Aufgabe 13

a) Geben Sie alle l und m Quantenzahlen für das Wasserstoffatom in den Zuständen mit den Hauptquantenzahlen n = 5 und 6 an.

b) Berechnen Sie die Nullstellen der radialen Wellenfunktion $R_{n,l}(r)$ des Wasserstoffatoms für n = 1 und 2, und skizzieren Sie $R_{n,l}(r)$.

c) Welche Bedeutung hat das Integral $\int_r^{r+\Delta r} r'^2 R_{n,l}^2(r')dr'$? Berechnen Sie für n = 1

$\int_0^\infty r^2 R_{n,l}^2(r)dr$. Schätzen Sie vor Ihrer Rechnung das Ergebnis ab.

d) Berechnen Sie die Extrema von $r^2 R_{n,l}^2(r)$ für n = 1 und 2, und skizzieren Sie $r^2 R_{n,l}^2(r)$. Stellen Sie einen Vergleich mit dem Bohrschen Atommodell an.

Ein schönes Programm zur Visualisierung des Wasserstoffatoms finden Sie unter http://www.hydrogenlab.de/.

Aufgabe 14

Berechnen Sie für den 1s Zustand von Wasserstoff die Erwartungswerte $\langle \vec{r} \rangle, \langle r \rangle$ und $\langle r^2 \rangle$ in Einheiten von a_0.

Aufgabe 15

Wie groß ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines 1s, 2s und 3s Elektrons innerhalb des Atomkerns für ${}^1_1\mathrm{H}$ und ${}^{23}_{11}\mathrm{Na}^{10+}$? Schätzen Sie den jeweiligen Kernradius über das Tröpfchenmodell ab und zeigen Sie, dass Sie für $r \le r_K$ die Variation des Radialanteils vernachlässigen können, d.h. nehmen Sie an: $R_{n,0}(r) = const. = R_{n,0}(0)$ für $r \le r_K$.

Hinweis:

$$\int x^2 e^{ax} dx = e^{ax}\left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3}\right)$$

$$\int x^n e^{ax} dx = \frac{1}{a} x^n e^{ax} - \frac{n}{a}\int x^{n-1} e^{ax} dx$$