Physik IV – Atome und Moleküle

Sommer 2005, Prof. Wim de Boer, Universität Karlsruhe

Übungsleiter: Frank Hartmann, Forschungszentrum Karlsruhe, Tel.: 07247 82 6330; Email: Frank.Hartmann@cern.ch

LÖSUNGEN Übung 7

1. (a) Das Element hat 14 Elektronen ⇒ Silizium.
   (b) Das Element hat 20 Elektronen ⇒ Kalzium.

2. Einstein-de-Haas

   (a) magnetisches Moment des vom Elektron bedingten Kreisstroms: $\vec{\mu} = I\vec{A}$ mit $I = \frac{-e}{T} = \frac{-e\omega}{2\pi}$ und $A = \pi r^2$ folgt: $\vec{\mu} = -\frac{1}{2}e\omega r^2 \hat{l_z}$ mit $\vec{l} = m\omega r^2 \hat{l_z}$ folgt: $\vec{\mu} = -\frac{e}{2m}\vec{l}$

   (b) Ausrichtung der atomaren magnetischen Momente im Eisen $\mu_{\vec{F}e}$ bedingt eine Änderung der atomaren Drehimpulse $\vec{L}_{Atom} \rightarrow$ Zylinder dreht sich wegen Drehimpulserhaltung, also $\vec{L}_{makro}$ entgegengesetzt zu $\vec{L}_{Atom}$: $\vec{L}_{makro}|| - \vec{L}_{Atom}$
   Da $\vec{L}_{Atom}|| - \vec{\mu}_{Fe}$ und $\vec{\mu}_{Fe}||B$ folgt $\vec{L}_{makro}||\vec{B}$ oder $\vec{\omega}||\vec{B}$
   Aus $\vec{L} = \Theta_{Fe}\vec{\omega}$ folgt $\vec{\omega} = \frac{2n_{Fe}\vec{L}_{makro}}{\theta_{Fe}}$ (I) (2 wegen Umklappen) mit n_{Fe}: Anzahl der Eisenatome $= \frac{M_{Fe}}{m_{Fe}}N_A$ und m_{Fe} : atomare Masse von Eisen
   $\rightarrow \omega = \frac{2N_A M_{Fe} L_{Atom}}{\theta_{Fe} m_{Fe}}$ (II)

   (c) $\gamma = \frac{|\vec{\mu}|}{|\vec{L}_{Atom}|} = \frac{|n_{Fe}\vec{\mu}|}{|n_{Fe}\vec{L}_{Atom}|} = \frac{|\vec{M}_{Fe}|}{|n_{Fe}\vec{L}_{Atom}|} = (mitI) = \frac{|\vec{M}_{Fe}|}{\Theta_{Fe}|\omega|}$
   mit $\vec{M}$: magnetisches Moment des Zylinders
   (Achtung M:Masse; $\vec{M}$: magn. Moment)

   (d) aus (II) folgt mit Annahme $L_{Atom} = \hbar$ und $\rho = \frac{M_{Fe}}{\pi r^2 L_{Zyl}} = \frac{M_{Fe}^2}{2\pi\Theta_{Fe}L_{Zyl}}$; L_{Zyl}:Länge des Zylinders. $\Theta_{Fe} = \Theta_{Zyl.} = \rho V \frac{r^2}{2}$
   $\rightarrow \omega = \frac{2N_A M_{Fe}\hbar}{\frac{M_{Fe}^2}{2\pi\Theta_{Fe}L_{Zyl}}\Theta_{Fe}m_{Fe}} = \frac{4\pi N_A \hbar \rho L_{Zyl}}{M_{Fe}m_{Fe}}$
   $\rightarrow \omega = \frac{4\pi \times 6 \times 10^{23} \times 1.05 \times 10^{-34} \times 7.87 \times 10^3 \times 10^{-2}}{10^{-3} \times 55.8} = 1.1 \times 10^{-6}\frac{1}{s}$

3. Stern-Gerlach

   (a) inhomogenes Magnetfeld übt Kraft auf magnetische Momente aus. Klassisch würde man eine isotrope Verteilung der magnetischen Momente im Silberstrahl, also ein Kotinuum möglicher Ablenkungen erwarten.
   Gemessen werden jedoch zwei Linien: (siehe auch Haken-Wolf):
   → Richtungsquantelung: Atome haben nur diskrete Mögl. zur Einstellung der mahn. Momente relativ zum Magnetfeld: parallel und antiparallel.
   → beim Bahndrehimpuls der abgeschlossenen inneren Schalen (man misst denselben Wert der Ablenkung für alle Atome, die ein äusseres s-Elektron haben)
   → s-Elektron hat l=0, man misst nur Spinmagnetismus

   (b)

   - $E_{kin} = \frac{M_{Ag}v_x^2}{2} = \frac{3}{2}kT \rightarrow v_x^2 = \sqrt{\frac{3kT}{M_{Ag}}}$ (1)

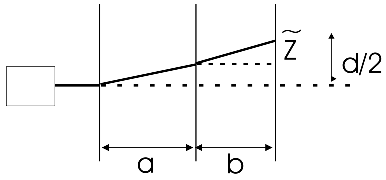

Abbildung 1: *Stern-Gerlach-Versuch*

- $t_a = \frac{a}{v_x} = a\sqrt{\frac{3kT}{M_{Ag}}}$ (2)
- $t_b = \frac{b}{v_x} = b\sqrt{\frac{3kT}{M_{Ag}}}$ (3)
- Kraft: $F_z = \mu_{Ag}\frac{\partial B}{\partial z}$ wobei $\mu_{Ag} = \mu_s = -g_s\frac{e}{2m_e}m_s\hbar = \pm\frac{e\hbar}{2m_e}\frac{\partial B}{\partial z}$ (4), mit $m_s = \pm\frac{1}{2}$ und $g_s = 2$
  Aus (4) folgt: $M_{Ag}\ddot{z} = \pm\frac{e\hbar}{2m_e}\frac{\partial B}{\partial z}$ (5)
- Beim Austritt aus dem Magnetfeld gilt:
  $V_z = \ddot{z}t_a = (mit\ 5)\ \pm\frac{e\hbar ab}{2m_e M_{Ag}}\frac{\partial B}{\partial z}t_a = (mit\ 2)\ \pm\frac{e\hbar a}{2m_e\sqrt{3kTM_{Ag}}}\frac{\partial B}{\partial z}$
  Von da an ist die Geschwindigkeit konstant:
  $\tilde{z} = V_z t_b = (mit\ 3)\ \frac{e\hbar ab}{6m_e kT}\frac{\partial B}{\partial z}$ (6)
- Der Weg (in z-Richtung) im Magnetfeld beträgt:
  $\frac{d}{2} - \tilde{z} = \frac{1}{2}\ddot{z}t_a^2 = (mit\ 5)\ \frac{e\hbar}{4m_e M_{Ag}}\frac{\partial B}{\partial z}t_a^2 = \frac{e\hbar}{4m_e M_{Ag}}\frac{\partial B}{\partial z}\frac{a^2 M_{Ag}}{3kT} \Rightarrow d = 2\times(\frac{e\hbar a^2}{12m_e kT}\frac{\partial B}{\partial z} - \frac{e\hbar ab}{6m_e kT}\frac{\partial B}{\partial z}) = \frac{e\hbar a}{3m_e kT}\frac{\partial B}{\partial z}(\frac{a}{2}+b)$ (7)

(c) (7) ist unabhängig von der Masse der Silberatome → selbes Ergebnis für verschiedene Isotope, und auch für andere Elemente, solange ihr magnetisches Moment von einem einzigen Elektron erzeugt wird.

(d) Im Ofen erhalten die Atome thermische Geschwindigkeiten, die am besten durch eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung beschrieben wird. → Die gemessenen Linien sind nicht scharf, sondern gemäss der Verteilung der Geschwindigkeiten *verwaschen*.