

Atome, Kerne & Moleküle

Sommersemester 2024

Vorlesung # 22, 11.07.24

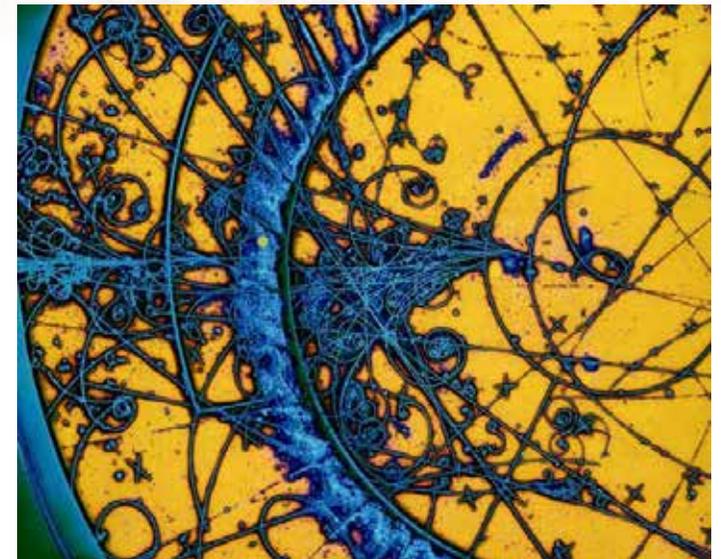


Thomas Müller, Institut für Experimentelle Teilchenphysik, Fakultät für Physik

11. Instabile Kerne

11.1 Radioaktive Zerfallsprozesse

11.2 α -Zerfall

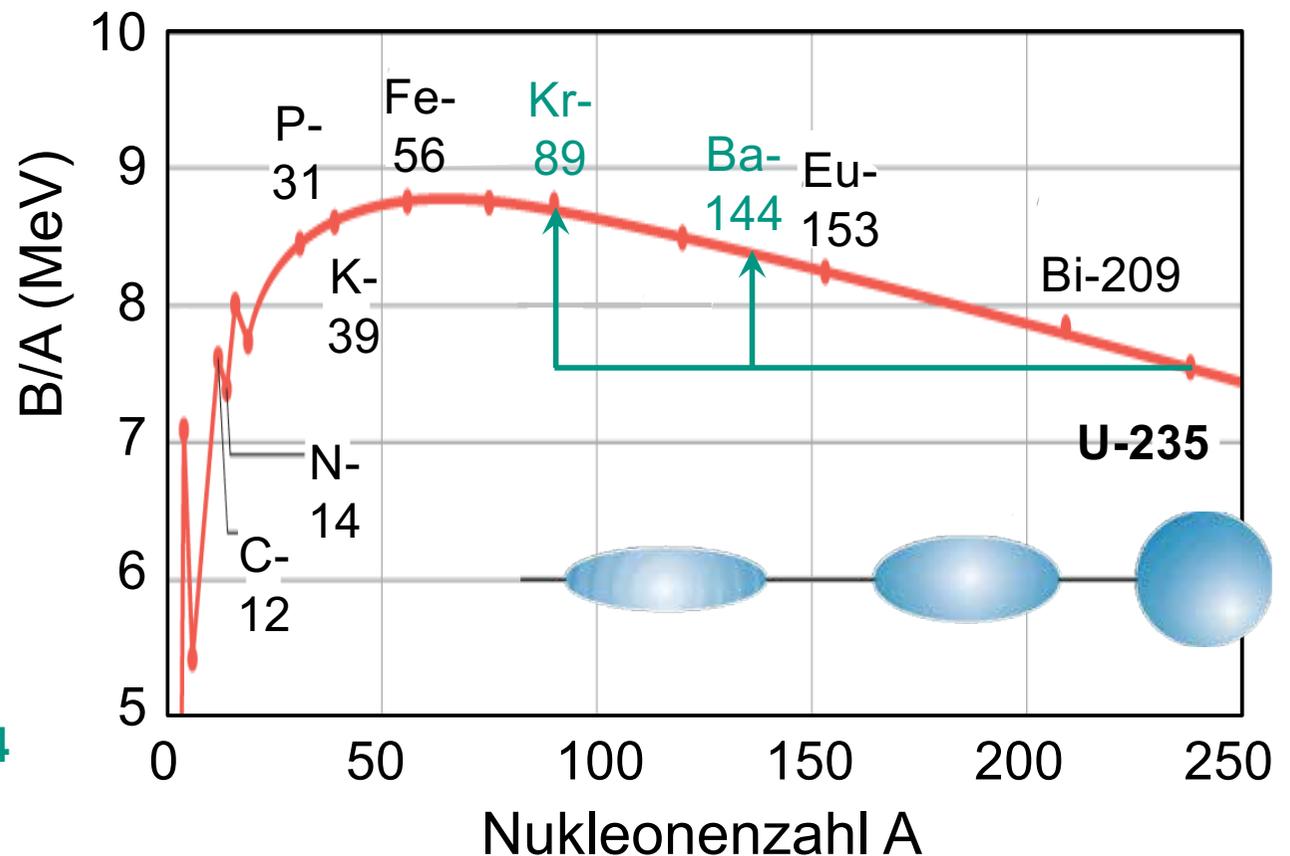
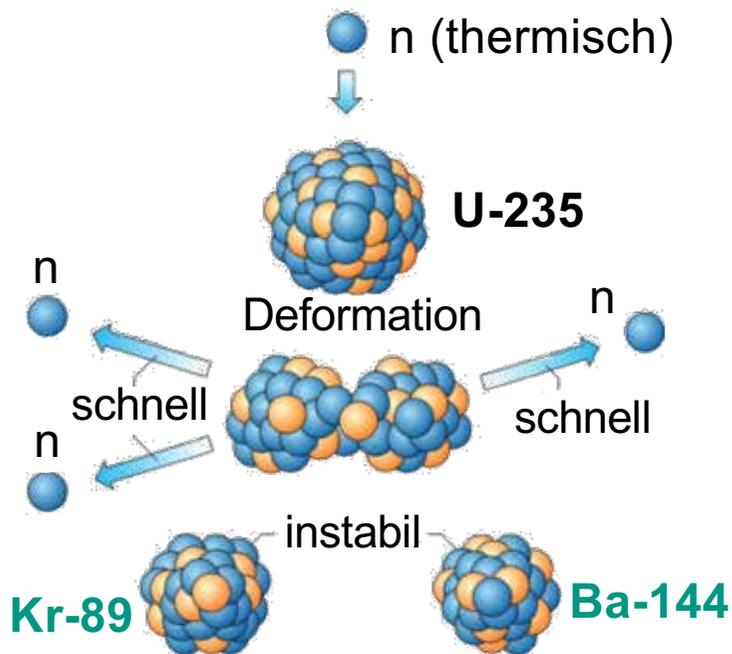


Wh.: Kernspaltung

■ Dynamische Instabilität bei Kern-Spaltprozess ($\Delta E \sim 200 \text{ MeV}$)

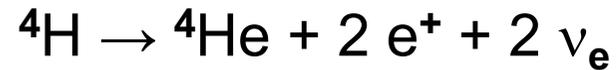
- Wechselspiel von Coulomb-Abstoßung & Oberflächenenergie
- **Spaltbarriere** $\sim 6 \text{ MeV}$ bei Deformation des Kerns (hier: U-236*) wird durchtunnelt

n-induzierte Spaltung



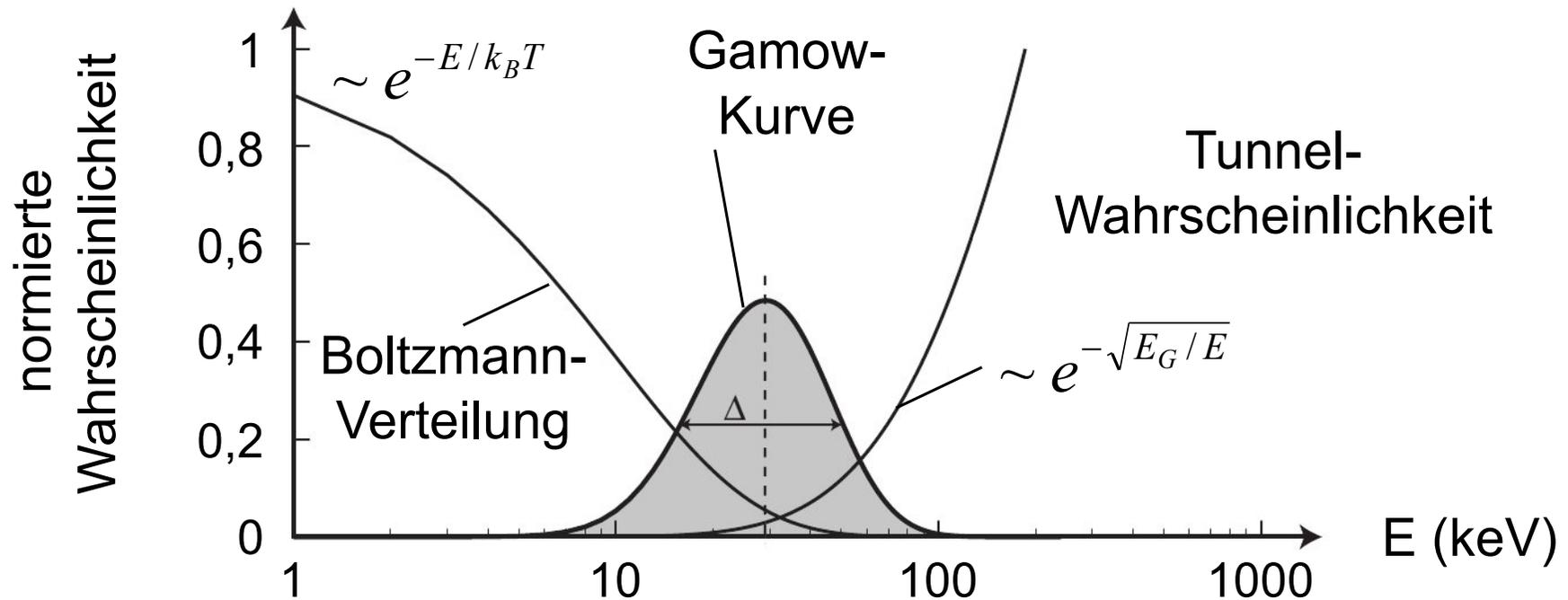
Wh.: Kernfusion

- **Gamow-Fenster:** Faltung von therm. Spektrum mit Tunnel-Rate



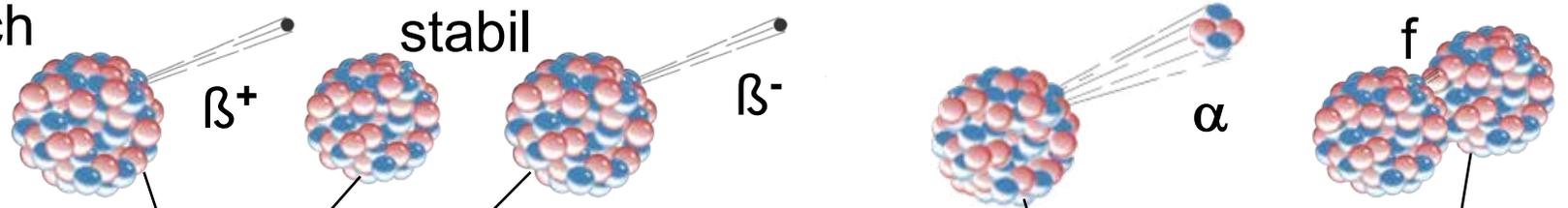
$$\Delta E = +26,2 \text{ MeV}$$

$$T = 15 \cdot 10^6 \text{ K}$$

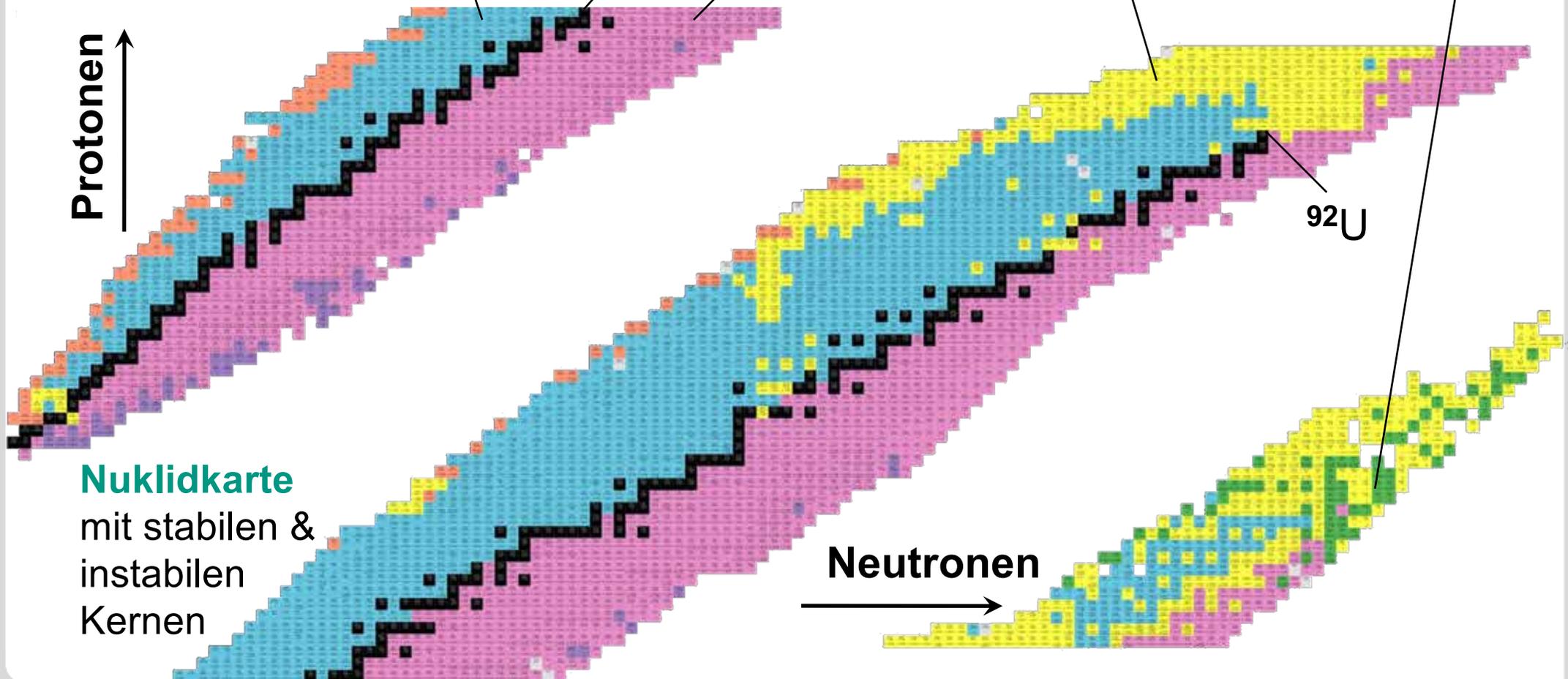


11. Instabile Kerne

Instabilität durch
 α , β , γ -Zerfall
bzw. Spaltung



Protonen
↑



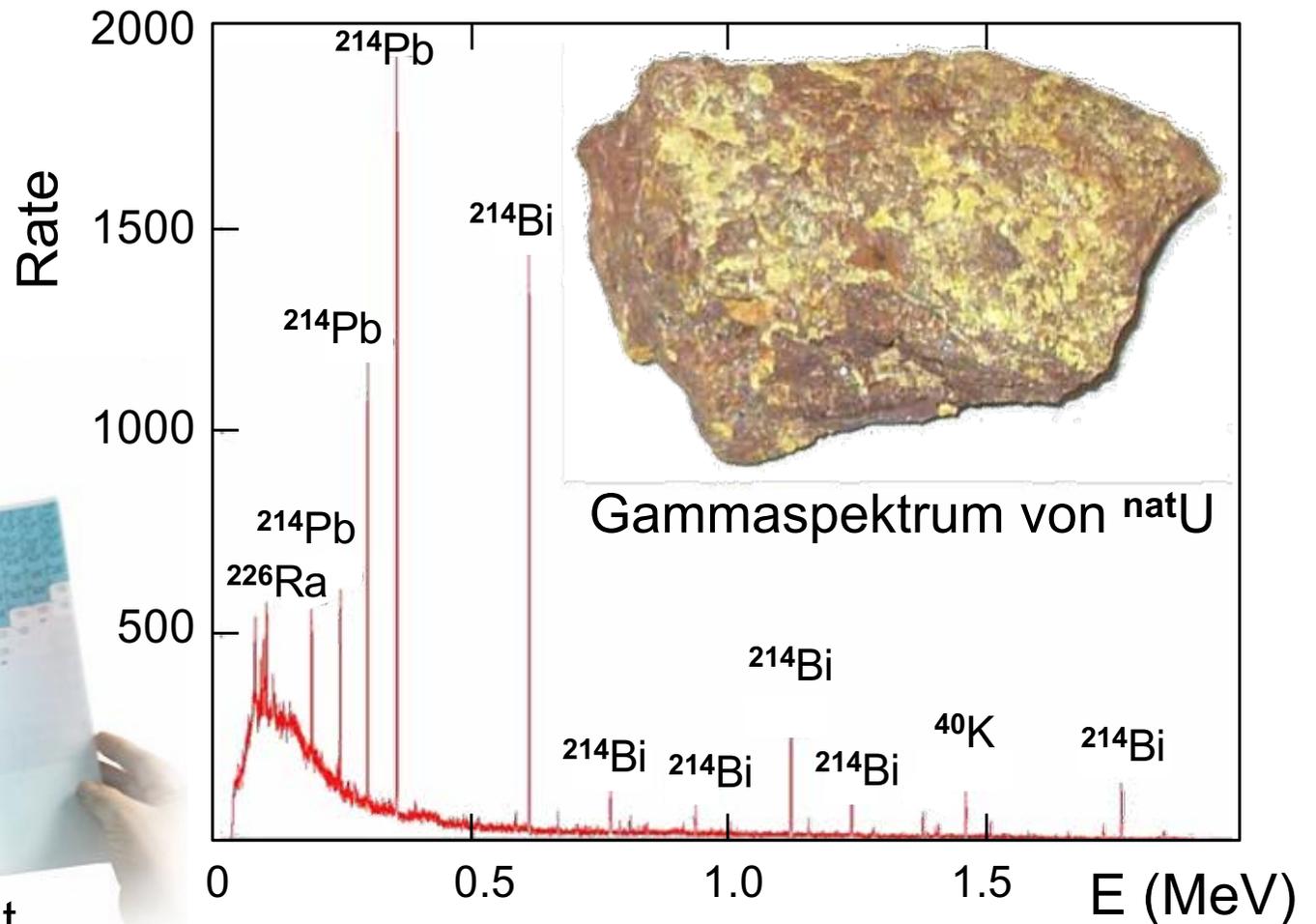
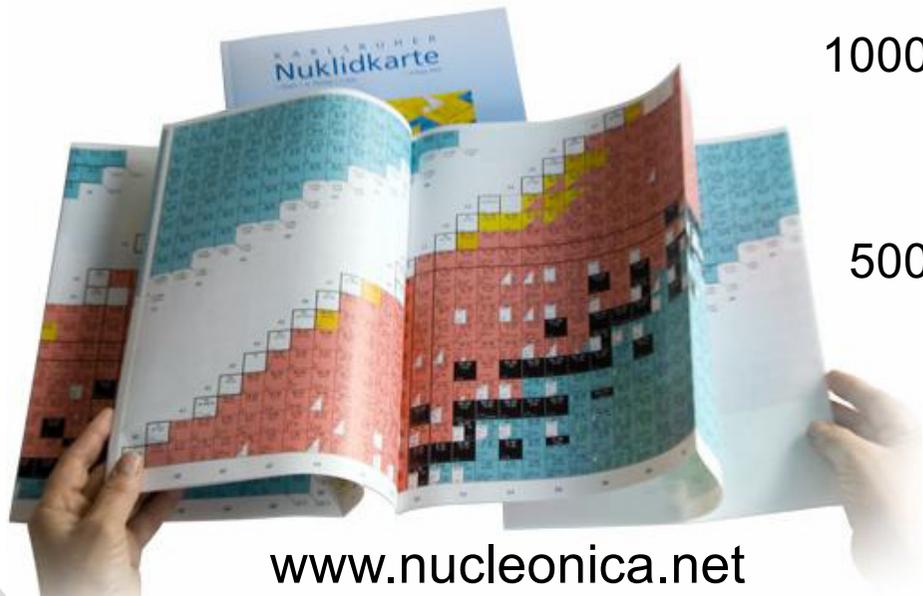
Nuklidkarte
mit stabilen &
instabilen
Kernen

Radioaktiver Zerfall - Nuklidkarten

■ nur wenige Kerne sind stabil gegen Zerfall (α -, β -, γ - Zerfall und Spaltung)

- **Karlsruher Nuklidkarte**: Auflistung aller stabilen & instabilen Kerne

- Isotopen-Häufigkeit
- Spin, Parität, ...
- Zerfallsart und Zerfallsparameter



11.1 Radioaktive Zerfallsprozesse

- In einem Ensemble (Quelle) mit einer großen Anzahl N instabiler Teilchen bzw. radioaktiver Kerne führen **radioaktive Zerfälle** in Zeitintervall dt zu einer Abnahme dN der Ensemble-/Kern-Anzahl

$$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt$$

Zerfallskonstante λ

neg. Vorzeichen, da Teilchenabnahme

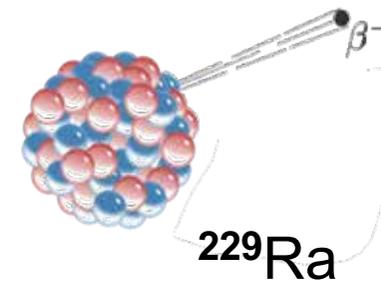
- **Zerfallskonstante λ** : statistische Wahrscheinlichkeit des Kerns (Objekts), im Zeitintervall $dt = 1$ s zu zerfallen

$$\lambda = \frac{-(dN / dt)}{N} \quad (\lambda > 0)$$

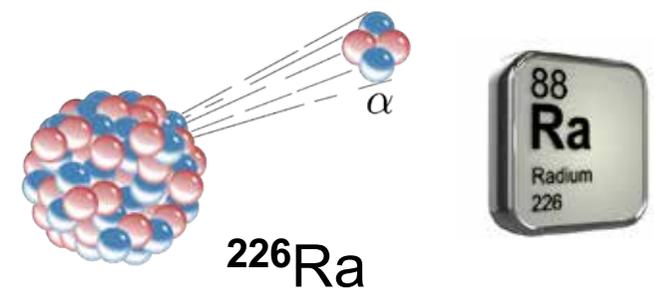
Radioaktiver Zerfall - Zerfallskonstante

- Zerfallskonstanten λ sind spezifisch für jedes Isotop
($\lambda = 1 / \text{Lebensdauer } \tau$)

Beispiel: β -Zerfall von ^{229}Ra [$\tau = 346 \text{ s}$]
 $\lambda = 2,9 \cdot 10^{-3} / \text{s}$

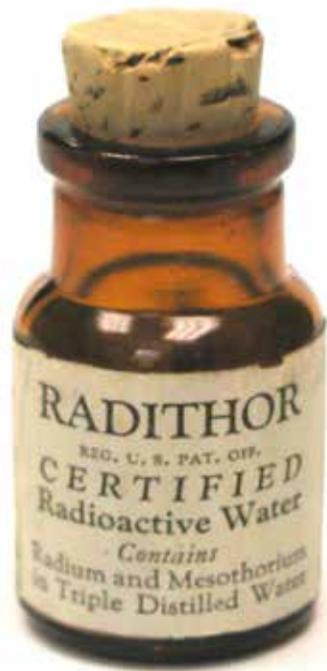


Beispiel: α -Zerfall von ^{226}Ra [$\tau = 2309 \text{ Jahre}$]
 $\lambda = 1,4 \cdot 10^{-11} / \text{s}$



Radioaktiver Zerfall - Radium

- Radiumpräparate kurz nach der Entdeckung von Ra-226 & Thorium



Exponentielles Zerfallsgesetz

- in einem Ensemble $N(t)$, das zum Zeitpunkt $t = 0$ aus einer Anzahl $N(0)$ Kernen besteht, beobachtet man eine **exponentielle Abnahme** der Kernanzahl

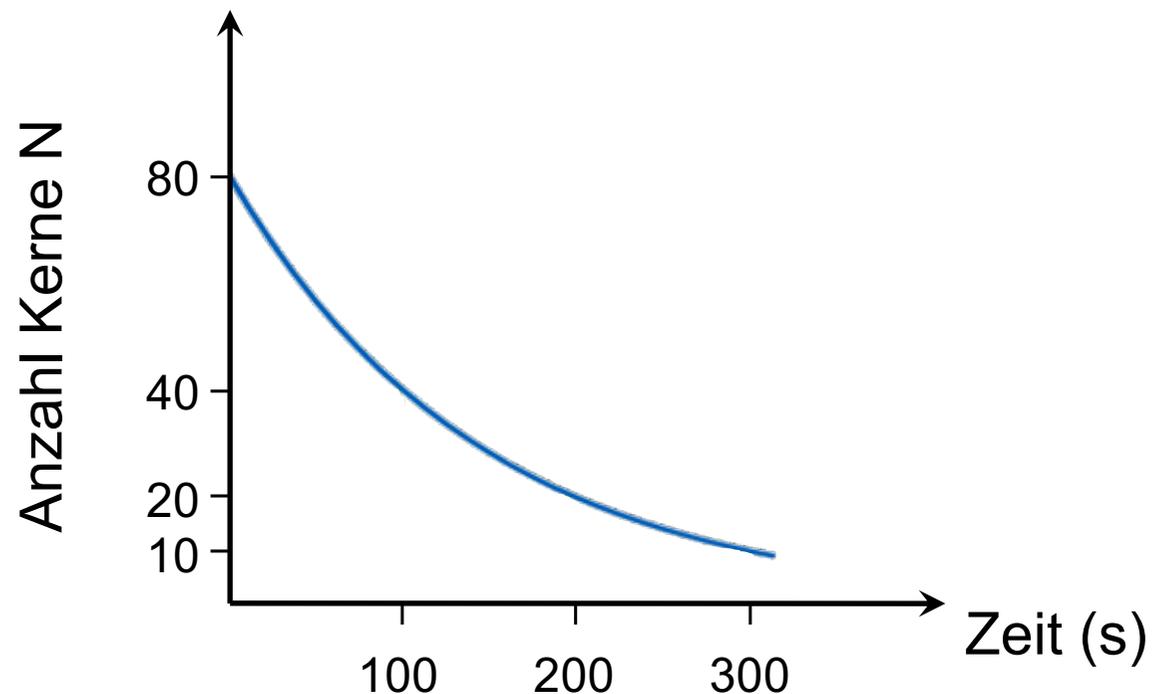
$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$$

$$\int_{N_0}^N \frac{1}{N'} dN' = -\lambda \cdot \int_0^t dt'$$



$$N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

exponentielles Zerfallsgesetz



Halbwertszeit $t_{1/2}$

- bei exponentiellen Zerfällen mit der Zerfallskonstanten λ lassen sich **2 charakteristische Zeiten ($t_{1/2}$, τ)** definieren:

1. Halbwertszeit $t_{1/2}$:

nach Zeitintervall $t = t_{1/2}$:

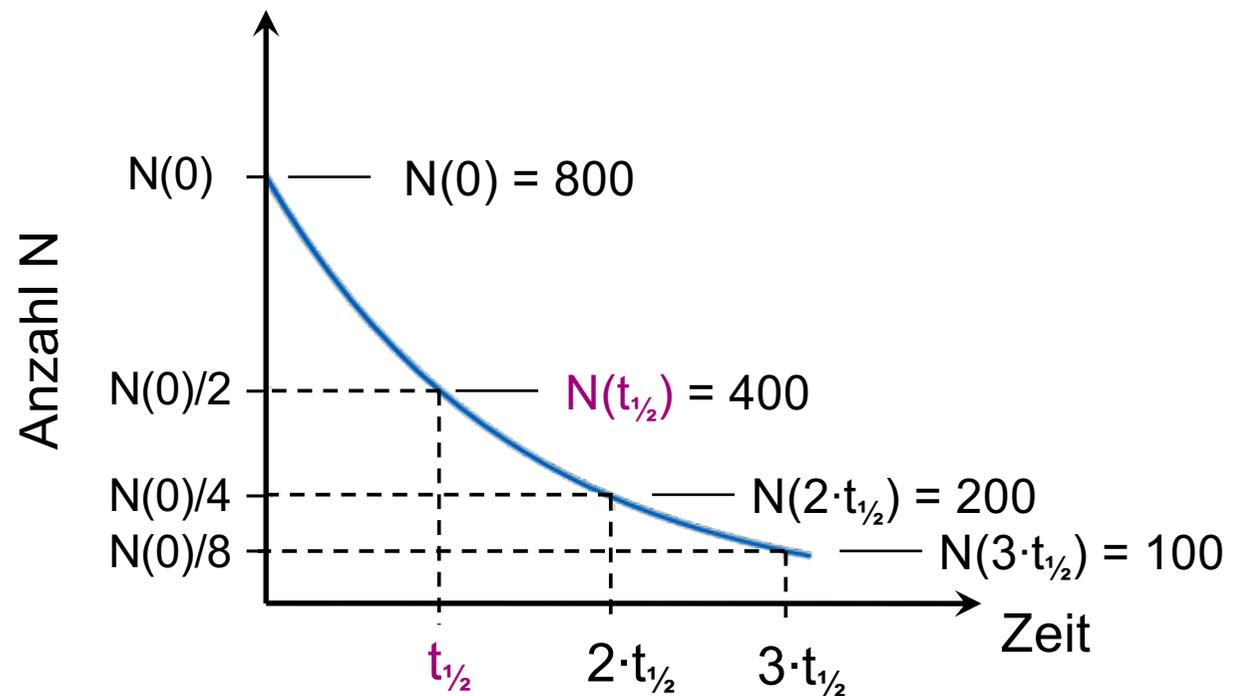
- 50% des Ensembles

zerfallen $N(t_{1/2}) = \frac{1}{2} \cdot N(0)$

$$\frac{1}{2} = e^{-(\lambda \cdot t_{1/2})}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$t_{1/2} = \frac{0,693}{\lambda}$$



Mittlere Lebensdauer τ

- bei exponentiellen Zerfällen mit der Zerfallskonstanten λ lassen sich **2 charakteristische Zeiten** ($t_{1/2}$, τ) definieren:

2. Mittlere Lebensdauer τ :

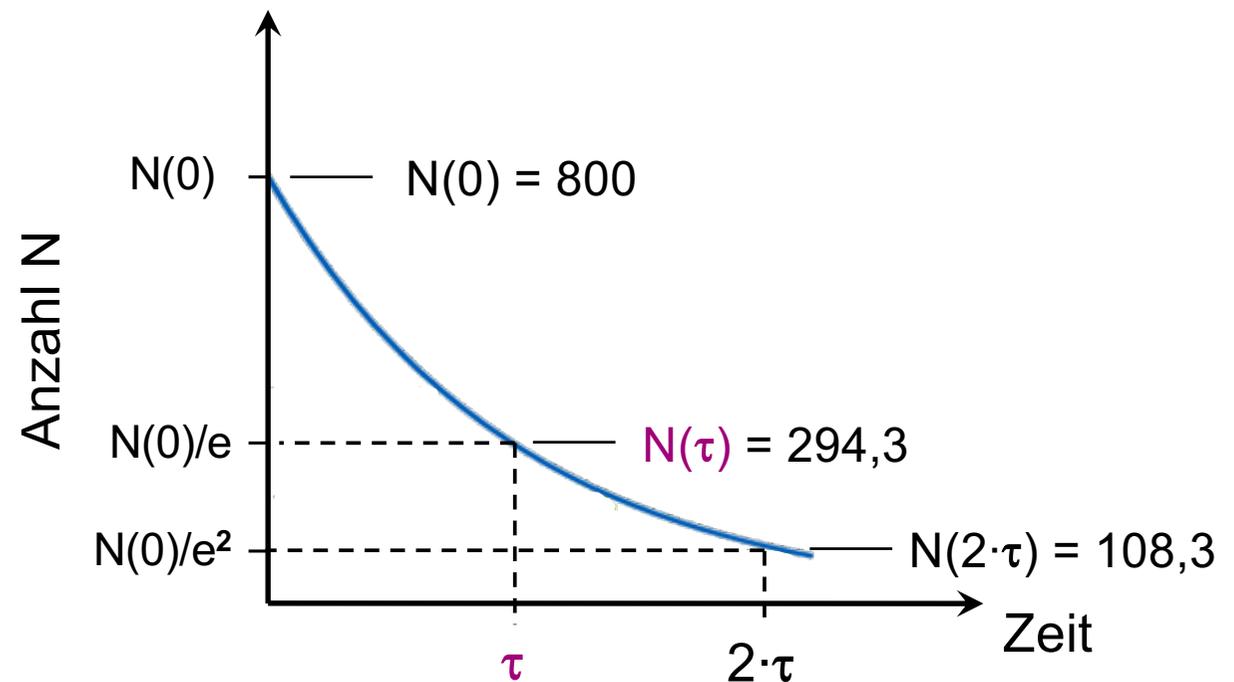
nach Zeitintervall $t = \tau$:

- $1/e$ (= 36,8%) des Ensembles ist noch nicht zerfallen

$$N(\tau) = 1/e N(0)$$

- Für Gesamtzeitraum $t = \tau$ ist die Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall $1 - 1/e = 63,2\%$

mittlere Lebensdauer =
Inverses der Zerfallskonstanten



Halbwertszeit & mittlere Lebensdauer

- Relation zwischen Zerfallskonstante λ und $t_{1/2}$ sowie τ

$$t_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 / \lambda$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

- Beispiele für τ :

Baryonenresonanz:

$$\tau = 10^{-24} \text{ s } (\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+)$$

Kernzerfall (α -Zerfall):

$$\tau = 10^2 \text{ s } (^{220}\text{Rn})$$

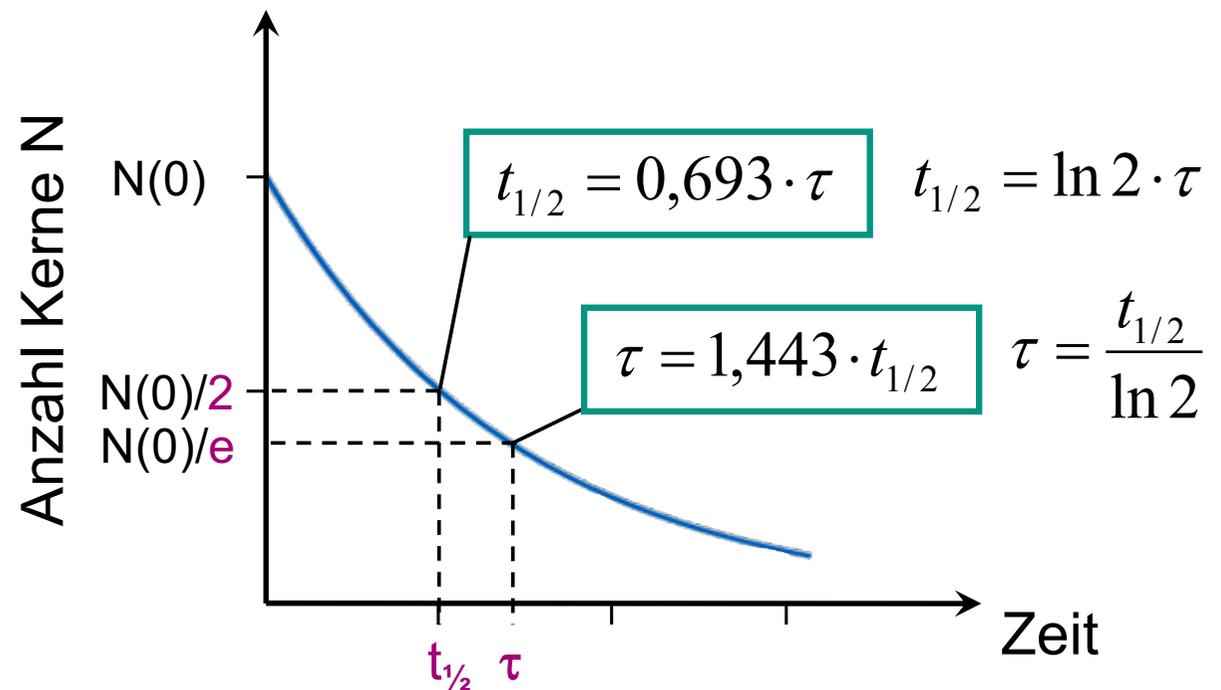
Kernzerfall ($\beta\beta$ -Zerfall):

$$\tau = 10^{21} \text{ a } (^{136}\text{Xe})$$

Proton-Zerfall:

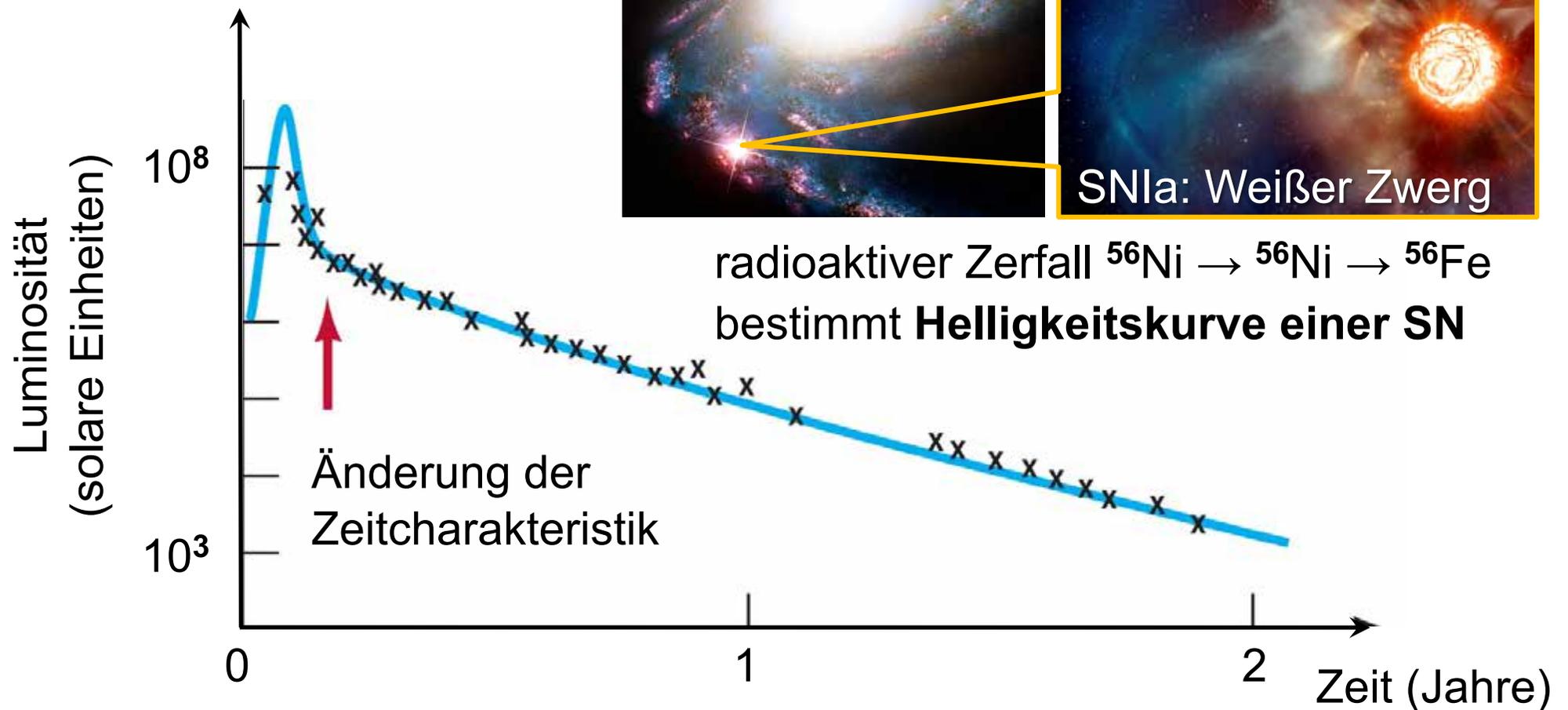
$$\tau > 10^{34} \text{ a}$$

exponentielles Zerfallsgesetz



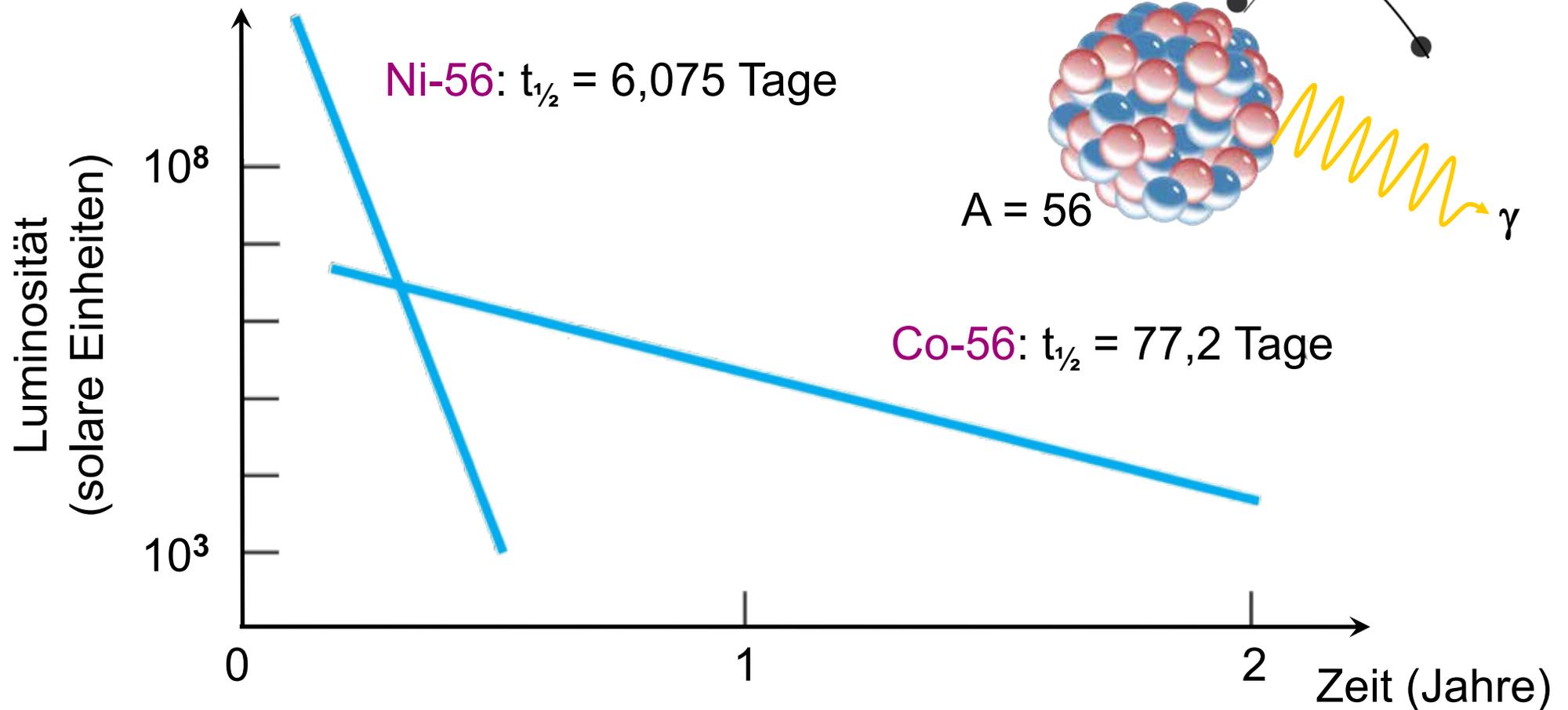
Zerfallsgesetz – Beispiel Astrophysik

- bei **Supernova (SN) - Explosionen** werden große Mengen an radioaktivem Ni-56 erzeugt



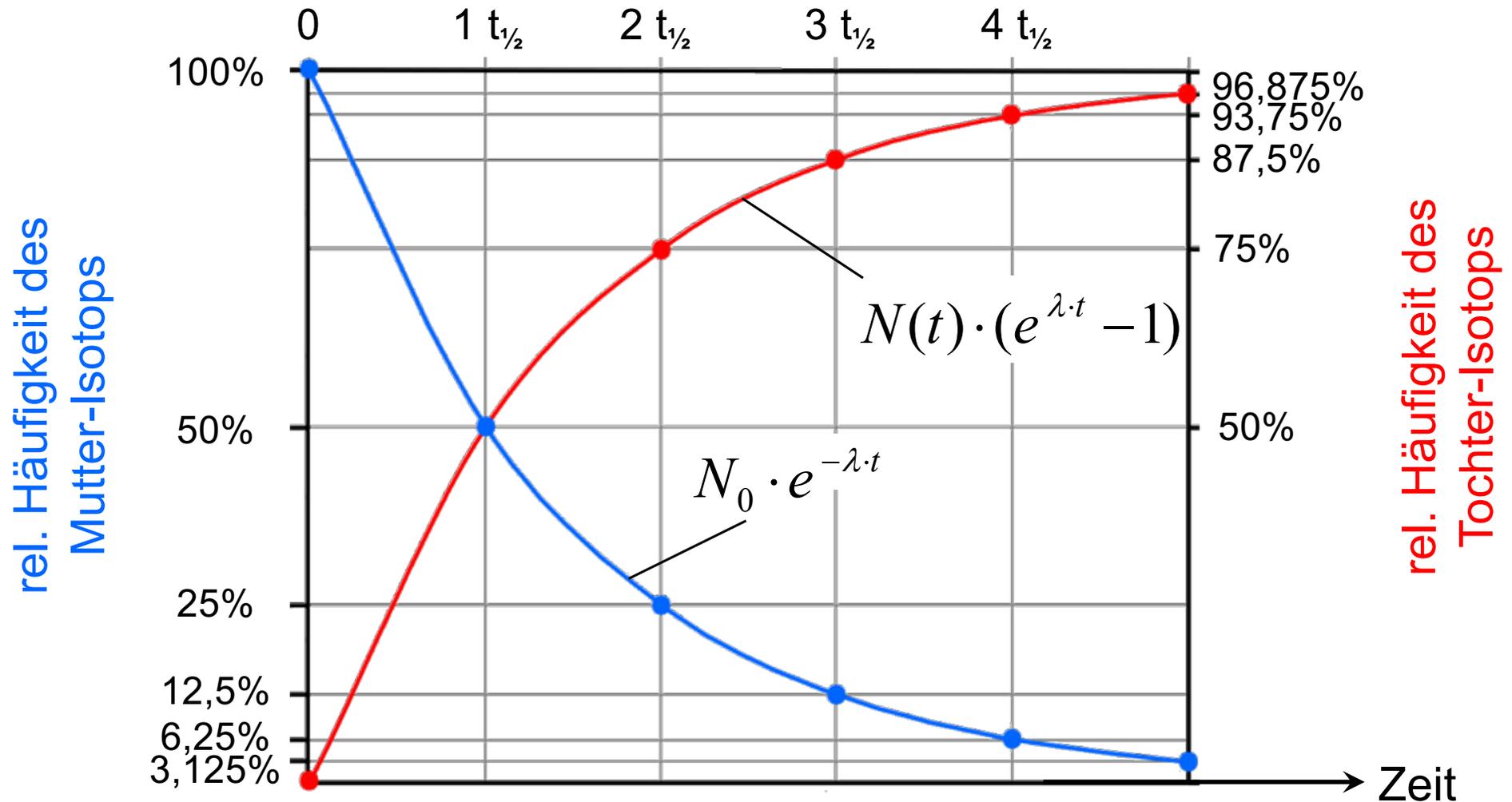
Zerfallsgesetz – Beispiel Astrophysik

- die Zerfallsprozesse von Ni-56 und Co-56 führen zur Erzeugung von **Gammaquanten**, die das Material um die SN aufheizen & dadurch sichtbares Licht erzeugen

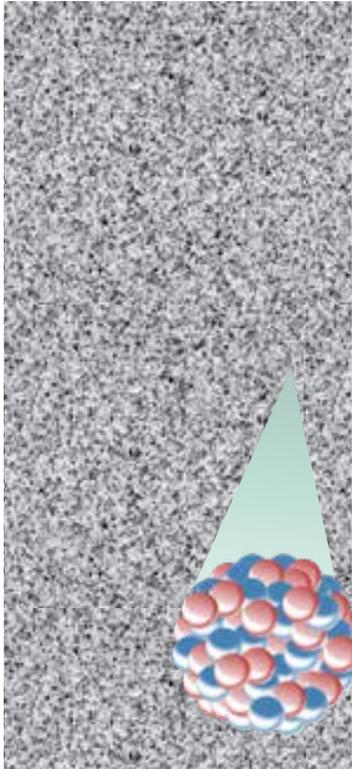


Zerfall – Mutter- & Tochter- Isotop

- Häufigkeiten beim exponentiellen Zerfall eines Mutter-Isotops in das Tochterisotop



Aktivität – Definition & Einheiten



■ Aktivität $A(t) = dN/dt$

- beschreibt die Zahl dN der Zerfälle pro Zeiteinheit dt
- ist keine konstante Größe, da die Ensemblezahl N durch die Zerfälle abnimmt, damit nimmt auch A ab
- Aktivität $A \sim \lambda$ (Zerfallskonstante)

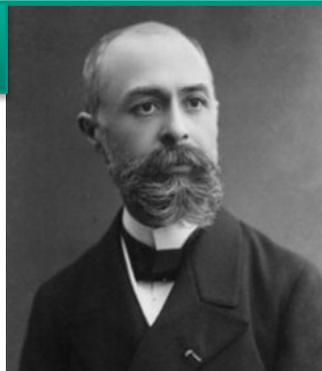
$$A = \frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N \quad A(t) = A(0) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

- aufgrund der Relation $A(t) \sim \lambda \cdot N(t)$ gilt:

die Aktivität einer Quelle nimmt exponentiell ab

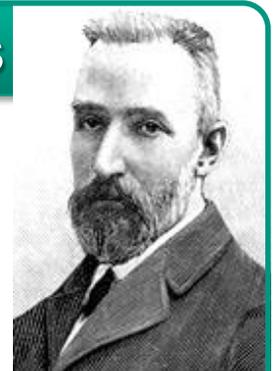
1 Becquerel = 1 Zerfall/s

1 Bq = $2,70 \cdot 10^{-11}$ Ci
(nach Henri Becquerel)



1 Curie = $3,7 \cdot 10^{10}$ Zerfälle/s

1 Ci = Aktivität von 1 g
Radium (^{226}Ra)
(nach Pierre Curie)



Quellaktivität – Beispiele

■ abgeleitete Größen:

- spezifische Aktivität [Bq/kg] : Aktivität pro Masse
- Aktivitätskonzentration [Bq/m^3] : Aktivität pro Volumen

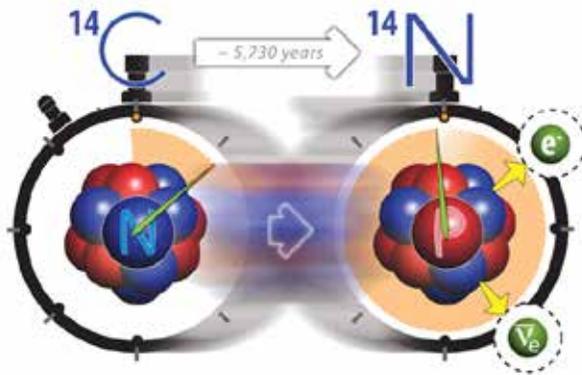
- Beispiele für spezifische Aktivitäten:

$${}^3\text{H} = 3,6 \cdot 10^{14} \text{ Bq/g}$$



$${}^{133}\text{Xe} = 6,8 \cdot 10^{15} \text{ Bq/g}$$

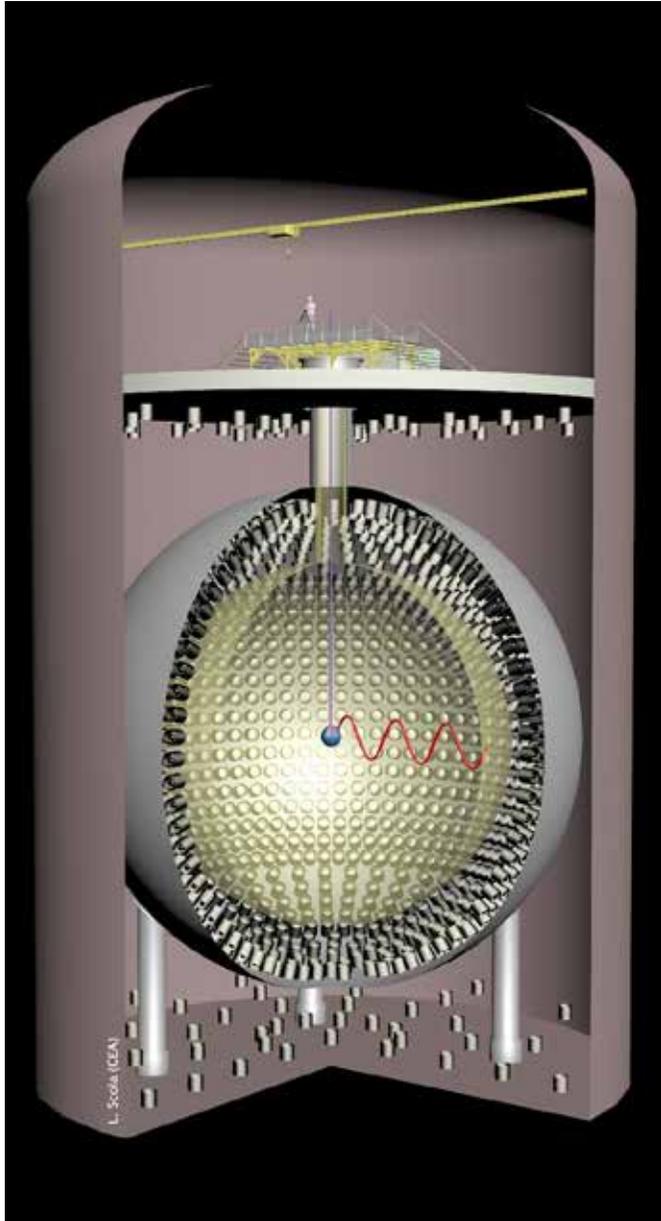
$${}^{14}\text{C} = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ Bq/g}$$



$$\text{natU} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ Bq/g}$$



Künstliche Quellen - Stärken



- Eichquellen für Flüssigszintillatoren

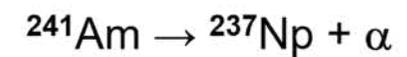
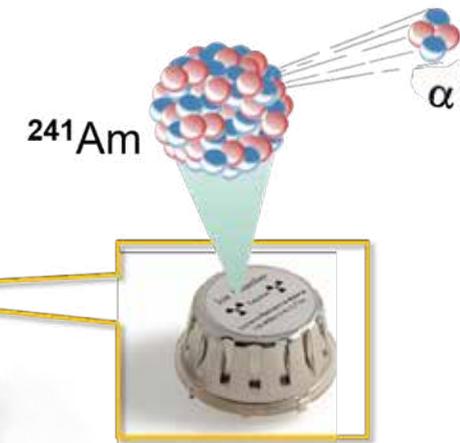
$A \sim \text{MCi}$

- Laborquellen/Praktikum:

$A < \text{mCi}$

- Ionisations-Rauchmelder:

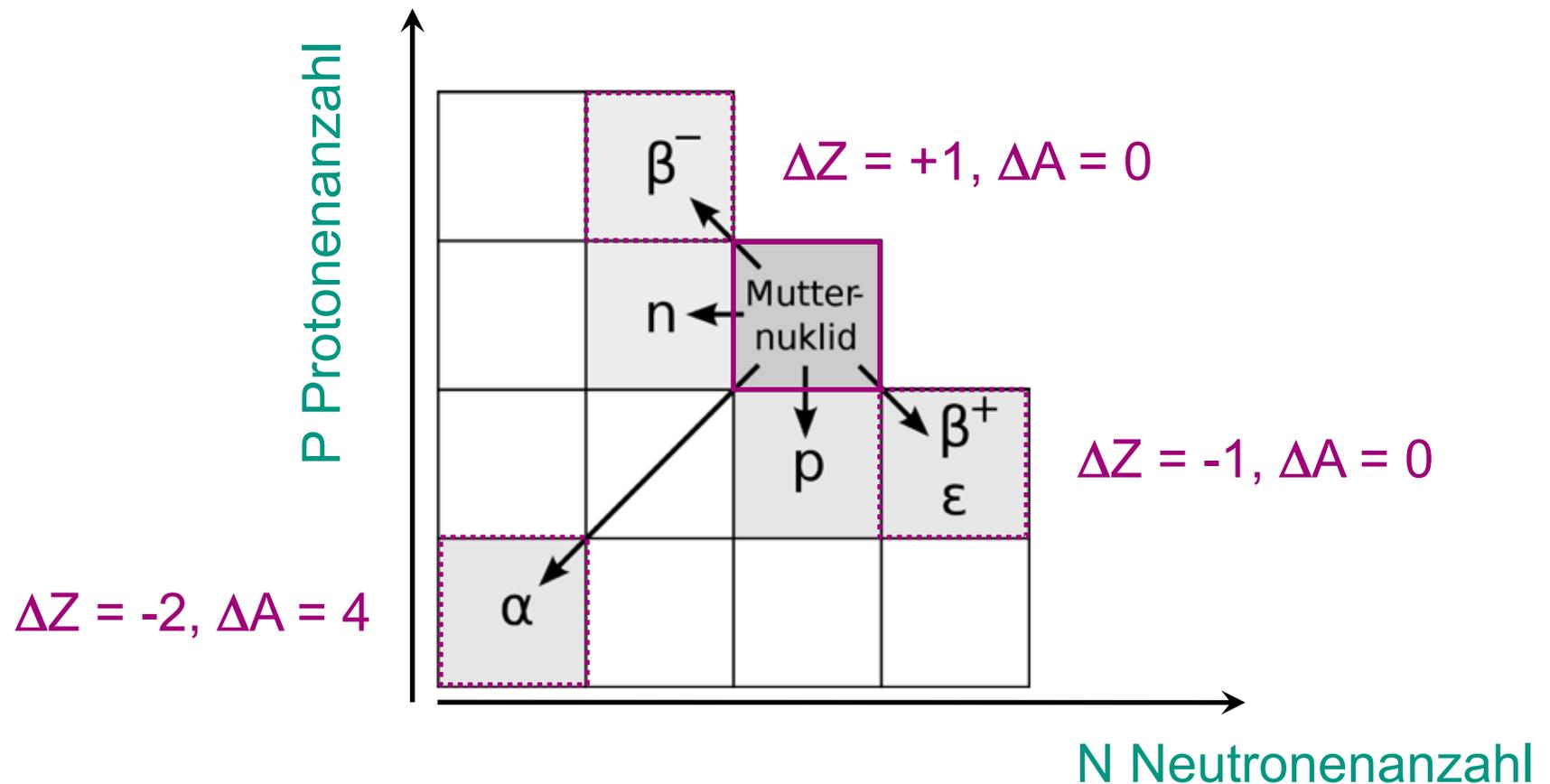
$A \sim 1 \mu\text{Ci}$ an Am-241



$t_{1/2} = 432.2 \text{ a}$

Zerfallsarten – Übersicht

- ein instabiler Kern (**Mutternuklid**) kann sich über verschiedene Zerfallsarten in das Tochternuklid umwandeln:



Zerfallsarten – Übersicht

- ein instabiler Kern (**Mutternuklid**) kann sich über verschiedene Zerfallsarten in das Tochternuklid umwandeln:

α -Zerfall:

$$\Delta Z = -2, \Delta A = 4$$

β -Zerfall, Elektron-Einfang:

$$|\Delta Z| = 1, \Delta A = 0$$

γ -Zerfall:

$$\Delta Z = 0, \Delta A = 0$$

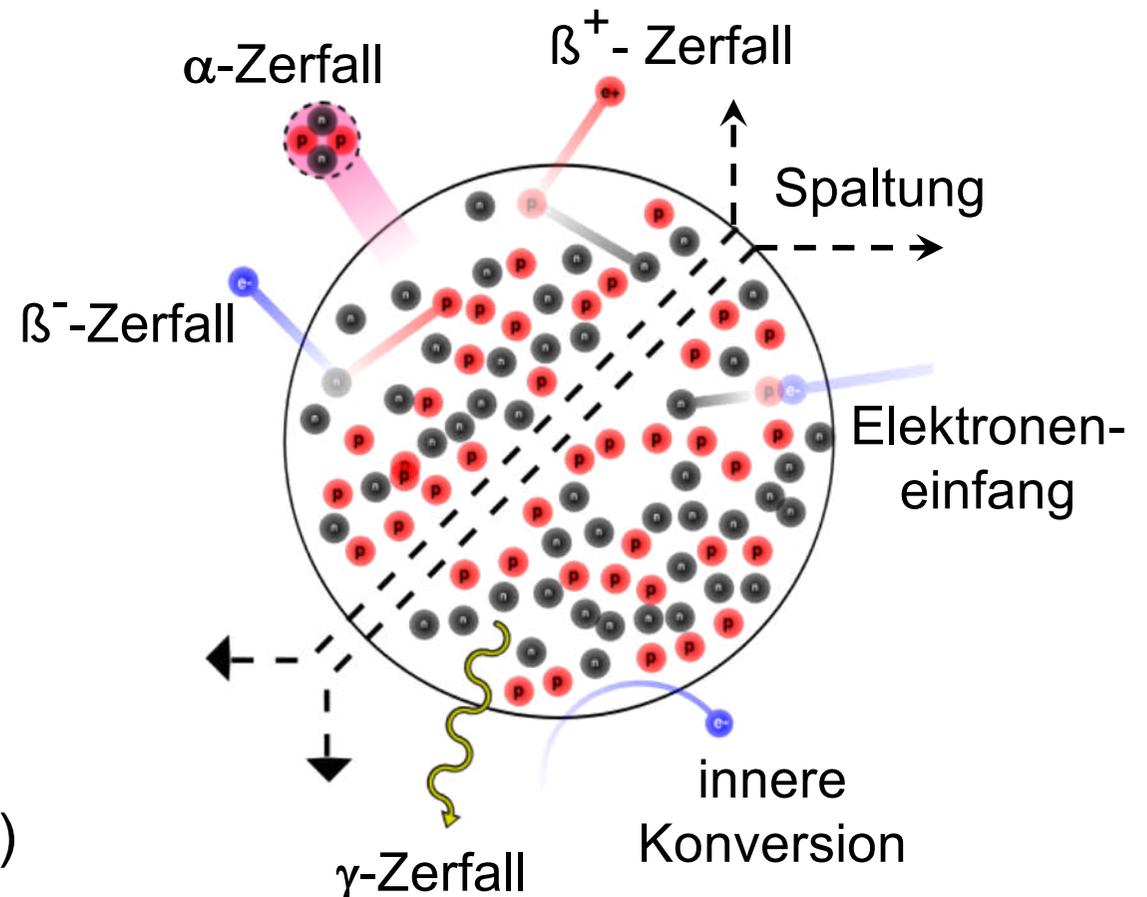
Spaltung:

$$|\Delta Z| \gg 1, |\Delta A| \gg 1$$

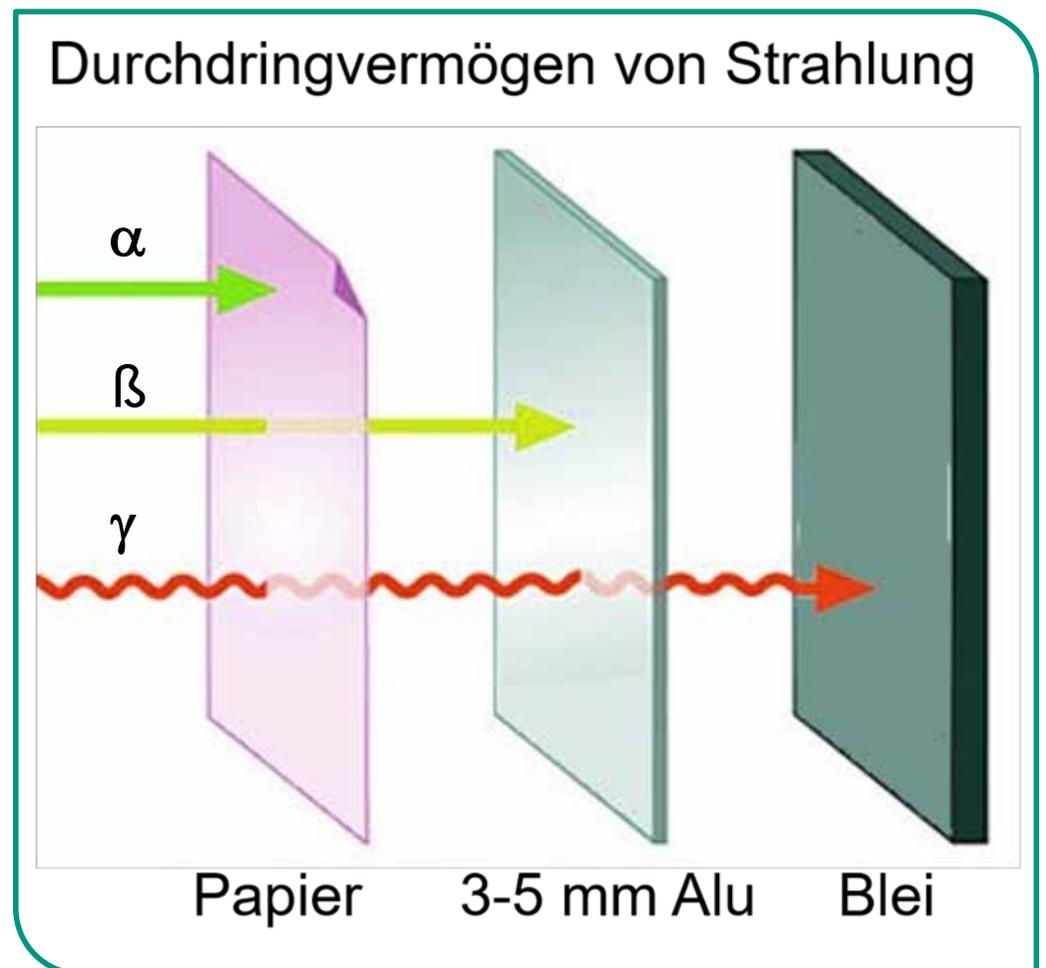
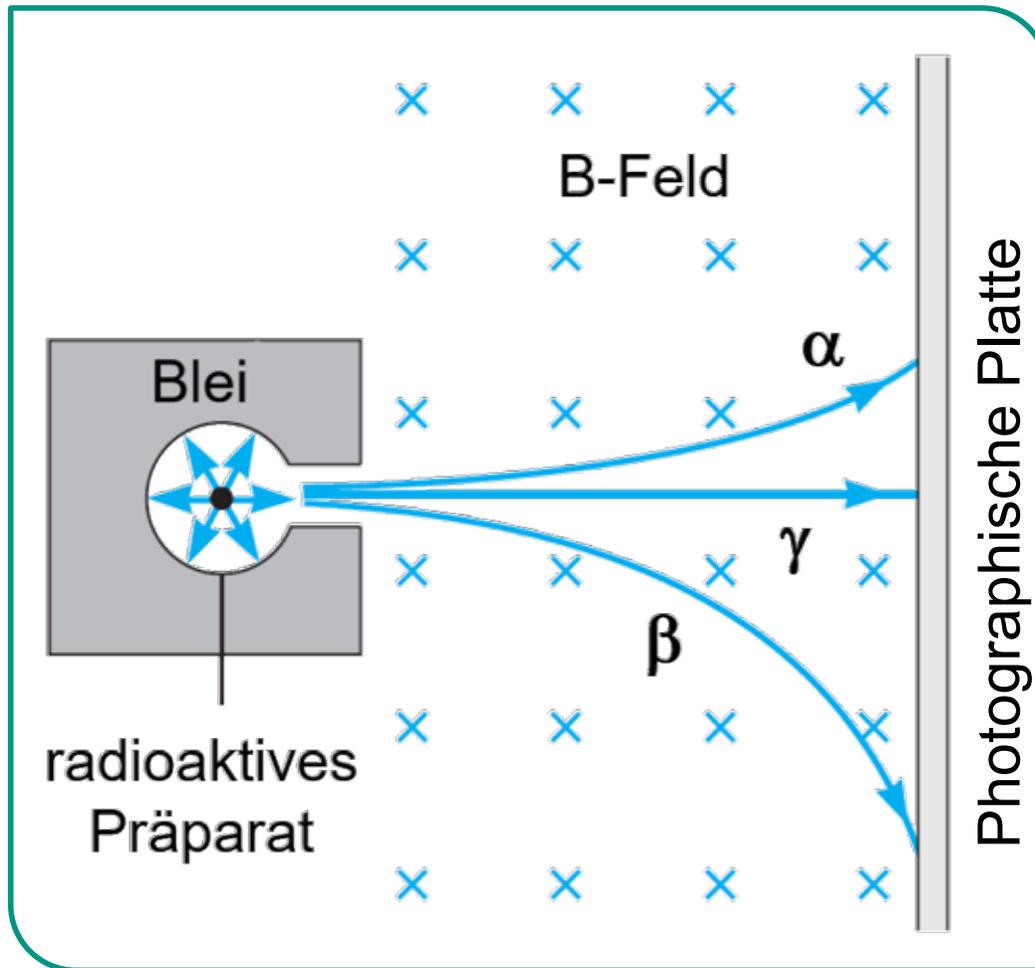
Teilchenzerfall:

Emission p ($\Delta Z = -1$), n ($\Delta Z = 0$)

Zerfallsarten von Kernen

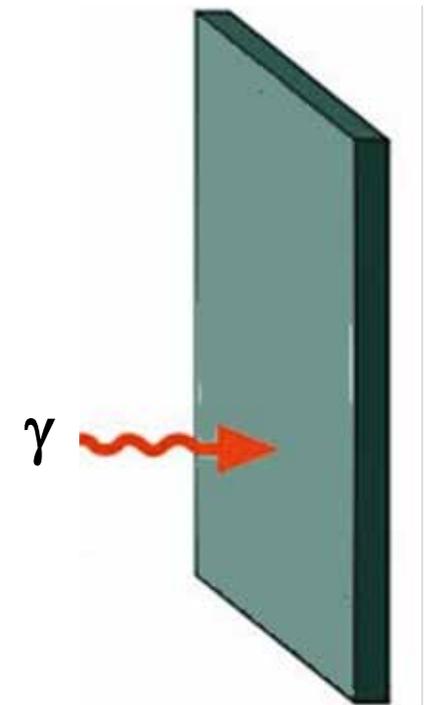
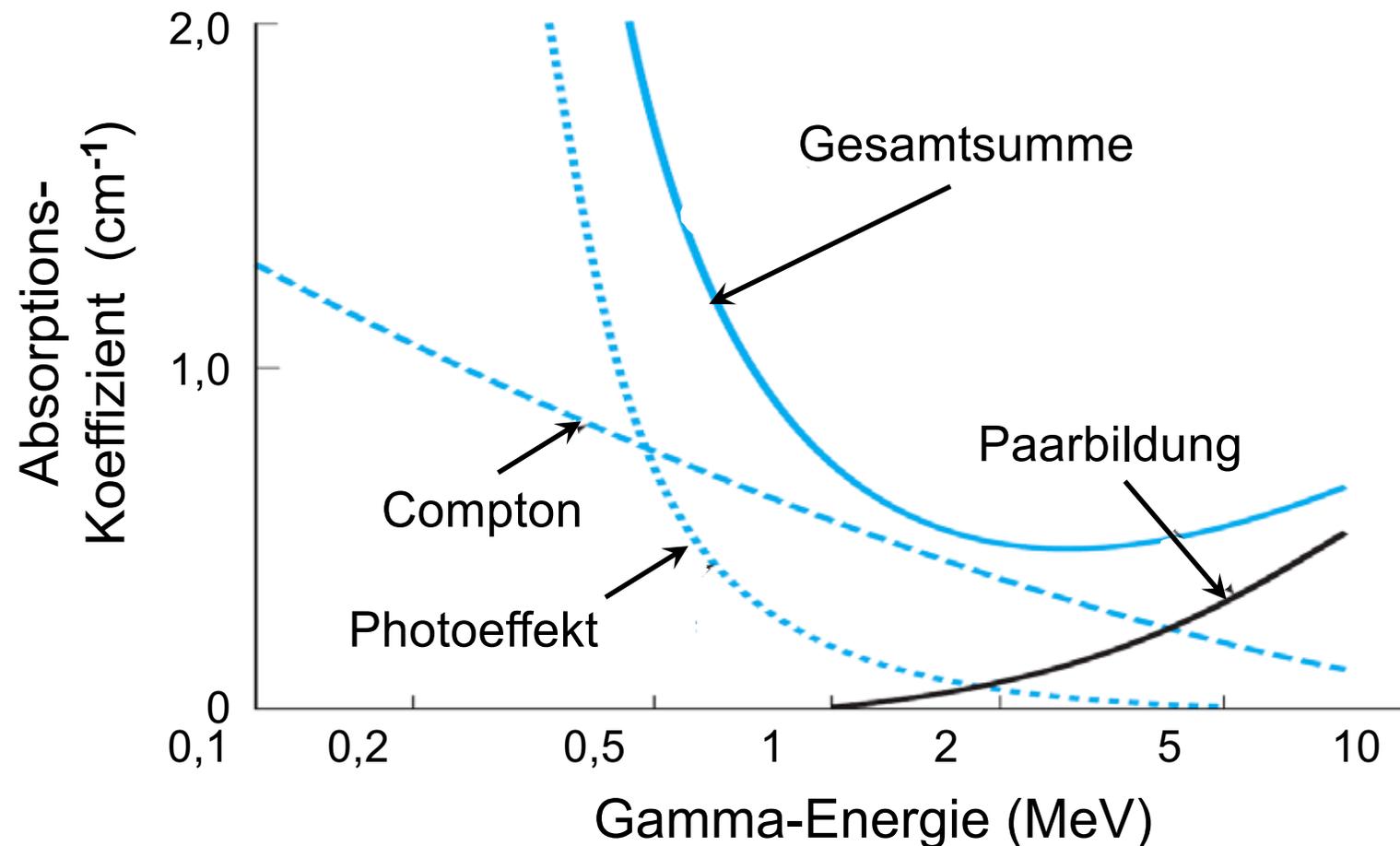


Nachweis von Zerfällen



Zerfallsarten – γ -Wechselwirkungen

- **Gammastrahlung** wird nur exponentiell abgeschwächt, besonders **hohes Durchdringungsvermögen** im Bereich von einigen MeV

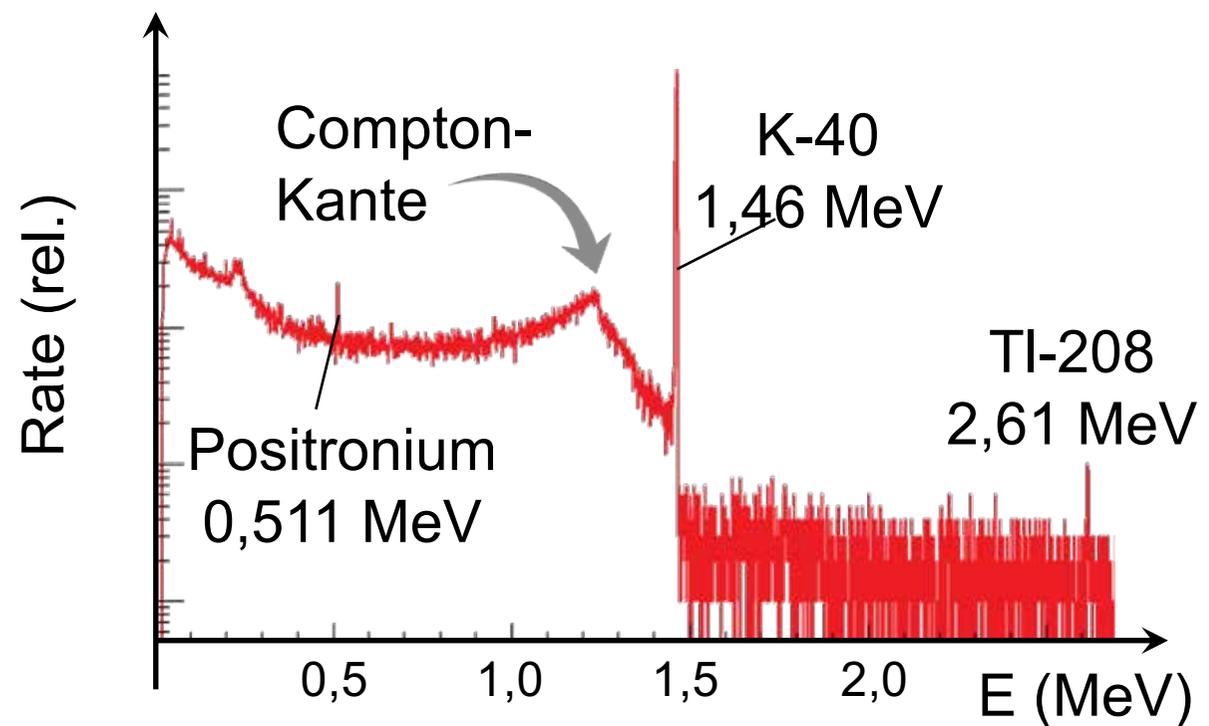
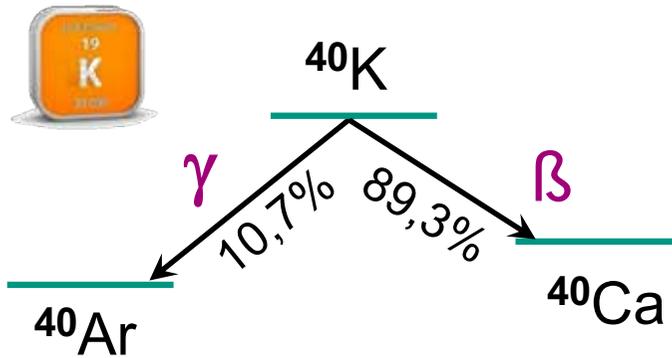


Radioaktiver Zerfall – in Bananen

- Bananen enthalten viel **Kalium** – natürlicher Anteil des radioaktiven Isotops **K-40** liegt bei $\epsilon = 0,012 \%$

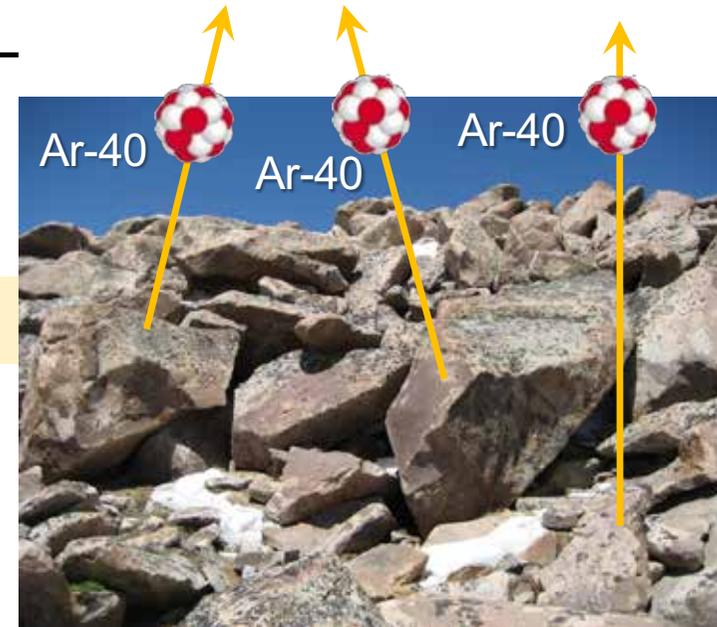
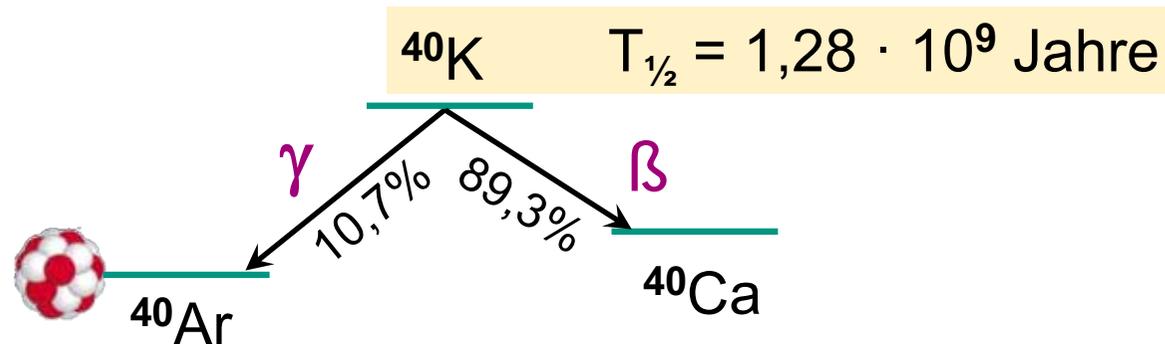


~15 Kernzerfälle/s pro Banane



Radioaktiver Zerfall – an der Erdoberfläche

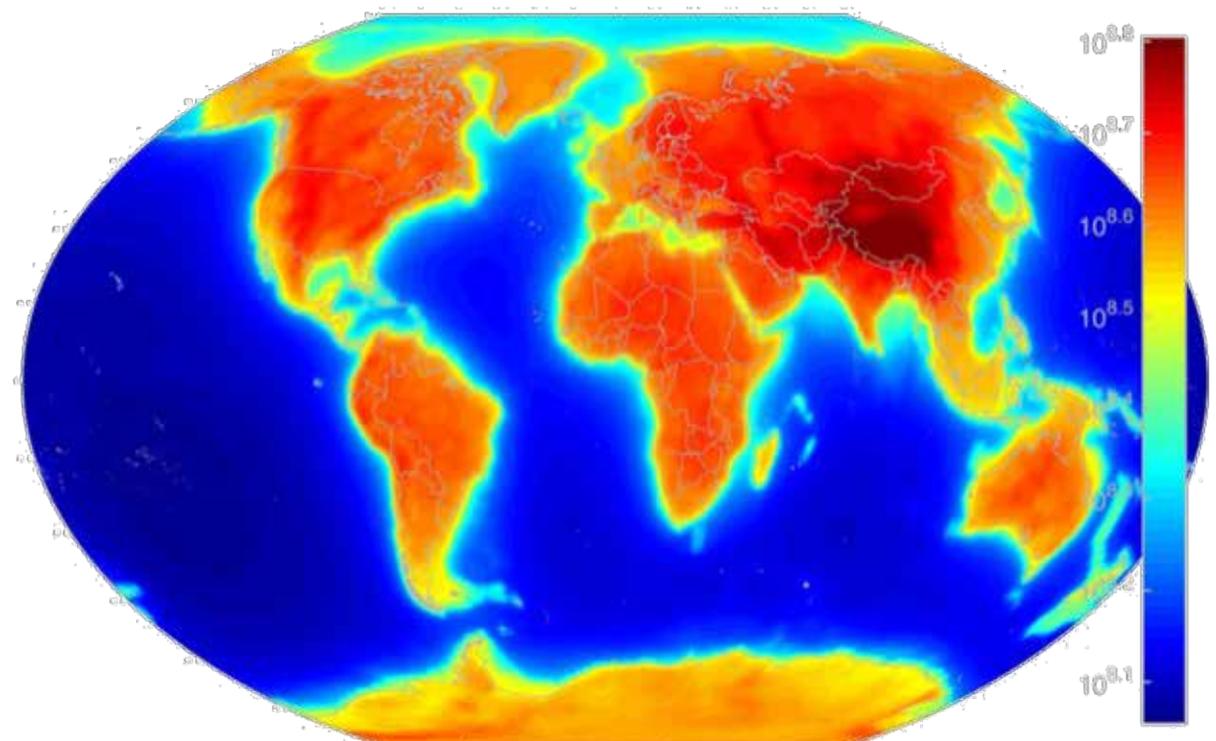
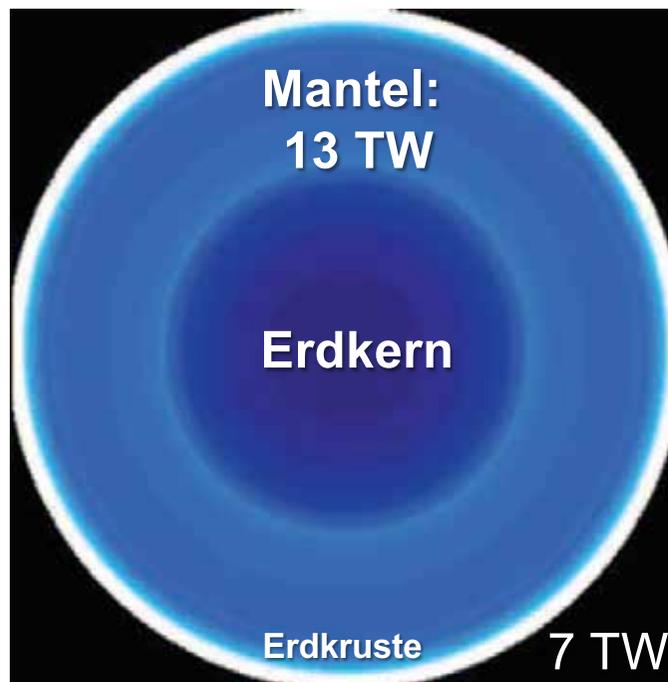
- Gestein der Erdkruste enthält viel **Kalium** – natürlicher Anteil des radioaktiven Isotops **K-40** liegt bei $\epsilon = 0,012 \%$



Radioaktiver Zerfall – in der Erde

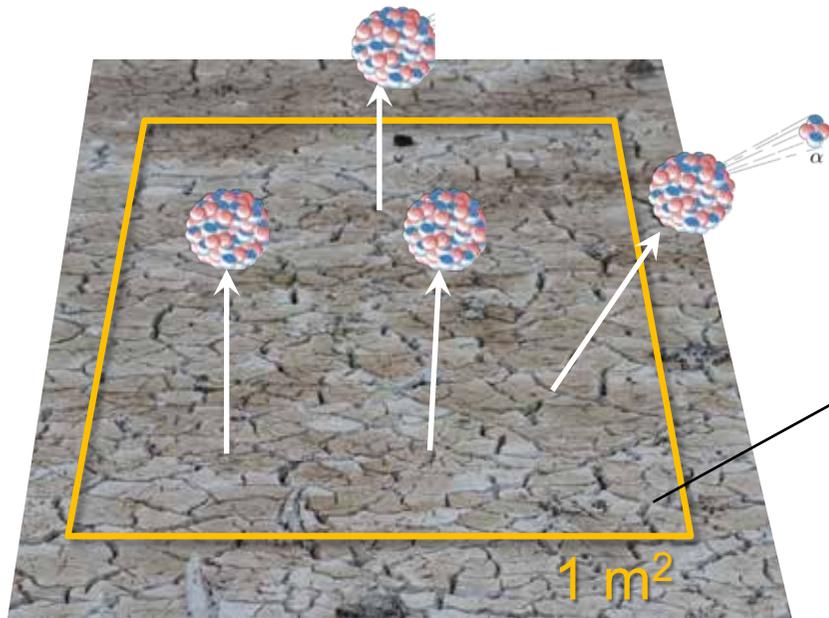
■ Gestein der **Erdkruste** & im **Erdmantel** enthält viele instabile Isotope

- Wärmefluss der Erde $P_{\text{exp}} \sim 47 \text{ TW}$
- Berechnung Nuklide $P_{\text{theo}} \sim 10 \dots 30 \text{ TW}$
(dabei ^{238}U , ^{232}Th : jeweils 8 TW, ^{40}K : 4 TW)



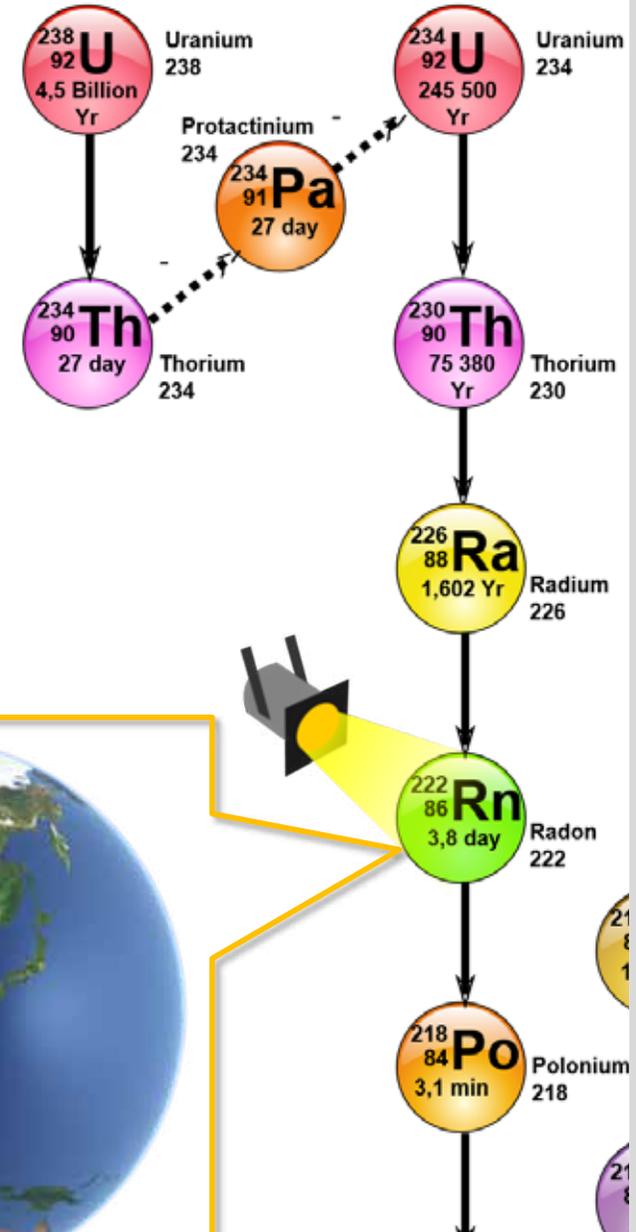
Radioaktiver Zerfall – an der Erdoberfläche

- **Radon-Emanation** aus 1 m² Boden
 $\sim 7400 \text{ }^{222}\text{Rn-Atome/s} = 0,5 \text{ pCi Rn-222/s}$



Boden:
 1 pCi Ra-226/g

- Jährliche Emanation von Radon-222 aus dem gesamten Erdboden:
 $- 2.4 \cdot 10^9 \text{ Ci} = 91 \text{ TBq}$



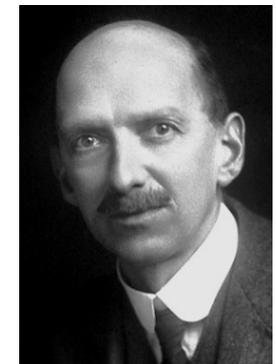
Nachweis von Radioaktivität – Nebelkammer

■ Prinzip der **Wilsonschen Nebelkammer**:

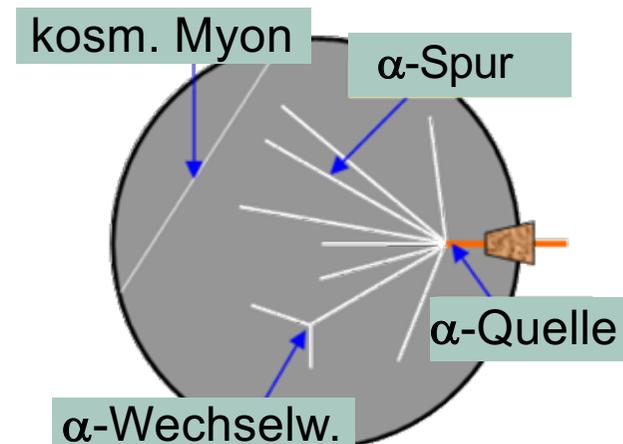
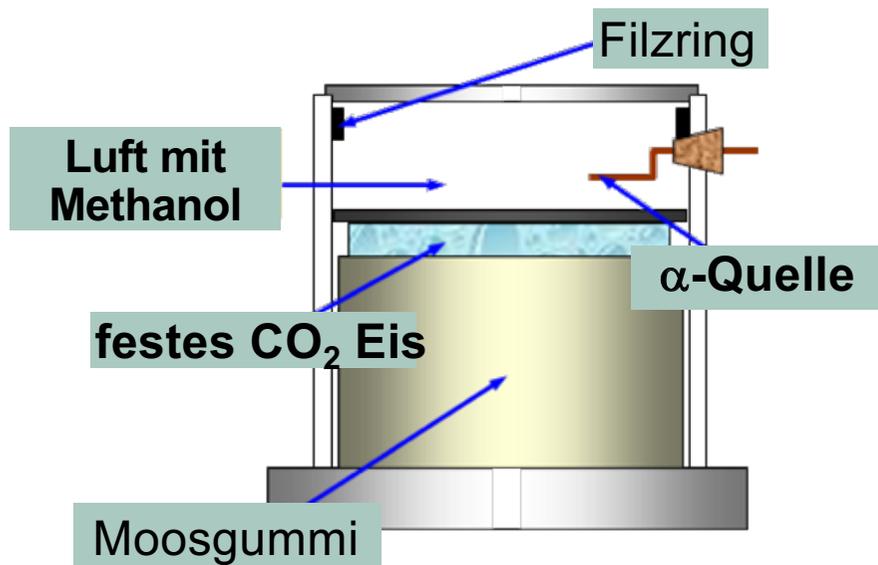
- übersättigtes Luft-Alkohol Gemisch (Ethanol/Isopropanol)
- Temperaturgradient da Kühlung unten: Alkohol kühlt und fällt
- Wechselwirkung von Teilchen erzeugt Ionen entlang der Spur
- Ionen wirken als Kondensationskeime → Tröpfchenbildung (Fotografie der Spur)



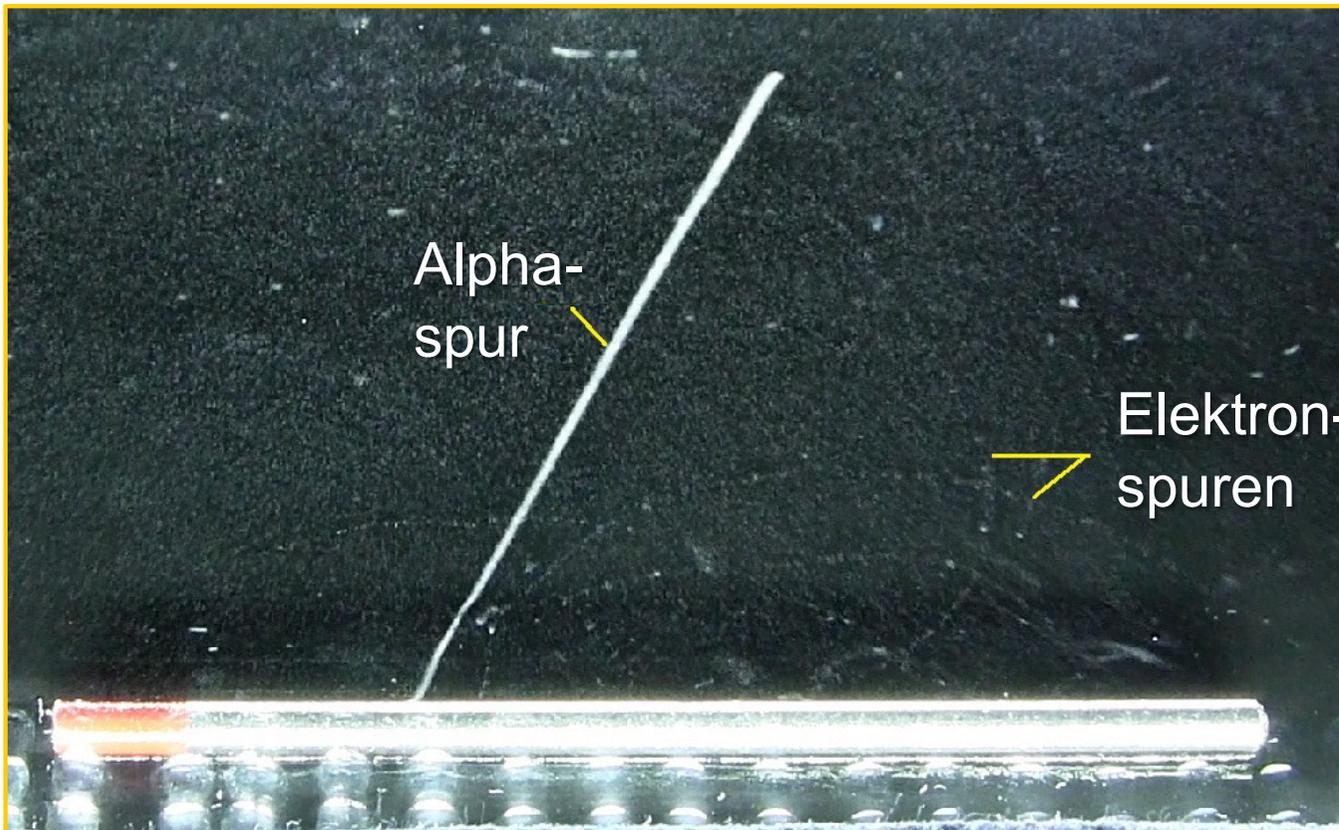
Nobelpreis 1927



Charles T.R. Wilson



■ Teilchenspuren in einer **Nebelkammer**:



Nebelkammer

Alpha-Teilchen:

stark ionisierend

⇒ kurze Reichweite

β -Elektronen:

schwach ionisierend

⇒ große Reichweite

■ Uranerz in einer **Wilson'schen Nebelkammer**:



Alpha-Teilchen



Nebelkammer

Präparat	Tochter	$t_{1/2}$	Art & Energien E_0 (β 's: E_{\max})
Am-241	Np-237*	432,2 a	α : 5,486 MeV (γ : keV)
Sr-90	Y-90 (Zr-90)	28 a (64 h)	β^- : 546 keV (2,2 MeV)
Co-60	Ni-60*	5,27 a	β^- : 318 keV γ : 1,1/1,3 MeV
Na-22	Ne-22*	2,6 a	β^+ : 545 keV γ : 0,511/1,27 MeV
Cs-137	Ba-137*	32 a	β^- : 514 keV, γ : 661,6 keV

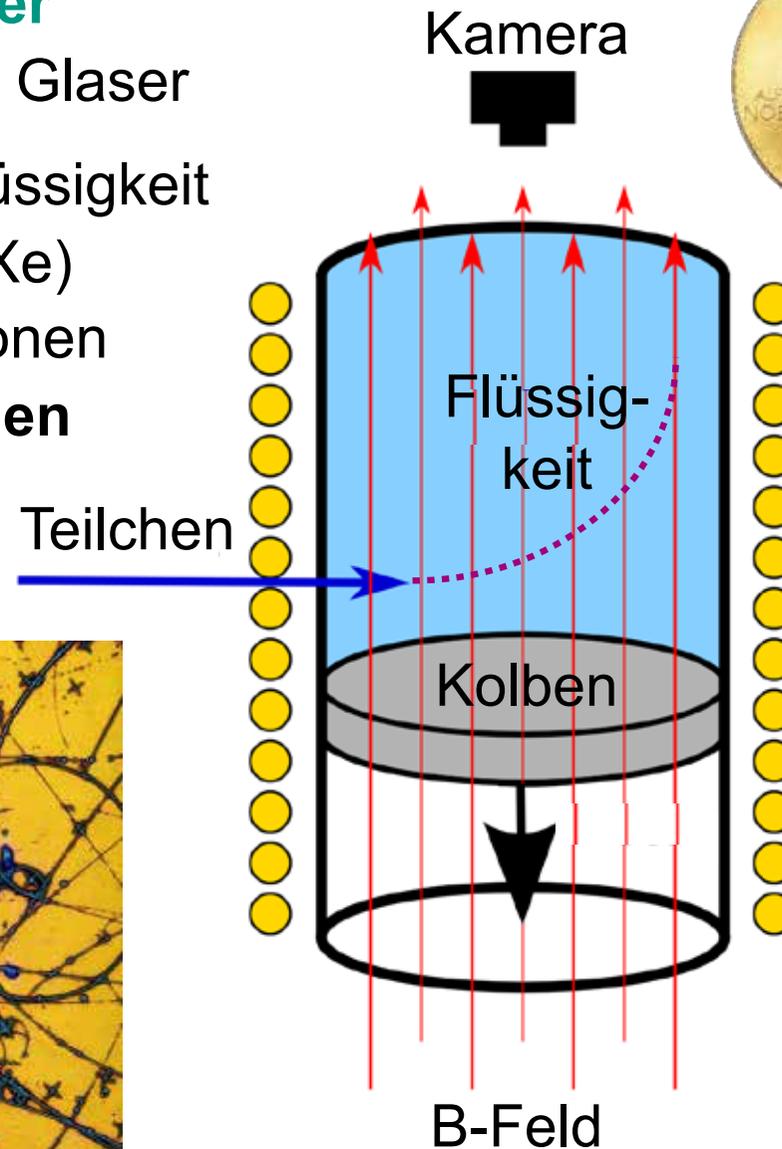
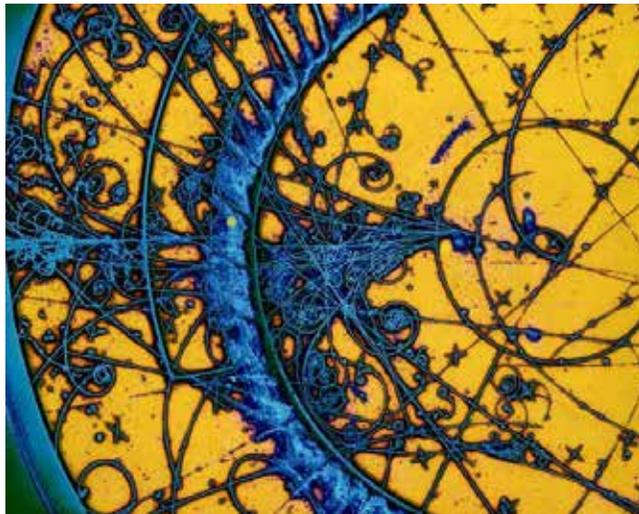


mit externem B-Feld

Nachweis von Teilchen – Blasenkammer

■ 1952: **Blasenkammer**

- erfunden von D.A. Glaser
- in übersättigter Flüssigkeit (flüssiges H_2 , D_2 , Xe) entstehen durch Ionen **kleine Gasbläschen** entlang der Teilchen-Spur



Nobelpreis
1960

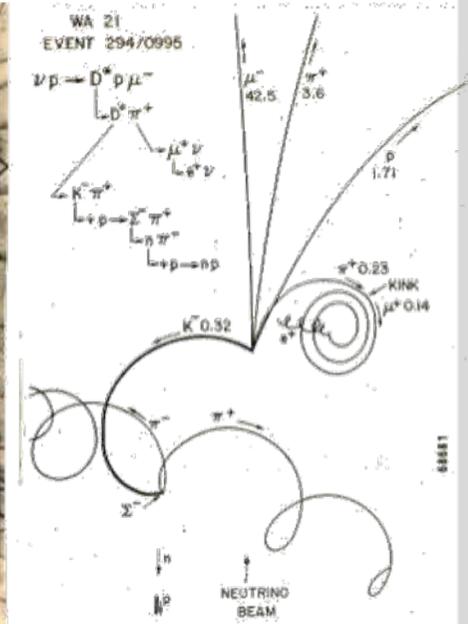
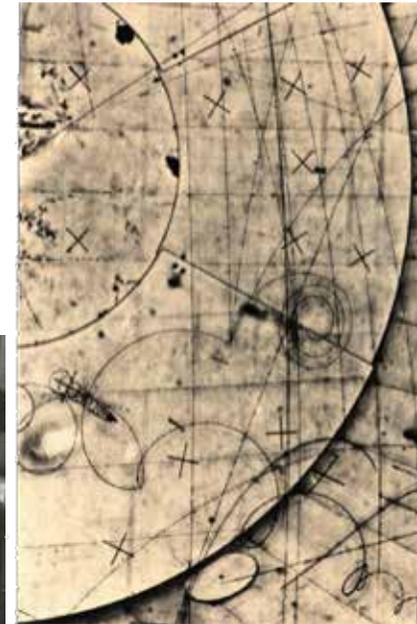


Donald A. Glaser

Nachweis von Teilchen – Blasenkammer

■ 1952: **Blasenkammer**

- Scanning der Fotos von Teilchenspuren aus einem Neutrinostrahl am CERN in einer Blasenkammer mit Wasserstoff



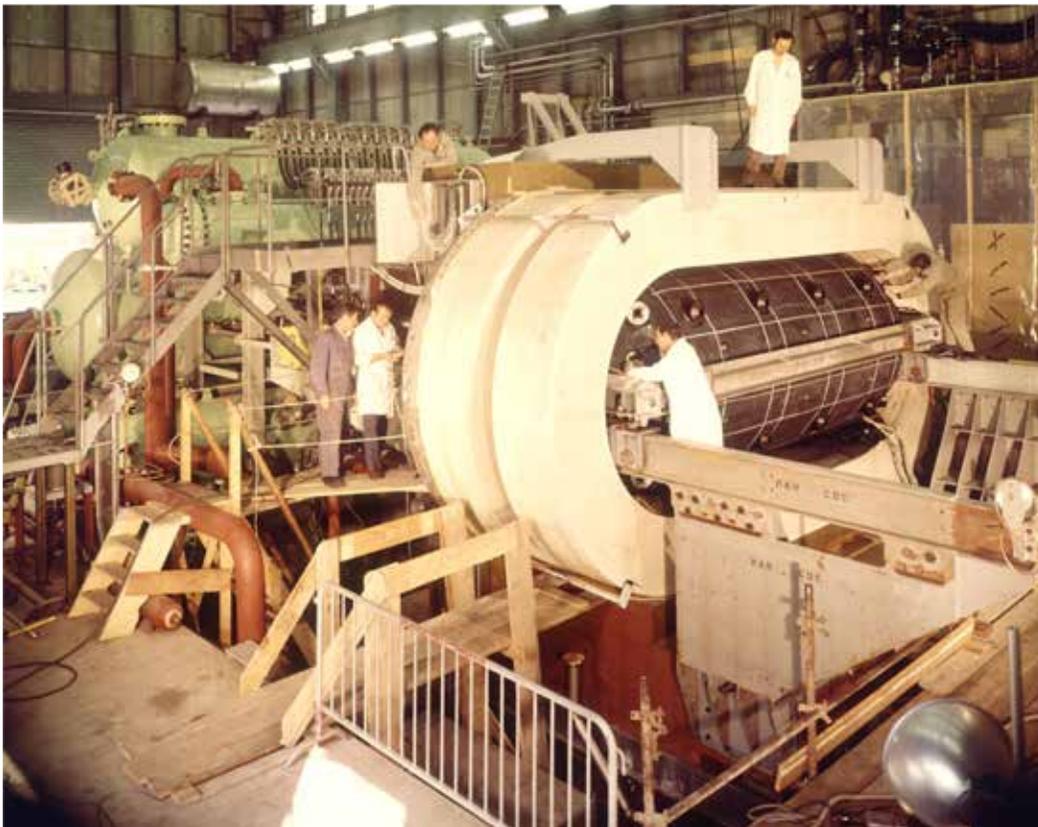
Nachweis von Teilchen – Blasenkammer

■ Blasenkammer **Gargamelle** am CERN:

4,8 m lang, $\varnothing = 2$ m: gefüllt mit 12 m^3 Halon 1301 (CF_3Br)

Betrieb von 1970-78 an einem ν_μ -Strahl am CERN-PS

- erster Nachweis **spezieller Neutrino-Wechselwirkungen**



Experimentierkasten für den Nachwuchs



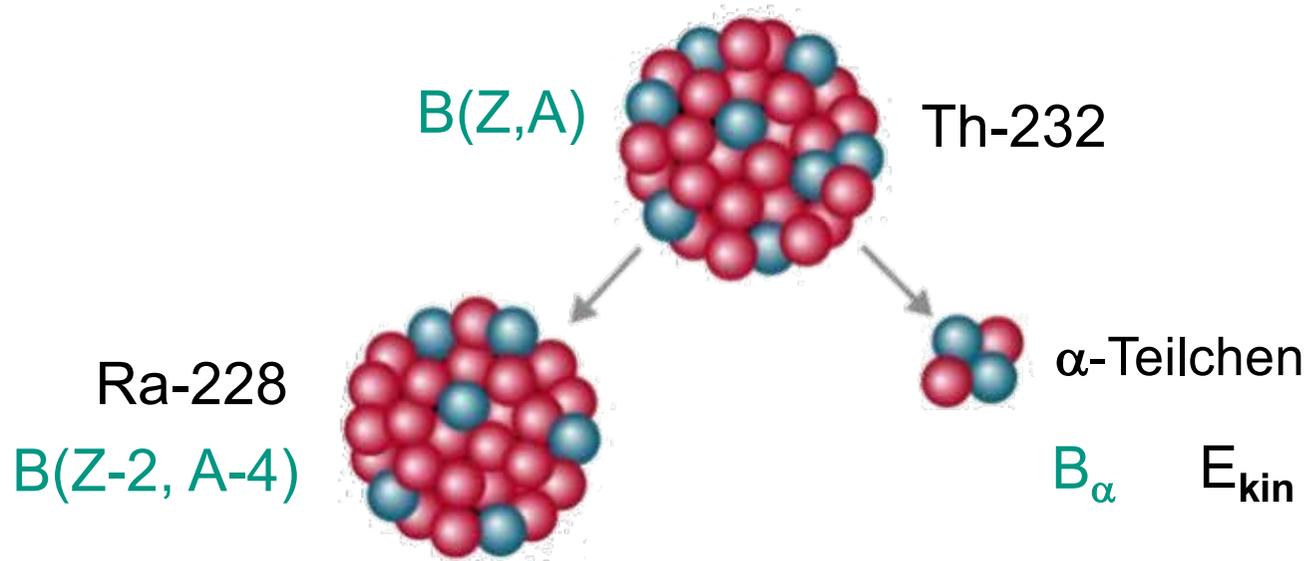
50 \$ (50-er Jahre)

*Produces awe-inspiring sights! Enables you to actually SEE the paths of electrons and alpha particles traveling at speeds of more than 10,000 miles per SECOND! Electrons racing at fantastic velocities produce delicate, intricate paths of electrical condensation - beautiful to watch. Viewing **Cloud Chamber action** is closest man has come to watching the Atom*

11.2 Alpha – Zerfall

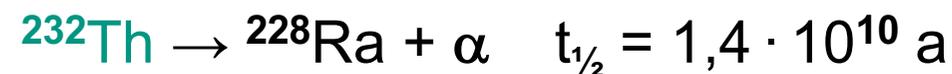
- schwere Kerne mit $A > 150$ (Sm) können durch **α -Emission** zerfallen:
 - Bedingung: der Q-Wert des α -Zerfalls muss > 0 sein

$$Q_\alpha = \underbrace{B(Z - 2, A - 4)}_{\text{Tochterisotop}} - \underbrace{B(Z, A)}_{\text{Isotop}} + \underbrace{B_\alpha(28,3 \text{ MeV})}_{\alpha\text{-Teilchen}} > 0$$

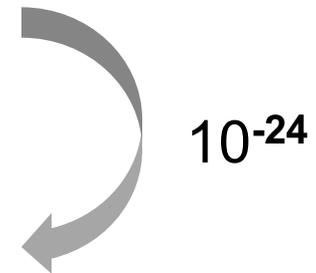
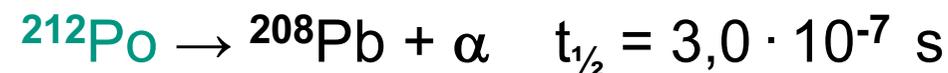


Alpha – Zerfall : Halbwertszeiten

- schwere Kerne mit $A > 150$ (Sm) können durch **α -Emission** zerfallen:
- Q-Wert $Q_\alpha = E_{\text{kin}}(\alpha)$ entscheidend für die **Halbwertszeit $t_{1/2}$** des Isotops:
- langsamster α -Zerfall:



- schnellster α -Zerfall:

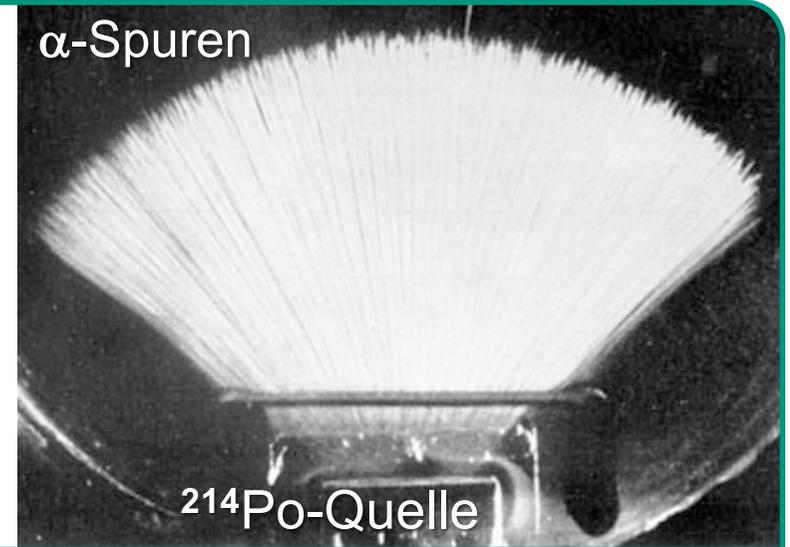


Alpha – Zerfall: Eigenschaften von α 's

■ α -Teilchen sind mono-energetisch

- typischer Wert: $E_{\text{kin}} \sim$ einige MeV
- Visualisierung der α -Energie in Nebelkammer-Aufnahmen:
alle α 's weisen die gleiche Reichweite auf

α -Spuren



■ α -Teilchen sind stark ionisierend

- α 's haben eine hohe Ionisationsrate & **geringe Reichweite**
- α -Emitter:
 - ↳ radiologische Konsequenzen
 - ↳ Verwendung als langlebige Radionuklidbatterien

238Pu Pellet (glühend)



Alpha – Zerfall: kinetische Energien

■ Energiebetrachtung beim α -Zerfall mit Q-Wert Q_α :

- vor dem α -Zerfall: ruhender Mutterkern $E_{\text{kin}}(\text{MK}) = 0$
- nach dem α -Zerfall: kinetische Energie α -Teilchen $E_{\text{kin}}(\alpha)$
Rückstoß-Energie des Tochterkerns $E_{\text{kin}}(\text{TK})$

(Z, A)



$E_{\text{kin}}(\text{MK}) = 0$

mit Massen-
Verhältnis: $\frac{M_\alpha}{M_{\text{TK}}} \cong \frac{4}{A-4}$

- es ergeben sich folgende kinetische Energien:

$$E_{\text{kin}}(\text{TK}) \cong \frac{4}{A} \cdot Q_\alpha$$

$$E_{\text{kin}}(\alpha) \cong \frac{A-4}{A} \cdot Q_\alpha$$

$$E_{\text{kin}}(\alpha) \gg E_{\text{kin}}(\text{TK})$$

Alpha-Zerfall: Tunneleffekt

- 1929 - G. Gamow & E. Condon: Emission eines α -Teilchens aus Kern beruht auf dem quantenmechanischen **Tunneleffekt**

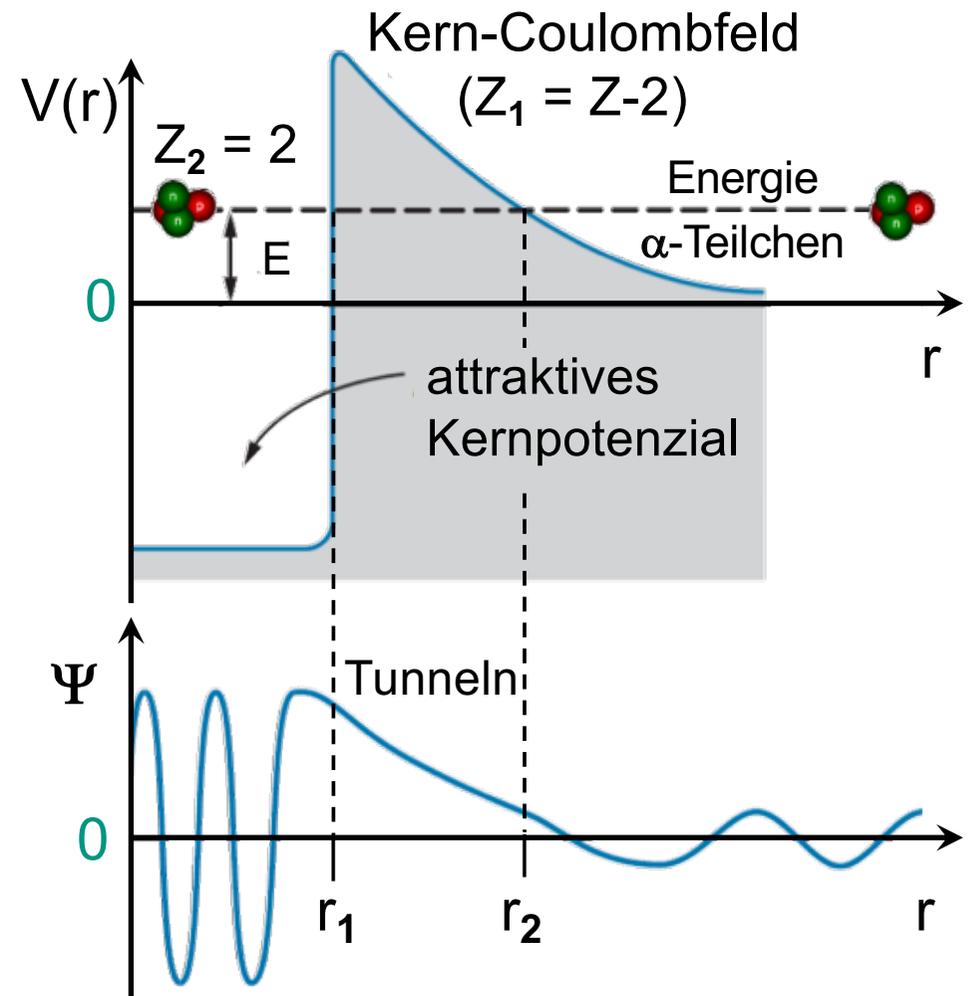
- Berechnung der Transmissionswahrscheinlichkeit T (vgl. Kap. 5.4 Tunneleffekt)

$$T \propto e^{-G}$$

Gamow-Faktor

- Gamow-Faktor im α -Zerfall:

$$G \propto \frac{Z-2}{\sqrt{E_{kin}(\alpha)}}$$



α -Zerfall von Po-212 - Lebensdauer

■ Berechnung der Lebensdauer von **Po-212** gegen α -Zerfall

1. Nach der Bildung eines α -Teilchens im Kernvolumen Bestimmung der Transmissionswahrscheinlichkeit T durch die 17,9 fm breite Coulomb-Barriere:

$$T \sim 2,1 \cdot 10^{-15}$$

2. Berechnung der Frequenz f mit der ein α -Teilchen der Energie $E(\alpha) = 8,78$ MeV an die Wand der Coulomb-Barriere stößt:

$$f = v / 2R_{Po} \sim 1,1 \cdot 10^{21} / s$$

3. Berechnung der Zerfallskonstant λ :

$$\lambda = f \cdot T = 2,3 \cdot 10^6 / s$$

$$\tau = 1 / \lambda = 0,43 \mu s$$

$$t_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau = 0,30 \mu s$$

