

Übungen zur Vorlesung Mod. Experimentalphysik I

KIT, Sommersemester 2024

Prof. Dr. T. Müller, Dr. D. Hinz



Vorlesungen	Di 9:45 + Do 11:30, Gerthsen-Hörsaal 30.21
Übungen	Mo 8:00, 9:45, 11:30 (Anmeldung im Ilias)
Sprechstunde	Dr. Hinz: nach Vereinbarung (dominic.hinz@kit.edu)
Ilias	s.kit.edu/ex4ss24

Übungsblatt 6 – Bearbeitung bis 10.06.2024

(19) Stern-Gerlach Versuch

Der Stern-Gerlach-Versuch ist ein grundlegendes Experiment in der Physik und wird immer wieder herangezogen, um quantenmechanische Erscheinungen zu erläutern, die im Rahmen der klassischen Physik nicht verständlich sind.

- (a) Welches ist die wichtigste Erkenntnis, die sich aus den Ergebnissen des Experiments ableiten lässt.
- (b) Was bestimmt wie viele Linien gesehen werden? Welche experimentellen Eigenschaften bestimmen die Entfernung zwischen zwei Linien? Nutzen Sie zur Erklärung Abbildung 1.
- (c) Aus welchem Grund muss das untersuchte Teilchen ungeladen sein? Wieso muss das magnetische Feld inhomogen sein?
- (d) Beim historischen Stern-Gerlach Experiment, wurden Silberatome verwendet, diese haben im Grundzustand ein einzelnes 5s Elektron in einer nicht abgeschlossenen Schale. Hinweis: alle weiter unten liegenden Elektronen in abgeschlossenen Schalen addieren ihre Einzeldrehimpulse $\vec{\ell}$ genau zu einem Gesamtdrehimpuls $\vec{L} = 0$.

Wir nehmen hier folgende Geometrie an: $L_1 = 4\text{ cm}$ und $L_2 = 10\text{ cm}$. Die Magnetfeldstärke beträgt $\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \cdot 10^3 \text{ T m}^{-1} \end{pmatrix}$. Der Abstand zwischen den beiden Auftreffpunkten auf dem Schirm beträgt 2 mm. Die Silberatome aus dem Ofen haben eine thermische Geschwindigkeit von $v_x = 500\text{ m/s}$.

- Berechnen Sie die Komponente des magnetischen Moments des Atoms in Richtung der Inhomogenität des Magnetfeldes.
 - Wie kann man mit diesem Experiment den g-Faktor des Elektrons bestimmen? Berechnen Sie ihn.
- (e) Ein feiner Strahl aus neutralen Atomen fliegt durch oben beschriebenen Stern-Gerlach Aufbau. Es werden fünf äquidistante Linien beobachtet. Wie ist der Gesamtdrehimpuls des Atoms?

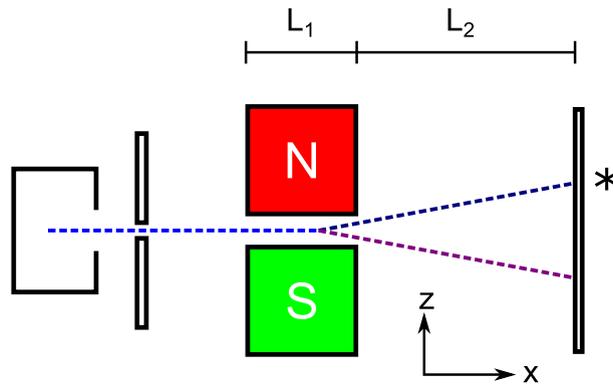


Abbildung 1: Aufbau des Experiments von Walther Gerlach und Otto Stern.

- (f) Welche Struktur wird bei einem Strahl aus Wasserstoffatomen im Grundzustand beobachtet? Wieso?
- (g) Nun wird der Schirm an der Stelle (*) in Abbildung 1 geöffnet, so dass eine Komponente des Strahls isoliert wird. Nun wird dieser Strahl durch einen weiteren Stern-Gerlach Aufbau geführt. Welches Muster (d.h. gibt es eine Aufspaltung und wie sieht sie aus?) beobachtet man in folgenden Fällen.
- Das zweite Magnetfeld ist ebenfalls in z-Richtung ausgerichtet.
 - Das zweite Magnetfeld ist in y-Richtung ausgerichtet.
- (Hinweis: Nutzen Sie in den Überlegungen ihre Kenntnis über die Eigenschaften von Operatoren sowie die Messungen von Eigenwerten aus der Vorlesung (ggf. aus Theo D).)
- (h) Welche Struktur wird bei einem Strahl aus Quecksilberatomen im Grundzustand beobachtet (1S_0)? Wieso?

(20) Feinstruktur

Im Wasserstoffatom wird die Feinstrukturaufspaltung beobachtet.

- (a) Woher rührt diese Aufspaltung? Für welche l Quantenzahlen wird sie für $n = 2$ beobachtet?
- (b) Nun wird ein Wasserstoffatom betrachtet, dessen Elektron sich in einem 3d-Zustand befindet, gemäß der Schrödingertheorie.
- Geben Sie an, in welche Niveaus der 3d-Zustand bei Berücksichtigung der LS-Kopplung (=Spin-Bahnkopplung) aufspaltet.
 - Die Energieverschiebung (nicht relativistisch!) der Niveaus sei gegeben durch $\Delta E = a(\vec{l} \cdot \vec{s})$. Berechnen Sie die verschobenen Energieniveaus mit dieser Konstante a und skizzieren Sie die beiden neuen Energiezustände relativ zum ursprünglichen 3d-Zustand in einem Energiediagramm!
- (c) Lesen Sie sich untenstehende Hinweise zur relativistischen Feinstrukturkorrektur (Gleichung 1) durch.
- Zeigen Sie, dass der Korrekturterm für die Feinstruktur und die relativistische Korrektur zu keinem möglichen Wert der Quantenzahlen n und j verschwindet, sondern stets zu einer Absenkung der Energie, also zu einer stärkeren Bindung führt.

- Für welche n, l Werte gibt es die stärkste Verschiebung?

(Anhang) Feinstruktur (relativistisch)

Die Energielevel aus der relativistischen Quantentheorie¹ von Dirac sind gegeben als

$$E_{nj} = E_n \left(1 + \frac{Z^2 \alpha^2}{n^2} \left(\frac{n}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right) \right), \quad (1)$$

$$E_n = - \left(\frac{\mu e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \right) \frac{1}{n^2}. \quad (2)$$

Diese Berechnung berücksichtigt Energiekorrekturen aufgrund von relativistischen Effekten und der magnetischen Spin-Bahnkopplung. Die Notation von atomaren Zuständen ist $n^{2s+1}X_j$ mit $X = S$ für $l = 0$, $X = P$ für $l = 1$, $X = D$ für $l = 2$, $X = F$ für $l = 3$. Für Einelektronen-Systeme ist X in kleinen Buchstaben angegeben, für Mehrelektronensysteme in großen Buchstaben (bei Molekülen sind es dann griechische Buchstaben $S, P, D, F \equiv \Sigma, \Pi, \Delta, \Phi$). Der Ausdruck $2s + 1$ nennt sich Multiplizität, z. B. 1=Singulett, 2=Dublett, 3=Triplett usw., und gibt den Grad der Entartung des Zustands an. Da bei einem Ein-Elektronensystem die Multiplizität immer = 2 ist, kann man diese Angabe auch weglassen. Die Auswahlregel für (elektrische) Dipolübergänge ist $\Delta l = \pm 1$ und $\Delta j = 0, \pm 1$. Ein Grund dafür ist, dass das Photon, das bei optischen Übergängen absorbiert bzw. emittiert wird, als fundamentales Boson einen Spin von $|\vec{s}| = 1$ besitzt. Daher muss aufgrund von Drehimpulserhaltung Δl gleich dem Photonen-spin sein (es sei denn, es werden mehr als ein Photon ausgetauscht).

(*) Punkteverteilung

Aufgabe	Teilaufgabe	Punkte
19	a, c, e, f, h	je 0,5
19	b	1
19	g, d	je 1,5
20	a	1
20	b, c	2

Bei Verständnisfragen gerne das Forum im ILIAS nutzen.

¹Relativistische Quantenmechanik ist Teil der Theorievorlesung, Theo D oder E