Aufgabe 36

el . Dipolübergänge sind aufgrund der Parität (Invarianz gegenüber Inversion) verboten. (Parität einer Konfiguration $I\left|\psi\right\rangle = (-1)^{\sum_i^N l_i}\left|\psi\right\rangle$, l_i: Bahndrehimpulse der N Elektronen) .

magn. Dipolübergänge: $\Delta J = 0, \pm 1$, nicht 0↔0: $^5I_8 \rightarrow {}^5I_7$, $^3K_8$, $^3K_7$.

el. Quadrupolübergänge: $\Delta J = 0, \pm 1, \pm 2$ nicht 0↔0: $^5I_8 \rightarrow {}^5I_{7,6}$, $^3K_{8,7}$, $^5G_6$, $^3H_6$ ..., strikte LS-Kopplung (ΔS=0, keine Quintett-Triplett-Übergänge, ΔL=0,±1,±2)

Aufgabe 37

Aufgrund der Parität verschwinden die Matrixelemente des elektrischen Dipoloperators innerhalb einer Elektronenkonfiguration $\left\langle 4f^n \middle| \vec{d} \middle| 4f^n \right\rangle = 0$. Ein externes elektrisches Feld mischt Konfigurationen unterschiedlicher Parität und induziert damit ein elektrischen Dipolmoment $d \propto E$.

Qualitative Beschreibung mit dem klassischen Oszillatormodell

$$m\ddot{x} = -\gamma m\dot{x} - m\omega_0^2 x + eE(x,t)$$

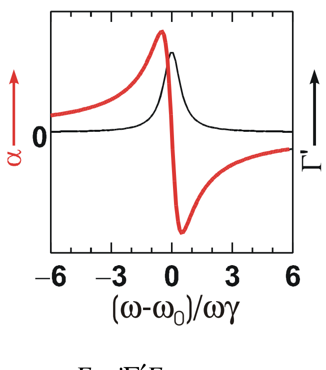
$$E(x,t) = E(x)\exp(i\omega t), \quad x = x_0 \exp(i\omega t)$$

$$-x_0\omega^2 \exp(i\omega t) = -i\gamma m\omega x_0 \exp(i\omega t) - m\omega_0^2 x_0 \exp(i\omega t) + eE\exp(i\omega t)$$

$$x_0 = \frac{eE(x)}{m\left(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\right)}$$

Dipolmoment

$$p = ex = \frac{e^2}{m}\left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + (\omega\gamma)^2} - i\frac{\omega\gamma}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + (\omega\gamma)^2}\right)E(x)\exp(i\omega t)$$



$$p = \alpha E - i\Gamma' E$$

$$E_{pot} = -\vec{p}\vec{E} = -\alpha E^2$$

$$F = -\nabla E_{pot} = \alpha \nabla E^2$$

α>0 Kraft wirkt in Richtung Fokus ($\omega<\omega_0$)
α<0 Kraft wirkt vom Fokus weg ($\omega>\omega_0$)

Aufgabe 38
a)

Zeitdilatation

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2}}$$

Wellenlänge, wenn sich der Beobachter und die Quelle aufeinander zu bewegen (im Bezugssystem des Beobachters)

$$\lambda = (c-\upsilon)\tau$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{c\sqrt{1-\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2}}{(c-\upsilon)\tau_0} = \nu_0\sqrt{\frac{c+\upsilon}{c-\upsilon}}$$

$$\upsilon << c \quad \nu = \nu_0\left(1+\frac{\upsilon}{c}\right)$$

b) Doppler-Verbreiterung

Für die Anzahl der Atome, die mit der Geschwindigkeit υ der emittierten Welle hinterher fliegen gilt nach Boltzmann

$$n \propto \exp\left(-\frac{m\upsilon^2}{2kT}\right)$$

mit der Dopplerverschiebung von oben

$$\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2 = \left(\frac{\nu}{\nu_0}-1\right)^2$$

$$n(\upsilon) \propto \exp\left(-\frac{mc^2}{2kT}\left(\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0}\right)^2\right)$$

Halbe Breite auf halber Höhe

$$\frac{1}{2} = \exp\left(-\frac{mc^2}{2kT}\left(\frac{\nu_{½}-\nu_0}{\nu_0}\right)^2\right)$$

$$\nu_{½}-\nu_0 = \Delta\nu_{½} = \nu_0\sqrt{2\ln 2\frac{kT}{mc^2}}$$

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda} = 5{,}1\times10^{14}\,\mathrm{Hz}$$

$$\Delta\nu_{½} = \nu_0 2.4\times10^{6} = 1{,}2\,\mathrm{GHz}$$

c)
Durch die Absorption eines Photons, das dem Atom entgegen kommt, wird der Impuls des Atoms um den Impuls des Photons verringert (solange $P_{Na} >> P_\gamma$ gilt). Der Laser muß mit seiner Frequenz folglich in der rechten Flanke der Absorptionslinie sitzen.

Da das Atom das absorbierte Photon in eine beliebige Richtung emittieren wird, kommt es in Richtung des Laserstrahls zu einer Verringerung der atomaren Geschwindigkeit.

Im Kreuzungspunkt von 6 Laserstrahlen können somit Atome gefangen und ihre Geschwindigkeiten reduziert werden.

d) Die kleinste mögliche Geschwindigkeit entspricht dem Rückstoß aufgrund der Emission eines Photons. Die Geschwindigkeit kann abgeschätzt werden:

$$p = \frac{h}{\lambda} \approx m\upsilon_{Rückstoß}$$

Für die entsprechende Temperatur gilt

$$\frac{1}{2} m\upsilon_{Rückstoß}{}^2 = \frac{3}{2} kT$$

$$T = 3\frac{m\upsilon_{Rückstoß}{}^2}{k} = 7{,}5\times10^{-6}\ \text{K}$$

Dopplerbreite

$$\frac{\Delta\nu_{1/2}(1\mu\text{K})}{\Delta\nu_{1/2}(1000\text{K})} = \sqrt{\frac{10^{-6}\,\text{K}}{1000\text{K}}}$$

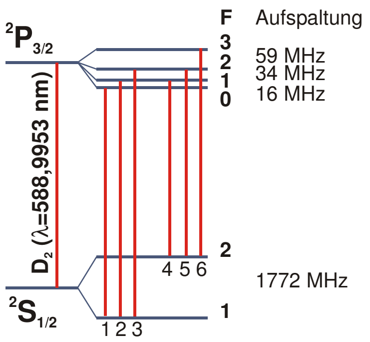
$$\Delta\nu_{1/2}(1\mu\text{K}) = \Delta\nu_{1/2}(1000\text{K})\cdot 3\times10^{-5} = 38\ \text{kHz} < \text{natürliche Linienbreite } \approx 5\,\text{MHz}$$

Die Laserfrequenz muß zur Abkühlung etwas erniedrigt werden.

Aufgabe 39

a)

$^2P_{3/2}$: J=3/2, I=3/2→F=0,1,2,3
$^2S_{1/2}$: J=1/2, I=3/2→F=1,2



b) Die relative Intensität eines Übergangs kann aus der Anzahl der beteiligten Zustände abgeschätzt werden

1: 3
2: $3 \cdot 3=9$
3:$3 \cdot 5=15$

4: $5 \cdot 3=15$
5: $5 \cdot 5=25$
6: $5 \cdot 7=35$

Der Übergang 6 ist am stärksten und eignet sich somit am besten, um Na-Atome einzufangen.

c) Die Anregung $^2S_{1/2}$ F=2$\rightarrow$ $^2P_{3/2}$ F=2 kann beim Zerfall in den Grundzustand $^2S_{1/2}$ F=1 führen. Atome im Grundzustand haben keine Wechselwirkung mit dem Fanglaser$\rightarrow$keine Rückstoßheizung (zusätzlich ist der Na-Na Streuquerschnitt im Grundzustand geringer als in den angeregten Zuständen$\rightarrow$Die Dichte des Atomgases kann gesteigert werden).

Laufen die Atome im Grundzustand aus dem Kreuzungspunkt der Laser heraus, kann der Übergang $^2S_{1/2}$ F=1$\rightarrow$ $^2P_{3/2}$ F=2 angeregt werden. $^2P_{3/2}$ F=2 kann in den Zustand $^2S_{1/2}$ F=2 zerfallen, und damit wird die Wechselwirkung mit dem Fanglaser wieder möglich.

So bleiben die Schäfchen zusammen und vermehren sich, bis die Laser abgeschaltet werden.