

Übungen zur Vorlesung Mod. Experimentalphysik I

KIT, Sommersemester 2024

Prof. Dr. T. Müller, Dr. D. Hinz



Vorlesungen	Di 9:45 + Do 11:30, Gerthsen-Hörsaal 30.21
Übungen	Mo 8:00, 9:45, 11:30 (Anmeldung im Ilias)
Sprechstunde	Dr. Hinz: nach Vereinbarung (dominic.hinz@kit.edu)
Ilias	s.kit.edu/ex4ss24

Übungsblatt 12 – Bearbeitung bis 22.07.2024

(37) Kernreaktionen

(a) In einem Plasma, z. B. in einem Fusionsreaktor, sollen leichte Kerne verschmolzen werden:



- Wie hoch ist die Coulombbarriere V_{Coulomb} und welcher Temperatur entspricht diese Energie?
- Wieso kann die Reaktion bereits bei kinetischen Energien (oder Temperaturen) unterhalb dieser Coulombbarriere passieren?

(b) Mit einem sogenannten Van-de-Graaff-Generator können hohe Spannungen erzeugt werden. Diese können dann zur Beschleunigung geladener Teilchen genutzt werden um z. B. Kernreaktionen damit zu untersuchen (wie am mittlerweile stillgelegten Karlsruher Van-der-Graaff-Beschleuniger des Instituts für Kernphysik am damaligen Forschungszentrum Karlsruhe).

- Ein 3 MV Van-der-Graaff-Beschleuniger wird so ausgerüstet, dass er Protonen, Deuteronen sowie doppelt ionisierte ${}^3\text{He}$ - und ${}^4\text{He}$ -Kerne beschleunigen kann. Was sind die maximalen Energien für die genannten Ionen?
- Es soll das radioaktive Isotop ${}^{15}\text{O}$ durch Kernreaktion aus den möglichen 'Projektilen' mit stabilen Targetmaterialien erzeugt werden. Schreiben Sie alle Reaktionen auf, durch die das Isotop erzeugt werden kann. (Hinweis: Beispiel für die Erzeugung von ${}^7\text{Li}$: ${}^3\text{H} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$ oder ${}^7\text{Be} + n \rightarrow {}^7\text{Li} + p$. Ebenfalls ist es wichtig, auf die Energie zu achten. In Tabelle 1 sind die Massen von verschiedenen Kernen aufgelistet.

(38) Kernfusion auf der Erde

Die technische Kernfusion ist eine der möglichen Energiequellen der Zukunft, die anders als die Kernspaltung keine langlebigen radioaktiven Spaltprodukte erzeugen soll. Die Fusionsreaktion, die sich für die technische Kernfusion auf der Erde eignet, um in Zukunft Energie zu produzieren, ist die Fusion von Triton und Deuteron.

Tabelle 1: Massen einiger Kerne (1 amu = 931,5 MeV).

Nuklid	Masse in amu	Nuklid	Masse in amu
^1_0n	1,00866	$^{11}_5\text{B}$	11,00931
^1_1H	1,00783	$^{12}_6\text{C}$	12,00000
^2_1H	2,01410	$^{13}_6\text{C}$	13,00335
^3_2He	3,01605	$^{14}_7\text{N}$	14,00307
^4_2He	4,00260	$^{15}_7\text{N}$	15,00011
$^{10}_5\text{B}$	10,01294	$^{15}_8\text{O}$	15,00307

- (a) Schreiben Sie die Fusionsgleichung auf und berechnen Sie die pro Reaktion freiwerdende Energie. Vergleichen Sie dies mit der Energie, die bei der Spaltung von Uran-235 frei wird (Aufgabe 32 (d)). Bei welcher Reaktion wird pro Nukleon mehr Energie frei?
- (b) Nun fügen Sie dem Fusionsgemisch noch ^6_3Li hinzu. Welcher weiterer Reaktionskanal ergibt sich dadurch? (*Hinweis: Verwenden Sie einen Kanal, der nicht durch die Coulombbarriere beschränkt ist*) Berechnen Sie nun die gesamte freiwerdende Energie.
- (c) Bei welcher der beiden Reaktionen (Teilaufgabe a oder b) handelt es sich um kontrollierte Kernfusion und bei welcher um eine unkontrollierte Explosion?

(39) Kernspaltung

Die Bethe-Weizsäcker-Formel kann durch die Berücksichtigung von Kerndeformation modifiziert werden. Hierbei wird die Kernform-Exzentrizität ϵ in die Formel für die Bindungsenergie eingebracht

$$B = \alpha A - \beta A^{2/3} \left(1 + \frac{2}{5} \epsilon^2 \right) - \gamma Z^2 A^{-1/3} \left(1 - \frac{1}{5} \epsilon^2 \right) \quad (2)$$

Die Konstanten sind $\alpha = 14 \text{ MeV}$, $\beta = 13 \text{ MeV}$, und $\gamma = 0.6 \text{ MeV}$.

- (a) Interpretieren Sie, wie die Exzentrizität ϵ auf die verschiedenen Terme des Modells wirkt und begründen Sie dies.
- (b) Finden Sie eine Bedingung, die Z und A berücksichtigt und mit der angegeben werden kann, ob ein Kern spontane Kernspaltung durchführt. (*Hinweis: Berechnen Sie, wie sich die Bindungsenergie mit ϵ ändert.*)
- (c) Was bedeutet die hergeleitete Bedingung für $^{240}_{94}\text{Pu}$?
- (d) Zeigen Sie, dass die Bedingung für $^{238}_{92}\text{U}$ ergibt, dass keine spontane Kernspaltung möglich ist. Experimentell kann man jedoch zeigen, dass dennoch $5.45 \cdot 10^{-5}\%$ der Zerfälle als spontane Kernspaltung passieren. Wieso ist das so?

Die induzierte Kernspaltung läuft in der Regel nach folgendem Muster ab:

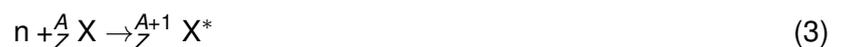


Tabelle 2: Wirkungsquerschnitte für neutroneninduzierte Spaltung verschiedener Uranisotope (für thermische Neutronen)

Isotope	σ (barns)
^{230}U	20
^{231}U	300
^{232}U	76
^{233}U	530
^{234}U	0
^{235}U	580
^{236}U	0

Y_1 und Y_2 sind hierbei die Spaltprodukte und $x \cdot n$ sind $x = 2 \dots 3$ entstehende Neutronen.

Der Compoundkern X^* entsteht durch vollständige Vereinigung des Neutrons mit dem getroffenen Kern (Targetkern). Durch den Gewinn an Bindungsenergie befindet er sich in einem angeregten Zustand hoher Energie und kann einen hohen Gesamtdrehimpuls haben. Dies kann dann zur Kernspaltung führen.

In Tabelle 2 finden sie Wirkungsquerschnitte für neutroneninduzierte Spaltung verschiedener Uranisotope ($Z = 92$) für thermische Neutronen. Die Wirkungsquerschnitte für schnelle Neutronen derselben Isotope sind in der Größenordnung von wenigen barn und die gerade-ungerade Periodizität ist weniger ausgeprägt.

- (e) Wie kann man die ungerade/gerade Periodizität in den Wirkungsquerschnitten verstehen? Berechnen Sie dazu die Unterschiede in den Bindungsenergien der Targetkern / Compoundkern Paare.
- (f) Wieso sind die Querschnitte für thermische Neutronen höher als für schnelle Neutronen? Wie lassen sich die Neutronen thermalisieren?
- (g) Jede induzierte Kernspaltung wird durch ein Neutron ausgelöst (siehe Gleichung 3). In jeder Kernspaltungsreaktion werden wiederum 2-3 Neutronen produziert (siehe Gleichung 4). Was ist eine (kontrollierte bzw. unkontrollierte) Kettenreaktion?
- (h) Überlegen Sie sich, wie man eine solche Kettenreaktion steuern / beeinflussen könnte.

(40) Zerfallsgesetz (Bonus-Aufgabe)

Drei Studierende aus der Vorlesung Atome und Kerne sind dabei ein Lösungsblatt zu bearbeiten. Hierbei unterhalten sie sich über folgende Aufgabe: *Das Isotop ^{137}Cs hat eine Halbwertszeit von 30 Jahren. Wie viel des Isotops ist nach 15 Jahren noch vorhanden?*

- Meryem meint: *Alles klar, wenn die Hälfte in 30 Jahren zerfällt, dann zerfällt in der Hälfte der Zeit ein Viertel. Also bleiben nach 15 Jahren noch 75% der Kerne übrig.*
- Hua entgegnet: *Nein, ich meine, dass man die Formel $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ aus der Vorlesung verwenden muss. Damit hat man nach 15 Jahren noch ca. 71% der Kerne übrig.*
- Marcela meint daraufhin: *Natürlich muss man eine Formel verwenden. Man muss einfach die Gleichung $dN = -\lambda N dt$ aus der Vorlesung umstellen und erhält $\frac{\Delta N}{N} = -\lambda \Delta t$. Für ein $\Delta t = 15$ a erhalte ich als Anteil der zerfallenen Kerne $\frac{\Delta N}{N} = -35\%$. Somit sind also noch 65% der Kerne nach der halben Halbwertszeit übrig.*

(a) 75%, 71%, 65% oder noch ein weiterer Wert - was stimmt nun hier?

(b) Erklären Sie den Denkfehler bzw. Verständnisfehler der Studierenden.

(*) Punkteverteilung

Aufgabe	Teilaufgabe	Punkte
37	a, b	je 1
38	a, b, c	je 1
39	a, b, e, f	je 1
39	c, d, g, h	je 1/2
40 (Bonus)	a, b	je 1

Bei Verständnisfragen gerne das Wiki im ILIAS nutzen oder eine Mail an die Übungsleiter schreiben.