

### Aufgabe 25

Für  $^{155}\text{Gd}^{3+}$  hat die Hyperfeinkonstante  $A$  den Wert  $A \cdot \hbar^2 = 3 \cdot 10^{-26} \text{J}$ . Die Quantenzahlen  $I$  des Kernspins und  $J$  des Gesamtdrehimpulses der Elektronen sind  $I = 3/2$  und  $J = 7/2$ . Bestimmen Sie die Quantenzahlen des Gesamtdrehimpulses  $\bar{F}$ . Skizzieren Sie die Hyperfeinaufspaltung und bestimmen Sie den energetischen Abstand benachbarter Hyperfeinniveaus ( $F, F-1$ ) in Abhängigkeit von  $F$  (Intervall-Regel). Wie groß sind die entsprechenden Frequenzen?

### Aufgabe 26

Eine Probe, deren Atome den Grundzustand  $^2\text{S}_{1/2}$  haben, wird auf 1 K abgekühlt.

- In wie viele Energieniveaus spaltet der Grundzustand in einem Magnetfeld ( $B=1\text{T}$ ) auf?
- Berechnen Sie die unterschiedliche Besetzungsdichte der beiden Niveaus im thermischen Gleichgewicht mit dem Boltzmann-Faktor ( $N_i = A \cdot \exp(-E_i / (k_B T))$ ) mit  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{JK}^{-1}$ .
- Wie groß ist die Temperaturerniedrigung, wenn das B-Feld langsam auf 1 mT reduziert wird und sich die Besetzungsdichten dabei nicht ändern?

### Aufgabe 27

Die Heisenbergsche Unschärferelation für Ort und Impuls kann analog auch für Energie und Zeit formuliert werden.

- Die Lebensdauer eines Elektrons in einem Zustand mit der Hauptquantenzahl  $n = 2$  des H-Atoms ist 10 ns. Wie groß ist die Unsicherheit seiner Energie  $\Delta E$ ? Vergleichen Sie  $\Delta E$  mit der Energie des Zustands  $n = 2$ .
- Auf welche Geschwindigkeit wird das H-Atom aus der Ruhe beschleunigt, wenn beim Übergang des Elektrons aus dem Zustand  $n = 2$  in den Grundzustand  $n = 1$  ein Photon abgestrahlt wird?

### Aufgabe 28

Aufgrund der  $l$ -Entartung des Wasserstoffatoms wird der lineare Stark-Effekt beobachtet. Im ersten angeregten Zustand ( $n=2$ ) verhält es sich, als hätte es ein Dipolmoment, das sich parallel oder antiparallel zum äußeren Feld orientieren kann.

- Zeigen Sie unter Verwendung der Orthonormiertheit der  $\Psi_{2,0}$  und  $\Psi_{2,1,0}$ , dass auch die Linearkombinationen  $\Psi_- = \cos\beta \Psi_{2,0} - \sin\beta \Psi_{2,1,0}$  und  $\Psi_+ = \sin\beta \Psi_{2,0} + \cos\beta \Psi_{2,1,0}$  orthonormiert sind
- Berechnen Sie  $\langle p_{el,z} \rangle_+ (= -e \iiint \Psi_+ z \Psi_+ d\tau)$  und  $\langle p_{el,z} \rangle_-$ . Hinweis:  $\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$
- Für welchen Mischungswinkel  $\beta$  ist das Dipolmoment maximal und wie groß ist die maximale Energieabsenkung im äußeren elektrischen Feld  $\vec{E}$ ?