

Übung 9; Übungen (30.06 Dienstag / 02.07. Donnerstag)

1. Spin-Bahn Kopplung

Die Energieverschiebung eines Elektron aufgrund der Spin-Bahn Kopplung im Wasserstoffatom ist gegeben durch:

$$E_{ls} = \frac{\alpha^4 m_e c^2}{2\hbar^2} \frac{\langle \vec{s} \cdot \vec{l} \rangle}{n^3 l(l+1/2)(l+1)}$$

- Berechnen sie den Erwartungswert $\langle \vec{s} \cdot \vec{l} \rangle$ für die Spin-Bahn Kopplung!
- Berechnen sie E_{ls} in den Einheiten eV und cm^{-1} für alle Zustände des Wasserstoffatoms mit $n=1,2,3$! Kann man diese Aufspaltung konventionell spektroskopisch beobachten? Gilt ihre Aussage auch für Alkali- bzw. Erdalkaliatome?
- Welche Besonderheit ergibt sich für die s-Zustände? Zeichnen sie ein Termschema für $n=1,2,3$ unter Berücksichtigung der Spin-Bahn Kopplung! Diskutieren sie die Entartung der Zustände.

2. Feinstruktur beim Wasserstoff

Für die gesamte Feinstrukturaufspaltung (einschließlich relativistischer Korrekturen) gilt:

$$\Delta E_{n,j} = E_n \frac{\alpha^2}{n} \left(\frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \right) \text{ mit } E_n = -\frac{13.6eV}{n^2}$$

- Welche relativistischen Korrekturen sind gemeint?
- Berechnen Sie die Aufspaltung der Zustände in eV mit $n=1,2,3$ und diskutieren Sie die Unterschiede zu den Ergebnissen der Spin-Bahn Kopplung !

3. Hyperfeinstruktur

- (a) Wie kommt die Hyperfeinstruktur in Vergleich zur Feinstruktur zustande?
- (b) In wieviele Hyperfeinstrukturkomponenten sind die Grundzustände folgender Atome aufgespalten:

$${}^3H(2s_{1/2}, I = \frac{1}{2}); {}^6Li(2s_{1/2}, I = 1); {}^{14}N(4s_{3/2}, I = 1); {}^{15}N(4s_{3/2}, I = \frac{1}{2})$$

- (c) Für die magnetische Hyperfeinwechselwirkung bei atomaren Wasserstoff gilt für die s-Zustände:

$$E_{Hyperfein} = \frac{a}{\hbar^2} \langle \vec{I} \vec{j} \rangle \text{ mit der Hyperfeinkonstanten}$$

$$a = \frac{2\mu_o}{3\pi a_o^3} \times g_e \times \mu_B \times g_p \times \mu_K \frac{1}{n^3}$$

(Kernspin $I=1/2$, g-Faktor des Protons $g_p=5.585$, g-Faktor des Elektrons $g_e=2.002$, Kernmagneton $\mu_K = 5.051 \times 10^{-27} Am^2$; Bohr'sches Magneton $\mu_B = 9.274 \times 10^{-24} Am^2$, Bohr'scher Radius $a_o = 5.292 \times 10^{-11} m$,

$$\mu_o = 1.257 \times 10^{-6} Vs/(Am)$$

In wieviele Niveaus spaltet der elektronische Grundzustand von atomaren Wasserstoff infolge der Hyperfeinwechselwirkung auf? Welche Werte hat die Gesamtdrehimpulszahl F ? Berechnen Sie die Hyperfeinaufspaltung in den Einheiten eV, cm^{-1} und Hz. Verifizieren Sie mit diesem Resultat die Intervallregel: $\Delta E_{F+1} - \Delta E_F = a(F + 1)$!

Matrix (1a/1b+1c/2/3a+3b/3c)

Übungsleiter: Frank Hartmann, Forschungszentrum Karlsruhe,
Tel.: +41 (76) 487 4362; Email: Frank.Hartmann@cern.ch

www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~hartmann/atom09