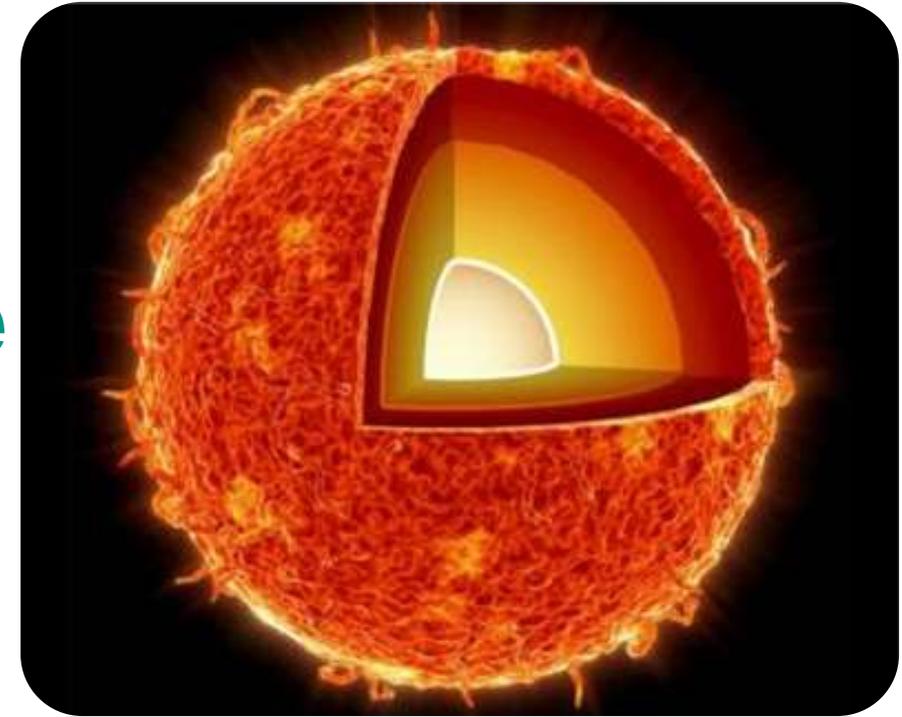


# Atome, Kerne und Moleküle

Sommersemester 2024

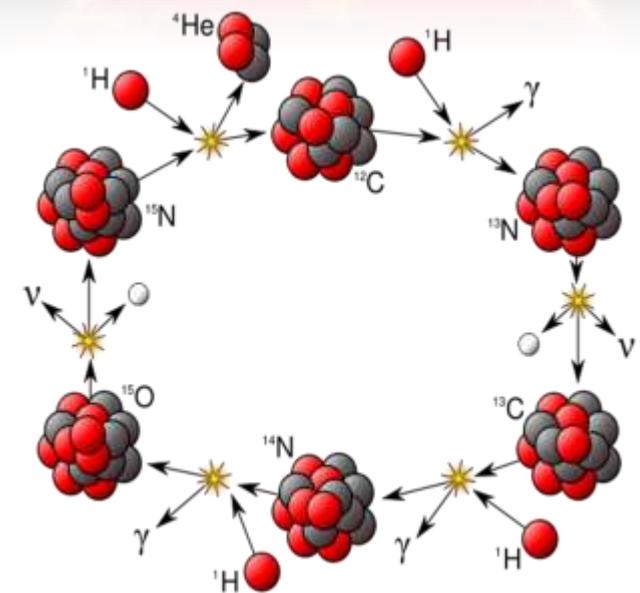
Vorlesung # 21, 09.07.24



Thomas Müller, Institut für Experimentelle Teilchenphysik, Fakultät für Physik

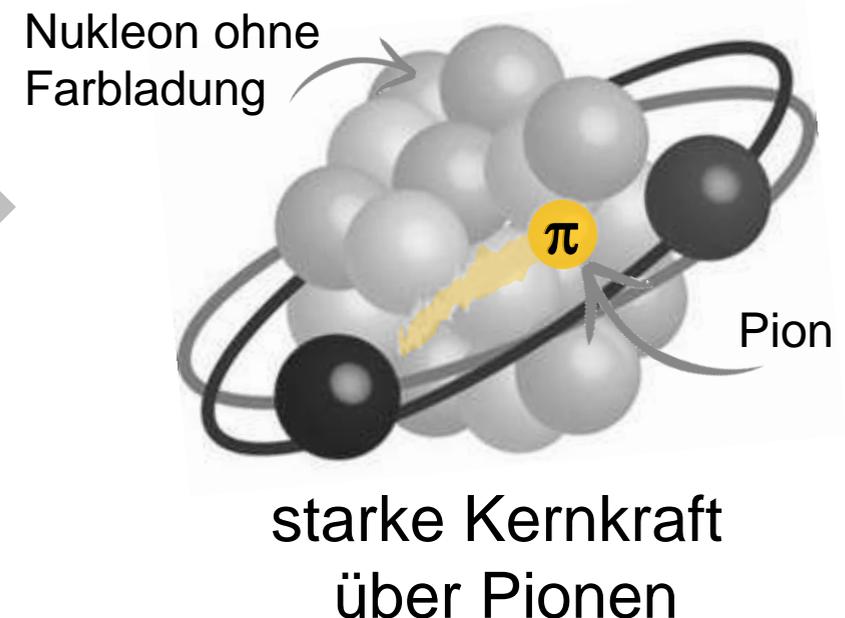
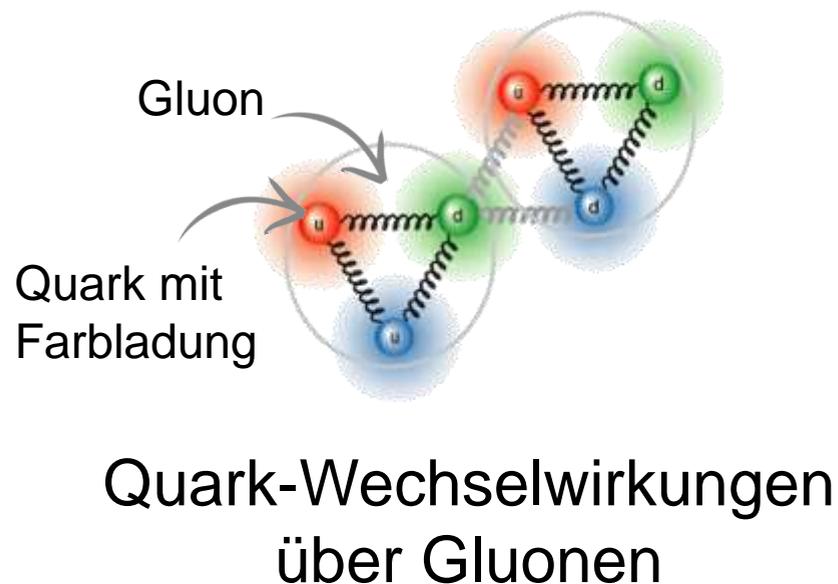
## 10. Eigenschaften stabiler Kerne

- 10.4 Kernmodelle & Kernkräfte
- 10.5 Kernreaktionen
- 10.6 Kernspaltung & Kernfusion



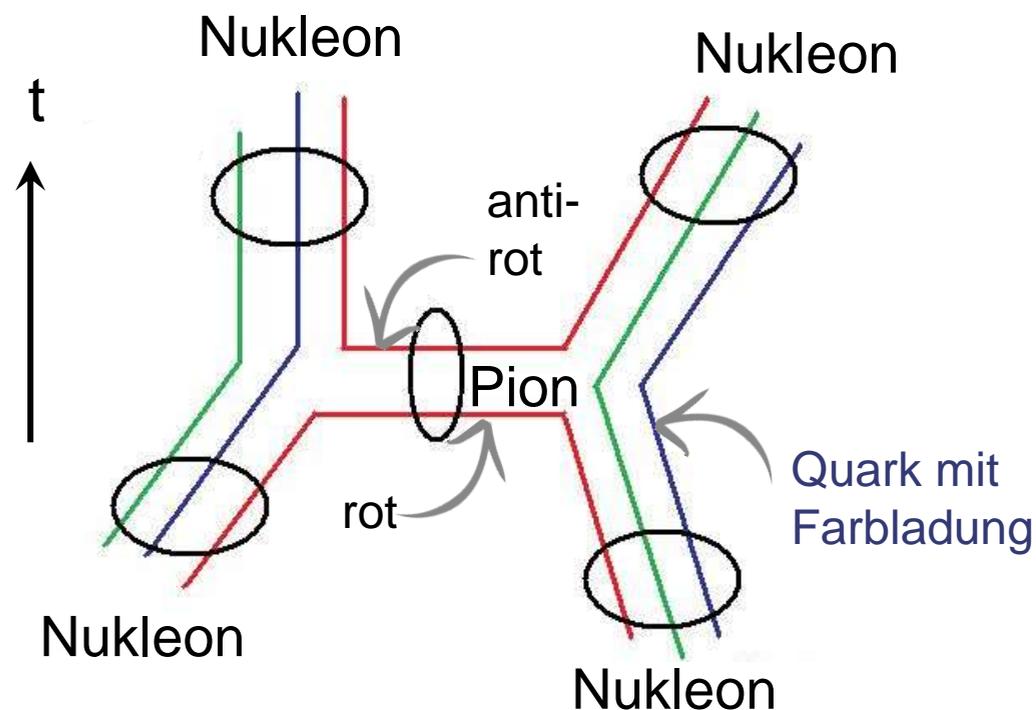
## ■ Starke Kernkraft hat eine sehr komplexe Struktur

- Ursache: Kernkraft ist eine „**Restwechselwirkung**“ von nach außen farbneutralen Teilchen wie p, n
- Analogie bei elektro-magnet. Ww.: van der Waals Kräfte zwischen neutralen Molekülen / Atomen



## ■ Starke Kernkraft ist kurzreichweitig (1-Pionenaustausch)

- Pionen sind farbneutrale Quark-Antiquark-Zustände
- geladene Pionen  $\pi^+$  und  $\pi^-$  : Wechselwirkung zwischen  $p - n$
- neutrale Pionen  $\pi^0$  : Wechselwirkung zwischen  $p - p, n - n$



- **Reichweite** resultiert aus der endlichen Pion-Masse ( $\sim 140$  MeV) und der Unschärferelation  
 $R = 1 - 2$  fm  
Austausch eines **virtuellen Pions**

- 1-Pion-Austausch kann die nicht alle Aspekte des NN-Potenzials erklären  $\Rightarrow$  Austausch schwererer Mesonen  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\eta$ ,  $\delta$  wichtig

Meson	Masse	Reichweite	Typ der Wechselwirkung	rel. Stärke
$\pi$	138 MeV	1 - 2 fm	langreichweitig	14,6
$\sigma$	550 MeV	0,5 - 1 fm	Bindung	8
$\omega$	782 MeV	0,7 fm	Repulsion	20
$\rho$	769 MeV	0,7 fm	LS-Kraft	0,95

- **Mesonen** = kurzlebige, gebundene Quark-Antiquark ( $u, \bar{u}$ ) ( $d, \bar{d}$ ) Zustände mit Spin = 0, 1 (d.h. alle besitzen Boson-Charakter)

# Nukleon-Nukleon Potenzial

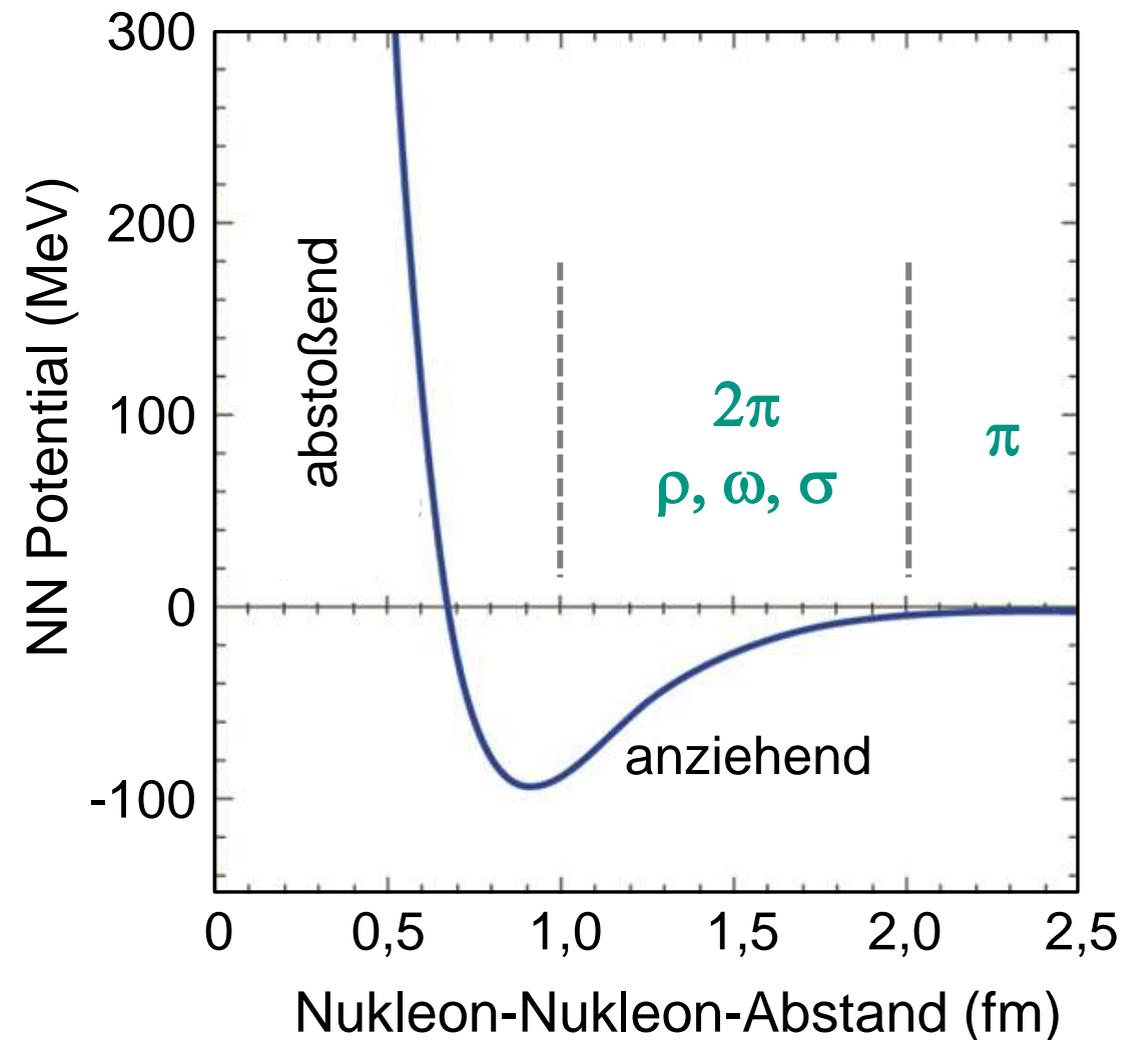
- abstoßender & anziehender Bereich des NN-Potenzials

## - Yukawa-Potenzialform

Compton-Wellenlänge  $\lambda$   
des Pions

$$V(r) = -\frac{g^2}{4\pi} \hbar c \frac{e^{-mcr/\hbar}}{r}$$

Kopplungskonstante



# 10.5 Kernreaktionen

- **Kernreaktionen** – Klassifizierung (Beispiel:  $A + a \rightarrow A^* + a'$ )

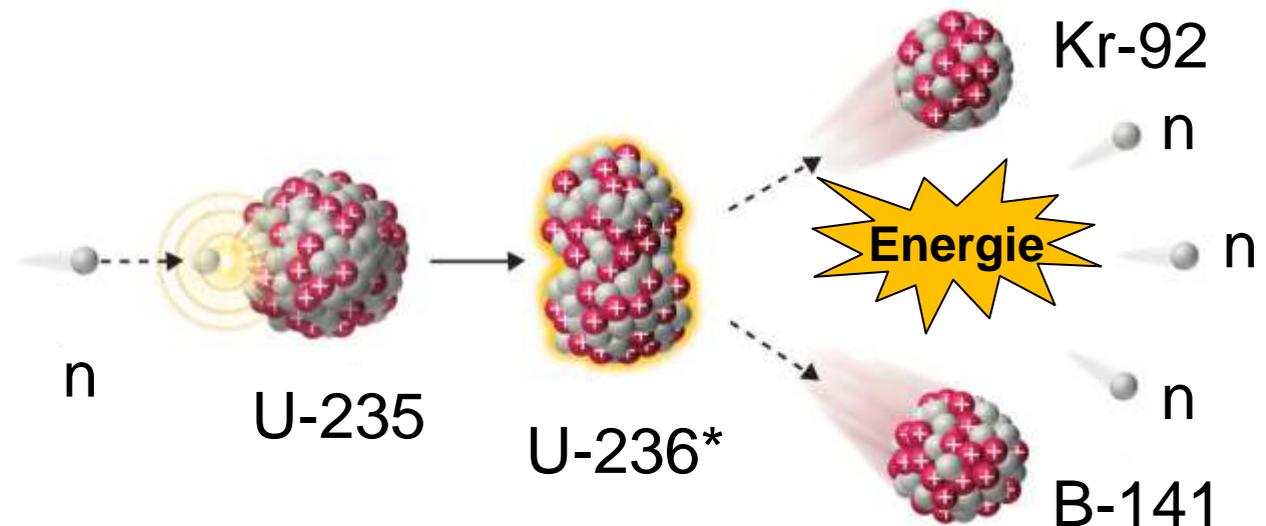
**Reaktionskanäle** mit A: Target, a: Projektil

Eingang	Ausgang	Prozess
$A + a$	$A + a$	elastische Streuung, $\Sigma$ kinet. Energie bleibt erhalten
	$A^* + a'$	inelastische Streuung mit angeregtem Zustand $A^*$
	$B_1 + b_1$	Kernreaktion mit Umwandlung von Target & Projektil
	$B_2 + b_2$	''

## Beispiele:



Spaltung eines Urankerns durch ein Neutron (f: 'fission')



## Reaktionskanäle mit A: Target, a: Projektil

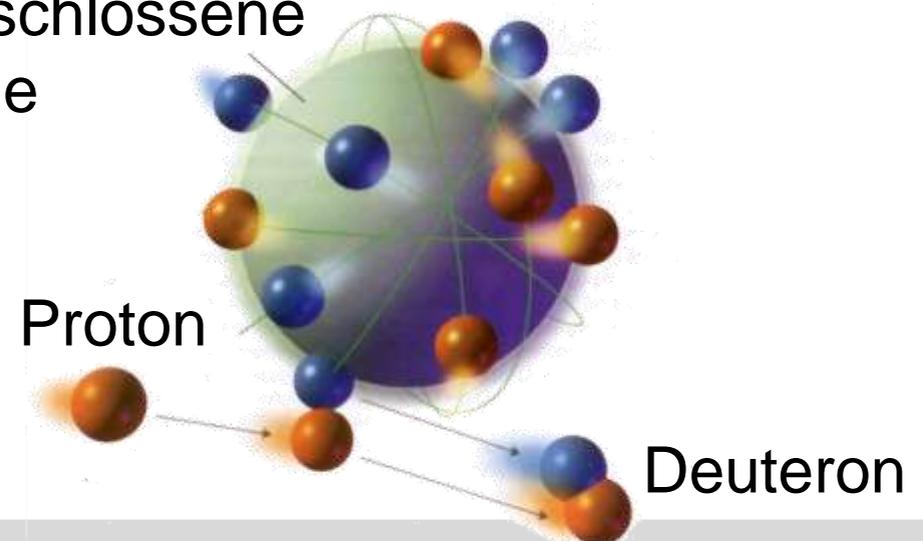
Eingang	Ausgang	Prozess
$A + a$	$A + a$	elastische Streuung, $\Sigma$ kinet. Energie bleibt erhalten
	$A^* + a'$	inelastische Streuung mit angeregtem Zustand $A^*$
	$B_1 + b_1$	Kernreaktion mit Umwandlung von Target & Projektil
	$B_2 + b_2$	''

### Beispiele:



Transfer-Reaktion mit  
Aufnahme eines Neutrons  
Projektil im Endzustand: Deuteron

abgeschlossene  
Schale



## Angeregte Kernzustände $A^*$ :

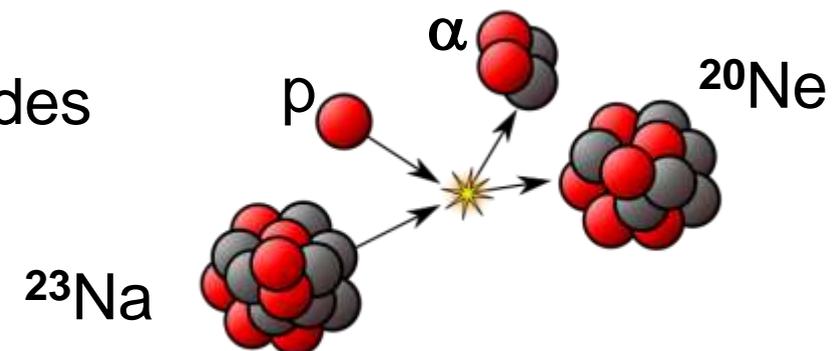
- a) Einteilchen-Anregungen (Nukleon geht auf höhere Schale)
- b) Kollektive Anregungen des Kerns: alle Protonen schwingen gegen die Neutronen



## Notation für Kernreaktionen:

Targetkern ———  $^{23}\text{Na} (p, \alpha) ^{20}\text{Ne}$  ——— Kern im Endzustand

|                    |  
 einlaufendes    auslaufendes  
                   Projektile



## ■ Erhaltungsgrößen bei Prozessen der starken WW

- **Nukleonenzahl  $A$**  (bzw. Anzahl der Baryonen, d.h. stark wechselwirkender Teilchen wie p, n, mit Spin  $S = \frac{1}{2}$  )

- **Elektrische Ladung  $Z$**  (bzw. ladungsartige Quantenzahlen)

- **Kinematische Größen :**

Gesamtenergie  $E_{\text{tot}}$

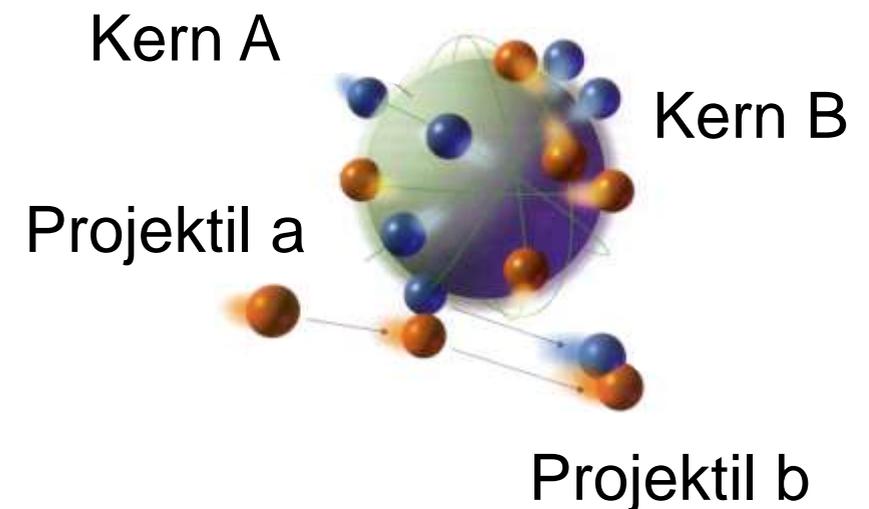
Gesamtimpuls  $p_{\text{tot}}$

Gesamtdrehimpuls  $J_{\text{tot}}$

- **Parität  $P$**

multiplikative Quantenzahl

$$P_A \cdot P_a (-1)^{\ell_a} = P_B \cdot P_b (-1)^{\ell_b} \quad (\ell = \text{Bahndrehimpuls})$$



## ■ Kinematische Größen bei Prozessen der starken WW

### - Reaktions-Q-Wert

= Differenz der kinetischen Energien nach & vor der Reaktion

$$Q = E_{\text{kin, final}} - E_{\text{kin, initial}}$$

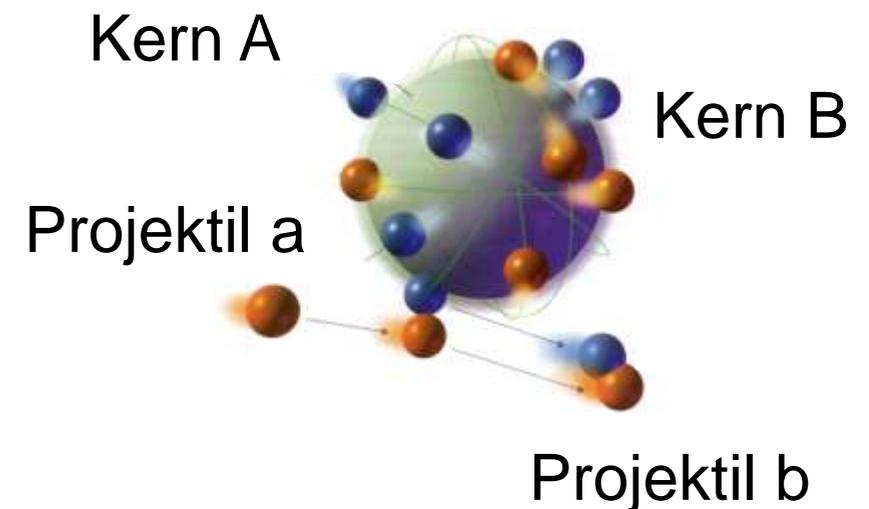
oft ruhendes Target mit  $E_{\text{kin,A}} = 0$

$$Q = E_{\text{kin,B}} + E_{\text{kin,b}} - E_{\text{kin,a}}$$

$Q > 0$ : exotherme Reaktion

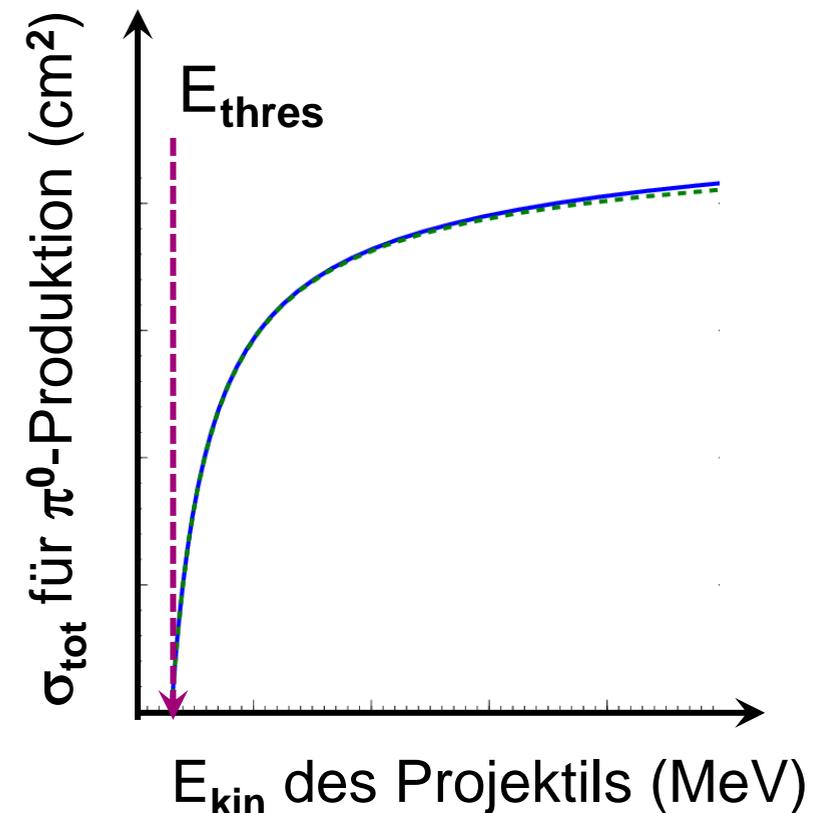


$Q < 0$ : endotherme Reaktion



## ■ Kinematische Größen bei Prozessen der starken WW

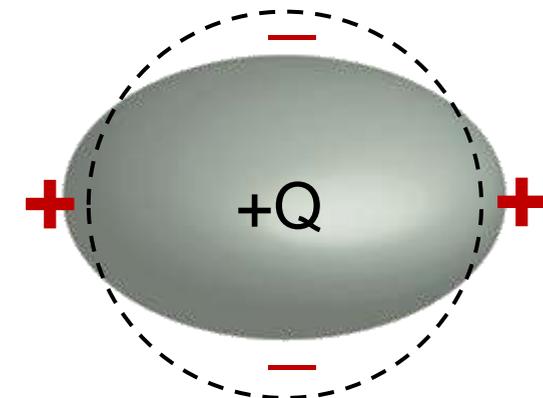
- Reaktionsschwelle  $E_{\text{thres}}$ 
  - = bei  $E_{\text{kin},a} > E_{\text{thres}}$  (threshold energy) wird die Erzeugung eines neuen Teilchens kinematisch möglich
  
- Stoßpartner benötigen minimale  $E_{\text{thres}}$ 
  - Überwindung des Coulombwalls
  - Erzeugung der Masse des neuen Teilchens (oder Resonanz)
  - bei  $E < E_{\text{thres}}$  ist  $\sigma_{\text{tot}} = 0$



## ■ Bestimmung der Form von Kernen via Moment Q

- Kernreaktionen & weitere Untersuchungen zeigen dass bestimmte Kerne keine sphärische Form aufweisen, sondern verformt sind!

- das **elektrische Quadrupolmoment Q** des Kerns im E-Feld der Hüllenelektronen ist ein gutes Maß zur Bestimmung der **Kerndeformation**



klassisch:

$$Q = \frac{1}{e} \cdot \int (3z^2 - r^2) \cdot \rho(\vec{r}) dV$$

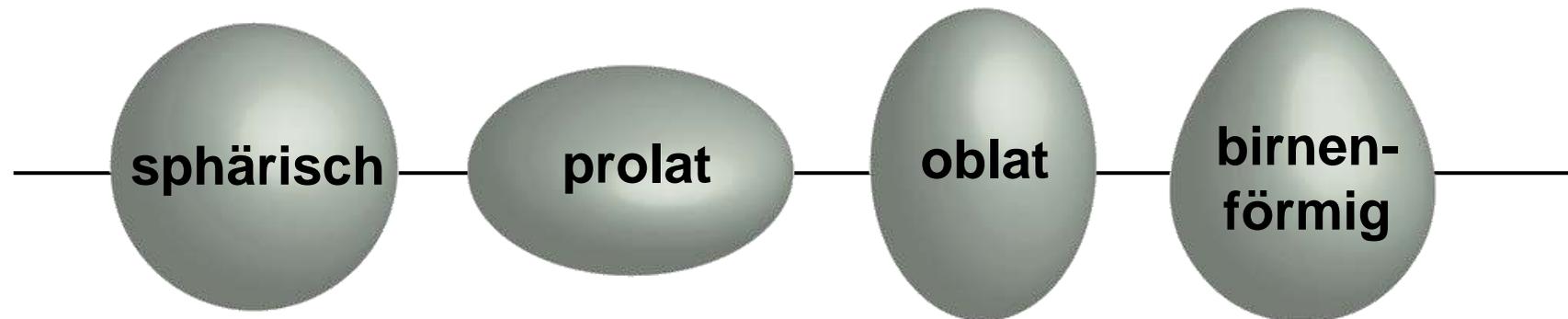
Ladungsverteilung

z: Deformationsachse

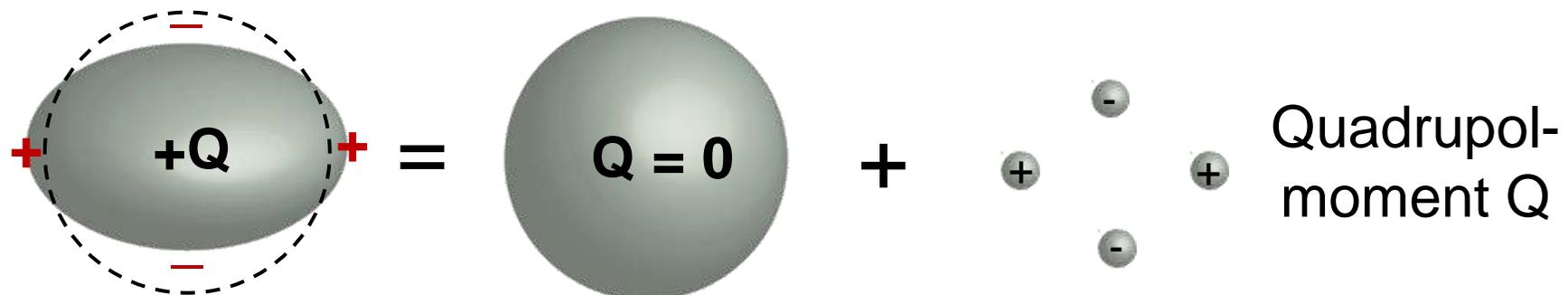
Q hat Dimension von Fläche, Angabe in [barn]

## ■ Form von Kernen - Klassifizierung

- außerhalb geschlossener Schalen können starke **Kern-Deformationen** auftreten  $\Rightarrow$  **Deformation entlang der Achse des Kernspins**



- **ellipsoidale Ladungsverteilung** kann dargestellt werden als sphärische Ladung (Punktladung) & elektrischer Quadrupol



## ■ Form von Kernen – elektrisches Quadrupolmoment $Q$

- **kugelsymmetrischer** Kern:  
gg Kerne mit Spin  $S = 0$

$$Q = 0$$

- **prolater** Kern (Zigarre):

$$Q > 0$$

$^{39}\text{K}$ :  $Q = + 0,11 \text{ b}$

$Z = 19$

( $Z = 20$ : p voll bis  $1d_{3/2}$ )

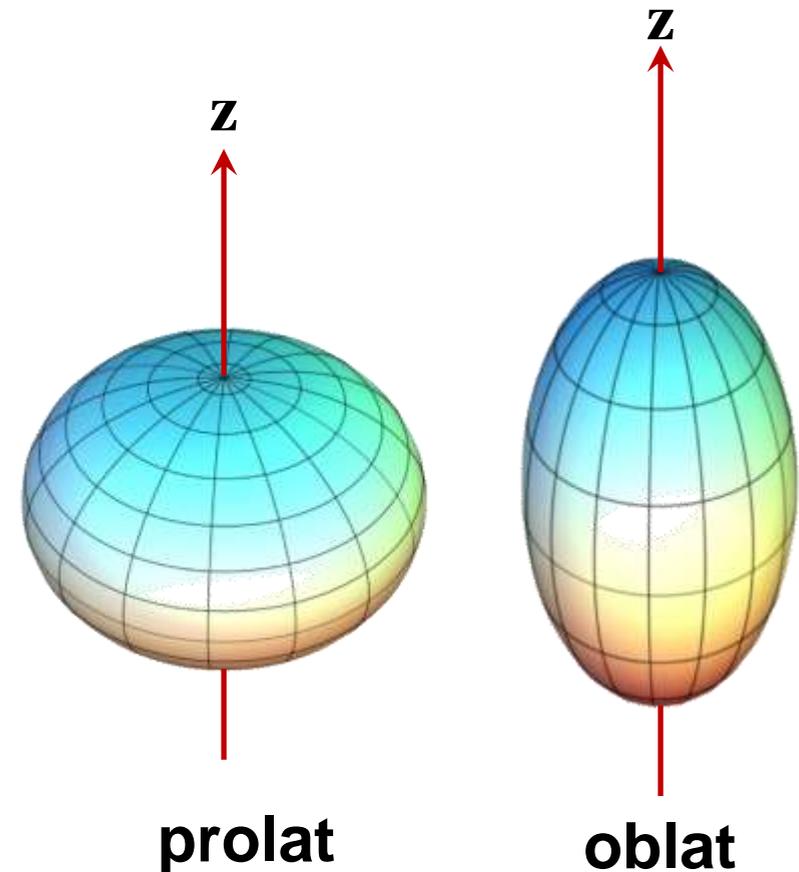
- **oblater** Kern (Linse):

$$Q < 0$$

$^{63}\text{Cu}$ :  $Q = - 0,15 \text{ b}$

$Z = 29$

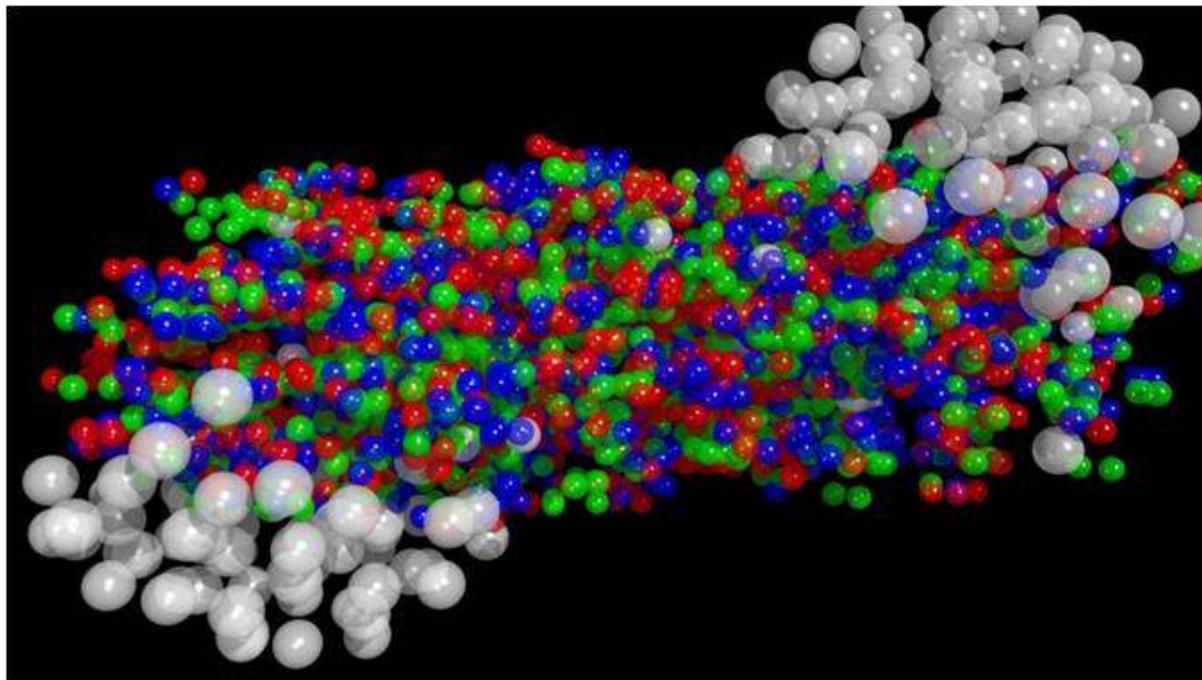
( $Z = 28$ : p voll bis  $1f_{7/2}$ )



triaxial  
deformiert

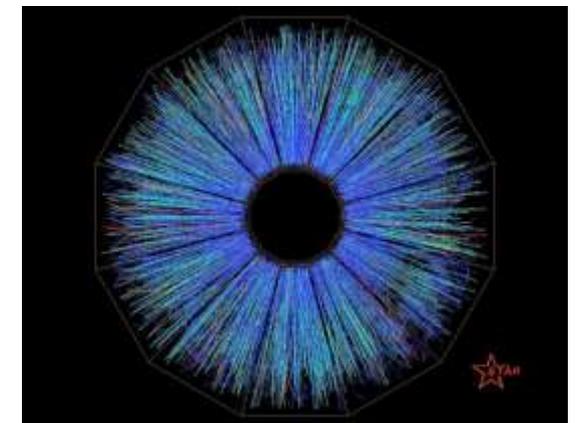
# Relativistische Schwerionen-Kollisionen

- Kerne unter extremen Zuständen von  $\rho$ ,  $T$



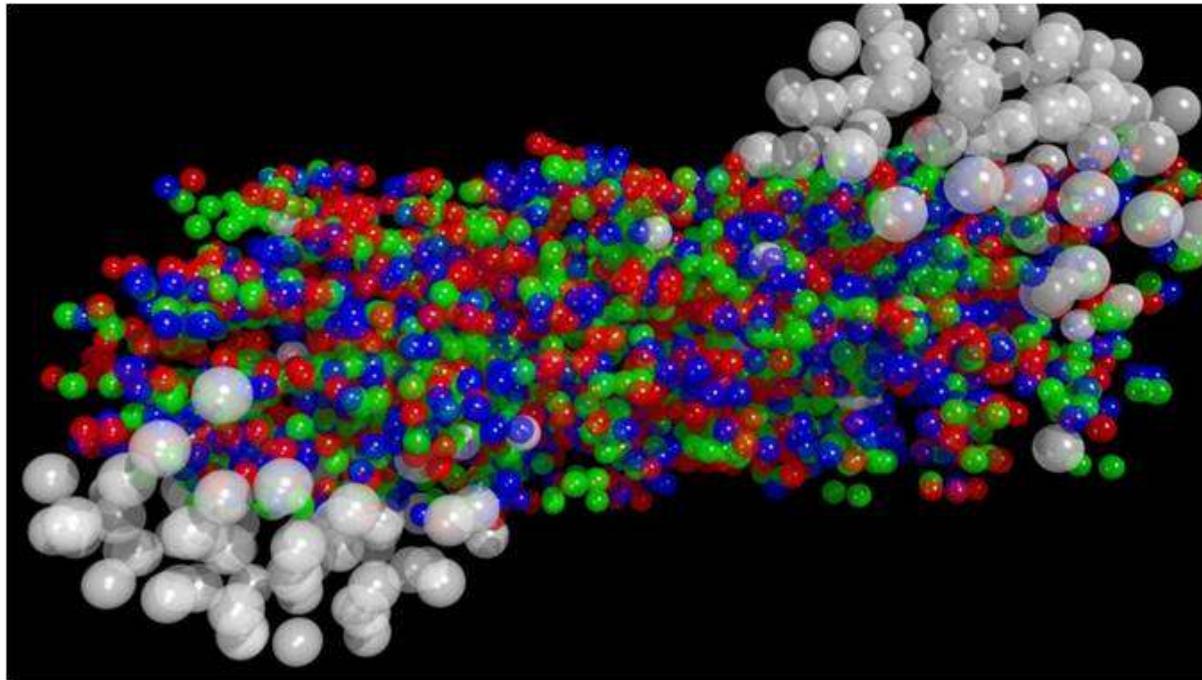
Simulation einer  
Schwerionenreaktion  
(Q: CERN)

30 GeV Gold-Gold Kollision  
im STAR Detektor

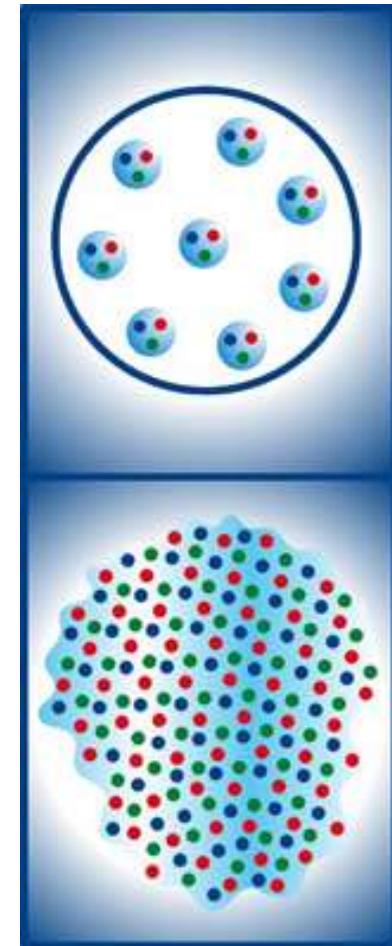


# Quark-Gluon-Plasma?

- Neue exotische Zustandsformen der Materie?

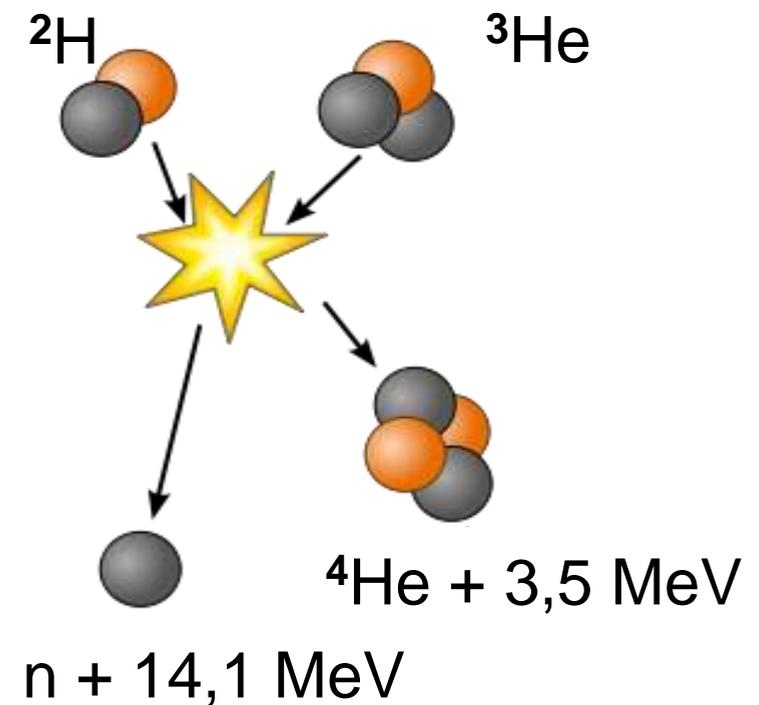
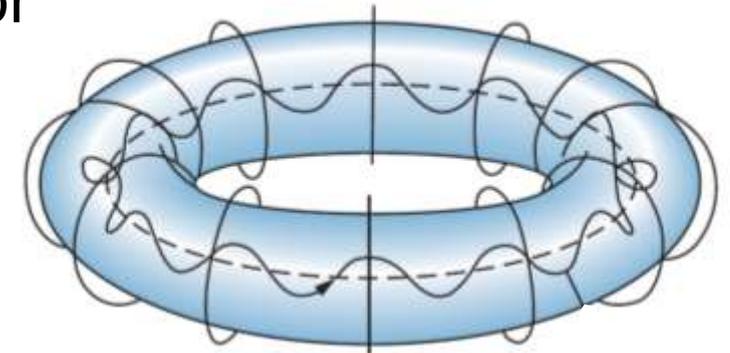
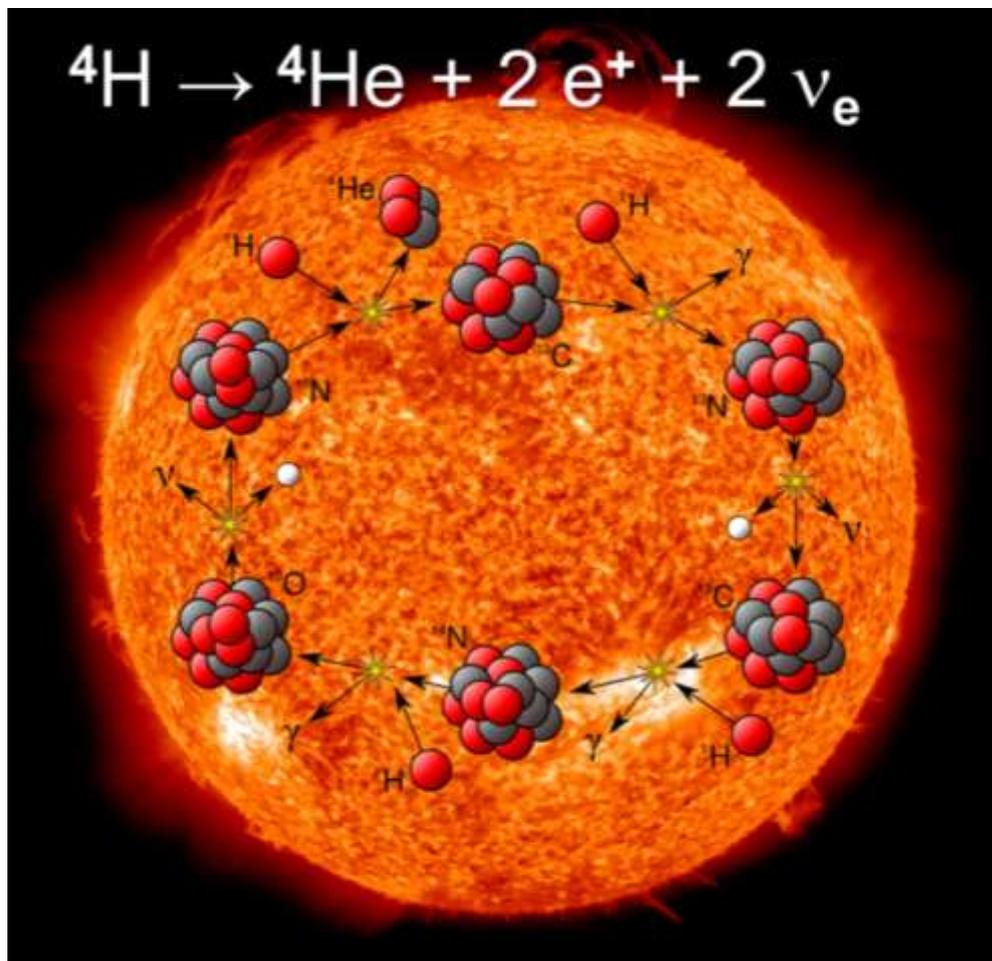


Übergang von Kernmaterie zum  
**Quark-Gluon-Plasma**  
mit freien Quarks und Gluonen

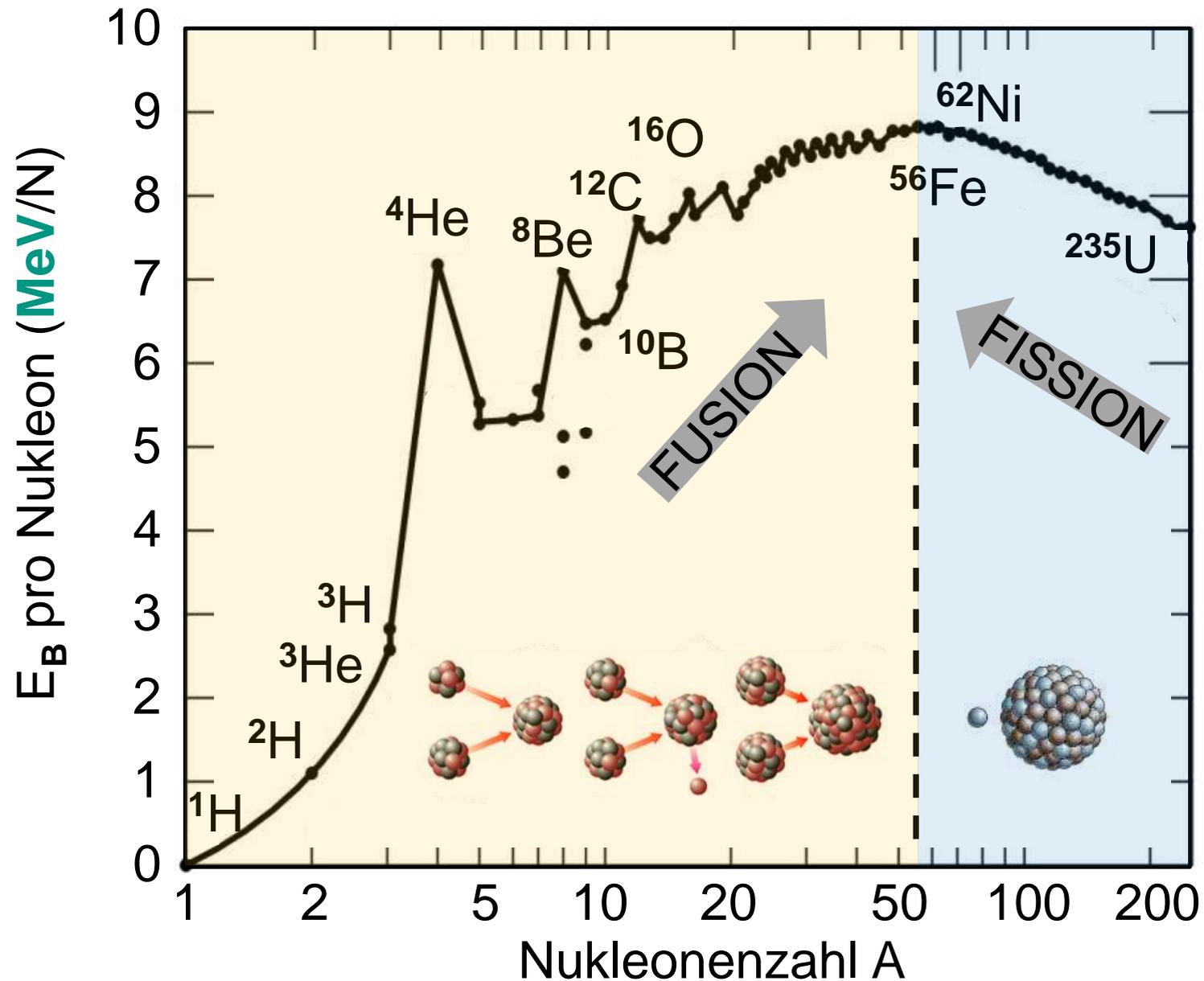


# Fusionsreaktionen

## - Fusionsreaktionen in Sternen & im Labor



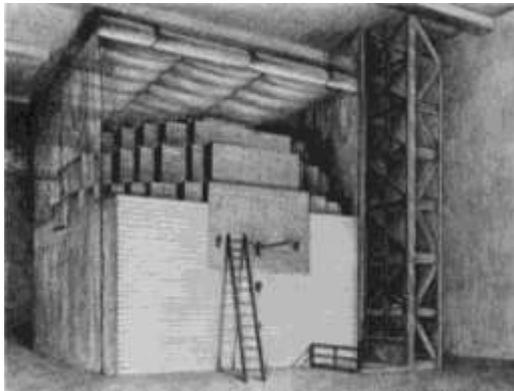
# 10.6 Kernspaltung und Kernfusion



# 1. Kernspaltung

## ■ Historische Übersicht Kernspaltung:

- 1938: O. Hahn & F. Straßmann entdecken die Kernspaltung
- 1939: L. Meitner & R.O. Frisch geben die erste korrekte Interpretation
- 1942: E. Fermi erzeugt in Chicago erste kontrollierte Kettenreaktion



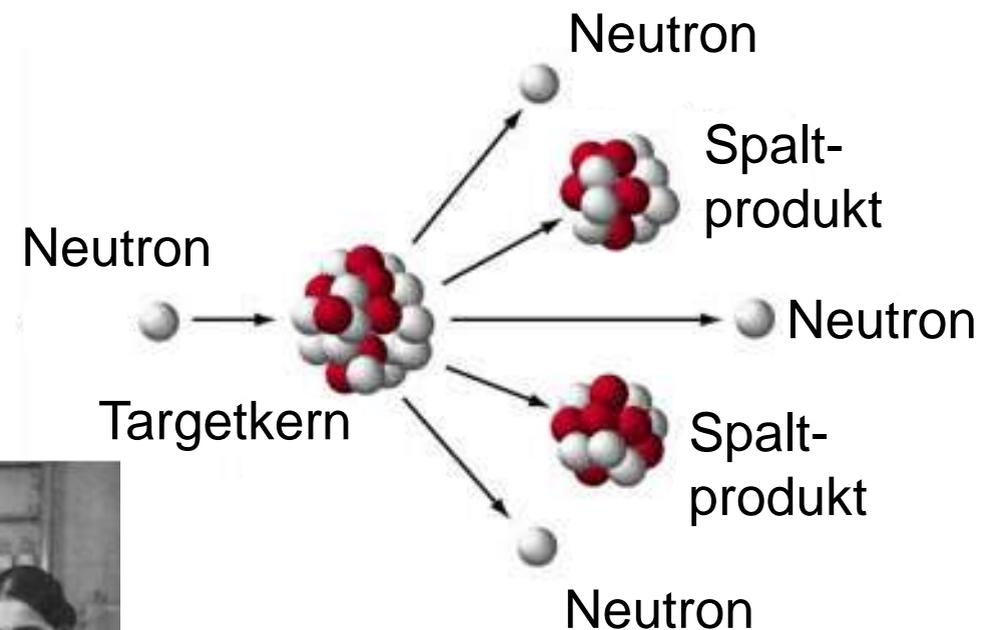
Chicago Pile-1 der erste Kernreaktor mit  $P = 200 \text{ W}$



Otto Hahn's Labortisch

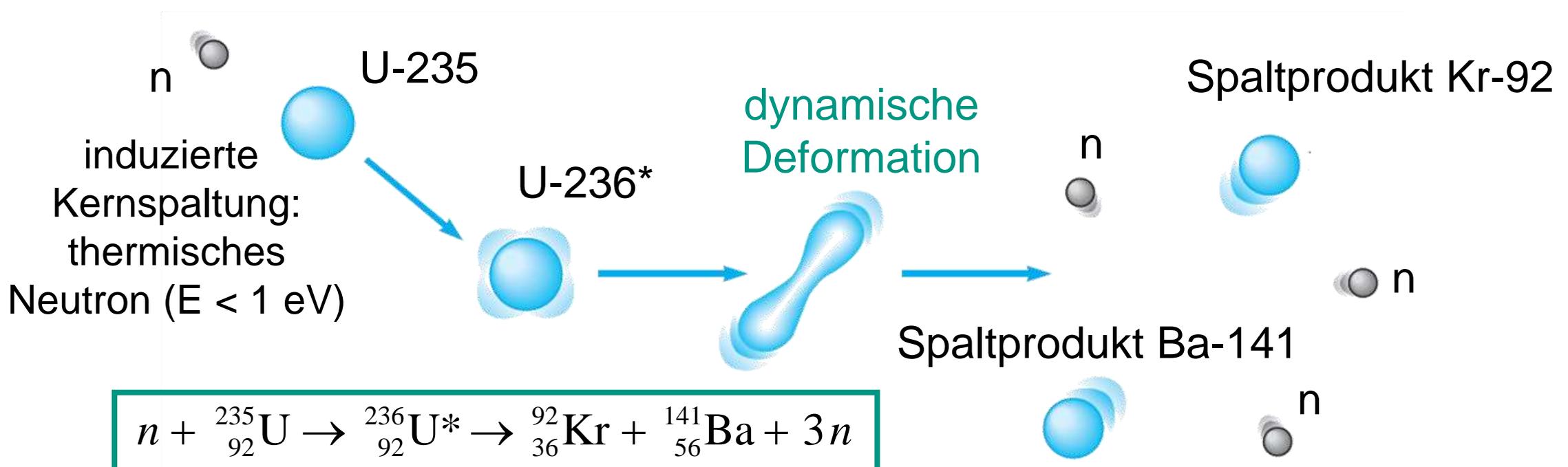


Otto Hahn (1879-1968)  
Nobelpreis 1944  
Lise Meitner (1878-1968)



# Kernspaltung - induziert

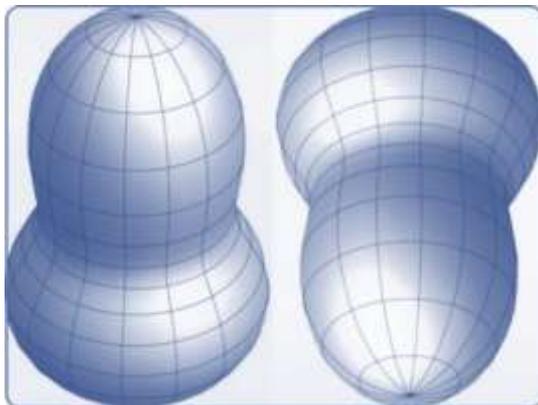
- Kernspaltung entsteht aufgrund einer „**dynamischen Instabilität**“ bei der Anregung eines schweren Kerns (hohes Z)
  - bei einem Spaltprozess wird eine Energiemenge von  $\Delta E \sim 200 \text{ MeV}$  freigesetzt (vgl. Bindungsenergie pro Nukleon  $B/A$  als Funktion der Massenzahl  $A$  für Uran mit  $A \sim 235$ )
  - **Kettenreaktion** erzeugt durch sekundäre Neutronen



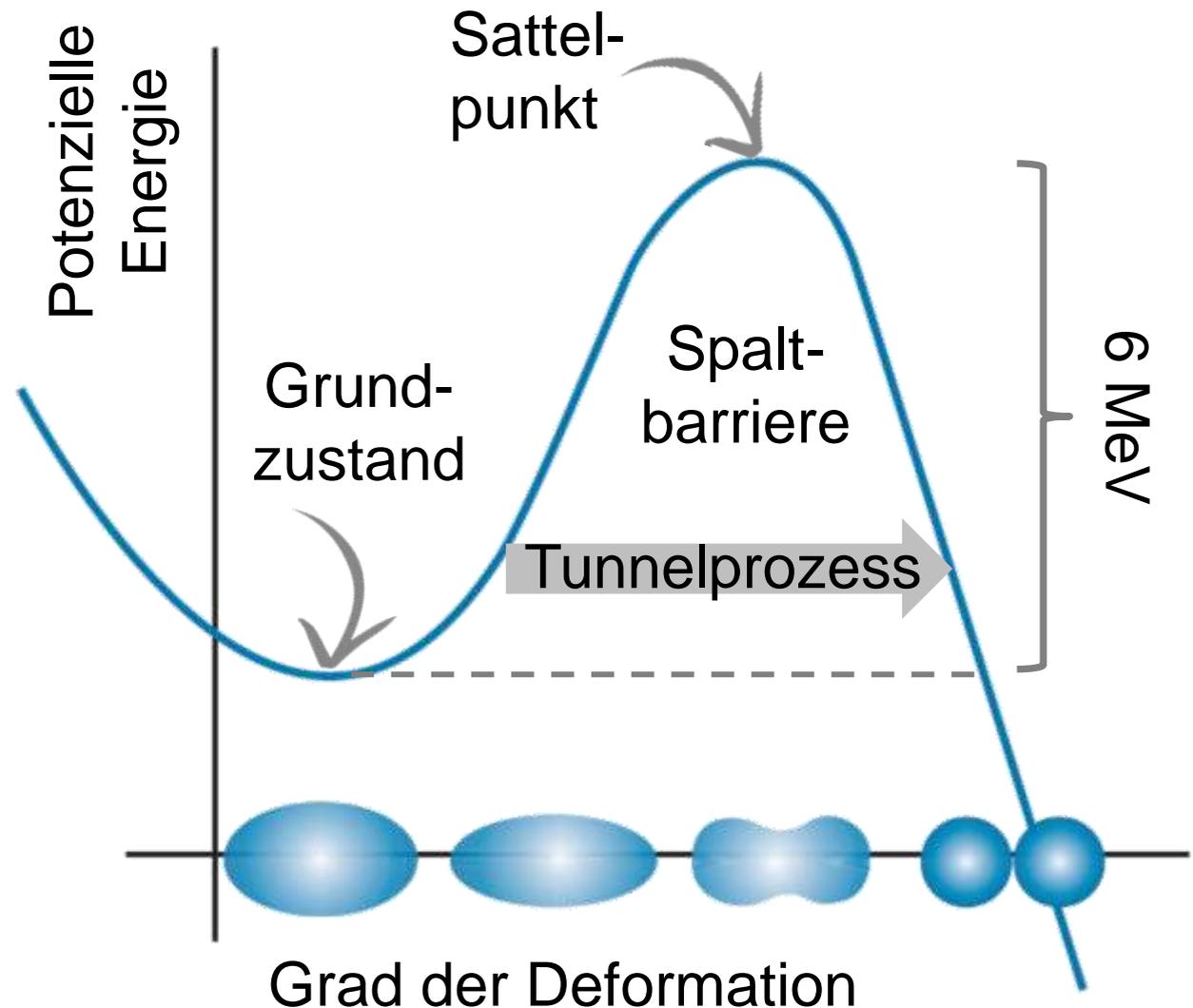
# Spaltprozess – spontane Spaltung

## ■ Stabilität eines schweren Kerns gegen spontane Spaltung

- **Deformation** ändert im Tröpfchenmodell Oberflächenenergie  $E_s$   
Coulomb-Energie  $E_c$



- dynamische **Deformation des Ausgangskerns (U-235, Pu-239)**



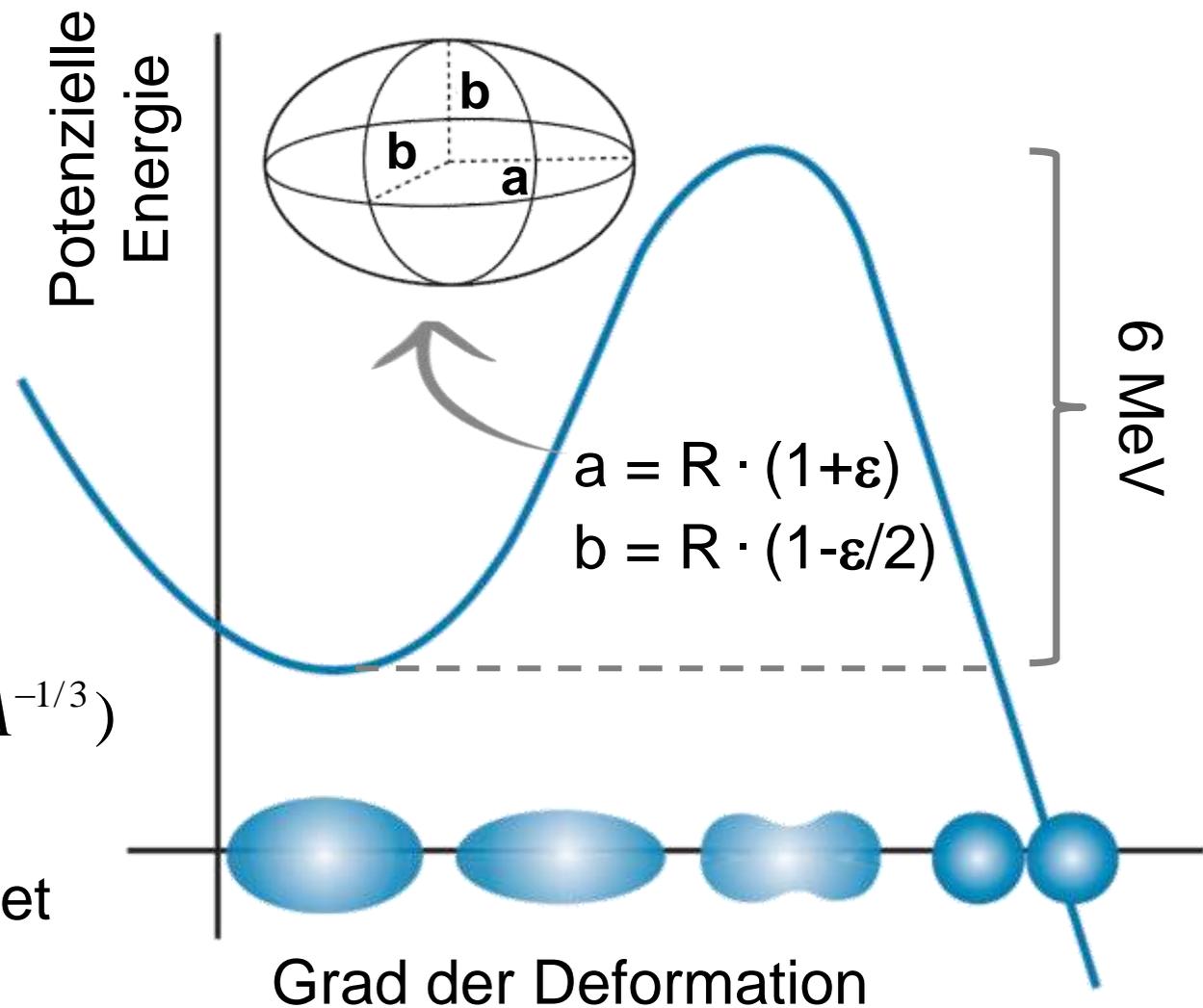
## ■ Stabilität eines schweren Kerns gegen spontane Spaltung

- Abnahme der **Coulomb-Energie**
- Zunahme der **Oberflächen-Energie**

- **Energiegewinn** bei Deformation:

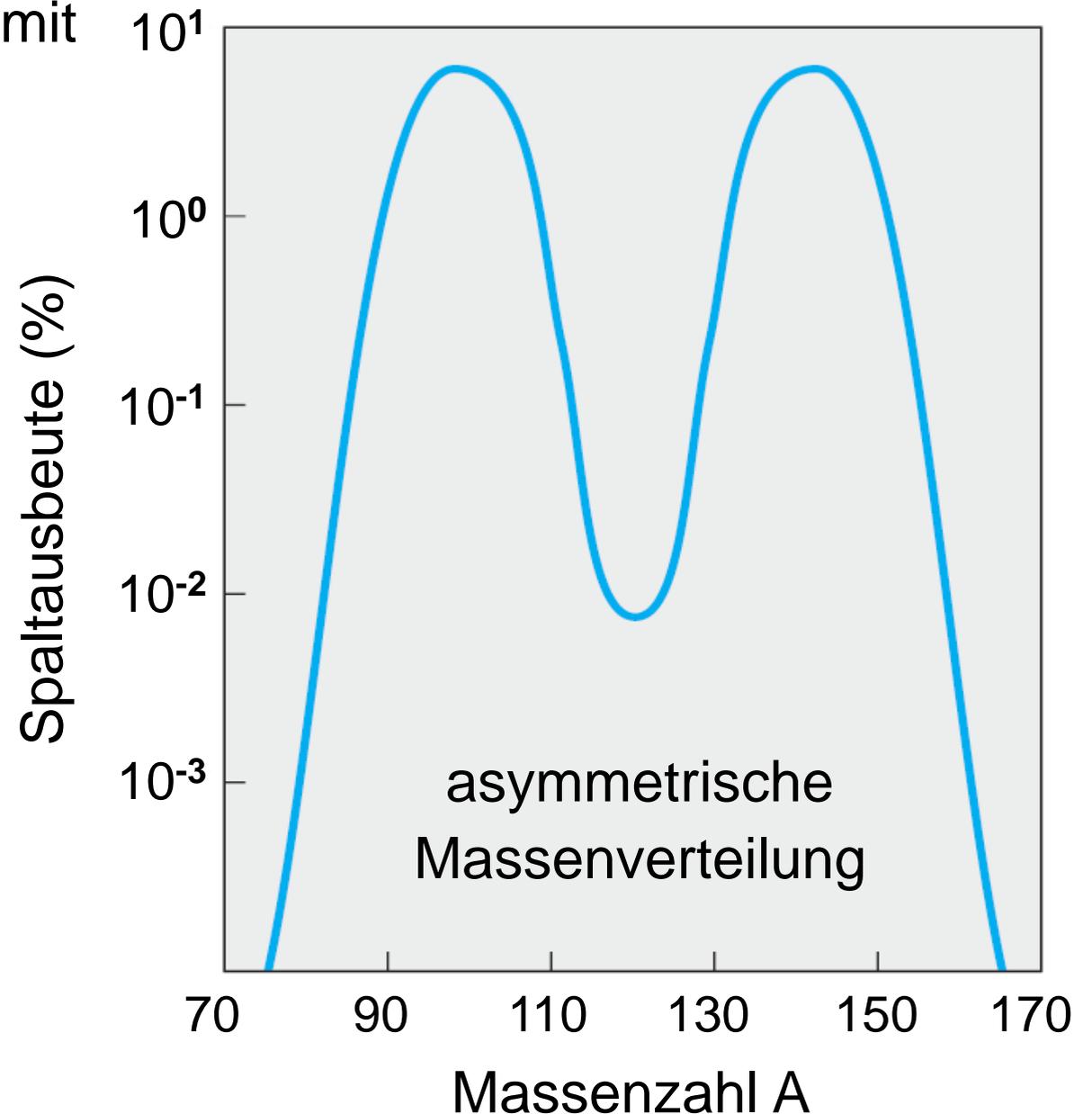
$$\Delta E = \frac{\varepsilon^2}{5} (2a_s \cdot A^{2/3} - a_c \cdot Z^2 \cdot A^{-1/3})$$

- Spaltbarriere  $\Delta E$  verschwindet bei  **$Z^2/A > 48$  ( $Z > 114$ )**



# Induzierte Kernspaltung

- **Induzierte Spaltung:** ug-Kerne mit ungerader Neutronenanzahl schwächer gebunden als die benachbarten gg-Kerne
  - nach **Absorption eines Neutrons** kann der angeregte gg-Kern in 2 Tochterkerne spalten
  - **asymmetrische Massenverteilung** der Spaltfragmente von U-235,
  - typische Massen der Spaltfragmente  $\sim 2 : 3$



# Spaltenergie & Kettenreaktionen

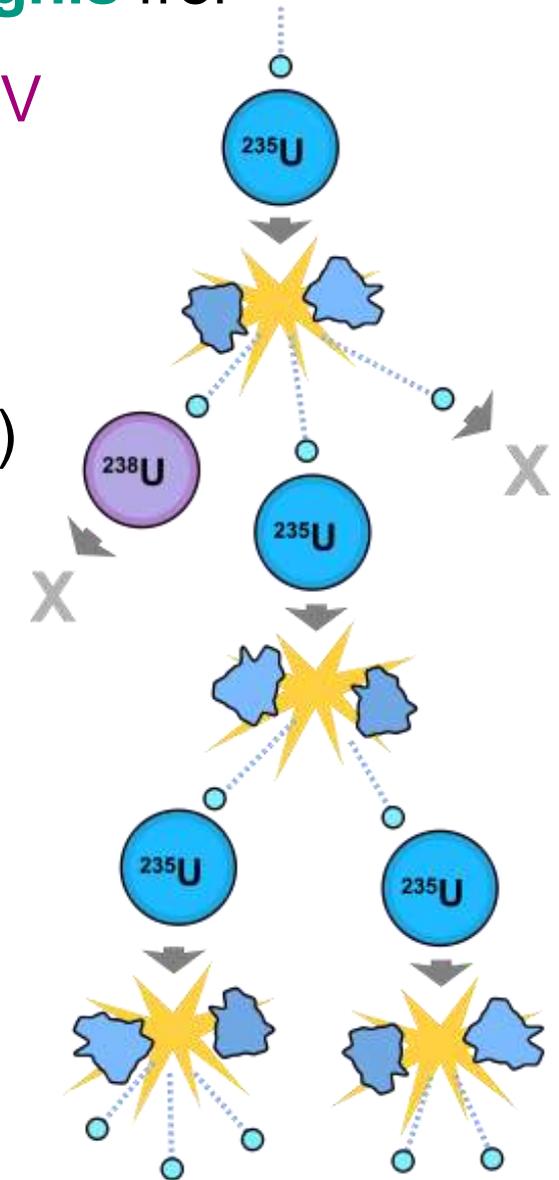
## ■ Kernspaltung von $^{235}\text{U}$ setzt $\Delta E \sim 200 \text{ MeV}$ / Spaltereignis frei

- kinetische Energie Spaltfragmente  $E_{\text{kin}} \sim 160 \text{ MeV}$
- restliche Energie in Neutronen, Gammas, Elektronen, Neutrinos
- emittierte Neutronen (Energien bis zu einige MeV) können durch andere  $^{235}\text{U}$  Kerne wieder eingefangen werden (**Kettenreaktion**)
- Wirkungsquerschnitt für Einfang von thermischen Neutronen:  $\sigma \sim 600 \text{ b}$

## ■ Effizienz

$$\eta = (\# \text{ Spaltneutronen}) / (\# \text{ absorbierte Neutronen})$$

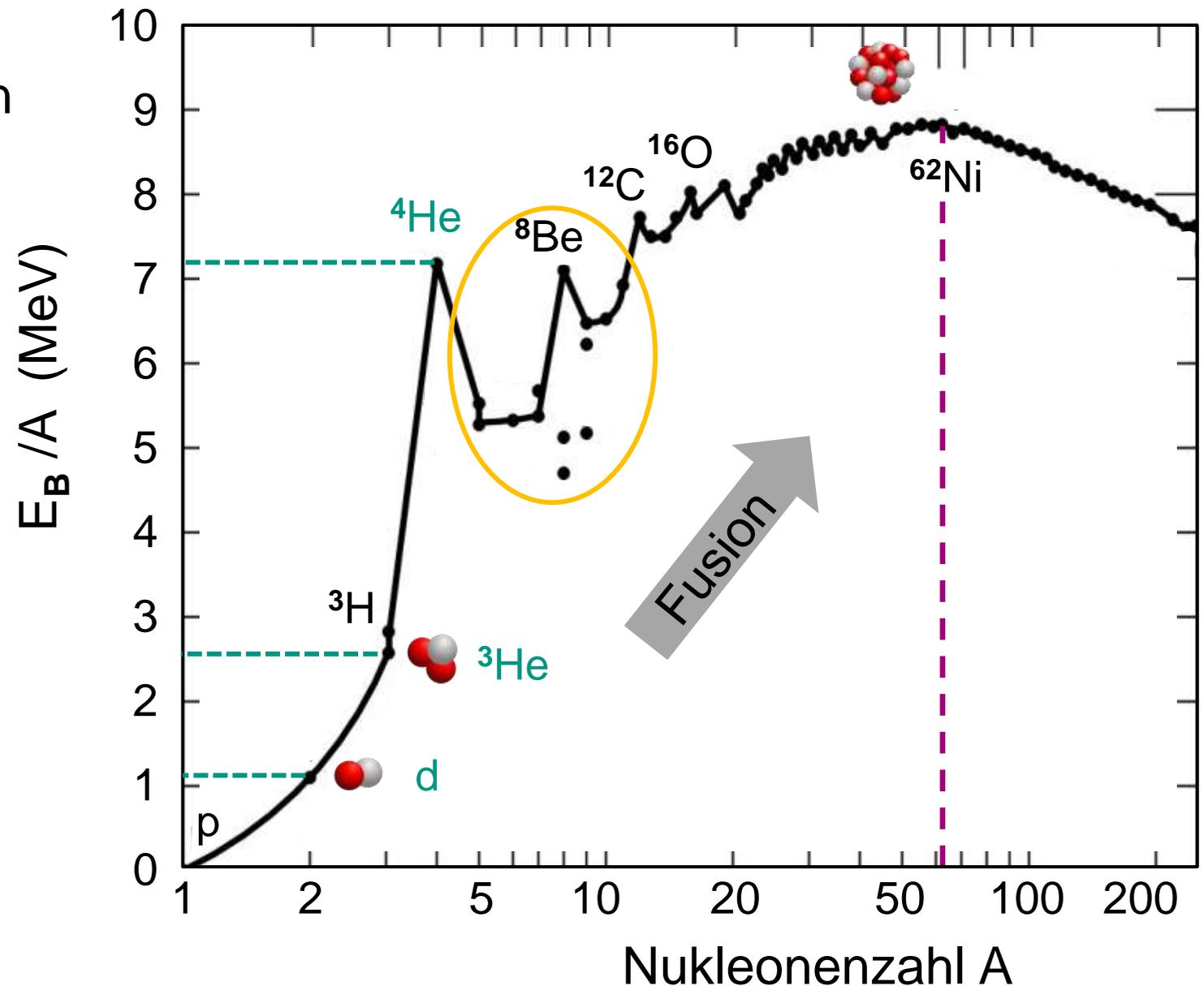
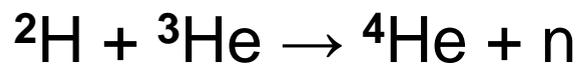
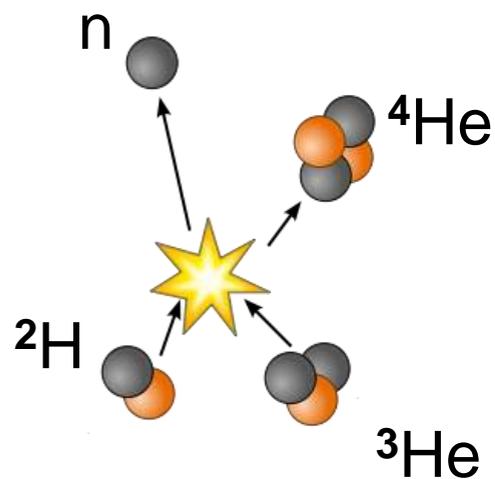
↪  $\eta > 1$ : divergierende Reaktion (nur bei  $^{235}\text{U}$ )



# 2. Fusion leichter Elemente

■ **Fusion leichter Elemente** wird ermöglicht durch das Anwachsen der Bindungsenergie bei fusionierten Kern

- $E_B/A$  maximal bei Ni-62
- $A = 5 \dots A = 11$  Region



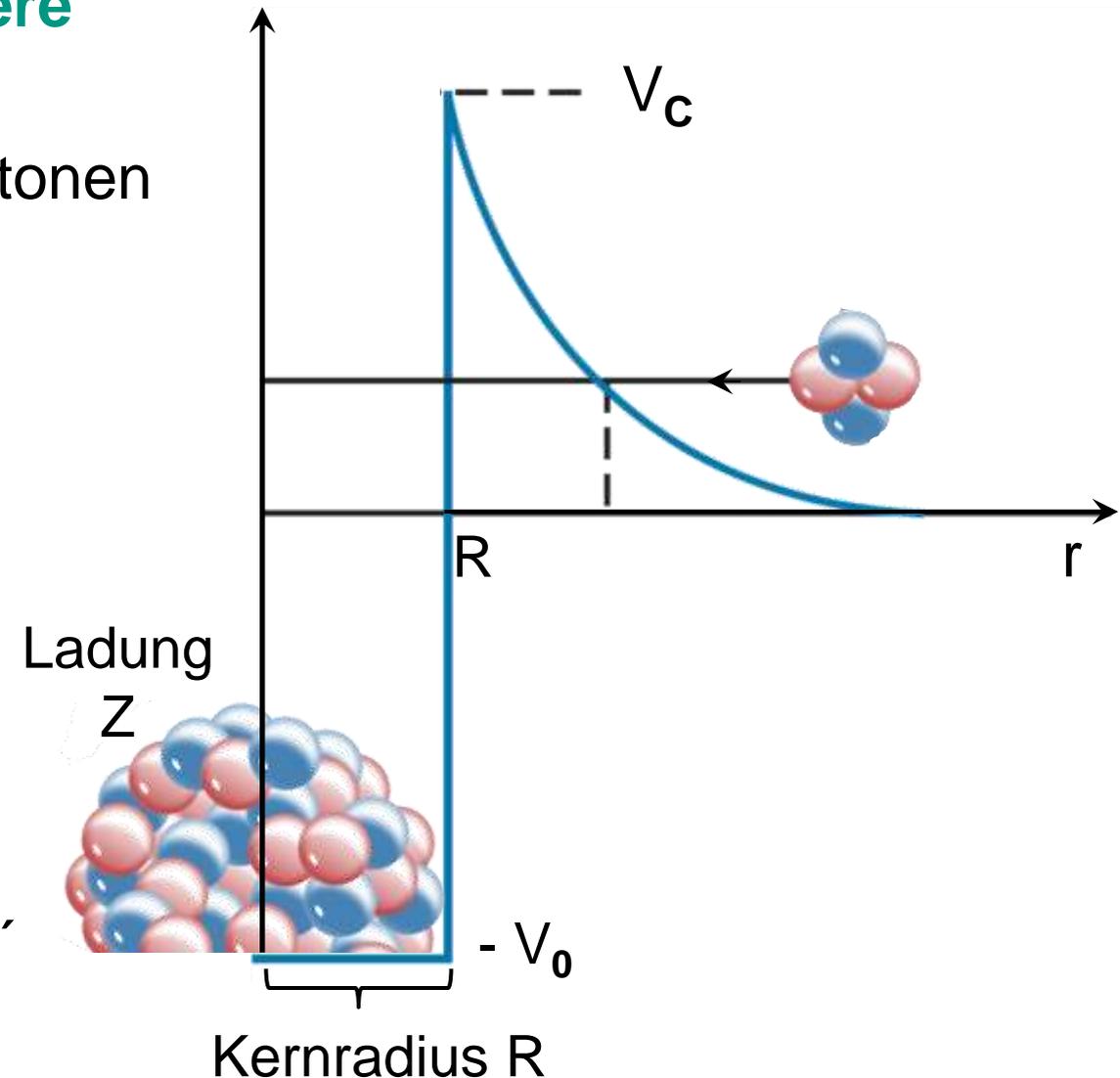
## ■ Kernfusion: Coulomb-BARRIEREN und Tunneleffekt

- Überwinden der **Coulomb-BARRIERE** erfordert hohe kinetische Energie der fusionierenden Kerne, da die Protonen ein stark **repulsives Coulomb-Potenzial  $V_C$**  erzeugen:

$$V_C = \frac{Z \cdot Z' \cdot e^2}{R + R'}$$

Kern mit Radius  $R$ , Ladung  $Z$

Projektil mit Radius  $R'$ , Ladung  $Z'$

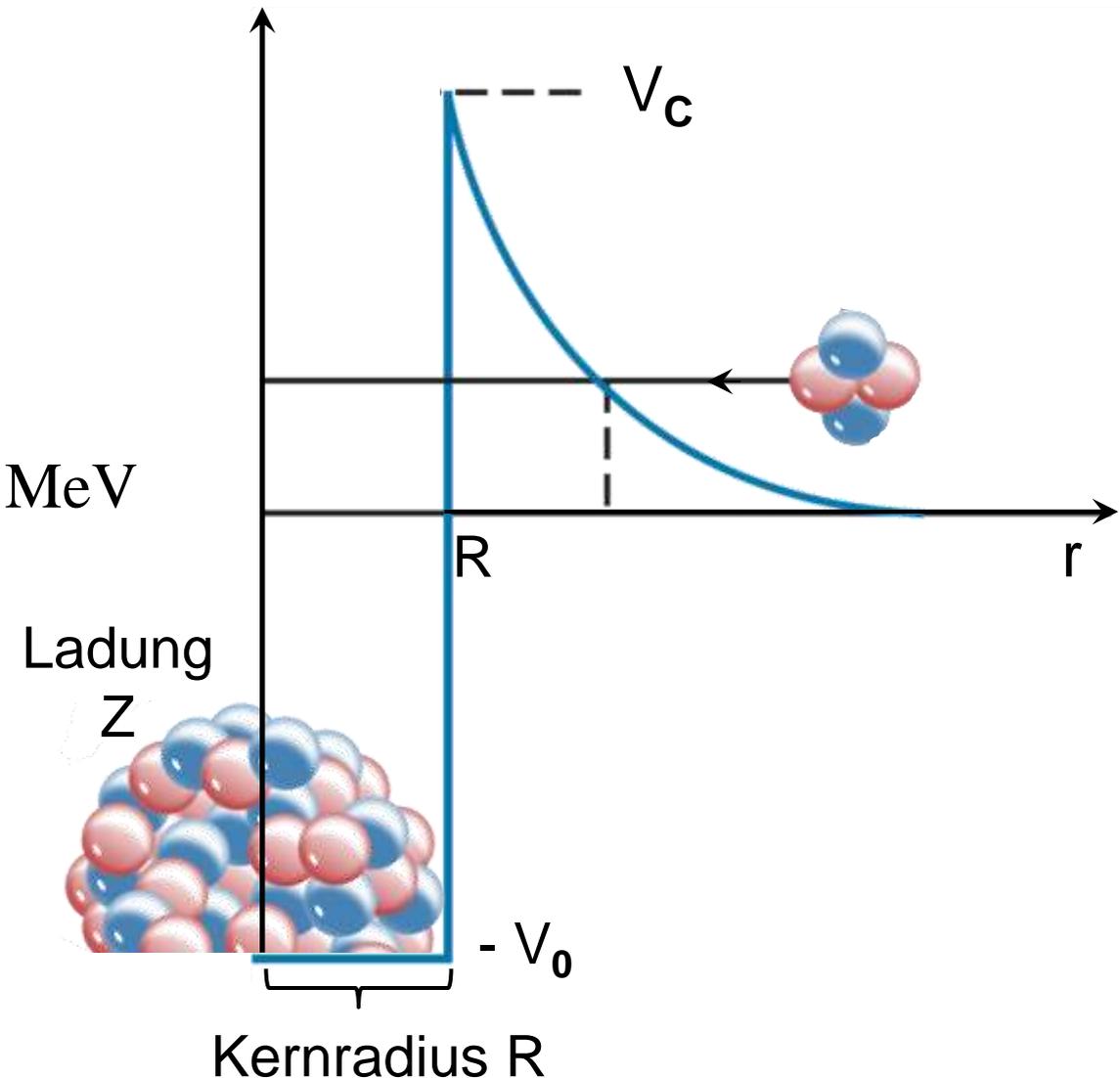


## ■ Kernfusion: Coulomb-BARRIEREN und Tunneleffekt

- Abschätzung der Coulomb-BARRIERE beim Kontakt von zwei identischen Kernen mit  $A = 8$  und  $Z = 4$

$$V_C = \frac{1}{137} \cdot \frac{197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{2,4 \text{ fm}} \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} \approx 4,8 \text{ MeV}$$

$$V_C = \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \frac{\hbar c \cdot Z^2}{1,2 \cdot (A^{1/3} + A^{1/3}) \text{ fm}}$$



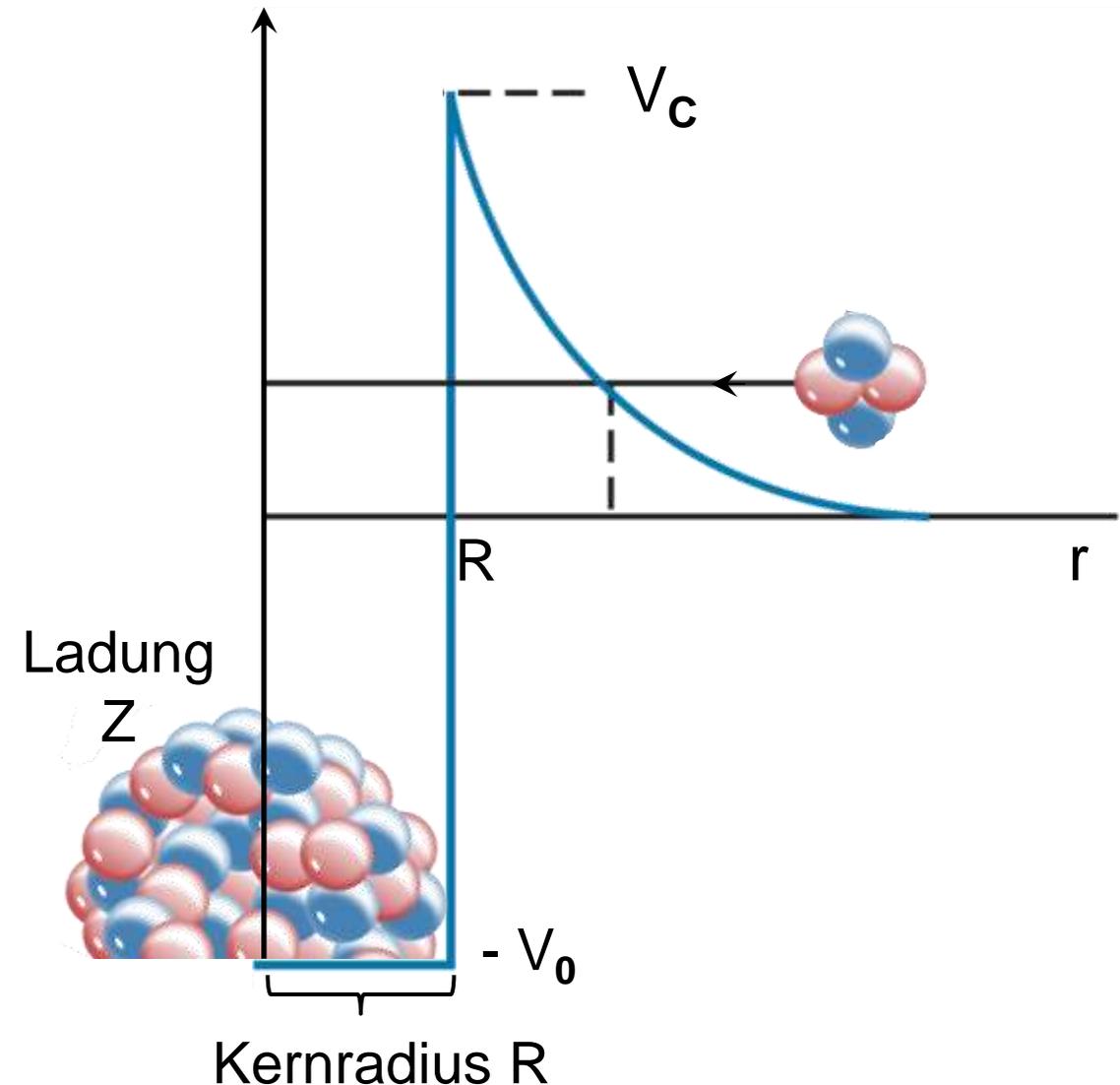
## ■ Kernfusion: Coulomb-BARRIEREN und Tunneleffekt

- klassische Abschätzung der erforderlichen **Temperatur T** im Innern von Sternen

jeweils  $E_{\text{kin}} = 2,4 \text{ MeV}$   
 $\Rightarrow T = 5,6 \cdot 10^{10} \text{ K}$

- „Beobachtung“ (Modellierung)

$\langle E_{\text{kin}} \rangle = 1 - 10 \text{ keV}$   
 $\Rightarrow T = 10^7 \dots 10^8 \text{ K}$



## ■ Kernfusion: Coulomb-Barrieren und **Tunneleffekt**

- Transmissionskoeffizient für quantenmechanisches Tunneln:

$$T \sim e^{-G(E)}$$

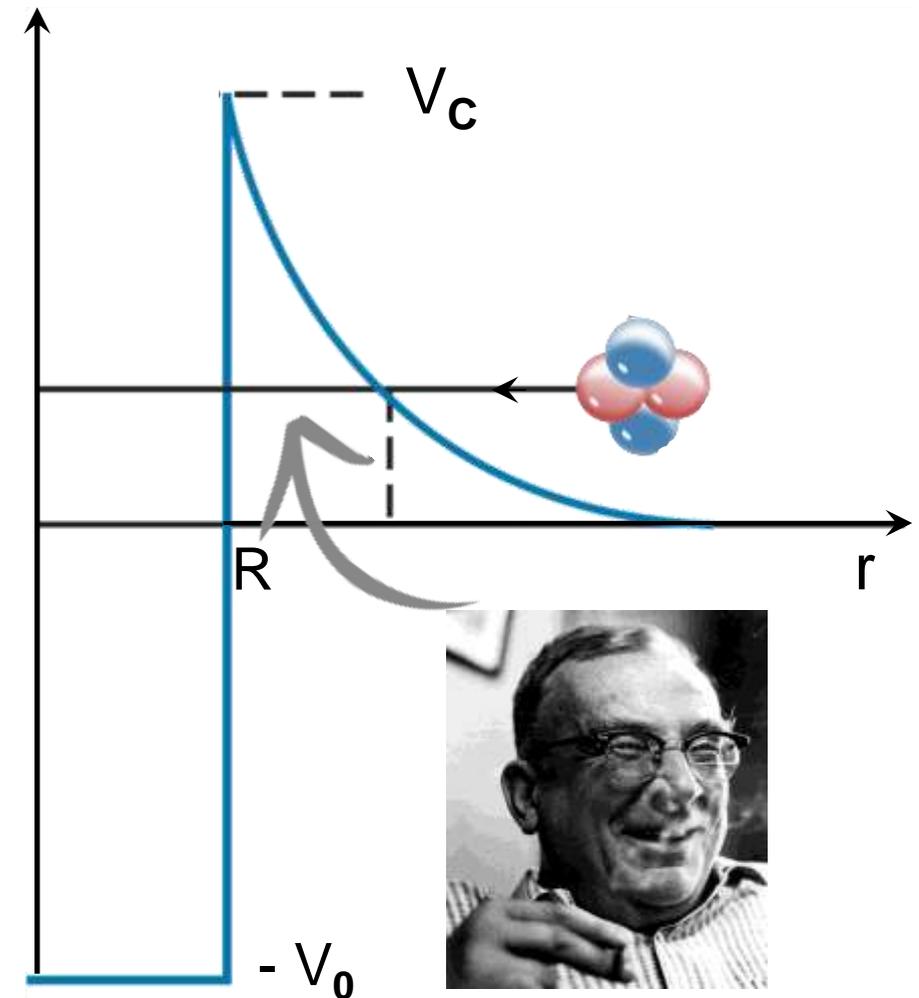
**Gamow-Faktor G**

$$G(E) = \sqrt{\frac{2m \cdot c^2 \cdot (\pi \cdot \alpha \cdot Z_1 \cdot Z_2)^2}{E_{kin}}} = \sqrt{\frac{E_G}{E_{kin}}}$$

$m$  = reduzierte Kern-Masse

$E_{kin}$  = kinetische Energie Projektil

$\alpha$  = Feinstrukturkonstante



George Gamow

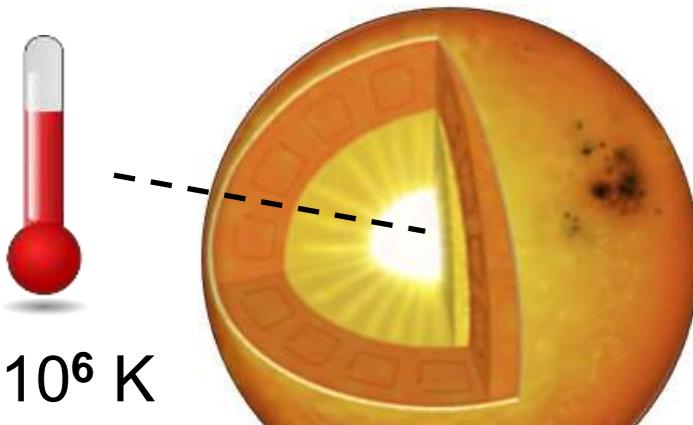
## ■ Kernfusion: Coulomb-Barrieren und Tunneleffekt

- **Proton-Proton-Fusion** im Innern der Sonne:

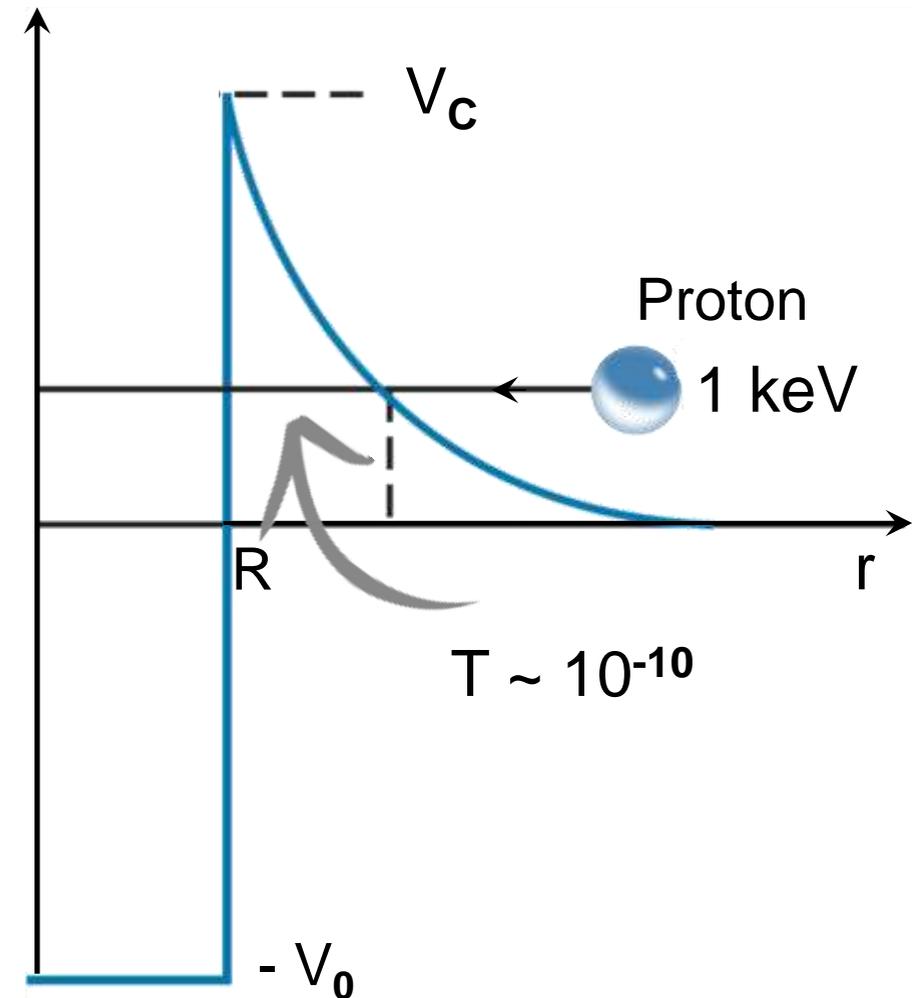
Protonenenergie im Sonnenzentrum  
 $\langle E \rangle \sim kT = 1 \text{ keV}$

- $T \sim e^{-22} \sim 10^{-10}$

extrem kleine Transmissions-  
 Wahrscheinlichkeit !



$$T = 15 \cdot 10^6 \text{ K}$$

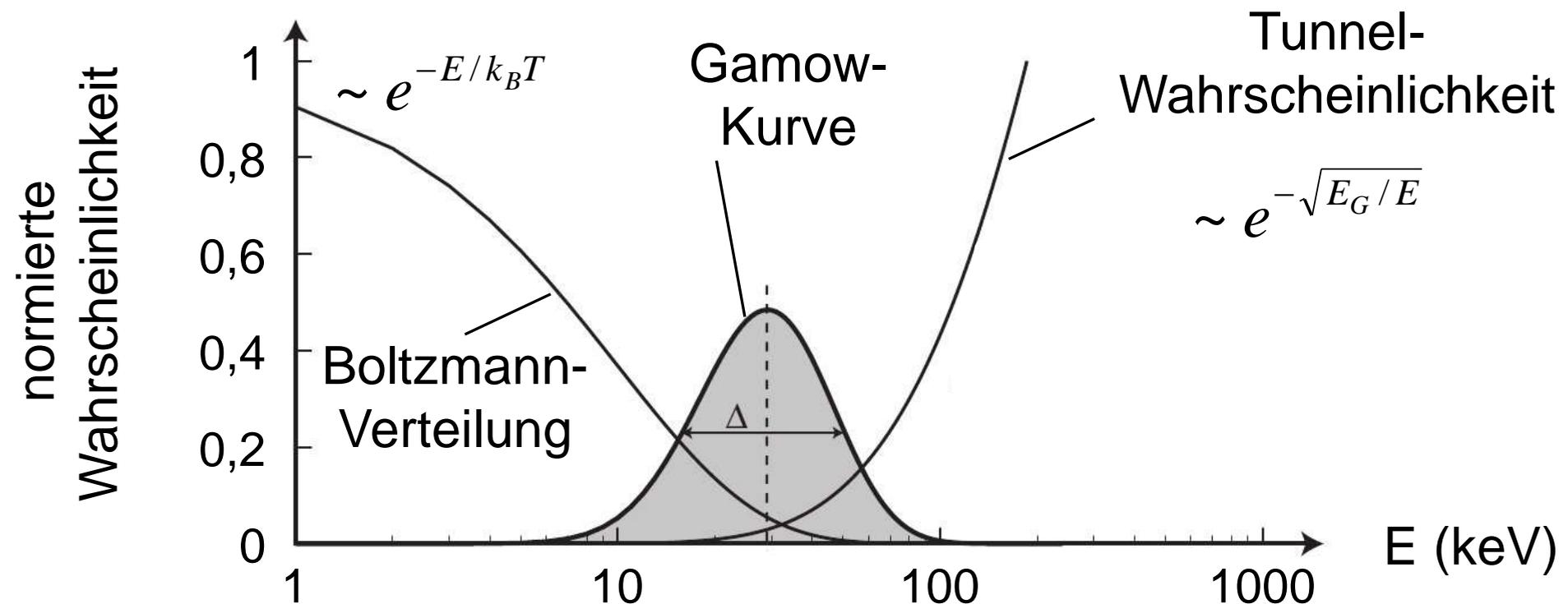


## ■ Kernfusion: Coulomb-BARRIEREN und **Tunneleffekt**

- Fusionsprozesse charakterisiert durch **Gamow-Kurve**:

Faltung aus **Boltzmann-Verteilung** mit **Tunnelwahrscheinlichkeit**

$$\sim e^{-E/k_B T} \quad \otimes \quad \sim e^{-\sqrt{E_G/E}}$$



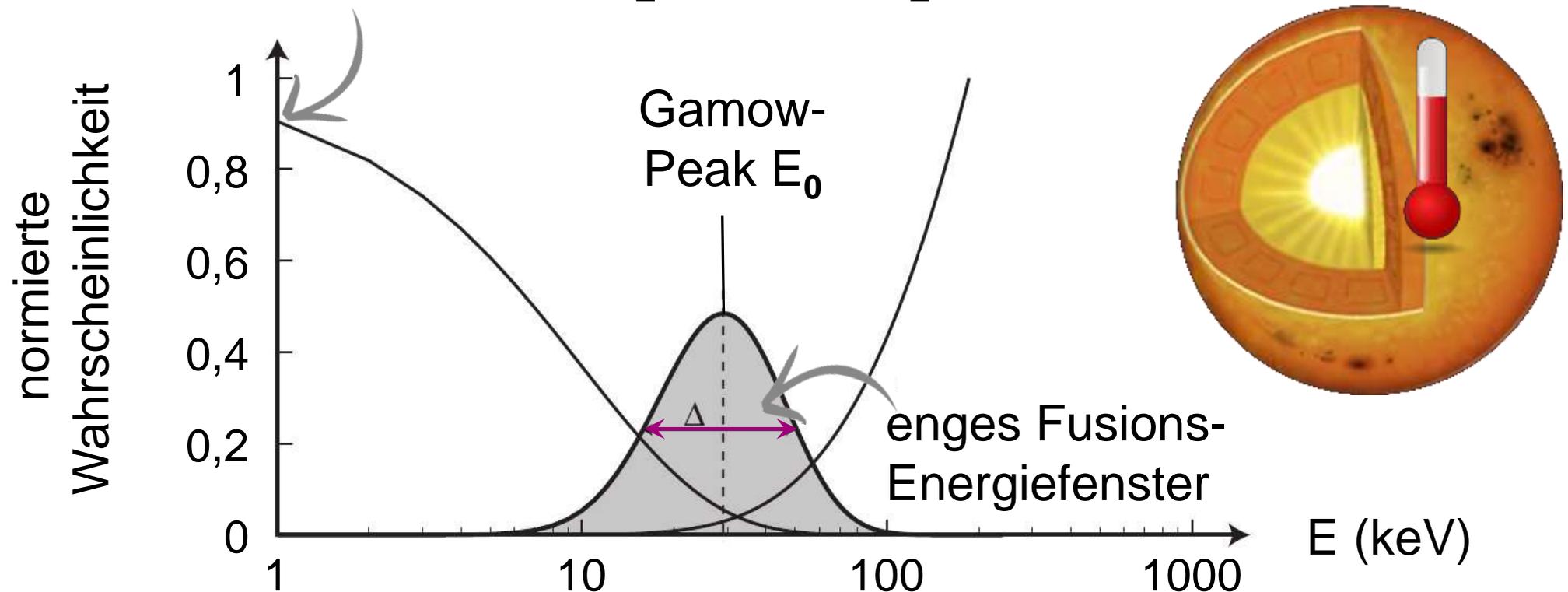
## ■ Kernfusion: Coulomb-Barrieren und **Tunneleffekt**

- Fusionsprozesse charakterisiert durch **Gamow-Peak**:

in der Sonne bei  
 $E = kT \sim 1 \text{ keV}$

$$E_0 = \left[ \frac{1}{4} E_G \cdot (kT)^2 \right]^{1/3}$$

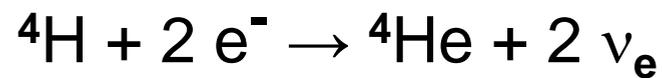
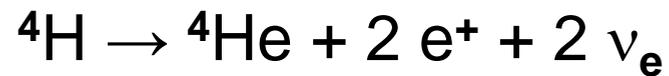
$E_0 = 7,2 \text{ keV}$   
 $\Delta = 8,2 \text{ keV}$



# Kernfusion in der Sonne

## ■ Kernfusion im Zentrum der Sonne

- Hauptenergiequelle: **pp-Fusionskette** hin zu He-4 bei  $T = 15 \cdot 10^6 \text{ K}$   
Energiegewinn pro Kette:  $\Delta E = +26,2 \text{ MeV}$



- Energietransport innen:  
**radiativ**  
(lokales Strahlungsgleichgewicht)
- Energietransport außen:  
**konvektiv**

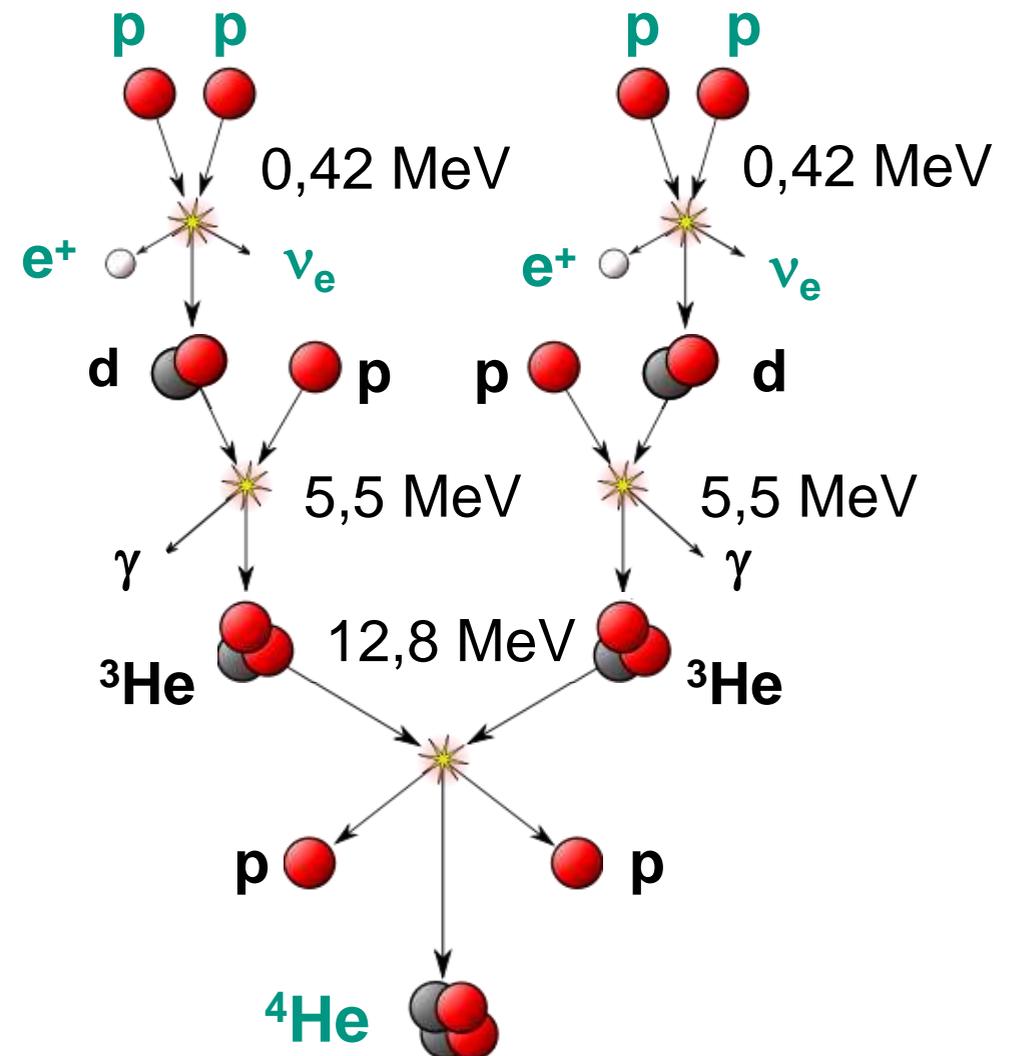


Hans Bethe  
Nobelpreis 1967

# Kernfusion in der Sonne: pp-zyklus

## ■ pp-Fusionszyklus in der Sonne

- **Schritt 1:** zwei Protonen fusionieren zu Deuterium durch Reaktion der schwachen Wechselwirkung (pro p nach  $\sim 5 \cdot 10^9$  Jahren!)
- **Schritt 2:** Deuterium fusioniert nach 1,4 s mit Proton zu He-3 Kern, hohe Energiefreisetzung
- **Schritt 3:** zwei He-3 Kerne gehen über in He-4 & 2 Protonen, nach  $\sim 10^6$  Jahren (pp-I Kette beendet die Fusion)



# Kernfusion in Sternen – CNO Zyklus

■ Kernfusion im Innern der Sonne : nur zu 1,6% über den CNO-Zyklus

- wichtige Fusionsquelle für schwere Sterne ( $T > 2-3 \times 10^7$  K)

C, N, O dienen katalytisch

- **Bethe-Weizsäcker-Zyklus**



Hans Bethe

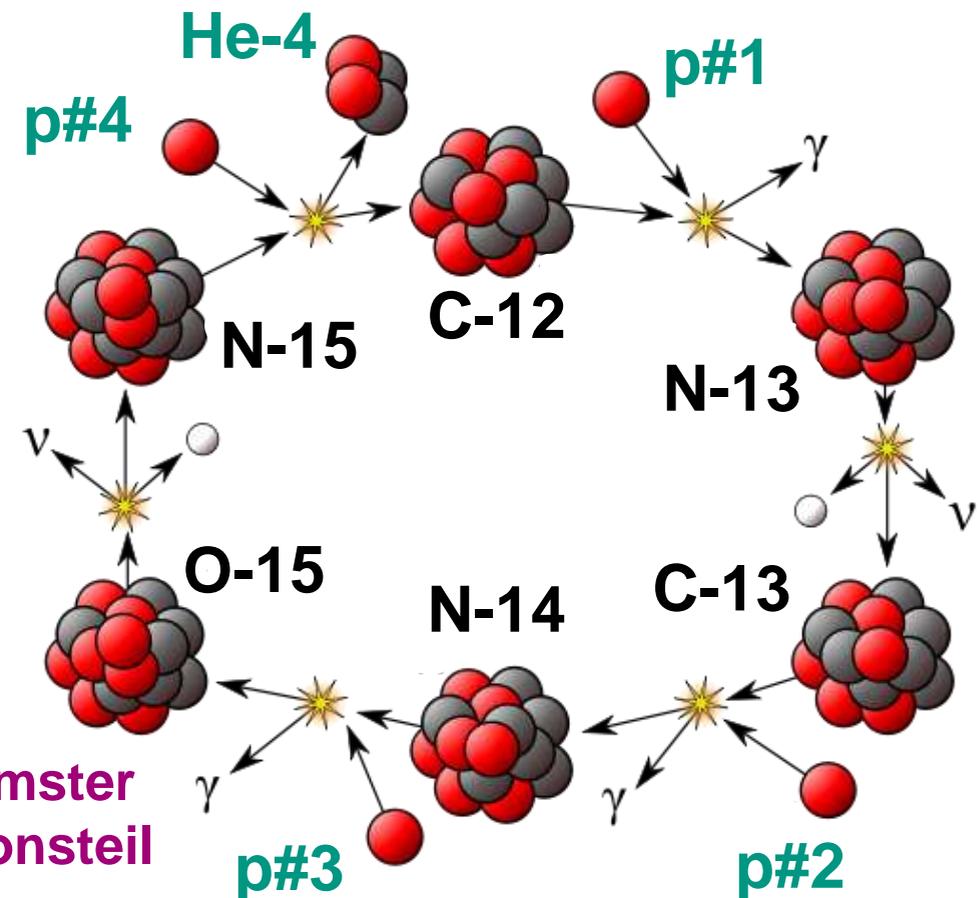


C.F. von Weizsäcker

- Energieerzeugung via CNO  
& Kerntemperatur T:

$$\Delta E \sim T^{18}$$

langsamster  
Reaktionsteil



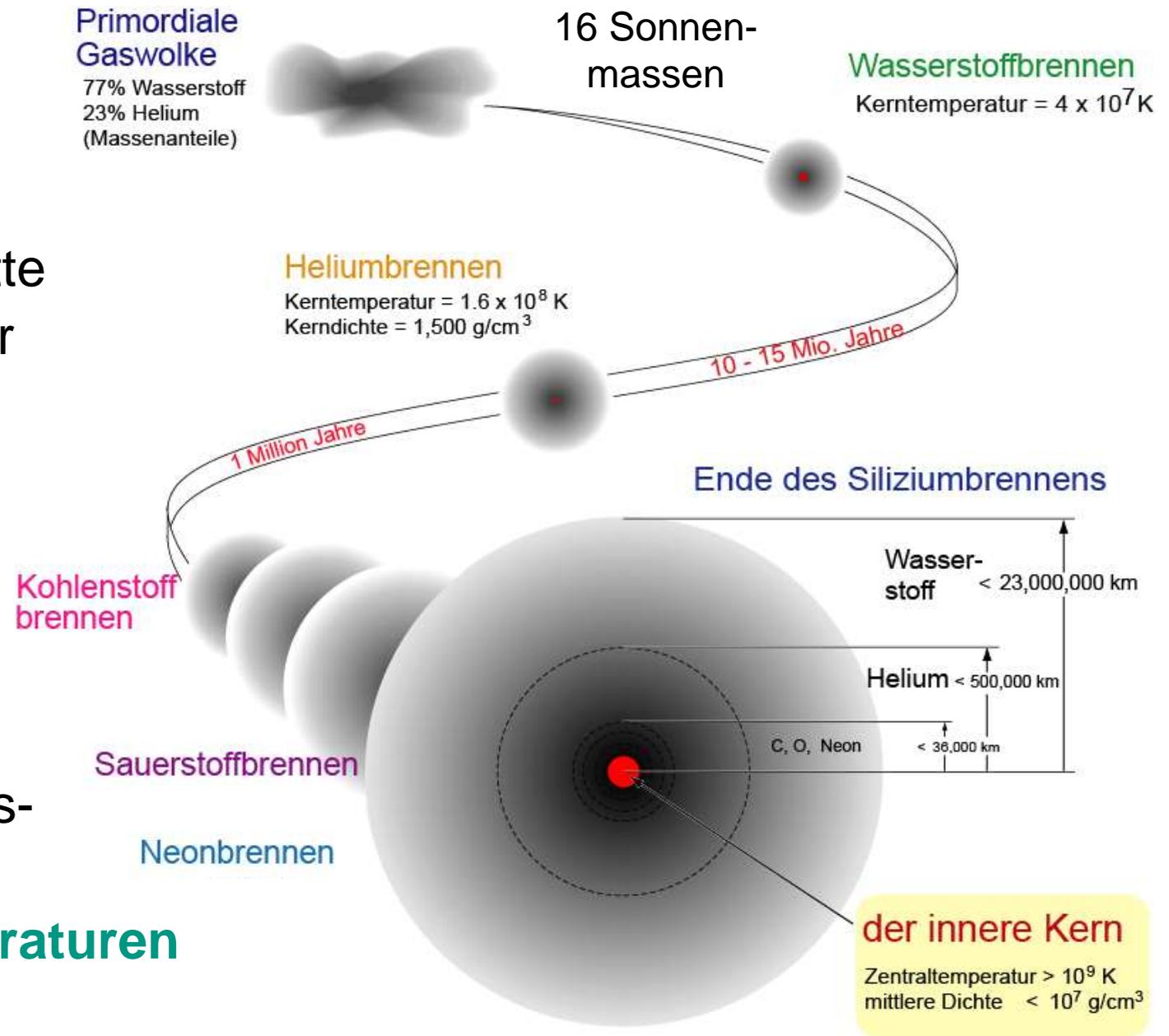
# Elementsynthese in massereichen Sternen

## ■ Kernfusionsreaktionen in massereichen Sternen

- sukzessive Fusionschritte bis zu den Elementen der  $^{56}\text{Fe}$ -Gruppe

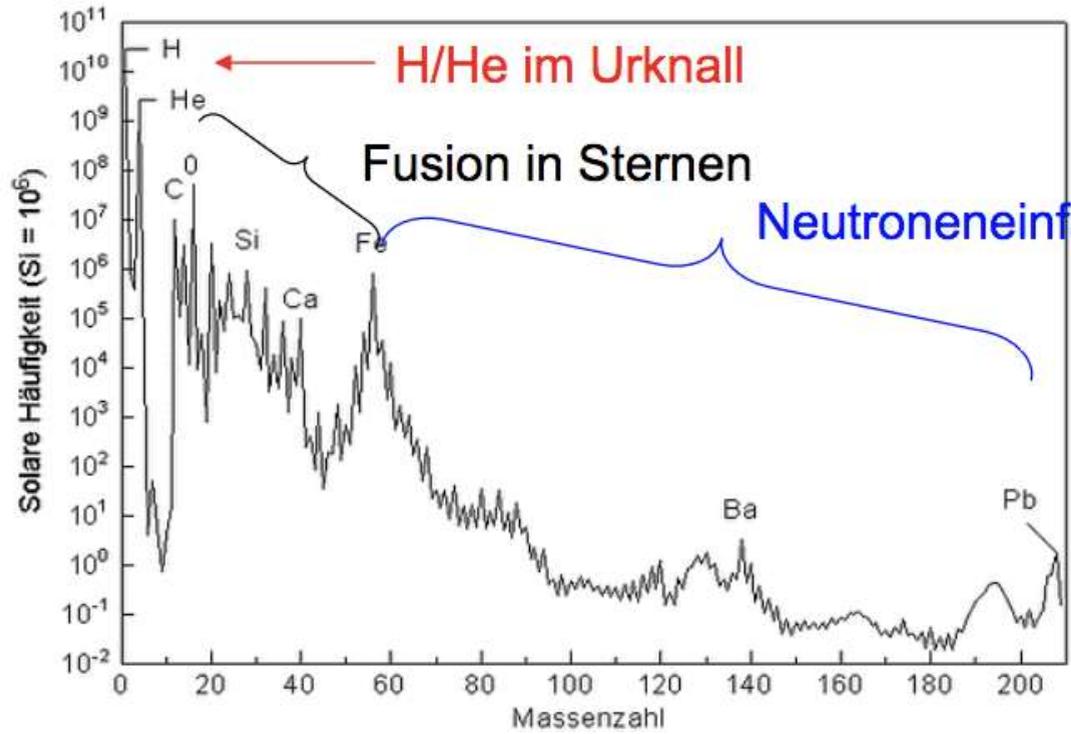
- stark ansteigende Coulomb-Barrieren der Kerne bis  $^{56}\text{Fe}$

- fortschreitende Reaktionsschritte erfolgen mit **höheren Zentral-Temperaturen**  
 $T = 10^7 \text{ K} \rightarrow T > 10^9 \text{ K}$



# Nukleosynthese schwerer Elemente ( $A > 56$ )

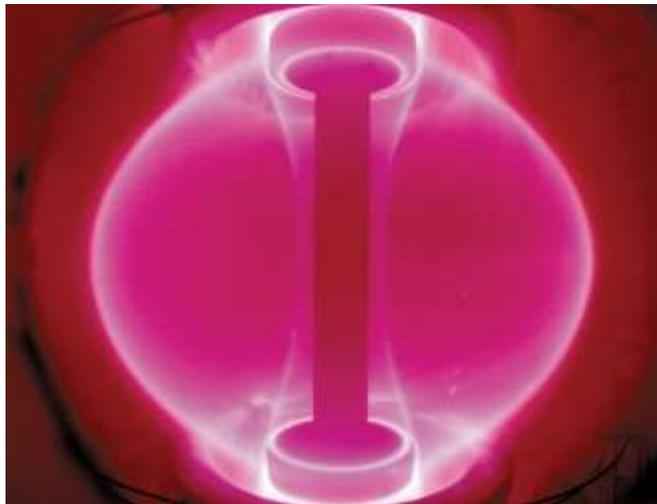
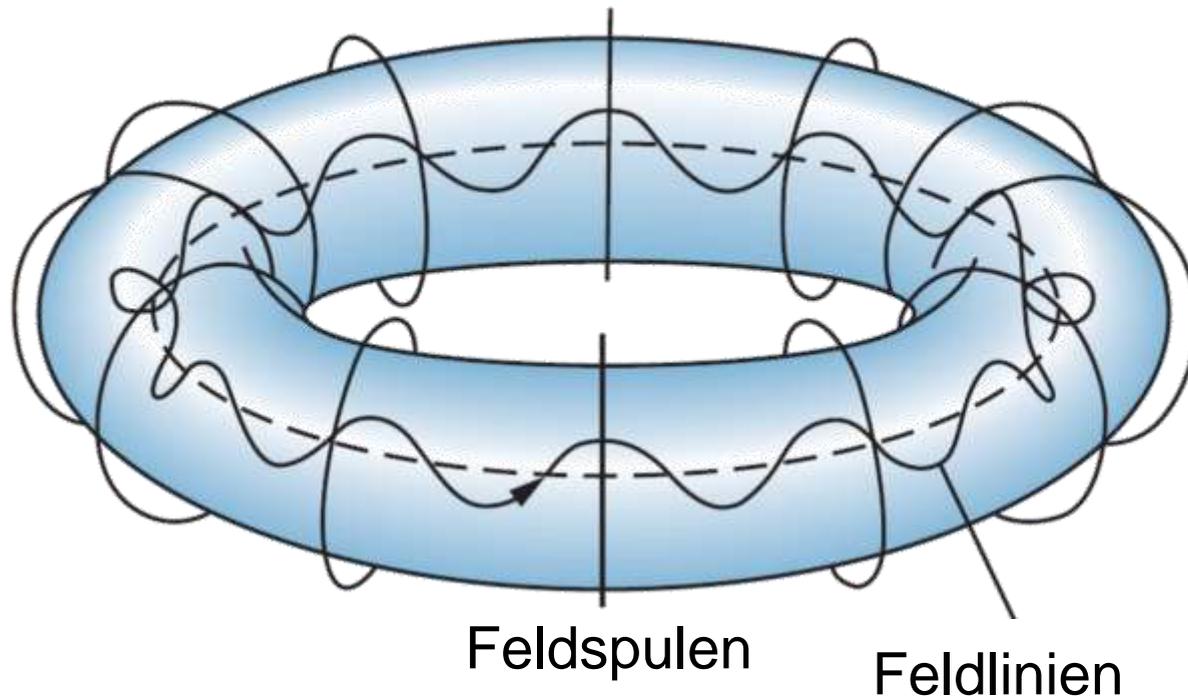
- Entstehung schwerer Elemente nicht durch Fusion



Isotopenhäufigkeit im Sonnensystem relativ zur Häufigkeit von Si die auf  $10^6$  festgelegt ist.

- Entstehung schwerer Element durch Neutroneneinfangreaktionen:  
Saatkern fängt Neutronen ein, bis radioaktives Isotop entsteht  
→ durch  $\beta$  Zerfall entsteht ein neues Element  
  
Neutroneneinfang und  $\beta$  Zerfall wiederholen sich so dass sich sukzessive immer schwere Elemente bilden.

Aus einer Vorlesung von U. Uwer, Uni Hd.



- **Fusionsexperimente** basieren auf der Fusion der Kerne Deuterium ( $^2\text{H}$ ) & Tritium ( $^3\text{H}$ )



- Fusion von  $^2\text{H}$  und  $^3\text{H}$  hat den höchsten Wirkungsquerschnitt  
Arbeitspunkt  $kT \sim 20 \text{ keV}$   
 $T \sim 3 \cdot 10^8 \text{ K}$   
⇒ heißes **Fusionsplasma**