

# Übungen zur Modernen Experimentalphysik I (Physik IV, Atome und Moleküle) — SS 2013

## 7. Aufgabenblatt

### 1. Drehimpulsoperatoren

(a) Zeigen Sie  $[\hat{L}_z, \hat{L}^2] = 0$  mit  $\sum_{ij} \epsilon_{ijk} L_i L_j = i\hbar L_k$

(b) Eigenwert des  $\hat{l}^2$  Operators, des Gesamtimpuls.

Warum ist der Eigenwert von  $\hat{l}^2 = l(l+1)\hbar^2$  und nicht  $\hat{l}^2 = l^2\hbar^2$  Annahme:  
 $\hat{l}^2 = \omega^2 \hbar^2 F(\theta, \phi)$ , zu beweisen  $\omega^2 = l(l+1)$  und  $l$  gerade. ( $L_{\pm} = L_x \pm iL_y$ ;  
 $\hat{l}_+ F_{l, m_{max}} = ?$ )

2. Es sei  $l=3!$  Bestimmen Sie den Betrag des Drehimpulses und die möglichen Werte von  $m$ . Zeichnen Sie ein Vektordiagramm mit den möglichen Orientierungen von  $L$  bezüglich der z-Achse.

3. Welche Werte kann  $l$  für  $n=3$  annehmen? Geben Sie für jedes  $l$  die möglichen Kombinationen von  $m$  an. Für jede Kombination von  $l$  und  $m$  sind wegen des Elektronenspins zwei Zustände möglich. Bestimmen Sie die Anzahl aller Zustände eines Elektrons mit:  $n=3$ ;  $n=4$ .

4. Das Trägheitsmoment  $\Theta$  einer Vinyl-Schallplatte beträgt  $10^{-3} \text{kgm}^2$ . Berechnen Sie den Drehimpuls  $L = \Theta\omega$ , wenn Sie mit  $\frac{\omega}{2\pi} = 33,3 \frac{U}{\text{min}}$  dreht. Wie groß ist ungefähr die Quantenzahl  $l$ ?

5. Die Radial-Eigenfunktionen des 1s-Zustandes des Wasserstoffatoms ist kugelsymmetrisch und hat die Form:

$$\Psi(r) = a \cdot e^{-\frac{r}{r_1}}$$

$r_1$  ist der erste Bohrsche Radius und  $a$  eine, durch die Normierung festzulegende Konstante.

(a) Berechnen Sie die Energie dieses Zustandes!

(b) Bestimmen Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeit  $W(r)$  des Elektrons im Abstand  $r$  vom Kern!

(c) In welchem Abstand ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit am größten?

(d) Zeichnen Sie die beiden Funktionen  $\Psi(r)$  und  $W(r)$ !

6. Welche Elemente haben die Elektronenkonfigurationen:

(a)  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$  und (b)  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2$ ?

## 7. Magnetisches Moment, Einstein-de-Haas Versuch

- (a) Berechnen Sie das orbitale magnetische Moment eines Wasserstoffatoms im Grundzustand unter der Annahme des Bohr'schen Modells.
- (b) Ein Eisenzylinder, der so aufgehängt ist, dass er reibungsfrei um seine Symmetrieachse rotieren kann, werde mit Hilfe einer Spule bis zur Sättigung magnetisiert. Nach Umpolen des Spulenstroms beobachtet man, dass der Zylinder mit der Masse  $M_{Fe}$  und Trägheitsmoment  $\Theta_{Fe}$  sich mit der Umdrehungsfrequenz  $\omega$  dreht. Erklären Sie diesen Befund und berechnen Sie  $\omega$  als Funktion des atomaren Drehimpulses. In welche Richtung dreht sich der Zylinder?
- (c) Bestimmen Sie aus dem magnetischen Moment des Zylinders im Spulenfeld und der gemessenen Frequenz  $\omega$  das Verhältnis aus magnetischen Moment und Drehimpuls eines Eisenatoms.
- (d) Berechnen Sie  $\omega$  unter der vereinfachten Annahme, der Drehimpuls eines jeden Eisenatoms sei gleich dem Drehimpuls eines Elektrons im ersten Bohr'schen Orbital. Die Länge des 1g schweren Zylinders betrage 1 cm ( $\rho_{Fe} = 7.87g \times cm^{-3}$ )

Matrix: 1a/1b/2/3/4/5a/5b-5d/6/7a+7b/7c+7d

---

Die Aufgaben werden in den Übungen am 10. Juni 2013 besprochen.

Informationen zu den Übungen unter  
<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~gebauer/atom13.html>.