

Physik IV – Atome und Moleküle; Sommer 2010

Prof. Wim de Boer & Dr. Frank Hartmann, KIT

LÖSUNGEN Übung 2

1. Bragg-Reflexion

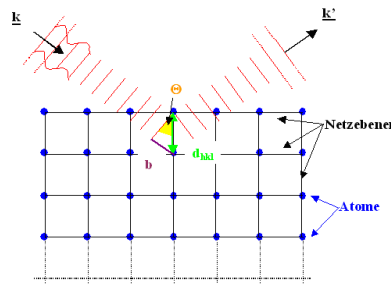


Abbildung 1: Skizze: Bragg-Winkel

Bedingung für konstruktive Interferenz:

$$n \cdot \lambda = 2 \cdot b$$

mit $b = d_{hkl} \cdot \sin \theta_B$ ergibt sich schließlich der gesuchte Bragg-Winkel zu:

$$\sin \theta_B = \frac{n \cdot \lambda}{2 \cdot d_{hkl}}$$

Bemerkungen:

- Mit d_{hkl} wird der Abstand zweier Netzebenen aus einer Netzebenenschar unter Verwendung der Millerschen Indizes bezeichnet. Welche man sich heraus greift spielt keine Rolle das Ergebnis für den Bragg-Winkel ist immer das Obige.
- Die Bragg-Bedingung gibt nur an wo man einen Bragg-Reflex erwartet, nicht ob es wirklich einen gibt (Basis) und schon gar nicht die Intensität (Debye-Waller-Faktor).
- Für $n \cdot \lambda > 2 \cdot d_{hkl}$ gibt es keine Lösung, d.h. sobald die Wellenlänge größer als zwei Mal die Gitterkonstante ist gibt es keine Möglichkeit zur konstruktiven Interferenz mehr.

2. Zyklotron

- (a) gekreuzte homogene elektrische und magnetische Felder wirken als Geschwindigkeitsfilter:

$$qE = Bqv \rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{U}{d} B$$

D.h. nur bei einer bestimmten Einstellung E/B werden die mit der Geschwindigkeit v in den Kondensator eintretenden Teilchen NICHT abgelenkt, da die beiden Feldstärken sich gerade aufheben.

$$v = \frac{8 \cdot 10^3 V}{4 \cdot 10^{-3} m \cdot 10^{-2} T} = 2 \cdot 10^8 m/s \rightarrow \beta = 2/3 \rightarrow \gamma = 1.34 \text{ d.h. man muß relativistisch rechnen.}$$

- (b) Ablenkung im Magnetfeld: Die Teilchen bewegen sich auf einer Kreisbahn mit $r^2 = L^2 + (r - a)^2 \rightarrow r = \frac{L^2 + a^2}{2a}$ da $L \gg a$ gilt: $r \simeq \frac{L^2}{2a}$

Bewegungsgleichung: $\frac{\gamma m_0 v^2}{r} = Bqv \rightarrow \frac{q}{m_0} = \frac{\gamma v}{rB} = \frac{\gamma E}{rB^2} = \frac{2\gamma U_a}{L^2 B^2 d} =$
 $\frac{2 \cdot 1.34 \cdot 8 \cdot 10^3 V \cdot 4.5 \cdot 10^{-3}}{(1.6m)^2 \cdot 10^{-4} T^2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 9.4 \cdot 10^7 C/kg$

Dies entspricht ca. 1/2000 von $e/m_{e,0}$ des Elektrons $\Rightarrow$ es handelt sich um Protonen! (korrekter Wert: $e/m_{p,0} = 9.58 \cdot 10^7 C/kg$)

- (c) Für die Gesamtenergie nach Verlassen des Zyklotrons gilt:

$$E_p = \sqrt{m_{p,0}^2 c^4 + p^2 c^2} \text{ mit der Protonenmasse } m_{p,0} \quad m_{p,0}^2 c^4 = (0.94 GeV)^2; p^2 c^2 = (\gamma m_{p,0} v c)^2 = (\gamma \beta m_{p,0} c^2)^2 = (1.34 \cdot 2/3 \cdot (0.94 GeV))^2 \rightarrow E_p = 0.94 GeV (1 + (1.34 \cdot 2/3)^2)^{1/2} = 1.26 GeV \rightarrow E_{kin} = E_p - m_{p,0} c^2 = 0.32 GeV \rightarrow \text{Anzahl der Umdrehungen: } n = \frac{0.32 \cdot 9}{2 \cdot 20 \cdot 10^3} = 8000$$

- (d) Umlauffrequenz der Protonen: $\omega_p = \frac{eBz}{m_p}$ (folgt aus $m\omega r = Ber$; mit $v = \omega r$) $\rightarrow$ Umlaufzeit: $T = \frac{2\pi}{\omega_p} m_p = \frac{2\pi}{eBz} (E_{kin} + m_{p,0} c^2)$ d.h. T ist nur dann unabhängig von der Energie E_p , wenn $E_{kin} \ll m_{p,0} c^2$ gilt. $\rightarrow \omega = \omega(t) = \frac{eBz}{m_p} = \frac{eBz c^2}{E_p} \rightarrow \omega(t) \cdot (m_{p,0} c^2 + \frac{\tilde{E}}{\pi} \int \omega(t) dt) = eBz c^2 \rightarrow \frac{eB c^2}{\omega(t)} = m_{p,0} c^2 + \frac{\tilde{E}}{\pi} \int \omega(t) dt \quad d/dt$
 $\rightarrow -eB c^2 \frac{\dot{\omega}}{\omega^2} = \frac{\tilde{E}}{\pi} \omega \rightarrow \frac{eB c^2}{E} \int \frac{d\omega}{\omega^3} = \int dt$ mit der Anfangsumlauffrequenz $\omega_0 \rightarrow \frac{eBz c^2 \pi}{2 \cdot \tilde{E}} (1/\omega^2 - 1/\omega_0^2) = t \rightarrow 1/\omega^2 = \frac{\tilde{E} t}{2 \cdot eBz c^2 \pi} + \frac{1}{\omega_0^2} \Rightarrow \omega(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot \omega_0^2}{\frac{\tilde{E} \omega_0^2}{eBz c^2 \pi} t + 1}}$

3. Rutherford

- (a) Teilchen stoppt, wenn $E_{kin} = E_{Coul}$; $E_{kin} = E_0$ $E_{Coul} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$;

$$Z_{Au} = 79 \rightarrow r = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_0}$$

$E_0 [MeV]$	1	10
$r [m]$	$1.14 \cdot 10^{-13}$	$1.14 \cdot 10^{-14}$

$$r_{Au} = 1.3 A^{1/3} fm = 7.6 fm \text{ (A: Nukleonenzahl } \cong M_{Au} \text{)}$$

$$\text{Berühren bei } r = R_{Au} = 7.6 fm \Rightarrow E_0 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R_{Au}} = 15 MeV$$

- (b) Anomale Streuung: Kernpotential setzt ein; keine reine Coulombabstossung

- (c) $b = 2.6 \cdot 10^{-13} m$; $Z_{Au} = 79$ Teilchen mit $E = 4 MeV$

$$k = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0}; b = \frac{k}{mv_0^2} \cotan(\theta/2) \rightarrow b = \frac{k}{2E} \cotan(\theta/2) \text{ mit } \cotan(\theta/2) = \frac{1}{\tan(\theta/2)}; \tan(\theta/2) = \frac{k}{2Eb} \Rightarrow \theta = 12,47^\circ$$

4. Photoeffekt

a.) Klassische Wellentheorie des Lichts: Freie Elektronen im Metall werden durch das elektrische Feld der Lichtwelle beschleunigt.

- ihre Energie sollte mit der Lichtintensität wachsen
- unabh. von der Frequenz sollte bei genügend hoher Intensität es möglich sein Elektronen aus dem Metall herauszulösen
- Existenz einer Grenzfrequenz ist mit klassischem Wellenmodell des Lichts nicht zu erklären.

b.) $\nu_i = c/\lambda_i \rightarrow \nu_i = 13.88; 11.53; 9.46; 8.15; 7.44 \cdot 10^{14} Hz$

$$\text{Ausgleichsgerade: } W_A = eU + h\nu \rightarrow W_A = 2.93 eV, h = 4.15 \cdot 10^{-15} eVs$$