ÜBUNGSAUFGABEN IV Abgabe am: 31.05.2023, 10:00 Uhr

Aufgabe 1: Klassischen harmonischen Oszillators (6 Punkte)

Betrachten Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $W_{kl}(x)$ eines klassischen harmonischen Oszillators (in 1D). Verwenden Sie die Lösung $x(t) = x_m \sin(\omega t)$. Die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen in dem Intervall $[x, x + dx]$ anzutreffen, ist: $W_{kl}(x)dx = \frac{1}{T/2}dt$. Dabei ist dt die Aufenthaltsdauer in dx und $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ist die Periodendauer.

a) Berechnen Sie aus diesen Angaben $W_{kl}(x)$ und skizzieren Sie diese Funktion.
b) Vergleichen Sie mit dem quantenmechanischen harmonischen Oszillator für kleine und große Quantenzahlen (erinnern Sie sich an die Vorlesung oder schlagen Sie nach; qualitative Lösung – es ist keine Rechnung verlangt).

Aufgabe 2: Zum Wasserstoffatom: (3 Punkte)

Geben Sie alle möglichen Quantenzahlen l und m für die Zustände mit den Hauptquantenzahlen n = 3, 4 und 5 an. Wie kann man die Zahl der Zustände berechnen?

Aufgabe 3: Kinetische und potentielle Energie eines gebundenen Teilchens (5 Punkte)

Angenommen, die Wellenfunktion $\Psi(x)$ eines gebundenen Teilchens der Masse m sei durch eine normierte Gaußfunktion

$$\Psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\sigma\sqrt{\pi/2}}} e^{\frac{-x^2}{\sigma^2}}$$

gegeben. Die Streuung σ sei gleich dem 1. Bohrschen Radius $a_0 = 0.052917$ nm.

a) Wie groß ist der Erwartungswert der kinetischen Energie $\langle E_{kin} \rangle$ des Teilchens im Zustand $\Psi(x)$?
Hinweis: es gilt $\frac{1}{\sigma\sqrt{\pi/2}} \int x^2 e^{\frac{-2x^2}{\sigma^2}} dx = \sigma^2/4$.
b) Vergleichen Sie diese Energie mit der potentiellen Energie des Elektrons im elektrostatischen Feld eines einfach geladenen Kerns bei einem Abstand Elektron-Kern von a_0.

Aufgabe 4: Aufenthaltswahrscheinlichkeiten im Atom (6 Punkte)

Berechnen Sie für die Zustände $1s$ und $2p$ des Wasserstoffatoms die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons innerhalb eines Radius R für die Fälle

a) $R = 1$ fm (Kernradius),
b) $R = a_0$ (Bohrscher Radius).

Berechnen Sie die gleichen Größen für ein Atom, das aus einem Proton und einem Myon besteht (Masse $m_\mu = 207 \cdot m_e$).

Hinweis: Bei der Betrachtung des myonischen Atoms ist zu beachten, dass die Masse des Myons nicht vernachlässigbar gegenüber der Masse des Protons ist. Bei der Berechnung des Bohrschen Radius muss also die reduzierte Masse betrachtet werden.