

Physik IV – Atome und Moleküle SS11

Prof. Thomas Müller, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Dr. Frank Hartmann, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Aufgabenblatt 6; Übung am 30. Mai (Montag)

1. Stationäre Schrödingergleichung:

Leiten Sie aus der zeitabhängigen eindimensionalen Schrödingergleichung die stationäre eindimensionale Schrödingergleichung her.

2. Potenzialtopf

Ein unendlich tiefes Kastenpotential $V(x)$ zwischen 0 und a ist gegeben durch

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 < x < a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases} \quad (1)$$

(a) Lösen Sie die stationäre Schrödingergleichung! Beachten Sie die Randbedingungen. Normieren Sie die Ergebnissfunktionen $u_n(x)$, so dass gilt

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u_n(x)|^2 dx = 1$$

(b) Berechnen Sie die Erwartungswerte von x für alle n .

(c) Ein Elektron sei in einem Gebiet $[0; 10^{-10} \text{ m}]$ (typischer Atomdurchmesser) eingeschlossen. Wie viel Energie muss aufgewendet werden, damit ein Elektron vom Grundzustand in den ersten angeregten Zustand N übergeht? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit im Grundzustand, das Elektron in dem Gebiet $[0,49 \cdot 10^{-10} \text{ m}; 0,51 \cdot 10^{-10} \text{ m}]$ zu finden? (Hilfe: Verwenden Sie die Näherung $\Psi(x) \approx (x = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ m})$ Für $x \in [0,49 \cdot 10^{-10} \text{ m}; 0,51 \cdot 10^{-10} \text{ m}]$.)

3. Zerfließendes Wellepaket

Man normiere das Wellenpaket

$$\psi(x, t) = N \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{k^2}{2(\Delta k)^2}} e^{i(kx - \omega(k)t)} dk$$

für $t=0$. Berechnen sie $\psi(x, t)$ für ein freies Teilchen der Masse m für $t > 0$. (Als Zwischenergebnis gilt: $\Psi(x, t = 0) = N\sqrt{2\pi}\Delta k e^{-x^2/2\Delta k^2}$. Bleibt die Normierung für $t > 0$ erhalten? Untersuchen Sie an Hand der Aufenthaltswahrscheinlichkeit, ob das Wellenpaket auseinanderfließt. Welche Bedeutung hat $e^{-k^2/2(\Delta k)^2}$?

Hinweis: Verwenden Sie die Relation

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a\xi^2 - b\xi} d\xi = e^{b^2/(4a)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a(\xi + b/(2a))^2} d\xi$$

(quadratische Ergänzung!).

Matrix $(1/2a/2b+c/3)$ doppelt)

*Übungsleiter: Frank Hartmann, KIT, Campus Nord,
Tel.: +41 (76) 487 4362; Email: Frank.Hartmann@cern.ch*

www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~hartmann/atom11