

Blatt 3

Aufgabe 9

Mitbewegung des Kerns / Isotopieverschiebung:

$$R_X = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m_e}{m_H}} \quad ;$$

$$\Rightarrow \nu = \frac{E}{hc} = -R_X \frac{Z^2}{n^2}$$

Pickering-Serie (s. Haken/Wolf) 1. Linie: $\Rightarrow n=4; m=5$

$$\Delta \nu = \Delta \frac{E}{hc} = 4 \cdot R_\infty \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_{4He}}} - \frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_{3He}}} \right)$$

$$= 9876,36 \frac{1}{\text{nm}} \cdot 4,483 \cdot 10^{-5} = 0,4428 \frac{1}{\text{nm}}$$

$$\Rightarrow \Delta E = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$$

3. Linie: $\Rightarrow n=4; m=7$

$$\Delta \nu = \Delta \frac{E}{hc} = 4 \cdot R_\infty \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{7^2} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_{4He}}} - \frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_{3He}}} \right)$$

$$= 0,828 \frac{1}{\text{nm}}$$

$$\Rightarrow \Delta E = 1,03 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$$

Verwechslungsgefahr von:

$$4 R_{He^+} \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2} \right) = R_{He^+} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\left(\frac{m}{2}\right)^2} \right) \quad \text{für } m=6,8,10,\dots$$

denn Balmer-Serie: $4 R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{h^2} \right)$ mit $h=3,4,\dots$

Aufgabe 10

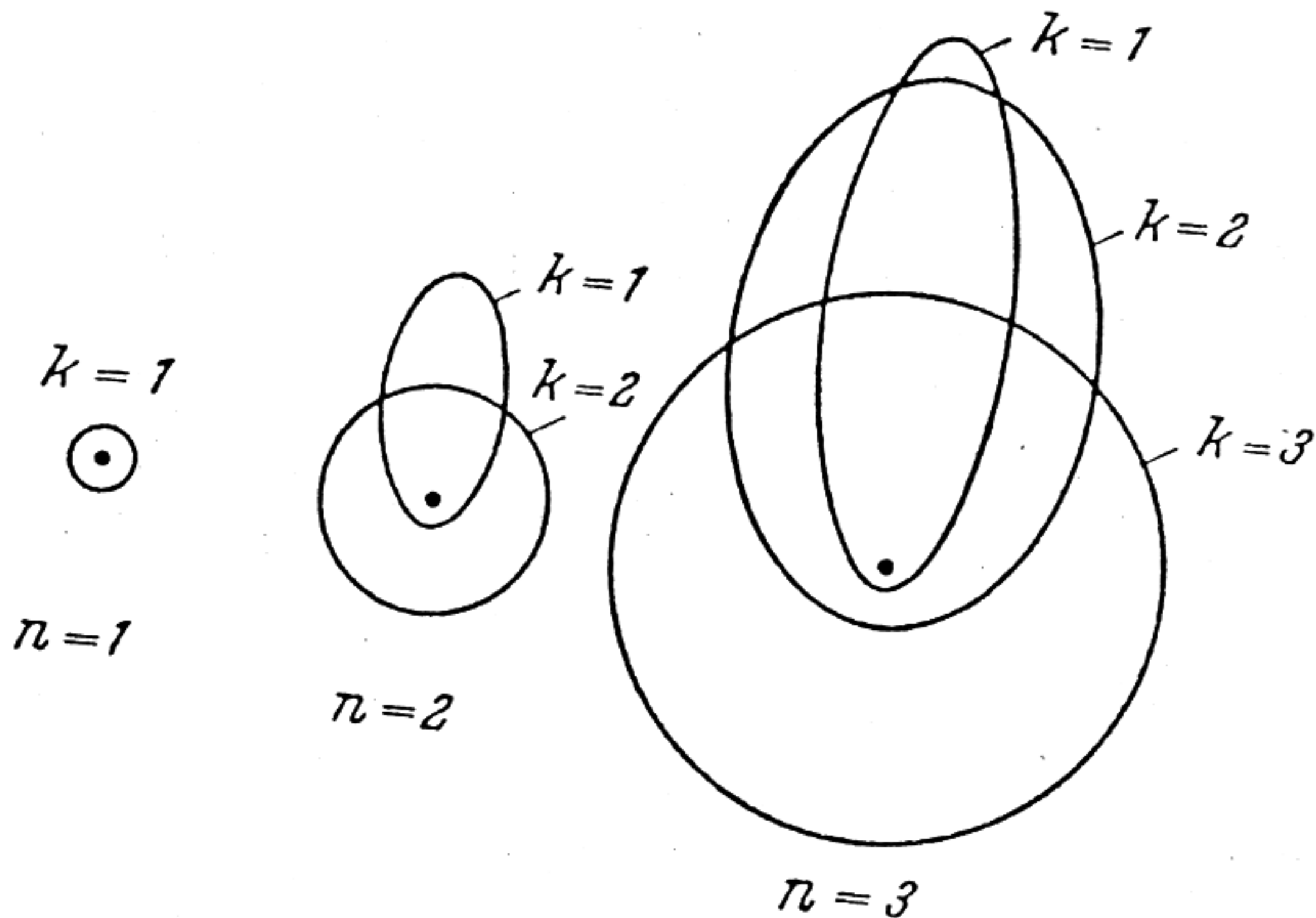
a) $Z = 2$; berechne a_n und $b_{n,k}$ mit $k = 1, 2, 3$

$$n = 1 : \quad a_1 = \frac{a_0}{2} \quad ; \quad b_{1,1} = \frac{a_0}{2} = a_1$$

$$n = 2 : \quad a_2 = 2 a_0 \quad ; \quad b_{2,1} = a_0$$
$$b_{2,2} = 2 a_0 = a_2$$

$$n = 3 : \quad a_3 = \frac{9}{2} a_0 \quad ; \quad b_{3,1} = \frac{3}{2} a_0$$
$$b_{3,2} = 3 a_0$$
$$b_{3,3} = \frac{9}{2} a_0 = a_3$$

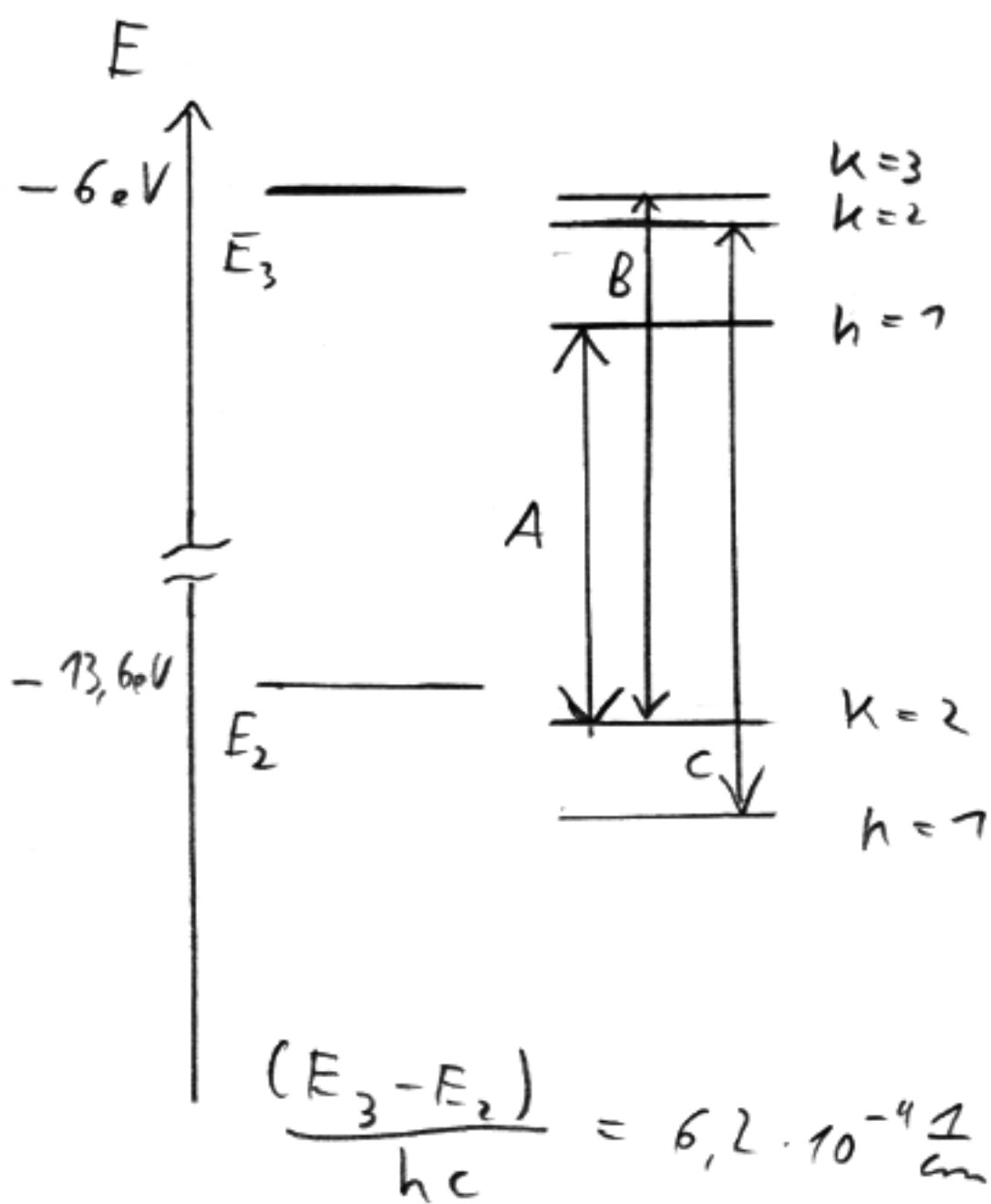
Skizze



b)

n	h	$E_n = -hc \frac{R_\infty}{1 + \frac{m_e}{m_h}} \cdot \frac{Z^2}{n^2}$	$\left(\frac{n}{h} - \frac{3}{4}\right) \frac{Z^2 Z^2}{n^2}$	$E_{n,h} \left[\frac{1}{\text{cm}}\right]^*$
1	1	-54,4 eV	$2,13 \cdot 10^{-4}$	$43,8 \cdot 10^4$
2	1	-13,6 eV	$6,66 \cdot 10^{-5}$	$11,0 \cdot 10^4$
2	2	-13,6 eV	$1,33 \cdot 10^{-5}$	
3	1	-6,0 eV	$5,33 \cdot 10^{-5}$	$4,8 \cdot 10^4$
3	2	-6,0 eV	$1,77 \cdot 10^{-5}$	
3	3	-6,0 eV	$0,59 \cdot 10^{-5}$	

* In der Spektroskopie gibt man häufig die Termwerte in Wellenzahl $\bar{\nu} = \frac{E}{hc}$ an. $\frac{E}{\bar{\nu}} hc = 1,98648 \frac{\text{J}}{\text{cm}^{-1}}$



c) Übergänge mit $\Delta h = \pm 1$

$$\begin{aligned}
 A: E_{3,1} - E_{2,1} &= -4,8 \cdot 10^4 (1 + 5,33 \cdot 10^{-5}) \frac{1}{\text{cm}} \\
 &\quad + 11,0 \cdot 10^4 (1 + 1,33 \cdot 10^{-5}) \frac{1}{\text{cm}} \\
 &= 6,2 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{cm}} - 7,7 \frac{1}{\text{cm}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B: E_{3,2} - E_{2,1} &= 6,2 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{cm}} + 1,2 \frac{1}{\text{cm}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C: E_{3,1} - E_{2,2} &= 6,2 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{cm}} + 6,5 \frac{1}{\text{cm}}
 \end{aligned}$$

$E \left[\frac{1}{\text{cm}} \right]$



Aufgabe 11

Unschärfe Relation: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$, als Grenze $\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p \approx \hbar \\ \Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \end{cases}$

Hier: $\frac{\Delta p}{p} = 10^{-3}$

in der Valeuro genannt, daher auch möglich.

Tisch tennis ball: $\Delta x \geq \frac{\hbar}{\Delta p} = \frac{\hbar}{10^{-3} p} = \frac{\hbar}{10^{-3} m v} = 1,054 \cdot 10^{-29} \text{ m}$

Elektron: Relativistisch, denn $\beta = \frac{v}{c} = 0,6$

$$p = m \cdot v = m_0 \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot c$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{\hbar}{10^{-3} \cdot p} = 5,75 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Aufgabe 12

$$A) \quad a) \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m E_{kin}}}$$

$$\Leftrightarrow 2 m E_{kin} = \frac{h^2}{\lambda^2}$$

$$U = \frac{h^2}{2 m e \lambda^2} = 150,6 \text{ V}$$

; typisch für LEED
(Low Energy Electron Diffraction)
für Oberflächenuntersuchungen

$$b) \quad U = 15,06 \text{ kV}$$

$$\text{Relativistisch: } \frac{h}{\lambda} = \sqrt{2 m_0 E_{kin}} \sqrt{1 + \frac{E_{kin}}{2 m_0 c^2}}$$

$$\Leftrightarrow E_{kin}^2 + 2 m_0 c^2 E_{kin} - \frac{h^2 c^2}{\lambda^2} = 0$$

$$E_{kin} = -m_0 c^2 + \sqrt{m_0^2 c^4 + \frac{h^2 c^2}{\lambda^2}}$$

$$\Rightarrow E_{kin} = 750,6 \text{ eV} \quad \text{für } \lambda = 1 \text{ Å}$$

$$E_{kin} = 74,85 \text{ keV} \quad \text{für } \lambda = 0,1 \text{ Å}$$

$$B) \quad E_{kin} = \frac{h^2}{2 m \lambda^2} = \begin{cases} a) 82 \text{ meV} \\ b) 8,2 \text{ eV} \end{cases} \ll 950 \text{ MeV}$$

$$v = \frac{h}{m \lambda} = \begin{cases} a) 3956 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ b) 39558 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$E_{kin} = \frac{3}{2} k_B T$$

$$T = \frac{2}{3} \frac{E_{kin}}{k_B} = \begin{cases} a) 633 \text{ K} & \sim \text{thermische Neutronen} \\ b) 63300 \text{ K} \end{cases}$$