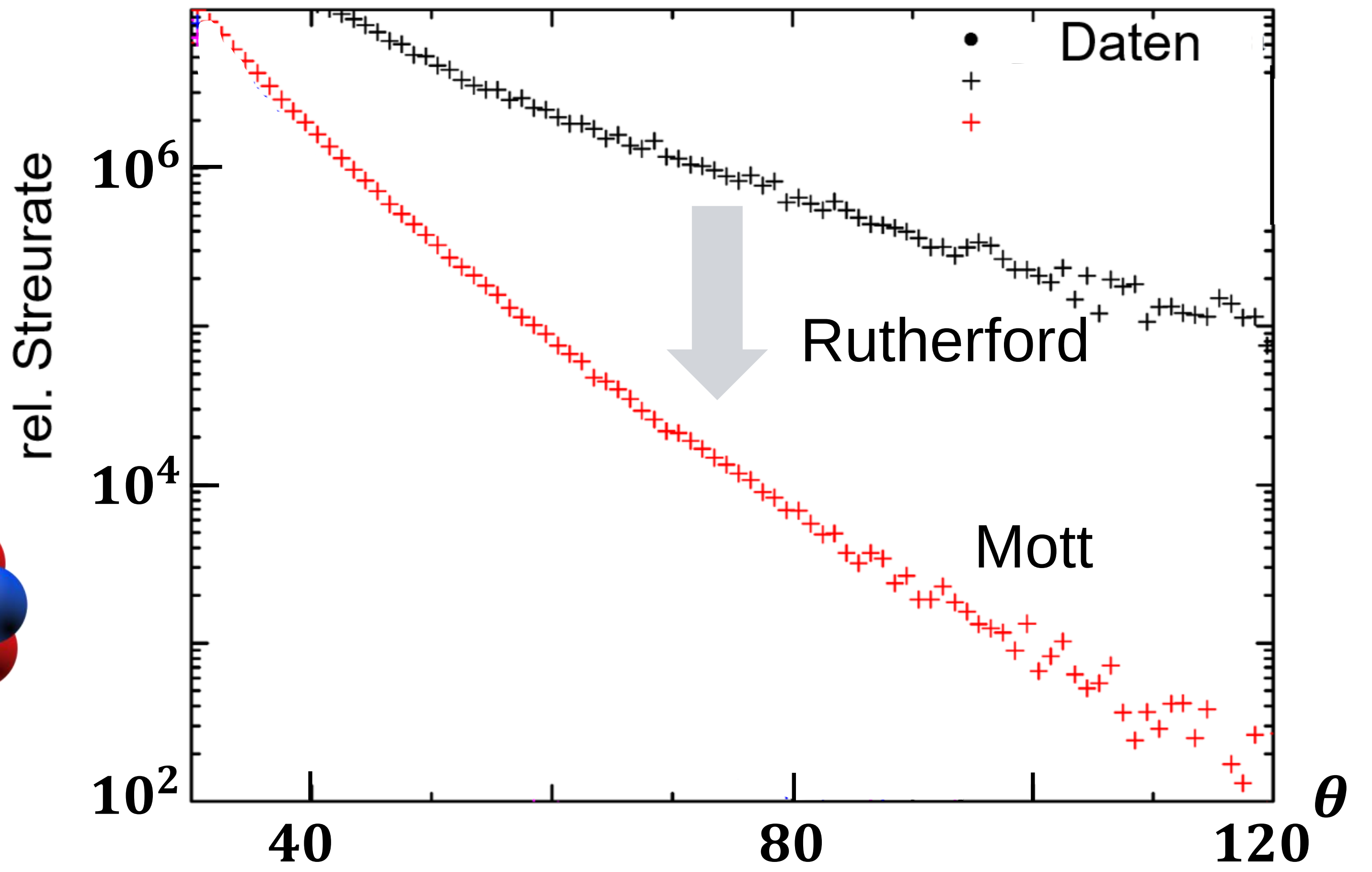


Mott–Streuung

- **Unterdrückung der Rückwärts–Streuung für Projektile mit Spin $S = 1/2$**

- bei **longitudinal polarisierten** Elektronen müsste bei der Rückstreuung **($\theta = 180°$)** der Spin S umklappen:
⇨ **starke Unterdrückung**!





Mott–Streuung

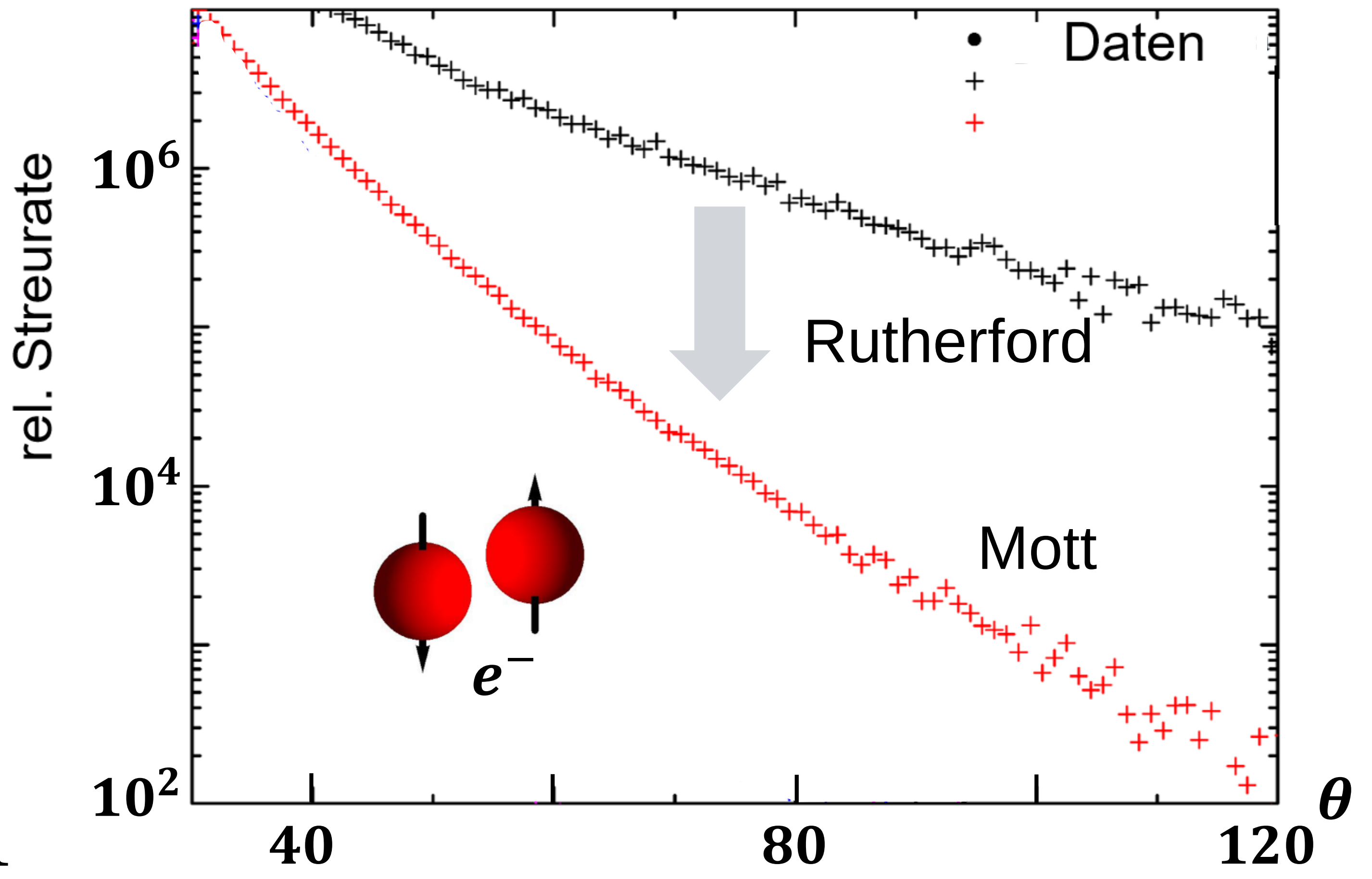
- Unterdrückung der **Rückwärts–Streuung** für Projektile mit Spin $S = 1/2$

$d\sigma/d\Omega$ deutlich kleiner für große Streuwinkel $\theta \rightarrow \pi$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherf} \cdot \left(1 - \beta^2 \cdot \sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rf} \cdot \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$\beta \rightarrow 1$



relativist. Faktor β

QUIZ: Streuprozesse bei hohen Energien

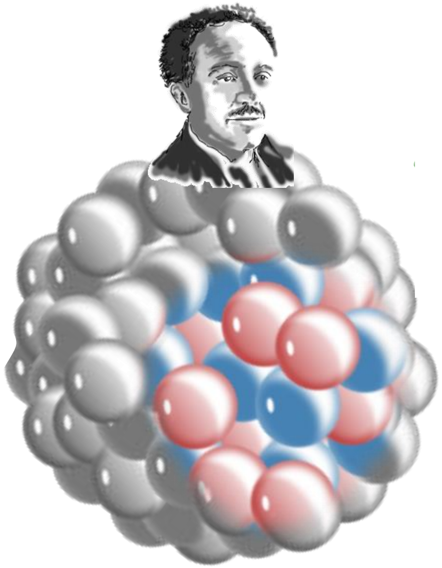
- **Frage: wieso wird $d\sigma/d\Omega$ immer kleiner für hohe Energien? Da …**

A) …dann **nur ein Teil des Kerns** sichtbar !

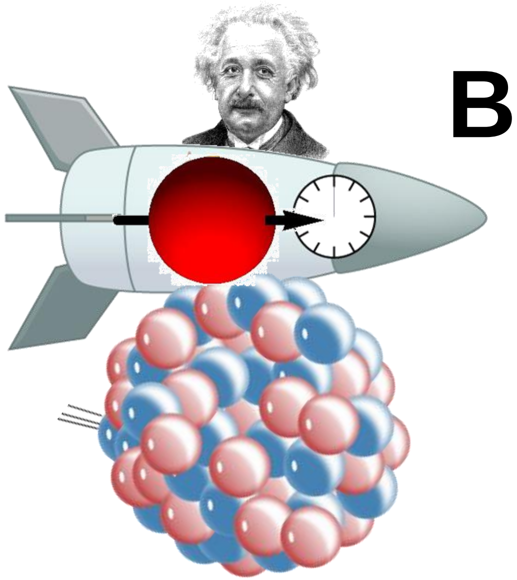
B) ... dann **die Zeit für Teilchen anders** läuft !

C) … dann der **Kern gestaucht** erscheint !

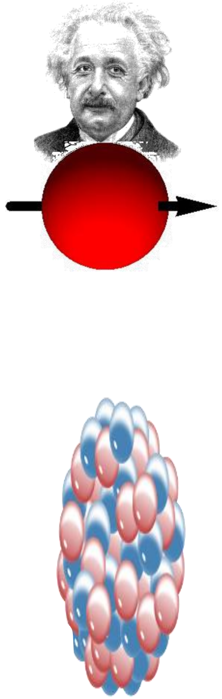
A



B

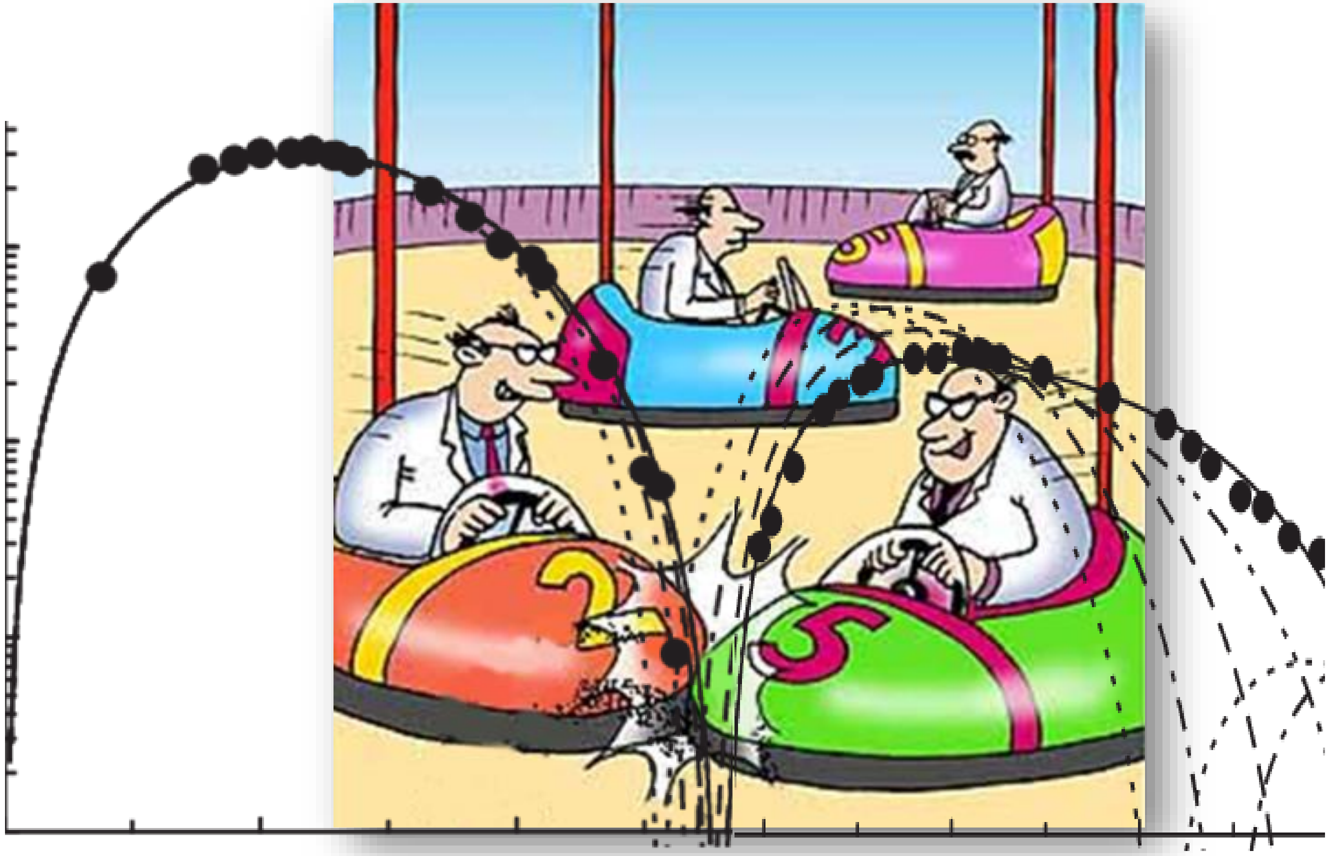


C



10.3 Kernradien und Formfaktoren

- **Streuung an ausgedehnten Objekten**



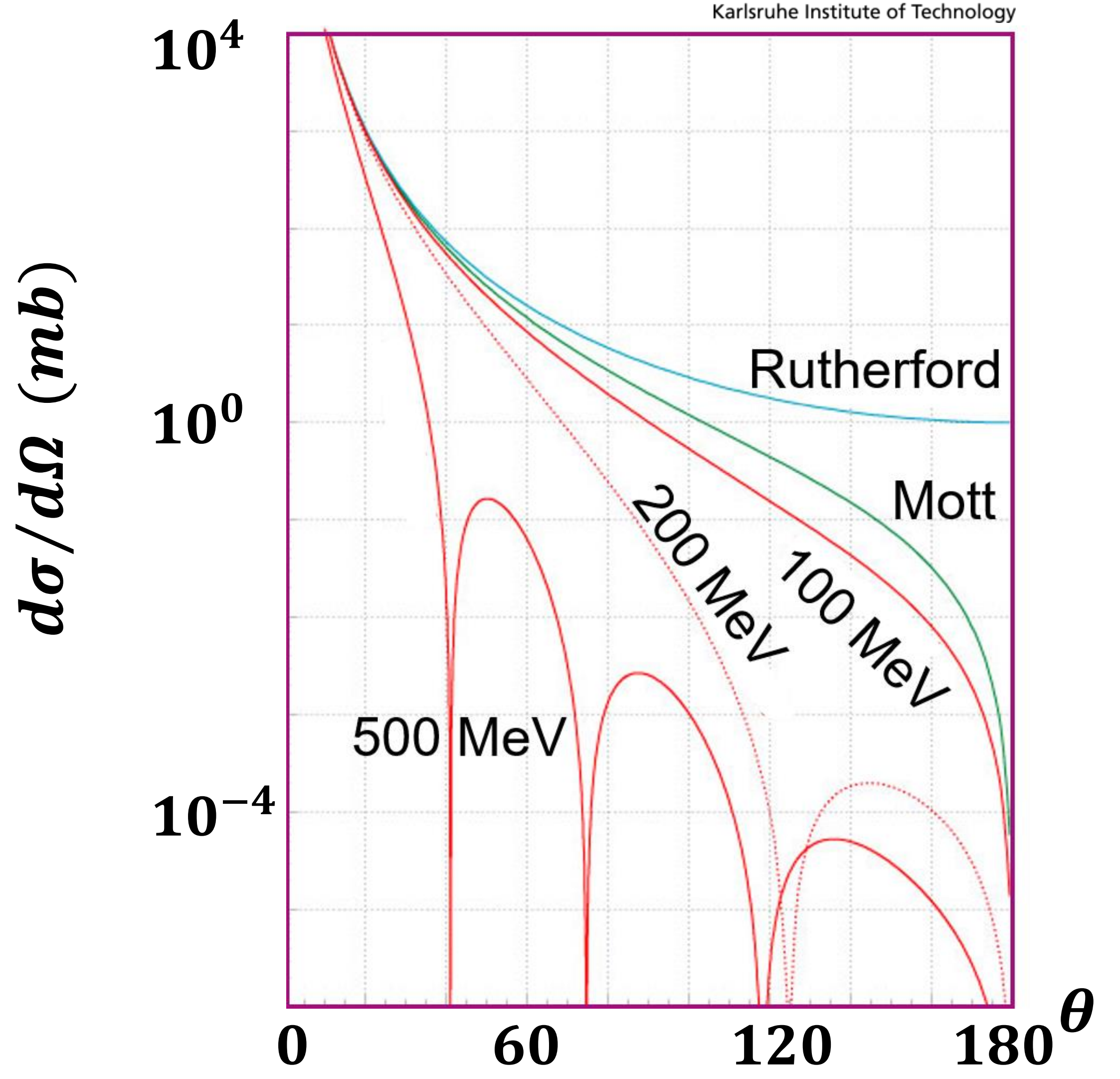
De–Broglie Wellenlänge des Projektils

- **Streuung bei hohen Elektronenenergien**

- Mott-Streuformel nur für kleinen Impulstransfer $\boldsymbol{q}$ ($\boldsymbol{\theta} \rightarrow \mathbf{0}$) korrekt

- für höhere Elektron-Impulse $\boldsymbol{p}$: **de-Broglie** Wellenlänge $\boldsymbol{\lambda}$ wichtig

$$\boldsymbol{\lambda} = \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{\hbar}}{\boldsymbol{p}} = \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{\hbar}}{\boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{v}}$$

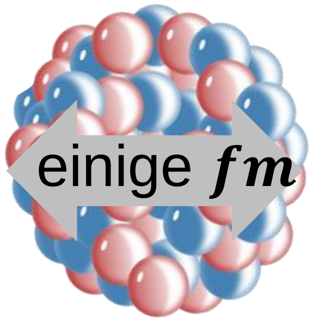


Wellennatur des Projektils & Kernausdehnung

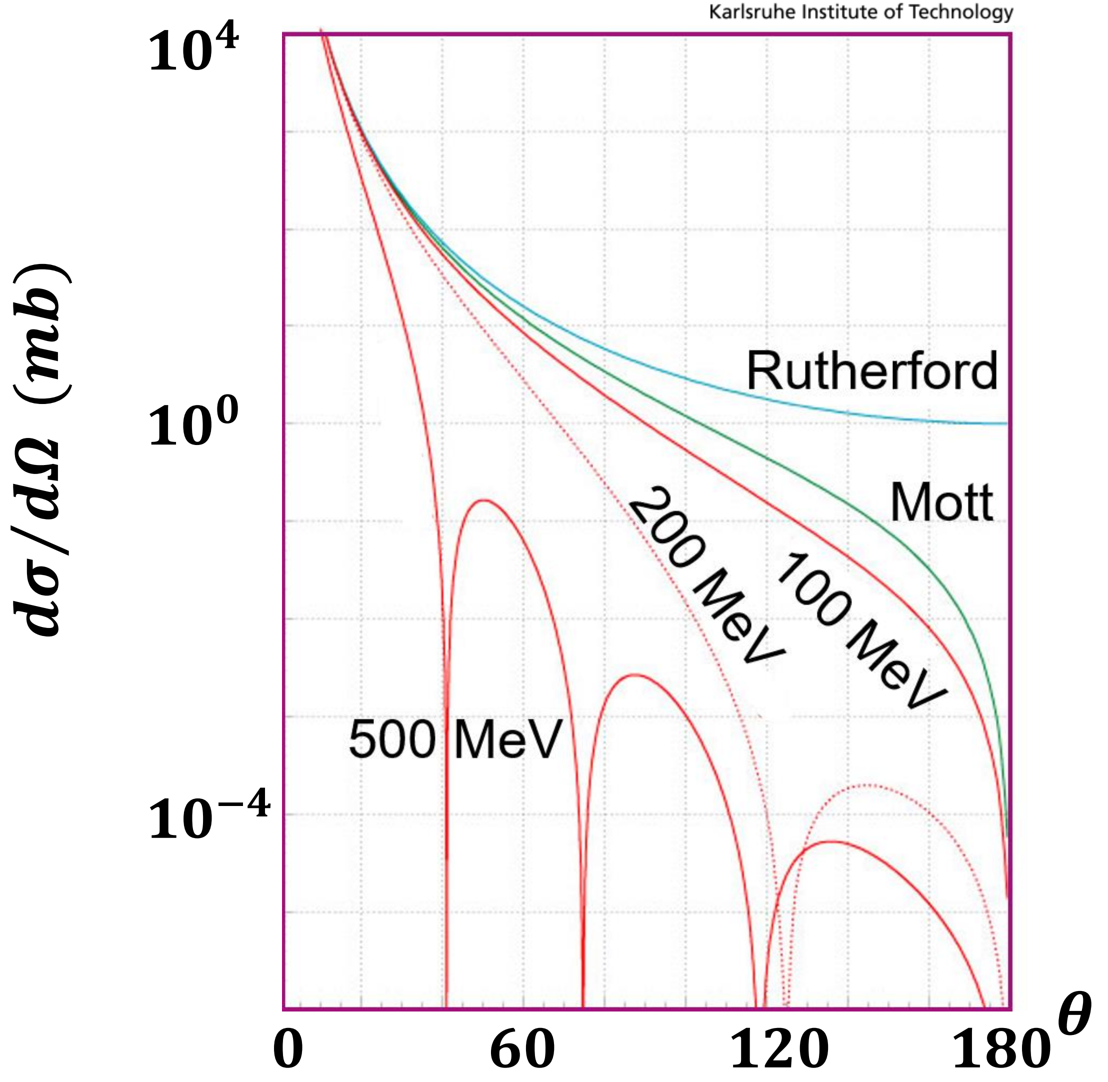
- **Streuung bei hohen Elektronenenergien**

- Effekte der Wellennatur der Elektronen sind spürbar ab

$$\lambda\,(Projektil) \sim R\,(Kern)$$



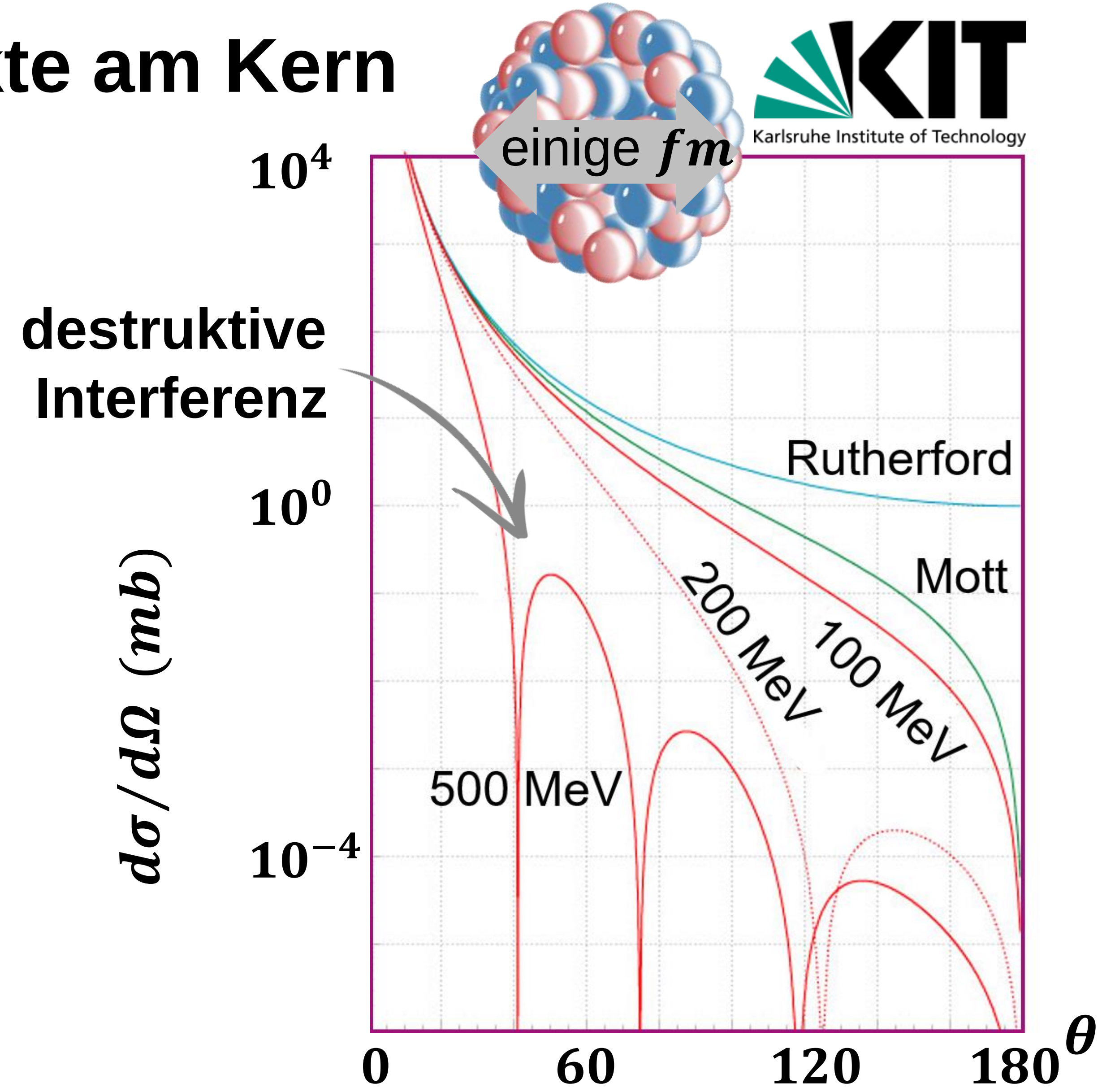
$$200\,MeV/c \;=\; 1\,fm^{-1}$$



Resultierende Beugungseffekte am Kern

- **Streuung ausgedehnten Kern**
  - hochenergetisches Elektron „tastet“ Kerngröße ($r \sim fm$) ab
  - Reduktion von $d\sigma/d\Omega$ da das e^- nur „einen Teil“ der Kern-ladung Z sieht
  - Auftreten von **Interferenzen**: Elektron-Welle wird am endlichen Kernrand gebeugt: destruktive Interferenz (s. Doppelspalt)

    ⇨ **Bestimmung von R**



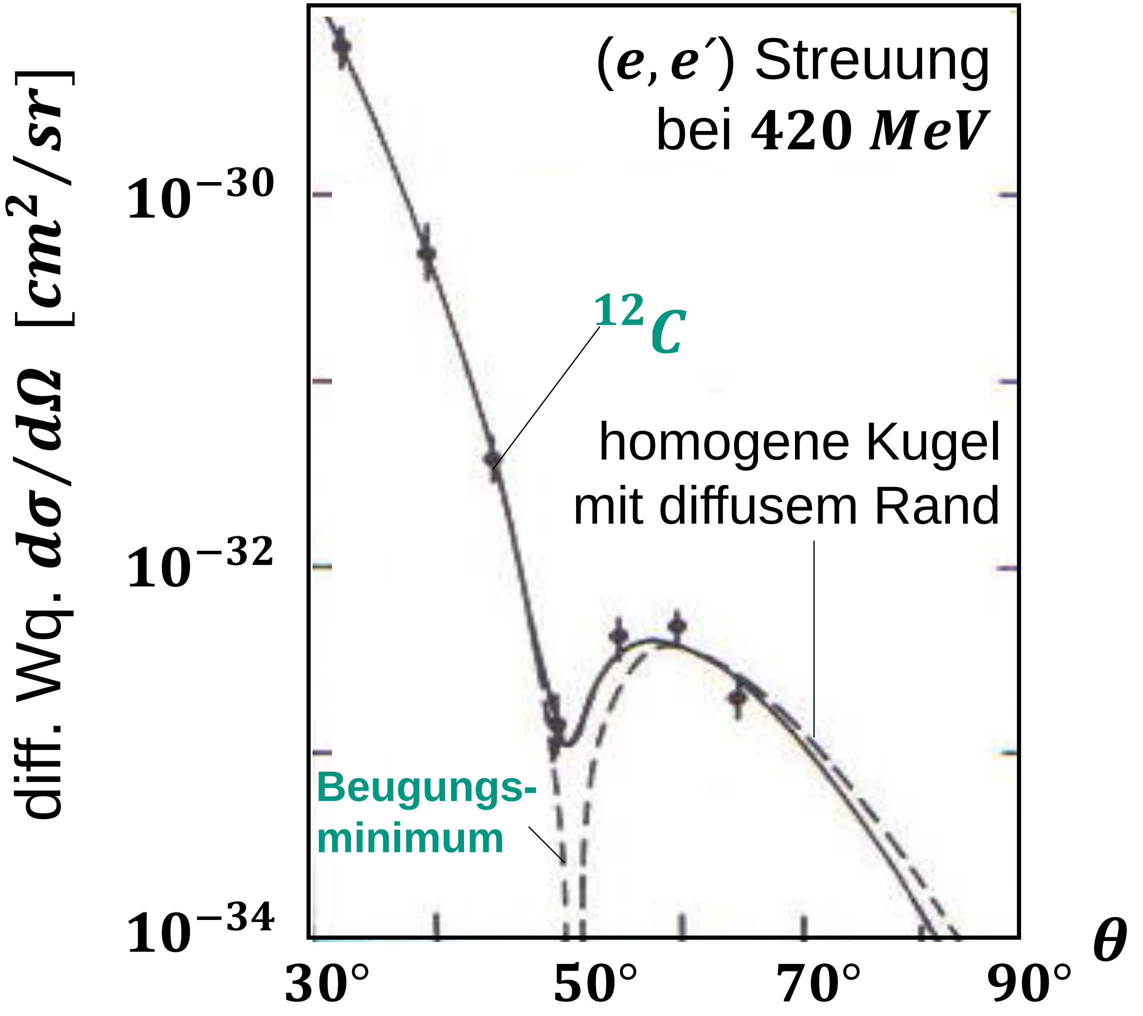
Formfaktoren und Ladungsverteilung

- **Verknüpfung über Fourier-transformation**

  - Modifikation von $d\sigma/d\Omega$ durch endliche Kernausdehnung wird parametrisiert durch **Formfaktor**

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left|F(q^2)\right|^2}$$

  - Formfaktoren sind wichtig ab einem Impulstransfer $q \sim 1/R$, d.h. $q \sim 200\ MeV/c$



Formfaktoren und Born´sche Näherung

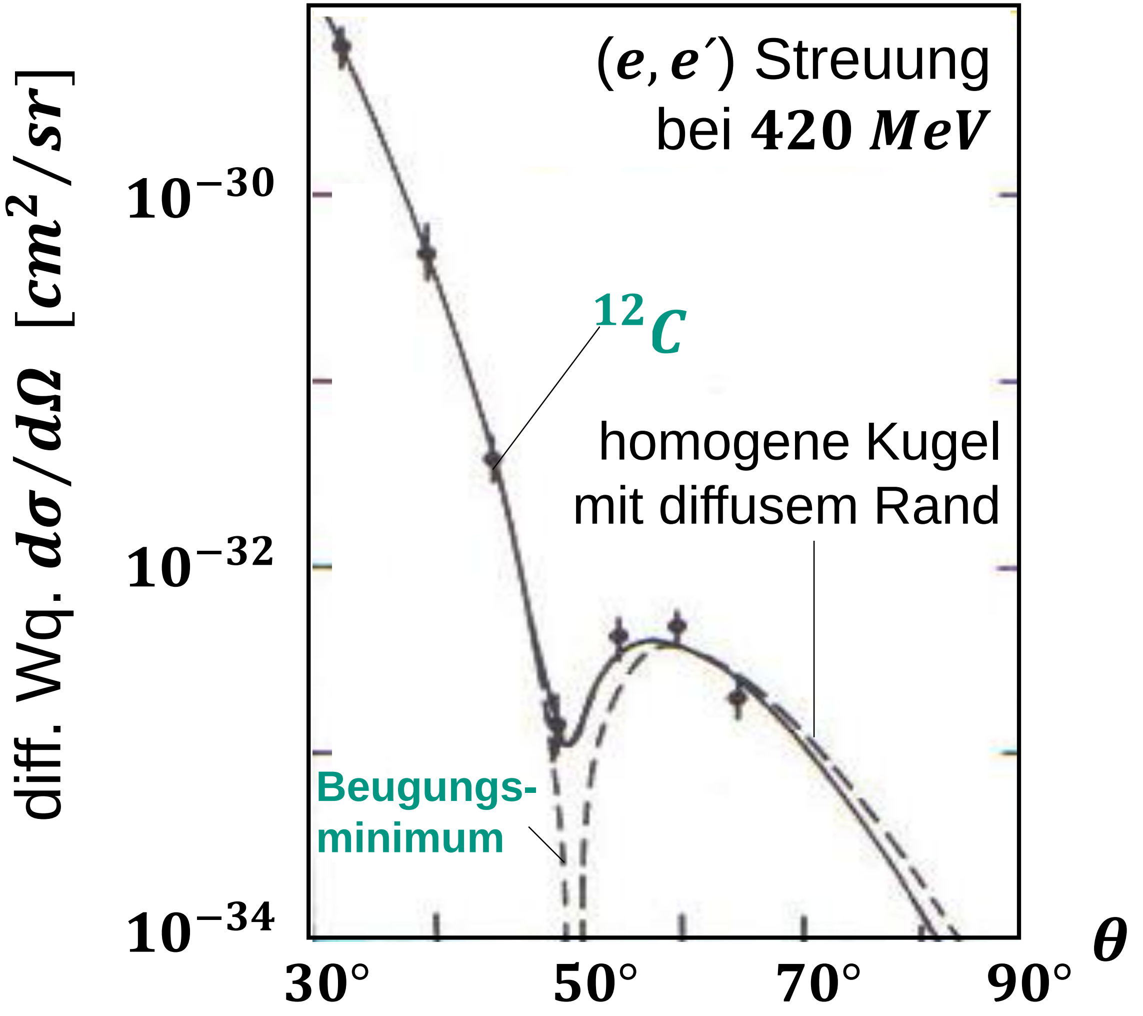
- **Kern-Ladungsverteilung** $\rho(r)$

- **Born´sche Näherung**:
  Beugung einer ebenen Welle (hier e^-) an einer **Scheibe mit diffusem Rand**

- Formfaktor $F(q^2)$ und Ladungs-Verteilung des Kernes $\rho(r)$

$$\boxed{F(q^2) = \int \rho(r) \cdot e^{iq \cdot r} \, dr}$$

Normierung: $\int \rho(r) \cdot dr = 1$



Formfaktoren und Ladungsverteilung: Beispiele

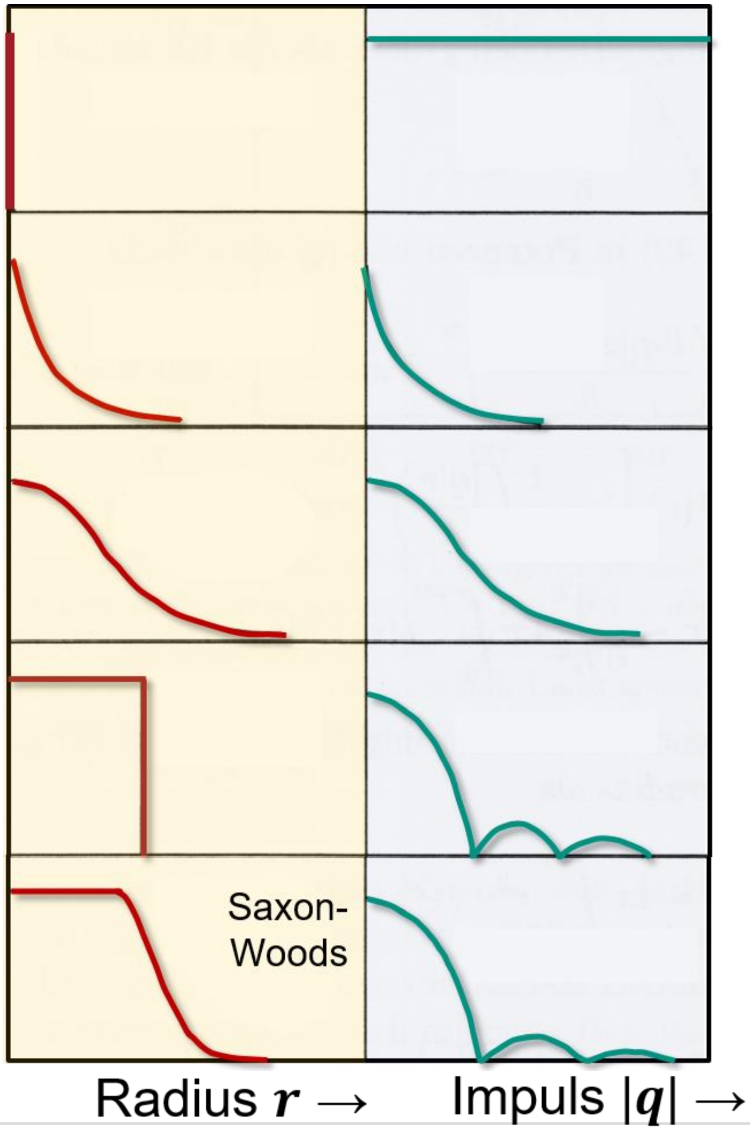
punktförmig
$\rho(r) = \delta(r)/4\pi$

exponentiell
$\rho(r) \sim e^{-(r/a)}$

gaußförmig
$\rho(r) \sim a^{-3} \cdot e^{-(r^2/2a^2)}$

homogene Kugel
$\rho(r) = \text{const.} \quad (r < a)$
$\rho(r) = 0 \qquad (r \geq a)$

Kugel mit diffusem Rand
$\rho(r) = r_0/(1 + e^{(r-a)/d})$



konstant
$F(q^2) = 1$

Dipol
$F(q^2) = 1/(1 + a^2 q^2)^2$

gaußförmig
$F(q^2) = e^{-1/2(a^2 q^2)}$

Oszillation
$F(q^2) \sim sin(aq) - a \cdot q \cdot cos(aq)$

verwaschene Oszillation