Physik IV – Atome und Moleküle; Sommer 2012

Prof. Wim de Boer & Dr. Frank Hartmann, KIT

LÖSUNGEN Übung 9

1. Normaler Zeemann Effekt

   (a) Normaler Zeemann Effekt: $\vec{s} = 0, \vec{j} = \vec{l}, \vec{\mu}_j = \vec{\mu}_l$ und $\vec{l}$ präzedieren um $\vec{B}$, gemessen wird $(\vec{\mu}_j)_Z$, immer 3 Linien: Zeemann Triplett.
   anomaler Zeemann Effekt: $\vec{l}$ und $\vec{s}$ kopplen und tragen zum Gesamtdrehimpuls und magn. Moment bei. $\vec{\mu}_j$ präzediert um $\vec{j}$, $\vec{j}$ präzediert um $\vec{B}$
   Landé Faktor nicht $g_s + g_l$ sondern $g_j = 1 + \frac{j(j+1)+s(s+s)-l(l+1)}{2j(j+1)}$
   Für beide ist Anzahl der Aufspaltungen 2j+1.

   (b) 2j+1=7 Niveaus
   Zusatzenergie im Magnetfeld: $E_{m_j} = -|\vec{\mu}|_Z|\vec{B}| = m_j g_j \mu_B B \;\rightarrow$ Energieunterschied benachbarter Niveaus: $\Delta E = \mu_B B$, weil $|\Delta m_j| = 1$ und $g_j = g_l = 1$

   (c) 3 Niveaus wegen $\Delta m_j = \pm 1, 0$ mit $\Delta m_j = \pm 1$ zirkular polarisiert und $\Delta m_j = 0$ linear polarisiert.

   (d) Drehimpulserhaltung des Systems Elektron-Photon $\rightarrow$ aus Polarisation folgt für den Photonspin $1\hbar$.

2. Hyperfeinstruktur

   (a) Verantwortlich für Feinstruktur: Elektronspin
   Verantwortlich für Hyperfeinstruktur: Kernspin

   (b) Entweder 2I+1 oder 2j+1, je nachdem ob I kleiner oder grösser j ist.
   $\rightarrow$ 2,2,3,2 Komponenten

   (c) I=1/2;j=1/2 $\rightarrow$ F=0,1, d.h. 2 Niveaus
   $< \vec{I}, \vec{j} >= \frac{\hbar^2}{2}(F(F+1) - I(I+1) - j(j+1))$
   F=0: $E^{I}_{Hyp.} = \frac{a}{2}(-\frac{3}{4} - \frac{3}{4}) = -\frac{3a}{4} = -4.4 \times 10^{-6} eV = -0.0354 (cm)^{-1} = -1.07 GHz$
   F=1: $E^{II}_{Hyp.} = \frac{a}{2}(2 - \frac{3}{4} - \frac{3}{4}) = \frac{a}{4} = 1.5 \times 10^{-6} eV = 0.0118 (cm)^{-1} = 0.36 GHz$
   $a = \frac{2 \times 1.26 \times 10^{-6} \times 2.002 \times 9.27 \times 10^{-24} \times 5.585 \times 5.051 \times 10^{-27}}{3\pi (0.53 \times 10^{-10})^3 \times 1.6 \times 10^{-19}} eV = 5.88 \times 10^{-6} eV = 0.0473 (cm)^{-1} = 1.426 GHz$
   Übergang F=0 $\rightarrow$ F=1: $\Delta f (0.36 - (-1.07)) GHz = 1.42 GHz = 2.1 cm$ Linie aus $(\lambda = \frac{c}{f})$
   Intervallregel: $\Delta F_{F+1} - \Delta E_F = a(F+1) = a = 1.42 GHz$

3. Charakteristische Röntgenstreuung

   (a) Alle Linien der K-Serie eines Elementes entstehen gleichzeitig, wenn die Elektronen vollständig aus der K-Schale der Atome entfernt werden. Dafür wird eine Spannung benötigt, die der Beziehung $eU = -E_1 = h\nu_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$ genügen muss. Die Wellenlänge λ_1 entspricht dabei einem Elektron, was vollständig aus der K-Schale des Atoms entfernt wird. E1 bestimmt die Grenze der K-Serie. Die Energie berechnet sich näherungsweise aus der Ionisationsenergie $E_1 = hc\bar{\nu} = hcR^H_\infty (Z - S)^2 \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right)$ (Moseleysches Gesetz). Damit gilt mit $S = 1$ als Abschirmung für die

K–Schale für $U = \frac{E}{e} = hcR_{\infty}^{H}\frac{(Z-1)^2}{e}$. Für Wolfram mit Z= 74 ergibt sich U=72,5kV.

(b) Aus $E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ folgt

$$\begin{aligned} E_K &= 69,5\text{keV} \\ E_{K\alpha} &= 59,1\text{keV} \\ E_{K\beta} &= 67,4\text{keV} \\ E_{K\gamma} &= 69,3\text{keV} \end{aligned}$$

Als Faustformel gilt zwischen der Energie E in [keV] und der Wellenlänge λ in [Å]

$$E_{[keV]} = \frac{1,24}{\lambda_{[\mathring{A}]}}$$

(c) Die Energie der L–Absorptionskante beträgt

$$E_L = E_K - E_{K_\alpha} = 10,4\text{keV}$$

und die der L_α–Linie

$$E_{L_\alpha} = E_{K_\beta} - E_{K_\alpha} = 8,3\text{keV}$$

(d) Die kürzeste charakteristische Wellenlänge entspricht der höchsten Energie, die von einem Elektron abgegeben werden kann.
Bei Wolfram ist dies der Übergang von der P- ($n = 6$) zur K-Schale ($n = 1$).
Da das Wolframatom neutral ist, und das Loch in der K-Schale und das Leuchtelektron nicht zur Abschirmung beitragen, sieht das Elektron eine effektive Kernladung

$$Z_{eff} = 74 - 72 = 2$$

Damit berechnet sich die Energie des Elektrons in der P-Schale zu

$$E_0 = E_R \cdot \left(\frac{Z_{eff}}{n}\right)^2 = E_R \cdot \frac{4}{36}$$

und die Energie des Übergangs zu

$$\Delta E = E_K - E_0 = 69,5\text{keV} - \frac{1}{9} \cdot 13,6\text{eV} \approx 69,5\text{keV}$$

dieser Energie entspricht die Wellenlänge λ

$$\lambda = \frac{hc}{E} = 0,18\text{Å}$$

(e) Der Teil der beim Übergang freiwerdenden Energie, der nicht für die Bindungsenergie (E_0) aufgewand werden muss, steht als kinetische Energie zur Verfügung:

$$E_{kin} = E_{L_\alpha} - E_0 = 8,3\text{keV} - \frac{13,6\text{eV}}{9} \approx 8,3\text{keV}$$

4. Skizzieren und beschreiben Sie **kurz** ein ESR-Spektrometer und erklären Sie die Funktionsweise!

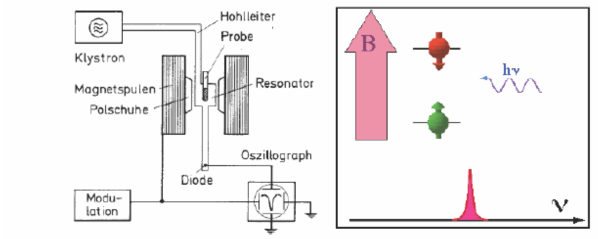

Abbildung 56: Schematische Darstellung des Versuchs. Die Spannung an den Spulen des Modulationsfeldes wird an die x-Ablenkung und das Signal der Diode an die y- Ablenkung eines Oszillographen gelegt. Im Falle der Resonanz nimmt das Signal in der Diode ab, da dem Feld Energie entzogen wird. Aus Haken Wolf, Atomphysik

Trick: Statisches B-Feld zur Ausrichtung der magnetischen Dipole. Wechsel "B'Feld senkrecht zum statischen B-Feld. $B \perp B'$.
Energieabsorbtion bei der Resonanzfrequenz, wenn das induzierte Magnetfeld ($B_0 cos(\omega t)$) der Präzessionsfrequenz des magnetischen Dipols (Elektronspin), die Energieabsorbtion ist bestimmt durch den SPINFLIP (Drehimpulsumklappung)