

Übungen zur Modernen Experimentalphysik I (Physik IV, Atome und Moleküle) — SS 2013

5. Aufgabenblatt

Hinweis: die nächsten Tutorien finden erst am 27.05.13 statt.

1. Superposition unendlich vieler Wellen (Wiederholung aus der Vorlesung)

Gegeben sei das Wellenpaket $\Psi(x, t) = \int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} a e^{i(kx-\omega t)} dk$.

Geben Sie die explizite Ortsabhängigkeit des Wellenpaketes an, indem Sie das Integral unter Verwendung der Reihenentwicklung von ω um k_0 : $\omega = \omega_0 + \frac{d\omega}{dk}(k - k_0) \equiv \omega_0 + \omega' \zeta$ lösen. (Hinweis: Integration über ζ und $\int_{-\Delta\zeta}^{\Delta\zeta} e^{-i\alpha\zeta} d\zeta = -\frac{1}{i\alpha}(e^{-i\alpha\Delta\zeta} - e^{i\alpha\Delta\zeta}) = 2\frac{\sin\alpha\Delta\zeta}{\alpha}$)

2. $\phi = N x e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ sei die Wellenfunktion eines Teilchens

- (a) Normieren sie diese Wellenfunktion mit Hilfe von

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a^{3/2}} \text{ für } a > 0$$

- (b) Welcher Ort des Teilchens ist der wahrscheinlichste, und wo liegt der Mittelwert des Teilchenorts?

3. Stationäre Schrödingergleichung:

Leiten Sie aus der zeitabhängigen eindimensionalen Schrödingergleichung die stationäre eindimensionale Schrödingergleichung her.

4. Potentialtopf

Ein unendlich tiefes Kastenpotential $V(x)$ zwischen 0 und a ist gegeben durch

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 < x < a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases} \quad (1)$$

- (a) Lösen Sie die stationäre Schrödingergleichung und bestimmen Sie die möglichen Energiezustände explizit! Beachten Sie die Randbedingungen. Normieren Sie

die Ergebnissfunktionen $u_n(x)$, so dass gilt $\int_{-\infty}^{+\infty} |u_n(x)|^2 dx = 1$

- (b) Berechnen Sie die Erwartungswerte von x für alle n .

- (c) Ein Elektron sei in einem Gebiet $[0; 10^{-10} \text{ m}]$ (typischer Atomdurchmesser) eingeschlossen. Wie viel Energie muss aufgewendet werden, damit ein Elektron vom Grundzustand in den ersten angeregten Zustand übergeht? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit im Grundzustand, das Elektron in dem Gebiet $[0, 49 \cdot$

10^{-10} m; $0,51 \cdot 10^{-10}$ m] zu finden? (Hilfe: Verwenden Sie die Näherung $u_1(x) \approx u_1(x = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}) = u_1(a/2)$ für $x \in [0,49 \cdot 10^{-10} \text{ m}; 0,51 \cdot 10^{-10} \text{ m}]$.)

5. Spektroskopische Vorbemerkungen:

- (a) Warum werden Wellenlängenangaben λ generell auf das Vakuum bezogen?
- (b) Warum ist die Frequenzangabe eindeutiger als die Wellenlängenangabe?
- (c) Wie ist die Wellenzahl definiert? Ist sie mediumunabhängig? Ist sie proportional zur Energie?

6. Das „Bohr’sche“ Atommodell

- (a) Nennen sie die Bohr’schen Postulate und ihre Konsequenzen! Wie lautet die Sommerfeld’sche Erweiterung? Was sind Rhydbergatome?
- (b) Leiten Sie die Formel für den Bohrschen Radius aus dem Bohrschen Atommodell her.
- (c) Stimmt dieser Radius mit der Heisenbergschen Unschärferelation überein?

7. Termschema, Lichtemission, Stöße bei einem hypothetischem Einelektronenatom (nicht Wasserstoff)

n	1	2	3	4	5	∞
$E_n(eV)$	-15,6	-5,3	-3,1	-1,4	-0,8	0

Bei c) und d) befindet sich das Atom im Grundzustand!

- (a) Wie groß ist die Ionisierungsenergie des Atoms?
 - (b) Welche Wellenlänge hat ein Photon, das beim Übergang von $n = 3$ nach $n = 1$ emittiert wird?
 - (c) Welche kinetische Energie E_{kin} hat ein freies Elektron mit der Anfangsenergie von 6 eV nach einem Stoß mit diesem Atom?
 - (d) Wie groß sind die möglichen Werte von E_{kin} bei einer Anfangsenergie von 12 eV des freien Elektrons?
8. Isolierte Atome können nur ganz scharfe Spektrallinien absorbieren! Warum wird aber ein Photon mit etwas höherer Energie nicht auch absorbiert, wobei das Atom den Energieüberschuss als kinetische Energie aufnimmt?
9. Absorptions-Balmerlinien sind ziemlich schwer zu erzeugen. Warum? Unter welchen Bedingungen gelingt das doch?

Matrix: 1/2/3/4a/4b-4c/5/6/7a/7b/7c/8/9

Die Aufgaben werden in den Übungen am 27. März 2013 besprochen.

Informationen zu den Übungen unter
<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~gebauer/atom13.html>.