Physik IV – Atome und Moleküle; Sommer 2012

Prof. Wim de Boer & Dr. Frank Hartmann, KIT

Aufgabenblatt 5; Übung am 21. Mai (Montag)

1. Das „Bohr'sche"Atommodell
   Nennen sie die Bohr'schen Postulate und ihre Konsequenzen! Wie lautet die Sommerfeld'sche Erweiterung? Was sind Rhydbergatome?
   (a) Leiten Sie die Formel fr den Bohrschen Radius aus dem Borhschen Atommodell her.
   (b) Stimmt dieser Radius mit dem Heisenbergschen Unsicherheitsrelation überein?

2. Spektroskopische Vorbemerkungen:
   (a) Warum werden Wellenlängenangaben λ generell auf das Vakuum bezogen?
   (b) Warum ist die Frequenzangabe eindeutiger als die Wellenlängenangabe?
   (c) Wie ist die Wellenzahl definiert? Ist sie mediumunabhängig? Ist sie proportional zur Energie?

3. Termschema, Lichtemission, Stösse bei einem hypothetischem Einelektronenatom (nicht Wasserstoff)

n	1	2	3	4	5	∞
$E_n(eV)$	-15,6	-5,3	-3,1	-1,4	-0,8	0

   Bei c) und d) befindet sich das Atom im Grundzustand!
   (a) Wie groß ist die Ionisierungsenergie des Atoms?
   (b) Welche Wellenlänge hat ein Photon, das beim Übergang von $n = 3$ nach $n = 1$ emittiert wird?
   (c) Welche kinetische Energie E_{kin} hat ein freies Elektron mit der Anfangsenergie von 6 eV nach einem Stoß mit diesem Atom?
   (d) Wie groß sind die möglichen Werte von E_{kin} bei einer Anfangsenergie von 12 eV des freien Elektrons?

4. Isolierte Atome können nur ganz scharfe Spektrallinien absorbieren! Warum wird aber ein Photon mit etwas höhrerer Energie nicht auch absorbiert, wobei das Atom den Energieüberschuss als kinetische Energie aufnimmt?

5. Absorptions-Balmerlinien sind ziemlich schwer zu erzeugen. Warum? Unter welchen Bedingungen gelingt das doch?

6. Stationäre Schrödingergleichung:
   Leiten Sie aus der zeitabhängigen eindimensionalen Schrödingergleichung die stationäre eindimensionale Schrödingergleichung her.

7. Potentialtopf
Ein unendlich tiefes Kastenpotential V(x) zwischen 0 und a ist gegeben durch

$$V(x) = \begin{cases} 0 \text{ für } 0 < x < a \\ \infty \text{ sonst} \end{cases} \tag{1}$$

   (a) Lösen Sie die stationäre Schrödingergleichung! Beachten Sie die Randbedingungen. Normieren Sie die Ergebnissfunktionen $u_n(x)$, so dass gilt $\int_{-\infty}^{-\infty} |u_n(x)|^2 dx = 1$
   (b) Berechnen Sie die Erwartungswerte von x für alle n.
   (c) Ein Elektron sei in einem Gebiet $[0;\, 10^{-10}\,\mathrm{m}]$ (typischer Atomdurchmesser) eingeschlossen. Wie viel Energie muss aufgewendet werden, damit ein Elektron vom Grundzustand in den ersten angeregten Zustand N übergeht? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit im Grundzustand, das Elektron in dem Gebiet $[0{,}49 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m};\, 0{,}51 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}]$ zu finden? (Hilfe: Verwenden Sie die Näherung $\Psi(x) \approx (x = 0{,}5 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m})$ Für $x \in [0{,}49 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m};\, 0{,}51 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}]$.)

8. Achtung Zusatzaufgabe: Die Lösung wird nicht zwingend im Tutorium behandelt, dafür als Musterlösung gereicht.
Man normiere das Wellenpaket

$$\psi(x,t) = N \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{k^2}{2(\Delta k)^2}} e^{i(kx - \omega(k)t)} dk$$

für t=0. Berechnen sie $\psi(x,t)$ für ein freies Teilchen der Masse m für $t > 0$. (Als Zwischenergebnis gilt: $\Psi(x, t = 0) = N\sqrt{2\pi}\Delta k e^{-x^2/2\Delta k^2}$. Bleibt die Normierung für $t > 0$ erhalten? Untersuchen Sie an Hand der Aufenthaltswahrscheinlichkeit, ob das Wellenpaket auseinanderfließt. Welche Bedeutung hat $e^{-k^2/2(\Delta k)^2}$?
Hinweis: Verwenden Sie die Relation

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a\xi^2 - b\xi} d\xi = e^{b^2/(4a)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a(\xi + b/(2a))^2} d\xi$$

(quadratische Ergänzung!).

Matrix: 1/2/3/4/5/6/7a/7b/7c

Übungsleiter: Frank Hartmann,
Tel.: +41 (76) 487 4362; Email: Frank.Hartmann@kit.edu

www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~hartmann/atom12.htm