Physik IV – Atome und Moleküle SS11

Prof. Thomas Müller, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Dr. Frank Hartmann, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Aufgabenblatt 11; Übung am 11. Juli (Montag)
Übungsleiter: Frank Hartmann, Forschungszentrum Karlsruhe,
Tel.: +41 (76) 487 4362; Email: Frank.Hartmann@cern.ch

LÖSUNGEN Übung 10

1. Erklären sie NMR inlusive einer SKIZZE des Aufbaus

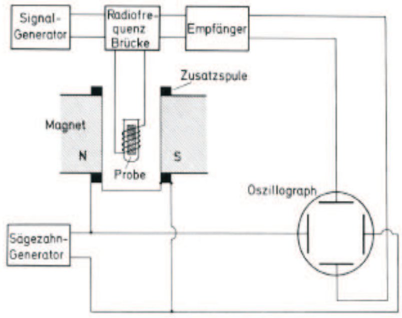


Abb. 20.18. Schema einer einfachen Kernspin-Resonanz-Apparatur. Die Probe befindet sich im Reagenzglas zwischen den Polschuhen eines homogenen Magneten. Das hochfrequente $\boldsymbol{B}_1$-Feld wird über eine Brücke und eine Induktionsspule eingestrahlt. Zum besseren Nachweis der Resonanz kann das $\boldsymbol{B}_0$-Feld durch eine Zusatzspule moduliert werden

NMR nuclear magnetic resonanz
B → Energieaufspaltung → Absorption HF
bei NMR Paschen Back Effekt - Spin-Bahn-Kopplung aufgehoben
NMR: Konzentrationsmessung von Isotopen, z.B in der Medizin Kern-Spin-Tomographie
Nutzt **Kernspin** g_I nicht Elektronenspin aus! (Radiowellen 40MHz)
bei **NMR: RF-Feld (Radiowellen) in Spule UND B statisch** (das ist bei ESR nicht möglich da dort die Frequenz (GHz) und dadurch die kapazitiven Verluste $\sim 1/\omega C$ zu gross)
Resonante Absorption wenn eingestrahlte Frequenz = Lamorfrequenz ∼40MHz

2. Zwei Elektronen bilden einen Gesamtspin S=1 und einen Bahndrehimpuls L=2!

   (a) Welche möglichen Werte hat der Gesamtdrehimpuls?

   L:
   Für den Gesamtdrehimpuls gilt:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} => J = 1, 2, 3 \tag{1}$$

   (b) Welche Winkel bilden S und L für J=2?
   L: Vektoren bilden ein Dreieck mit den Seitenlängen:

$$|\vec{s}| = \sqrt{s \cdot (s+1)} = \sqrt{2} \tag{2}$$

$$|\vec{l}| = \sqrt{l \cdot (l+1)} = \sqrt{6} \tag{3}$$

$$|\vec{j}| = \sqrt{j \cdot (j+1)} = \sqrt{6} \tag{4}$$

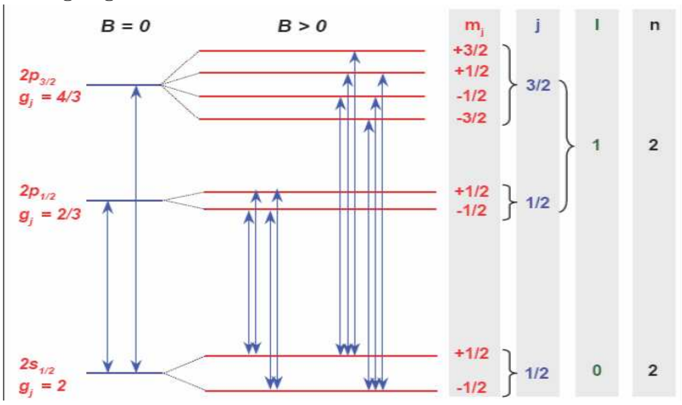
Mit dem Cosinussatz folgt:

$$\vec{j}^2 = \vec{l}^2 + \vec{s}^2 - 2 \cdot |\vec{l}||\vec{s}| \cdot \cos(\alpha) \tag{5}$$

$$180^o - \cos\alpha = \frac{\vec{j}^2 - \vec{l}^2 - \vec{s}^2}{2 \cdot |\vec{l}||\vec{s}|} = 0.288 \tag{6}$$

$$\alpha = 180^o - 73,2^o = 107^o \tag{7}$$

(c) Übergänge **nur** die 8 Linien:



(d) Übergänge im Magnetfeld:
Welches Magnetfeld braucht man, um einen Übergang von $2S_{1/2}; m_j = +1/2$ auf $2S_{1/2}; m_j = -1/2$ mit einer 3 cm Mikrowelle zu induzieren?

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)}; g_{1/2} = 2 \tag{8}$$

$$\Delta E = h\nu = \Delta m_j \mu_B B g_j \tag{9}$$

$\Delta m_j = 1$

$$c = \nu\lambda \ \rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 0.01 s} = 10^{10}\frac{1}{s} \tag{10}$$

$$\Rightarrow B = \frac{h\nu}{2\mu_B} = \frac{10^{10} \cdot 4.1 \cdot 10^{-15} eV}{2 \cdot 5.6 \cdot 10^{-5} eV/T} = 0.3T \tag{11}$$

3. Charakteristische Röntgenstreuung

(a) Alle Linien der K-Serie eines Elementes entstehen gleichzeitig, wenn die Elektronen vollständig aus der K-Schale der Atome entfernt werden. Dafür wird eine Spannung benötigt, die der Beziehung $eU = -E_1 = h\nu_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$ genügen muss. Die Wellenlänge λ_1 entspricht dabei einem Elektron, was vollständig aus der K-Schale des Atoms entfernt wird. E1 bestimmt die Grenze der K-Serie. Die Energie berechnet sich näherungsweise aus der Ionisationsenergie $-E_1 = R_\infty^H (Z-1)^2$ (Moseleysches Gesetz). Damit gilt für $U = \frac{R_\infty^H}{e}(Z-1)^2$. Für Wolfram mit Z= 74 ergibt sich U=72,5kV.

(b) Aus $E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ folgt

$$\begin{aligned} E_K &= 69,5\text{keV} \\ E_{K\alpha} &= 59,1\text{keV} \\ E_{K\beta} &= 67,4\text{keV} \\ E_{K\gamma} &= 69,3\text{keV} \end{aligned}$$

Als Faustformel gilt zwischen der Energie E in [keV] und der Wellenlänge λ in [Å]

$$E_{[keV]} = \frac{1,24}{\lambda_{[\mathring{A}]}}$$

(c) Die Energie der L–Absorptionskante beträgt

$$E_L = E_K - E_{K_\alpha} = 10,4\text{keV}$$

und die der L_α–Linie

$$E_{L_\alpha} = E_{K_\beta} - E_{K_\alpha} = 8,3\text{keV}$$

(d) Die kürzeste characteristische Wellenlänge entspricht der höchsten Energie, die von einem Elektron abgegeben werden kann.
Bei Wolfram ist dies der Übergang von der P- ($n = 6$) zur K-Schale ($n = 1$).
Da das Wolframatom neutral ist, und das Loch in der K-Schale und das Leuchtelektron nicht zur Abschirmung beitragen, sieht das Elektron eine effektive Kernladung

$$Z_{eff} = 74 - 72 = 2$$

Damit berechnet sich die Energie des Elektrons in der P-Schale zu

$$E_0 = E_R \cdot \left(\frac{Z_{eff}}{n}\right)^2 = E_R \cdot \frac{4}{36}$$

und die Energie des Übergangs zu

$$\Delta E = E_K - E_0 = 69,5\text{keV} - \frac{1}{9} \cdot 13,6\text{eV} \approx 69,5\text{keV}$$

dieser Energie entspricht die Wellenlänge λ

$$\lambda = \frac{hc}{E} = 0,18\text{Å}$$

4. Spektren komplexer Atome
T. Mayer-Kuckuk Kapitel 8.4 Seite 180.
Hier geht es darum, auch in der Vorlesung nicht besprochene Terme anzureissen und zu vervollständigen.