

Moderne Experimentalphysik II

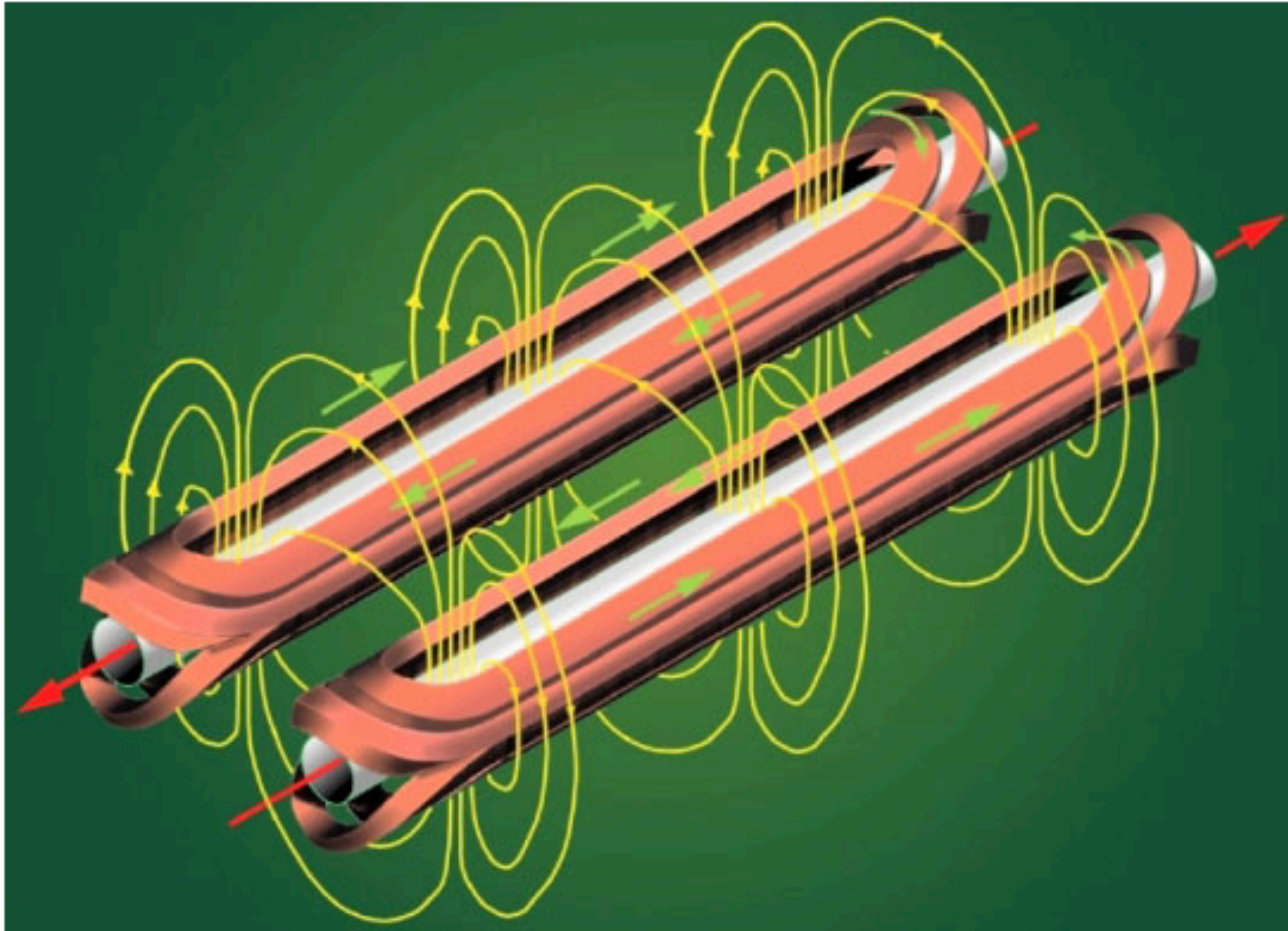
Teilchenphysik - Vorlesung 06

Professor Dr. Markus KLUTE (markus.klute@kit.edu)
Institut für Experimentelle Teilchenphysik (ETP)



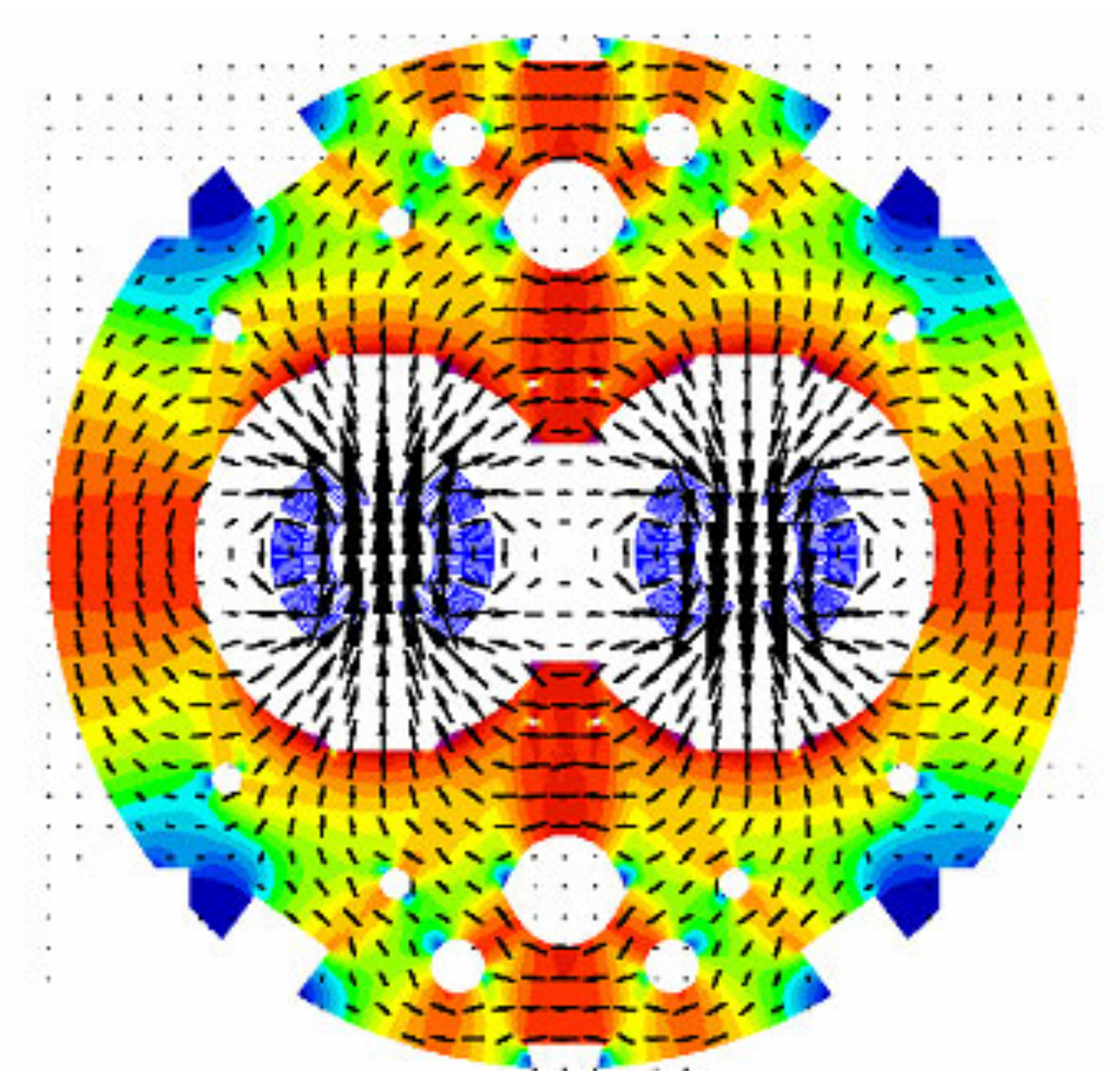
- Welche Teilchen werden am LHC hauptsächlich beschleunigt?
 - 1) Protonen und Antiprotonen
 - 2) Elektronen und Positronen
 - 3) Protonen und Neutronen
 - 4) Protonen und schwere Ionen





Magnetfeldlinien des Dipols um die beiden Strahlrohre

Quelle: CERN



Feldlinienverteilung im Querschnitt

Quelle: CERN

Maximale Flussdichte von 8,36 Tesla

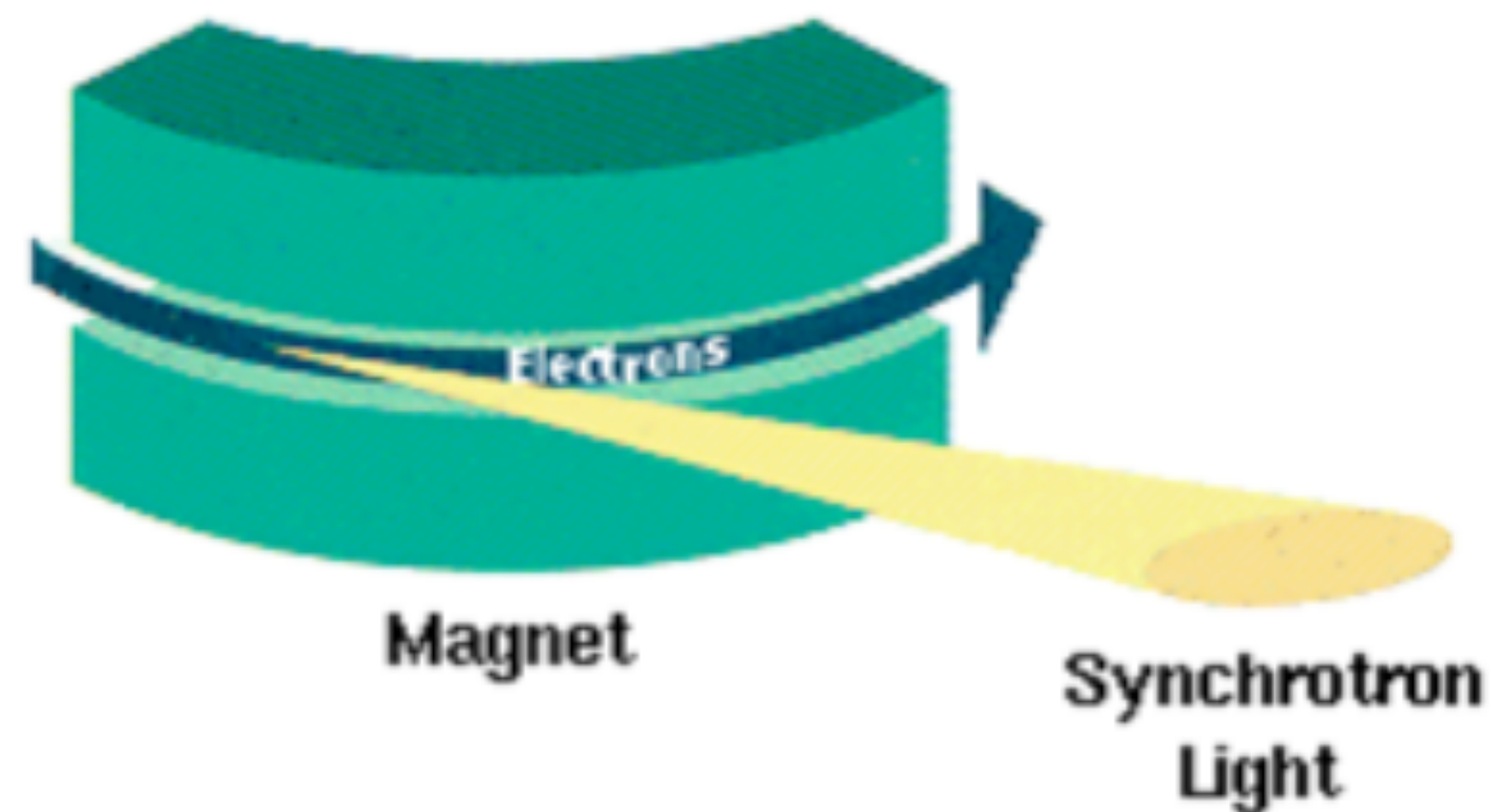
- Warum beschleunigt man nicht Elektronen und Positronen um die höchsten Schwerpunktsenergien zu erreichen?
 - 1) Elektronen und Positronen sind zu leicht, um hohe Schwerpunktsenergien effizient zu erreichen
 - 2) Die starke Wechselwirkung bei Elektronen und Positronen verhindert das Erreichen hoher Energien
 - 3) Elektronen und Positronen emittieren bei hohen Geschwindigkeiten Synchrotronstrahlung, was die Energieeffizienz begrenzt
 - 4) Elektronen und Positronen können nicht auf hohe Energien beschleunigt werden, da sie instabil sind



Synchrotronstrahlung

- Energieverlust eines Teilchens pro Umlauf

$$\Delta E \approx \frac{1}{3\epsilon_0} \frac{q^2}{R} \gamma^4 = \frac{1}{3\epsilon_0} \frac{q^2}{R} \left(\frac{E}{mc^2} \right)^4$$



Recap: Synchrotron – Aufbau & Prinzip

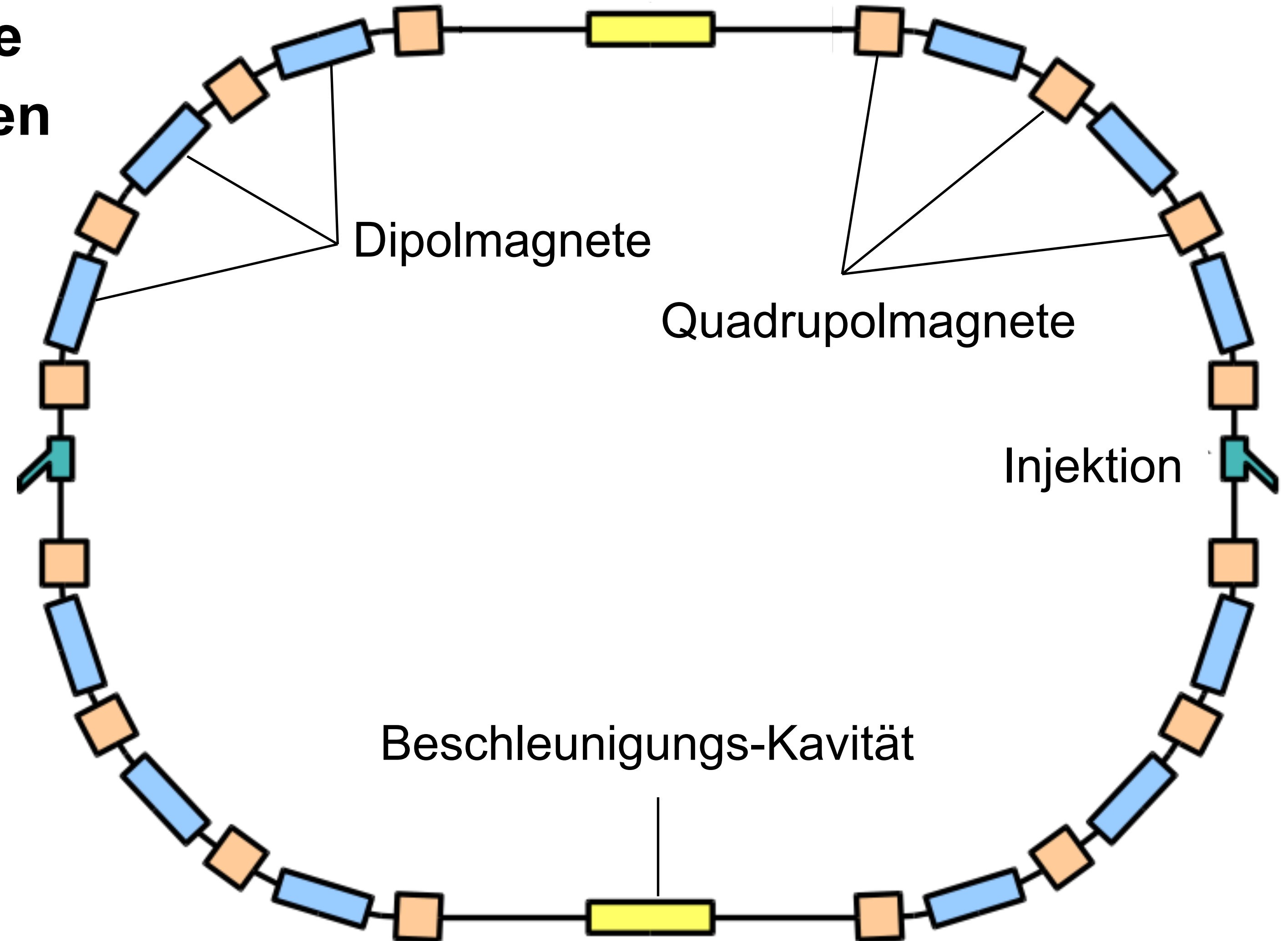
- Synchrotron: das magnetische Führungsfeld für den gepulsten Teilchenstrahl wird **synchron** mit der anwachsenden Teilchenenergie E hochgefahren

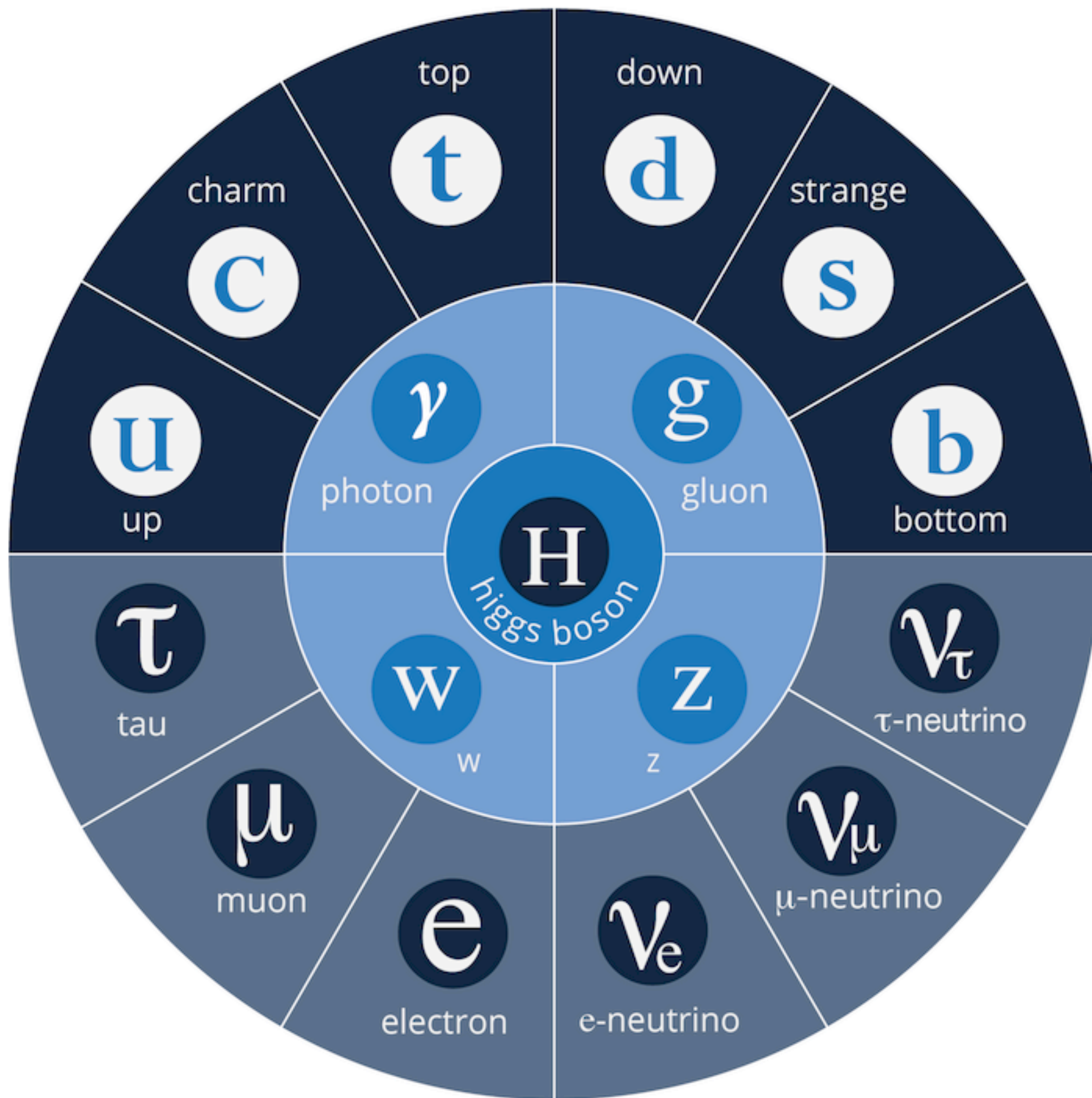
- zentrale Elemente:

Dipolmagnete

Quadrupolmagnete

Beschleunigungskavitäten



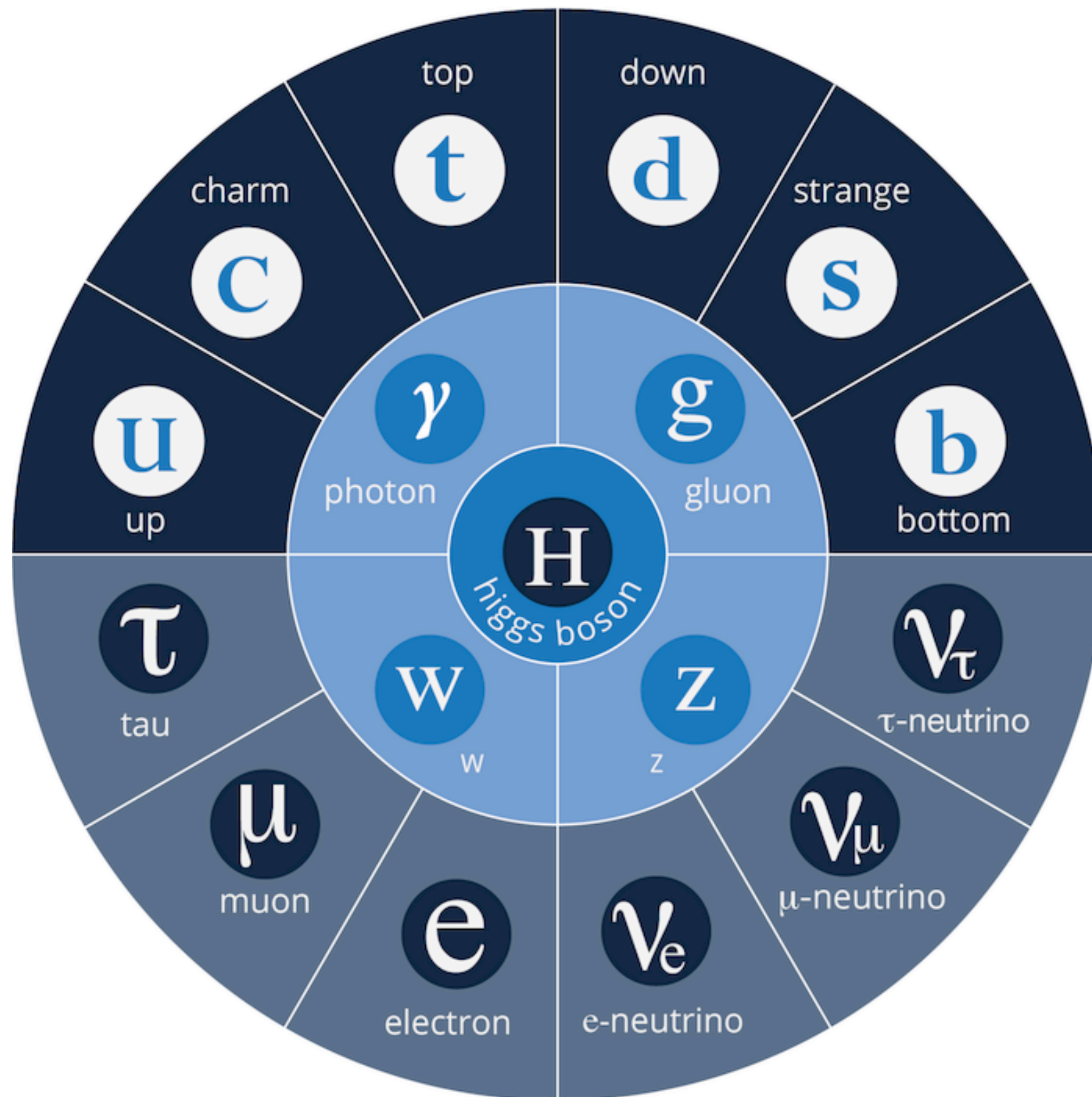


■ 2. Experimentelle Methoden

- 2.1. Energieverlust geladener Teilchen
- 2.2. Energieverlust von Elektronen
- 2.3. Cherenkov- und Übergangsstrahlung
- 2.4. Wechselwirkung von Strahlung mit Materie
- 2.5. Hadronische Wechselwirkungen
- 2.6. Nachweistechniken
- 2.7. Detektorsysteme in der Teilchenphysik
- 2.8. Teilchenbeschleuniger

■ 3. Struktur der Materie

- 3.1. Rutherford Streuung & Wirkungsquerschnitt
- 3.2. Mott Streuung & Formfaktoren
- 3.3. Struktur von Nukleonen

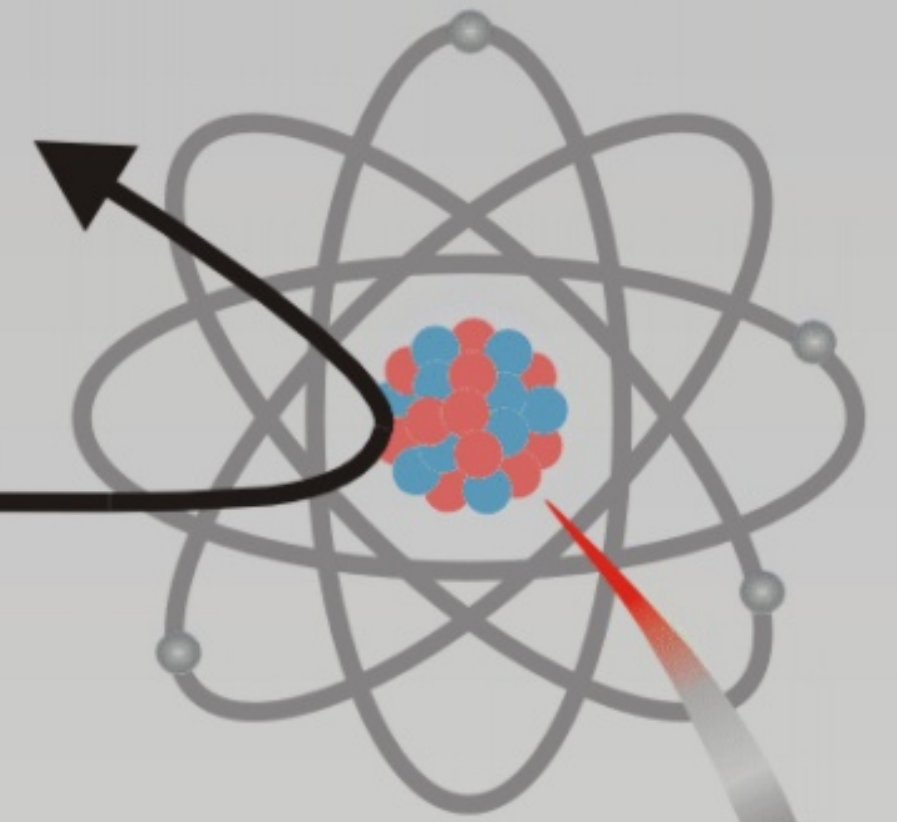


■ Die Aufklärung der Struktur der Materie

- zentrales Leitmotiv:
benutze **Streuexperimente**
- **Rutherford & Marsden:**
 α -Teilchen ($4,8 \text{ MeV}$) aus Quelle zum
Nachweis des punktförmigen Kerns
- **Robert Hofstadter:**
Elektronen (bis $\sim 600 \text{ MeV}$) zum
**Nachweis der Ladungsverteilung
des Kerns & Proton-Formfaktors**

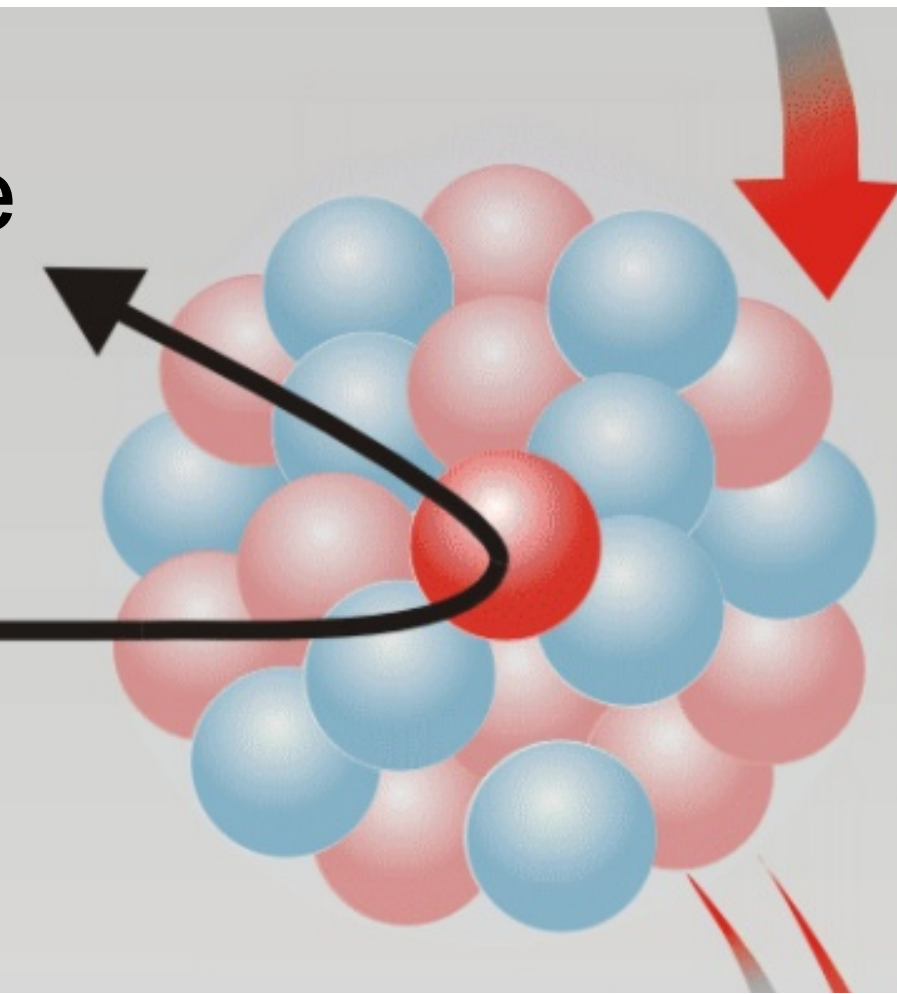
Rutherford, 1908
Entdeckung Atomkern

α -Teilchen



Hofstadter, 1956
Ausdehnung der Kerne
Proton-Formfaktor

Elektronen



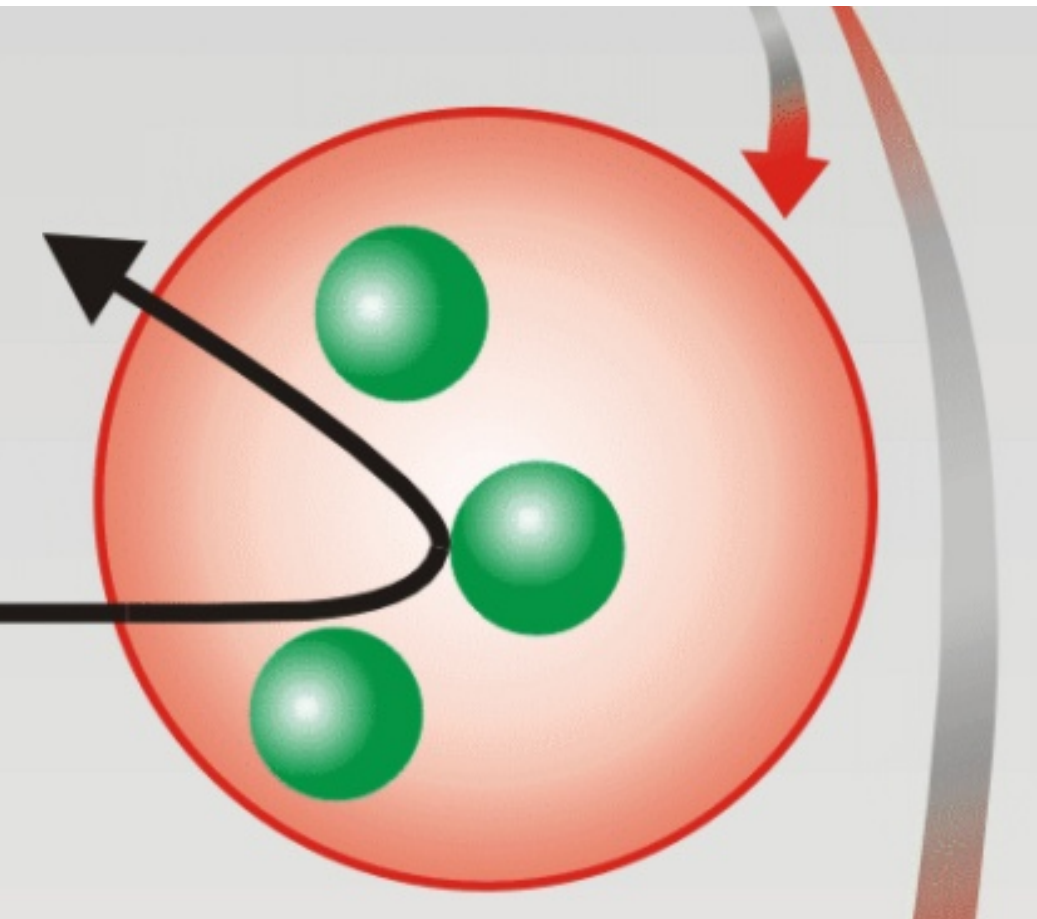
Q: spektrum

■ Die Aufklärung der Struktur der Materie

- Friedman, Kendall, Taylor (1962):
 20 GeV Elektronen vom SLAC zum
Nachweis von punktförmigen Quarks
- zahlreiche HE^* -Streuexperimente an
Beschleunigern mit Elektronen,
Myonen und Neutrinos (u.a. DESY):
**Nachweis des komplexen Aufbaus
von Protonen: Gluonen, Seequarks,
(Partonen), Spin-Eigenschaften**

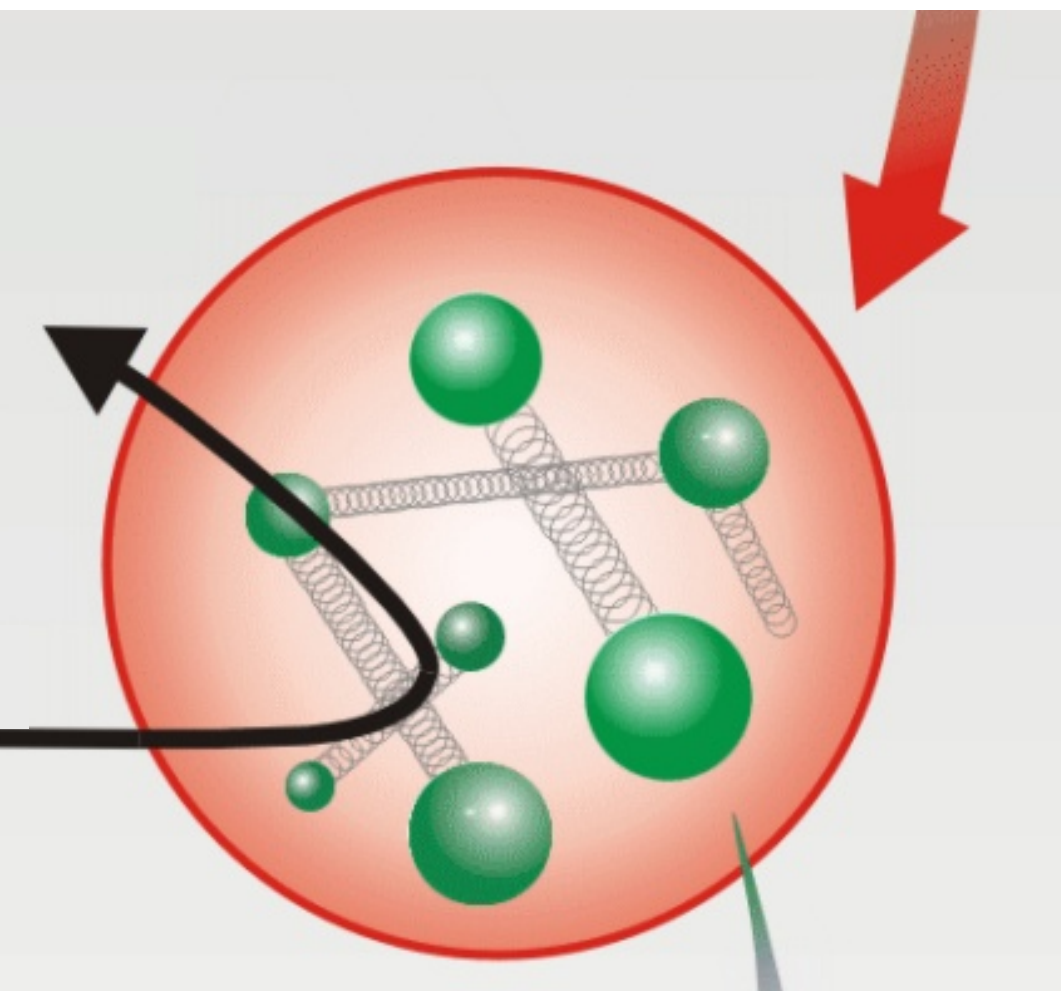
Friedman, 1962
Entdeckung Quarks

Elektronen



HERA (DESY), 1992
Aufbau des Protons

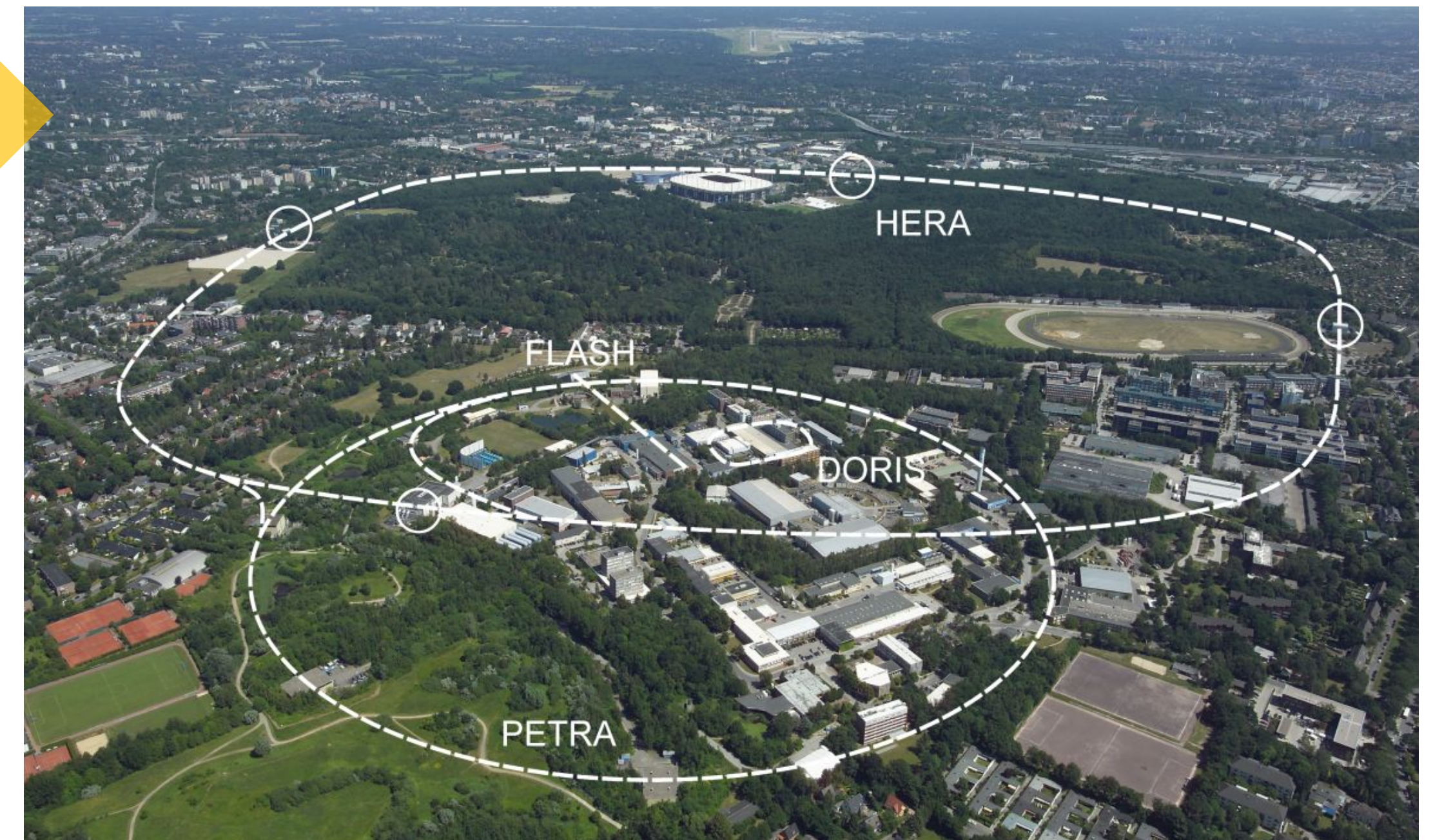
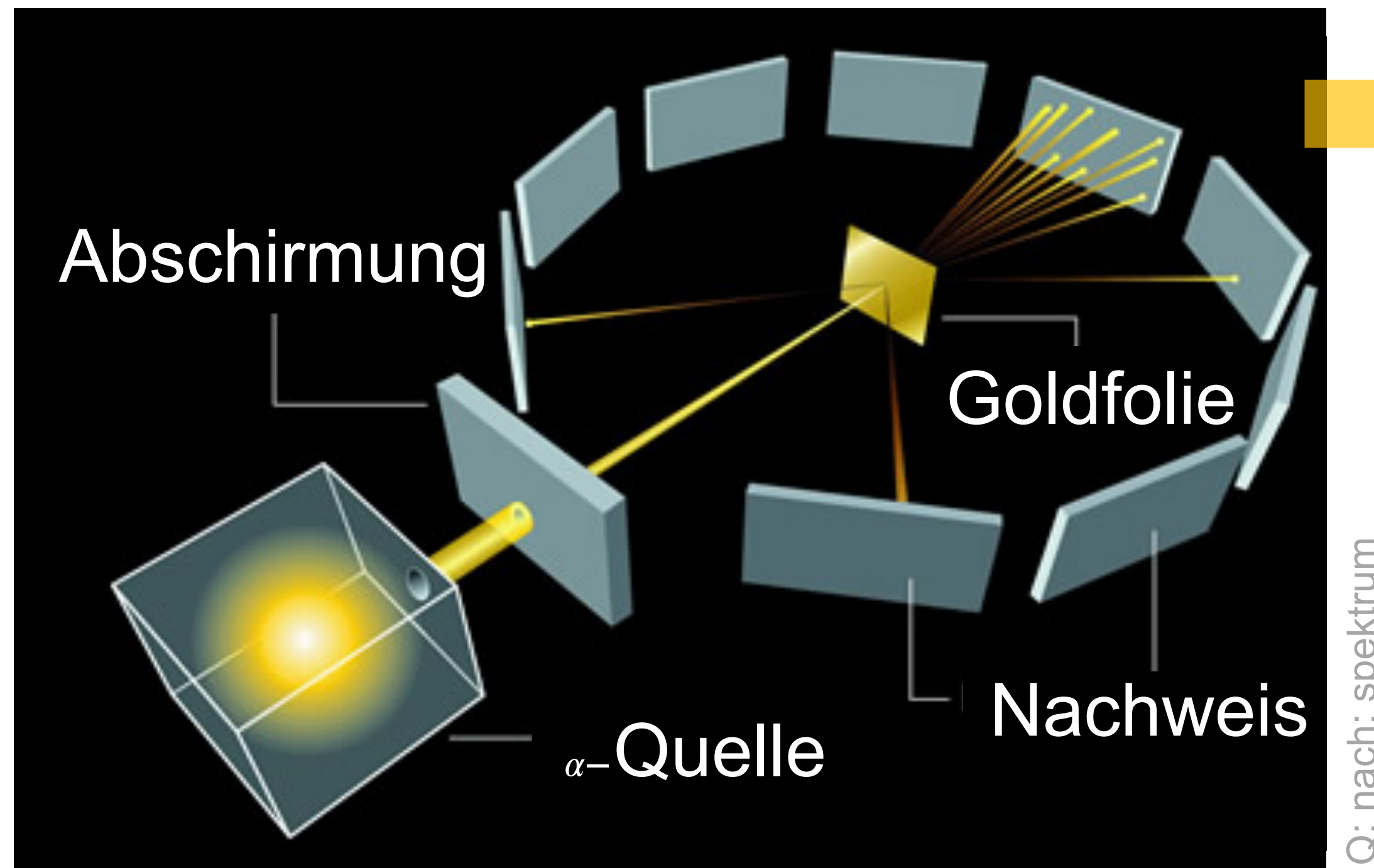
Elektronen, Myonen,
Neutrinos



Q: spektrum

Streuexperimente: Fortschritte

- Streuexperimente: Messungen bei immer höherer Energie
 - moderne Beschleuniger mit immer höherer Energie & besserer Auflösung

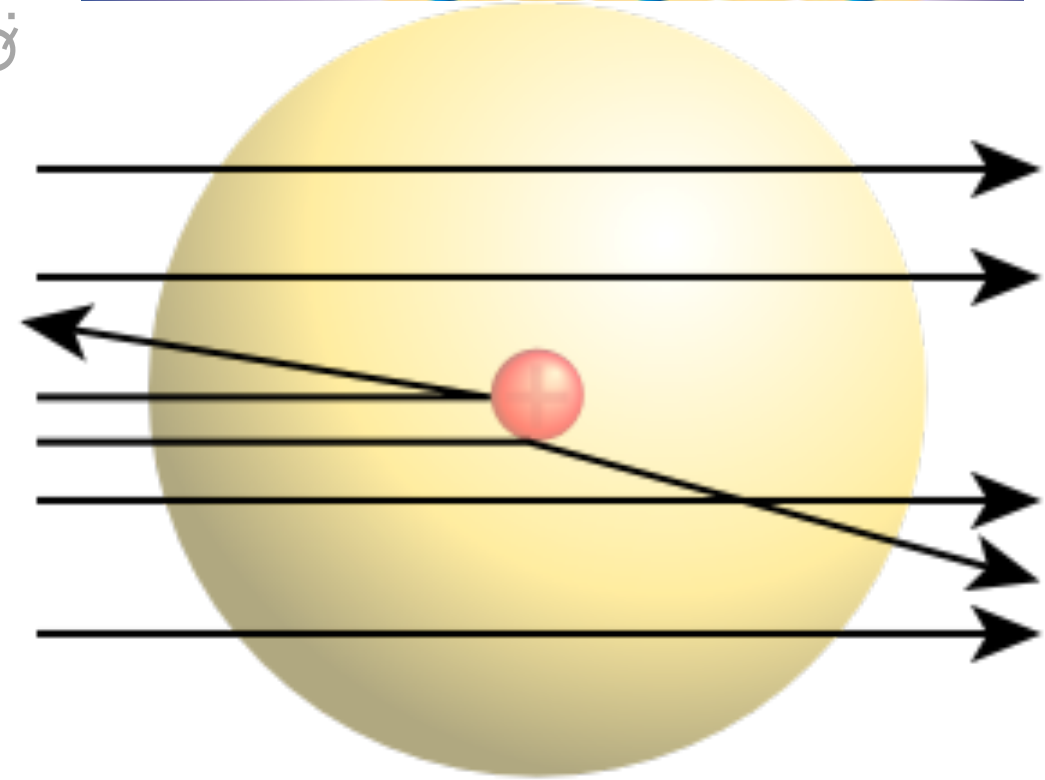
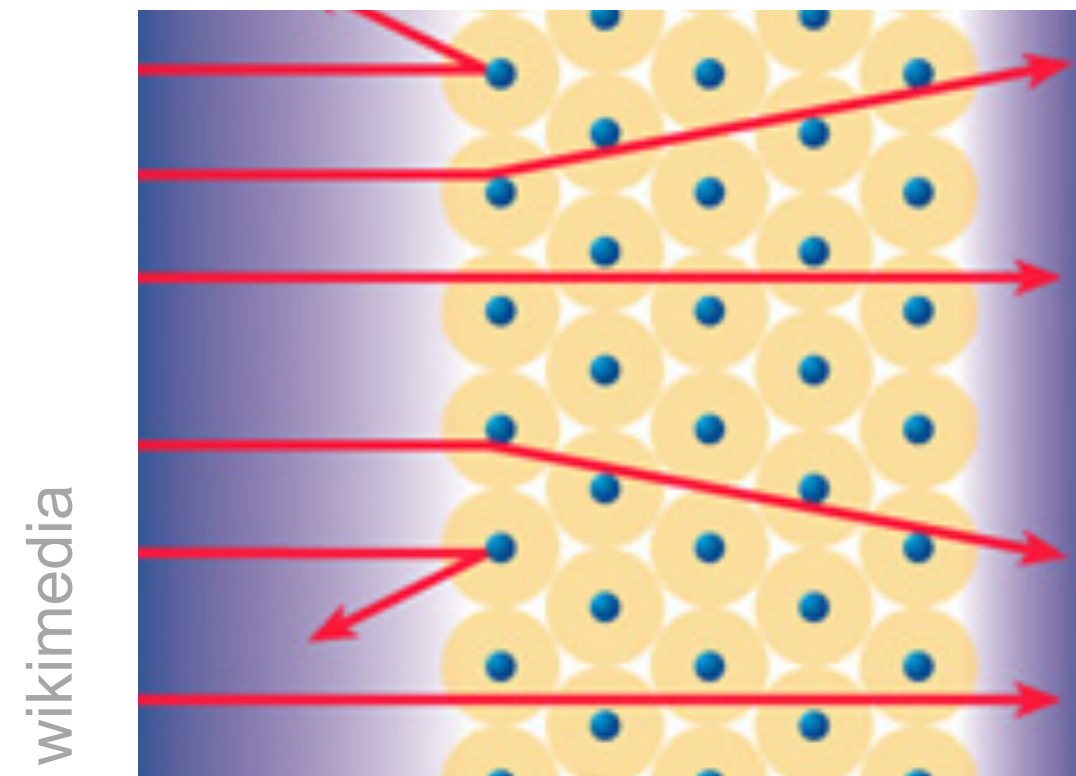


α – Energie: **5 MeV** p – Energie: **800 GeV**
 e^- – Energie: **30 GeV**

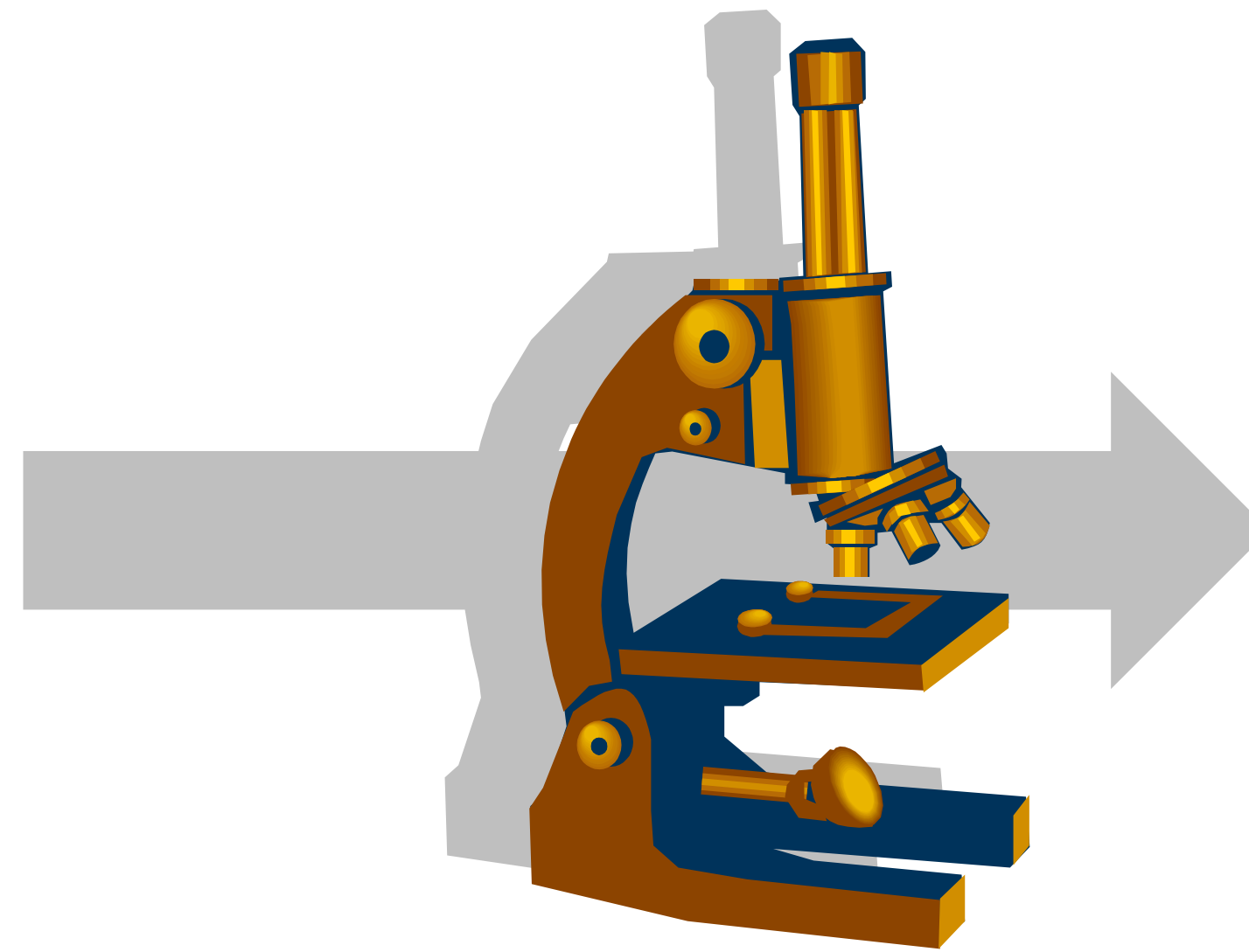


■ Streuexperimente: Messungen bei immer höherer Energie

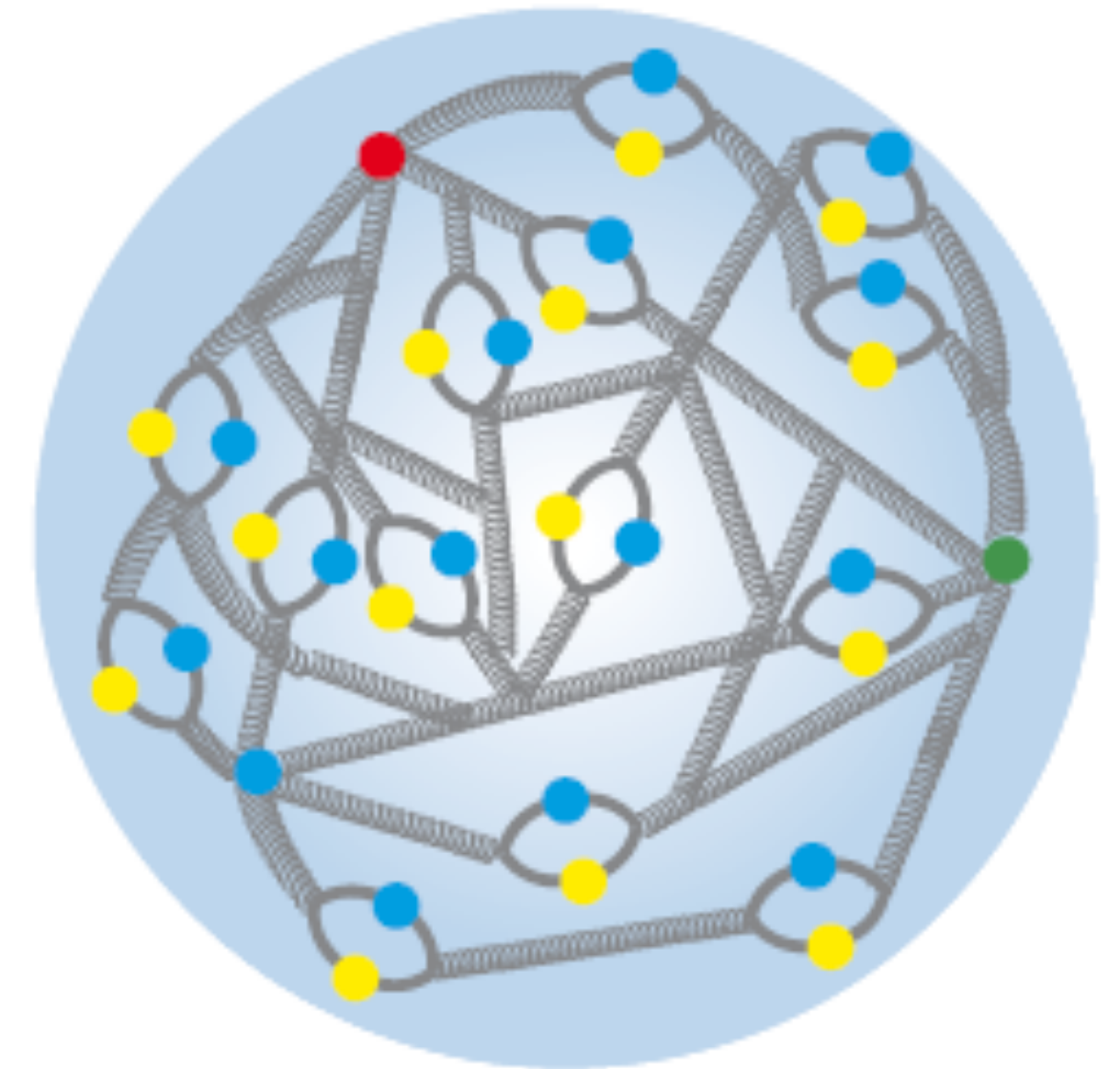
- moderne **Beschleuniger** mit immer höherer Energie & besserer Auflösung



punktförmiger Kern



$$0,197 \text{ fm} \\ = \\ 1 \text{ GeV}^{-1}$$



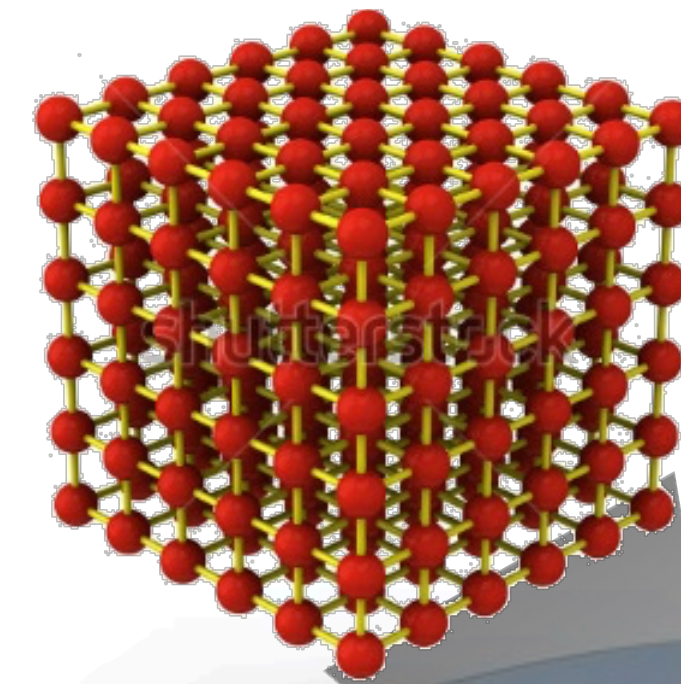
komplexes Nukleon bestehend
aus Partonen: **Valenzquarks**,
Seequarks, **Gluonen**

3.1 Rutherford-Streuung & Wirkungsquerschnitt

■ Streuexperimente:

Winkelverteilung $d\sigma/d\Omega$

gibt Aufschluss über
Struktur des Targets

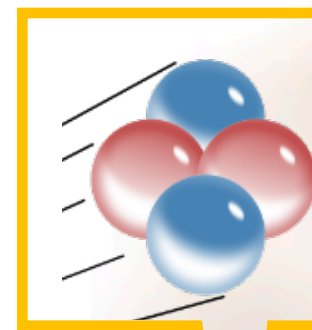


Goldkerne ($Au - 197$)

Differentieller
Wirkungsquerschnitt

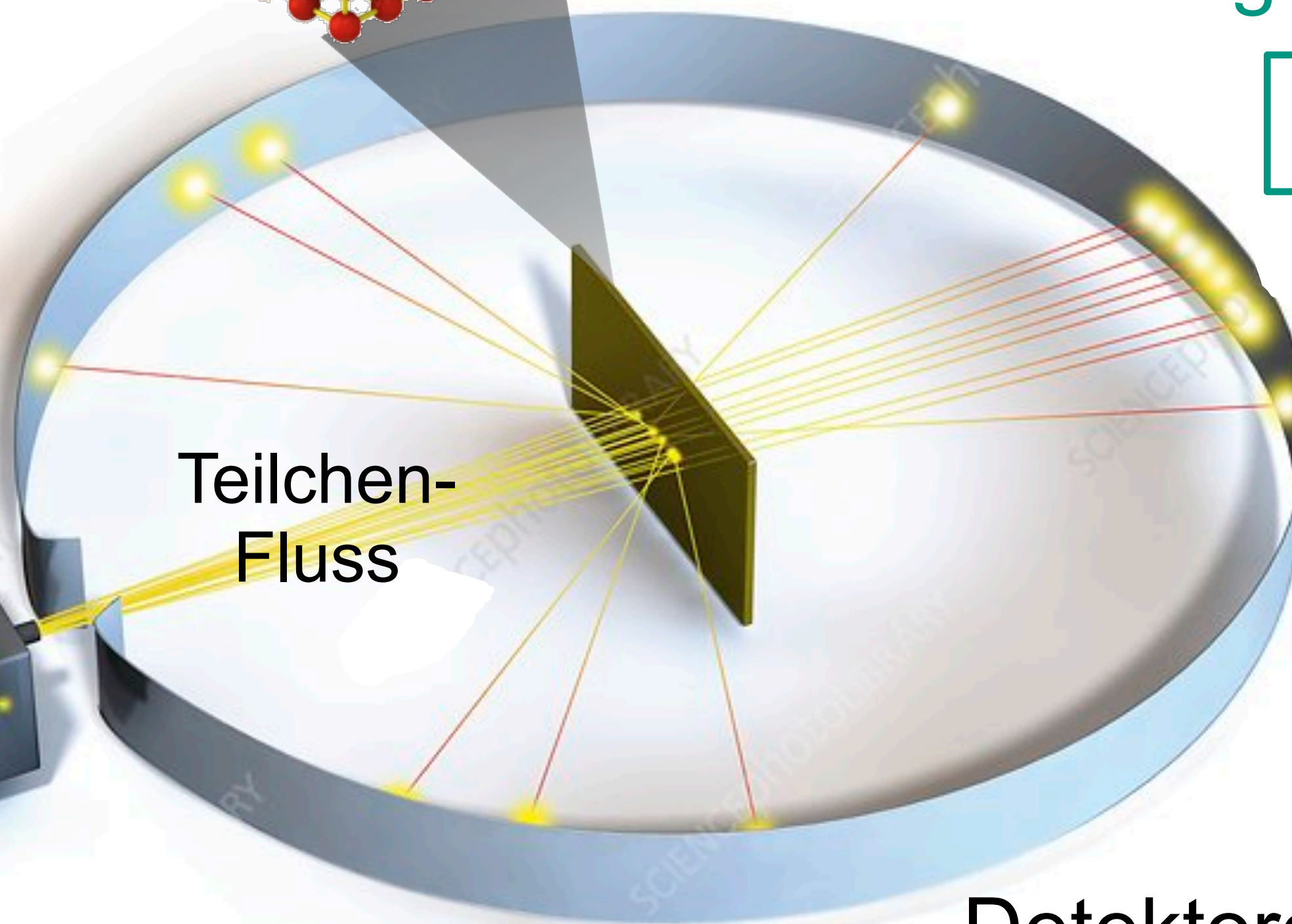
$$d\sigma/d\Omega$$

Projektil:
 α - Kerne



Teilchen-
Fluss

Ra – Quelle mit
 $E_{kin}(\alpha) = 4,78 \text{ MeV}$



Lord Rutherford

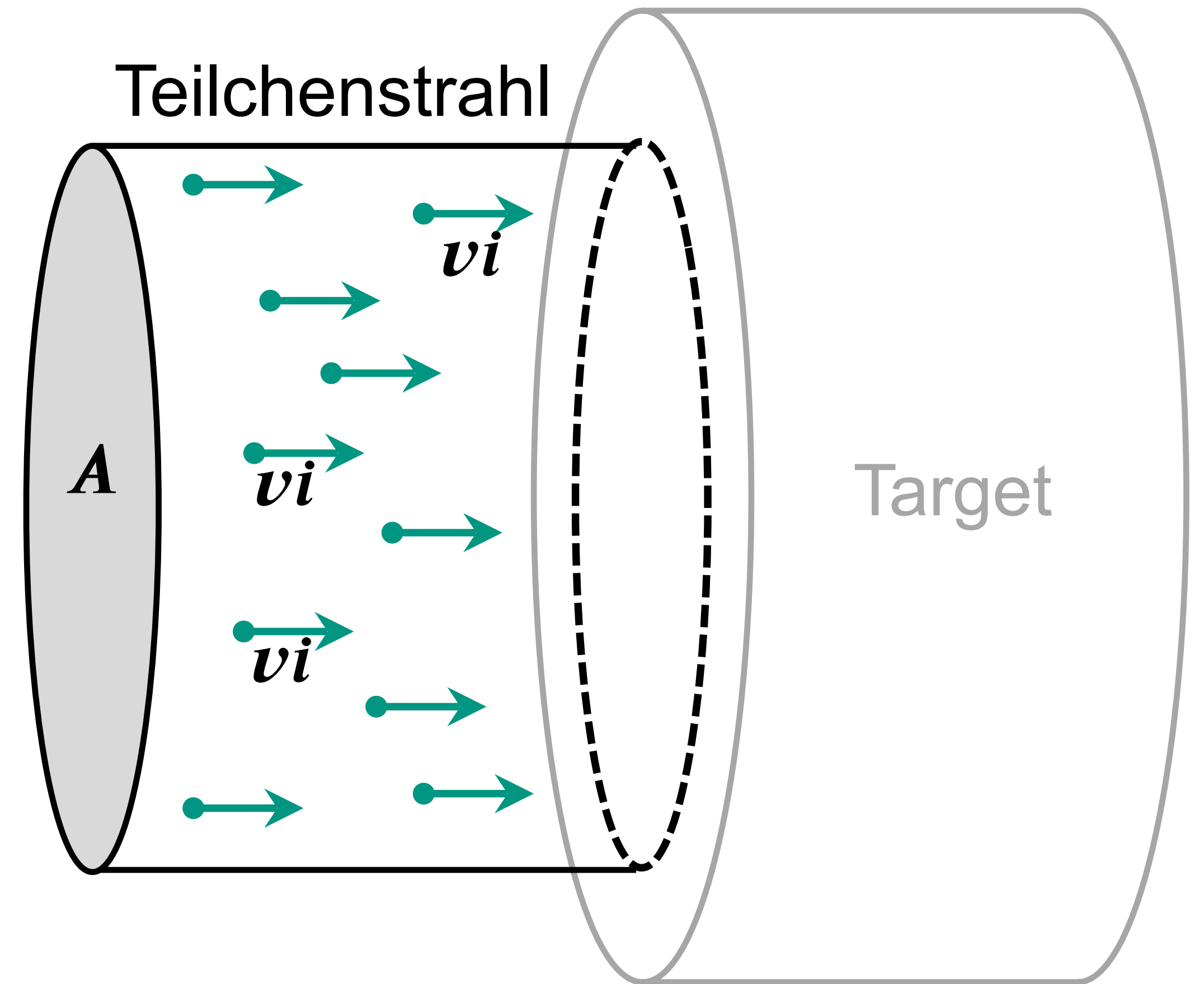
Detektoren (ZnS – Szintillator)

Q: fineartamerica

- **Teilchenstrahl** treffe senkrecht auf dünnes Target

- Parameter des einfallenden Strahls

- Querschnittsfläche A [cm^2]
- Geschwindigkeit v_i [cm/s]
- Anzahldichte n_s [cm^{-3}]
- **Flussdichte J** [cm^{-2}/s^{-1}]
 $J = n_s \cdot v_i$
- **Fluss Φ** [s^{-1}]
 $\Phi = J \cdot A = n_s \cdot v_i \cdot A$



Aufbau eines Streuexperimentes

■ Teilchenstrahl treffe senkrecht auf **dünnes Target**

- Parameter des dünnen Targets

- Dichte ρ $[g/cm^3]$

- Länge L $[cm]$

- Atommasse M_A $[u]^*$

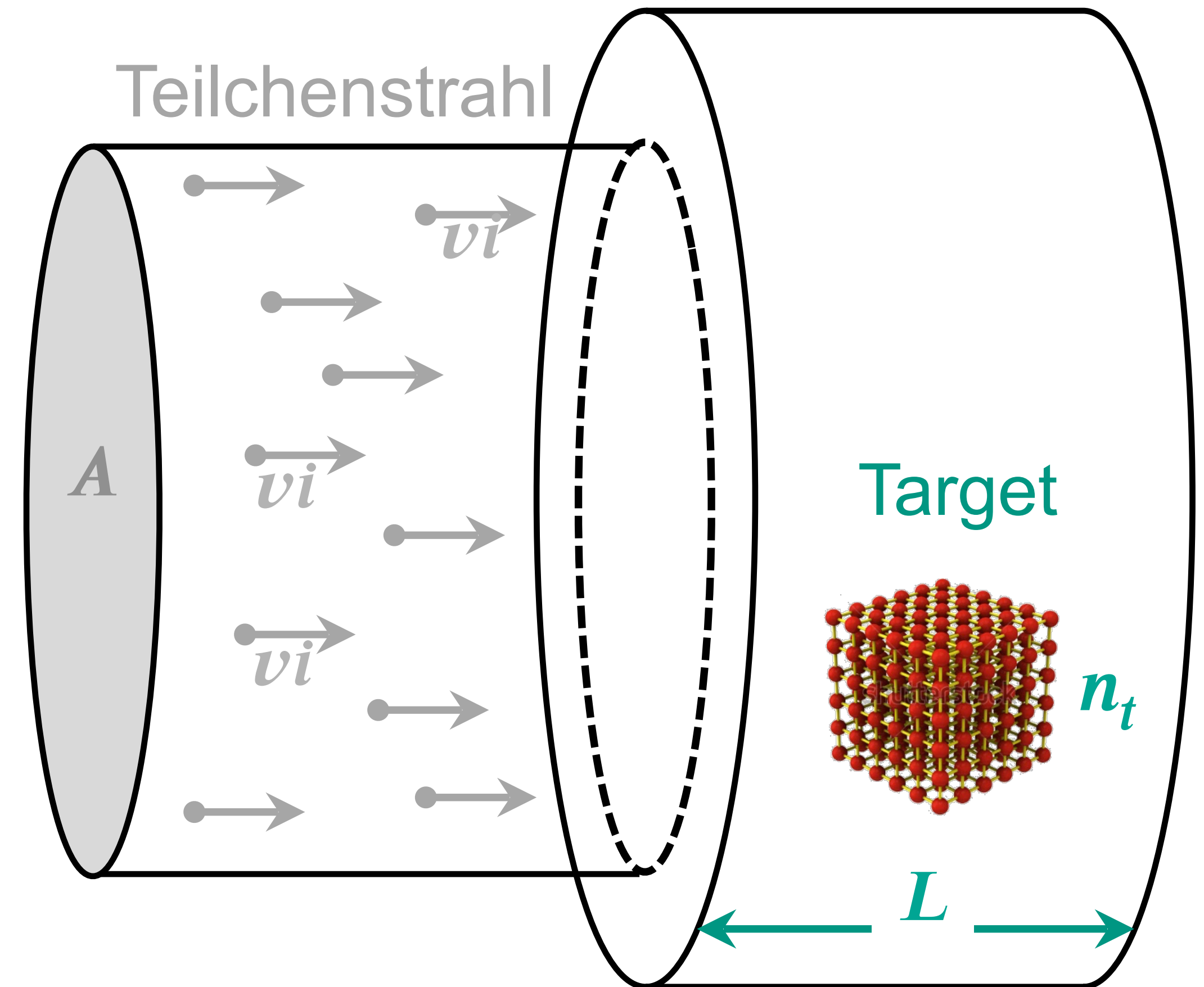
- **Anzahldichte der Targetkerne** $[cm^{-3}]$

$$n_t = \rho \cdot N_A / M_A$$

- **Targetkerne im Strahl** $[#]$

$$N_t = n_t \cdot L \cdot A$$

Avogadro-Zahl $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}/mol$



Totaler Wirkungsquerschnitt & Gesamtrate

- Gesamtrate W_r an Streu-Ereignissen dN_s pro Zeiteinheit dt

$$W_r = \frac{dN_s}{dt} = J \cdot N_t \cdot \sigma_{tot}$$

↓ ↓ ↓ ↓

Rate: [s^{-1}]	Fluss- dichte [$cm^{-2}s^{-1}$]	Targets im Strahl [#]	totaler Wirkungs- Querschnitt: [cm^2]
	↓	↓	
	Strahl- Eigenschaft	Target-	

Totaler Wirkungsquerschnitt & Gesamtrate

- Gesamtrate W_r an Streu-Ereignissen dN_s pro Zeiteinheit dt

$$W_r = \frac{dN_s}{dt} = \Phi \cdot n_t \cdot L \cdot \sigma_{tot}$$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

Rate: [s ⁻¹]	Fluss [s ⁻¹]	Anzahl- dichte Target [cm ⁻³]	Länge [cm]	totaler Wirkungs- Querschnitt: [cm ²]
	↓	↓	↓	
	Strahl- Eigenschaft	Target-		

- **Definition totaler Wirkungsquerschnitt σ_{tot}**

- σ_{tot} beschreibt die **Wahrscheinlichkeit eines Streuprozesses**

$$\sigma_{tot} = \frac{\text{Zahl der Reaktionen pro **Targetkern** und **Zeit**}}{\text{Zahl einfallender Teilchen pro **Fläche** und **Zeit**}}$$

- σ_{tot} hat die **Dimension einer Fläche (cm^2)**
- σ_{tot} stellt eine **effektive Fläche für Streuprozesse** dar

Wirkungsquerschnitt: geometrische Bedeutung

■ Effektive Streufläche

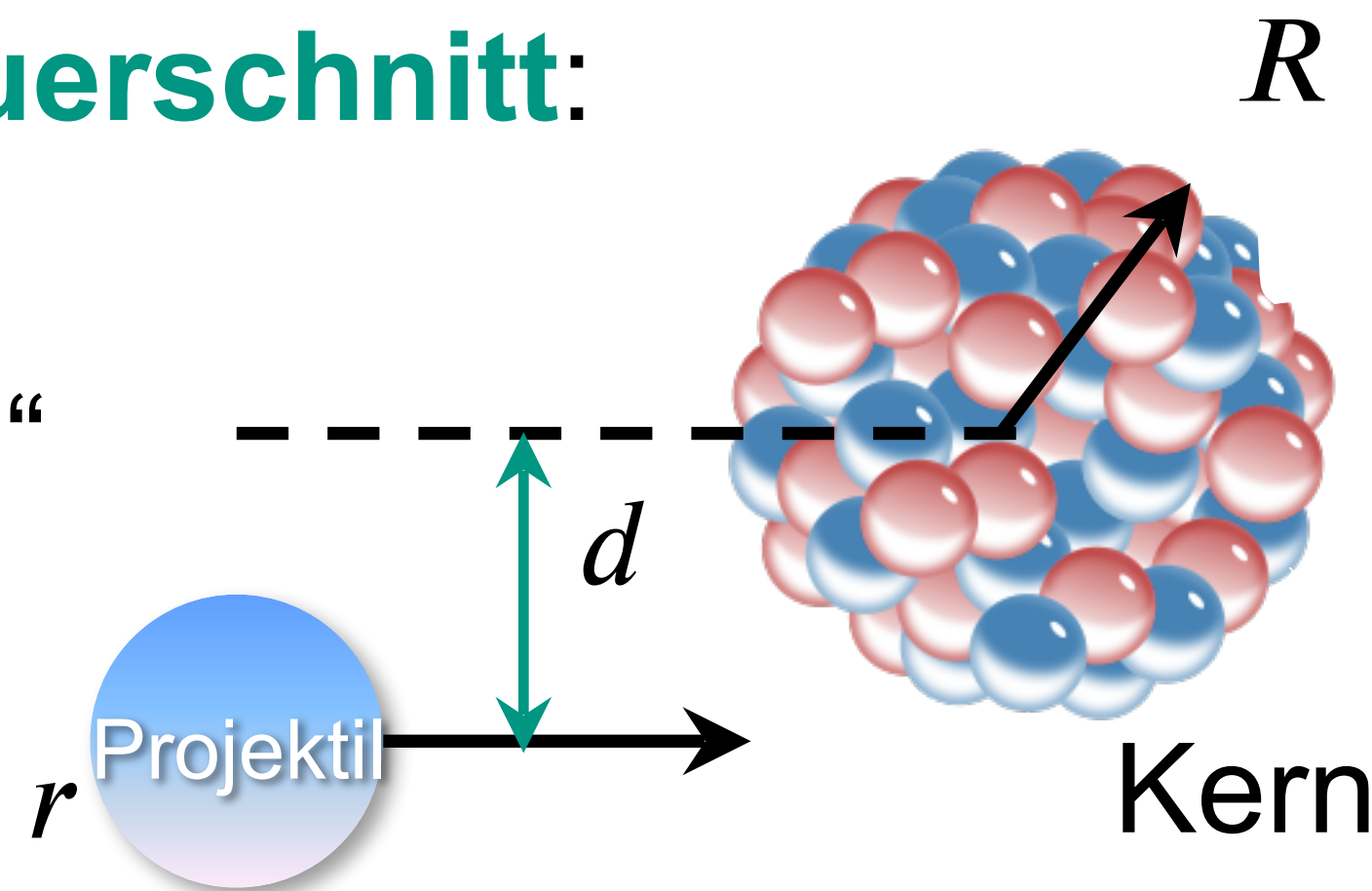
- Kernphysik: b bis $10^{-3} b$ (mb)
- Teilchenphysik: $10^{-3} b \dots 10^{-18} b$ (atto- b)
- Astroteilchenphysik: $10^{-20} b \dots 10^{-24} b$ (yocto- b)

- geometrischer Streuquerschnitt:

harte Kugeln –

„Kontaktwechselwirkung“

$$\sigma_{geom} = \pi \cdot (R^2 + r^2)$$



Einheit des Wirkungsquerschnitts σ_{tot} :

$$1 \text{ barn} = 1 b = 10^{-24} \text{ cm}^2$$



[barn = Scheunentor]

Wirkungsquerschnitt: geometrische Bedeutung

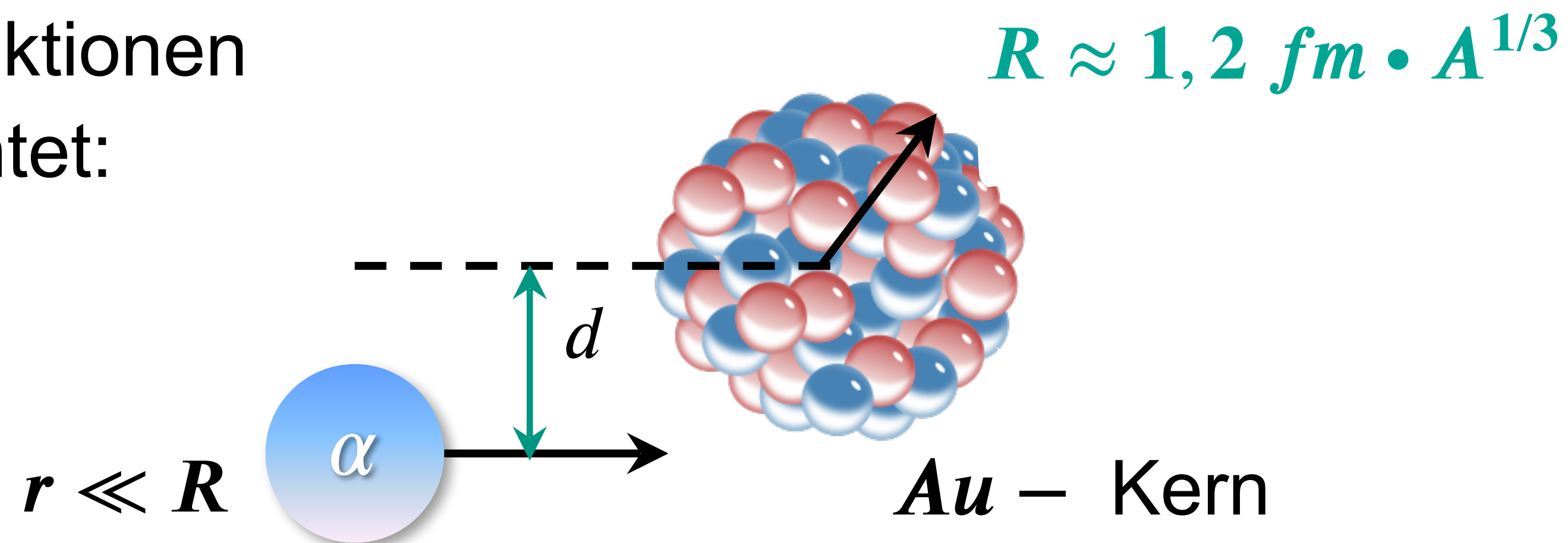
■ Beispiel: Streuung eines α – Teilchens an

$$A = \pi \cdot R^2 = 154 \text{ fm}^2 = 1,54 \cdot 10^{-28} \text{ m}^2$$

geometrischer Streuquerschnitt $\sigma_{tot,geom} = 1,54 \text{ b}$ ($1 \text{ b} = 100 \text{ fm}^2$)

- für Neutronen-Reaktionen wird auch beobachtet:

$$\sigma_{tot} > \sigma_{geom}$$



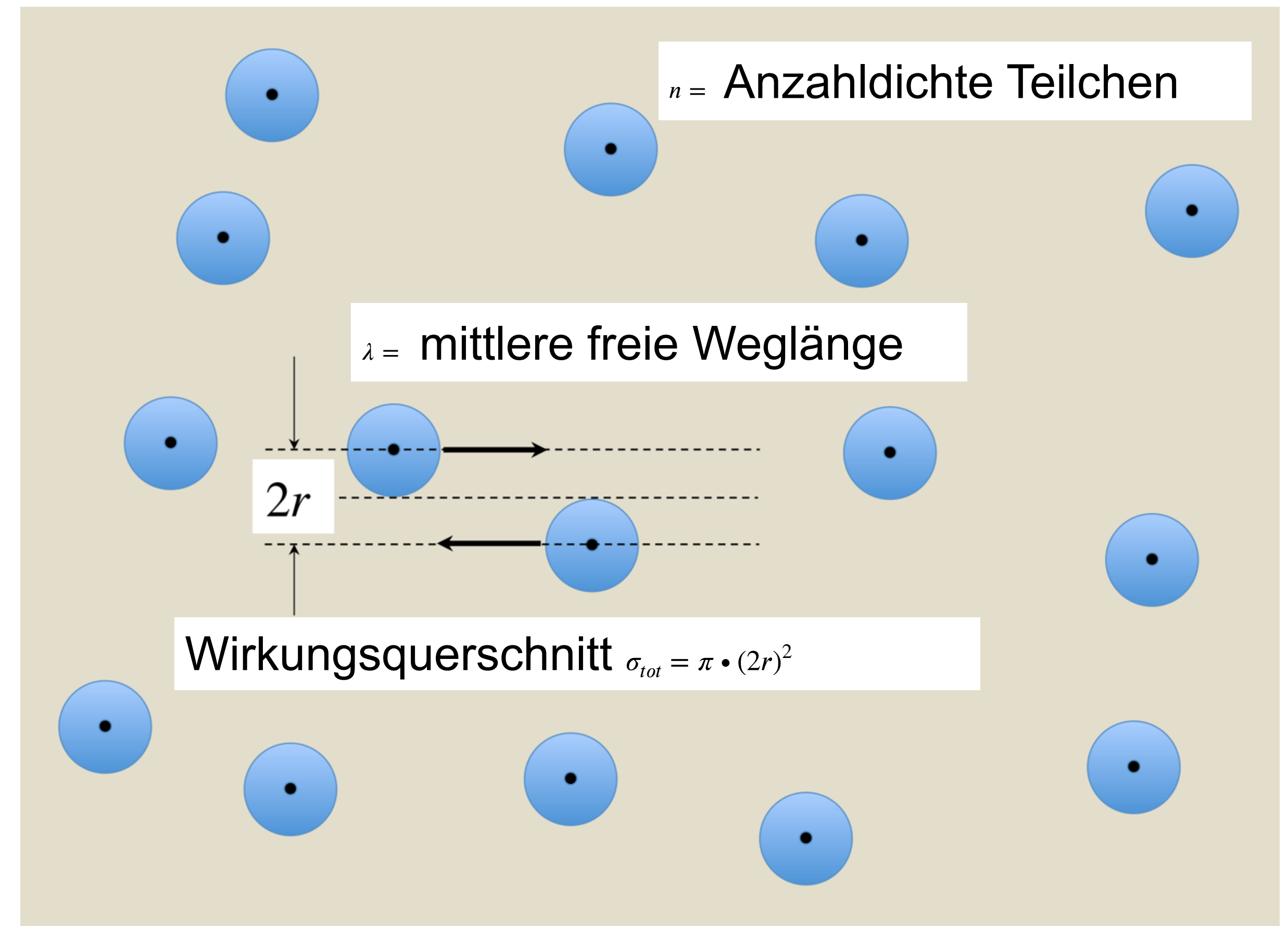
- **Stoßprozesse** von Gasteilchen (harte Kugel mit Radius r):
Wirkungsquerschnitt σ ist verknüpft mit ihrer **geometrischen Größe**

$[cm^2]$

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{n_{Target} \cdot \lambda}$$

$[cm^{-3}]$ $[cm]$

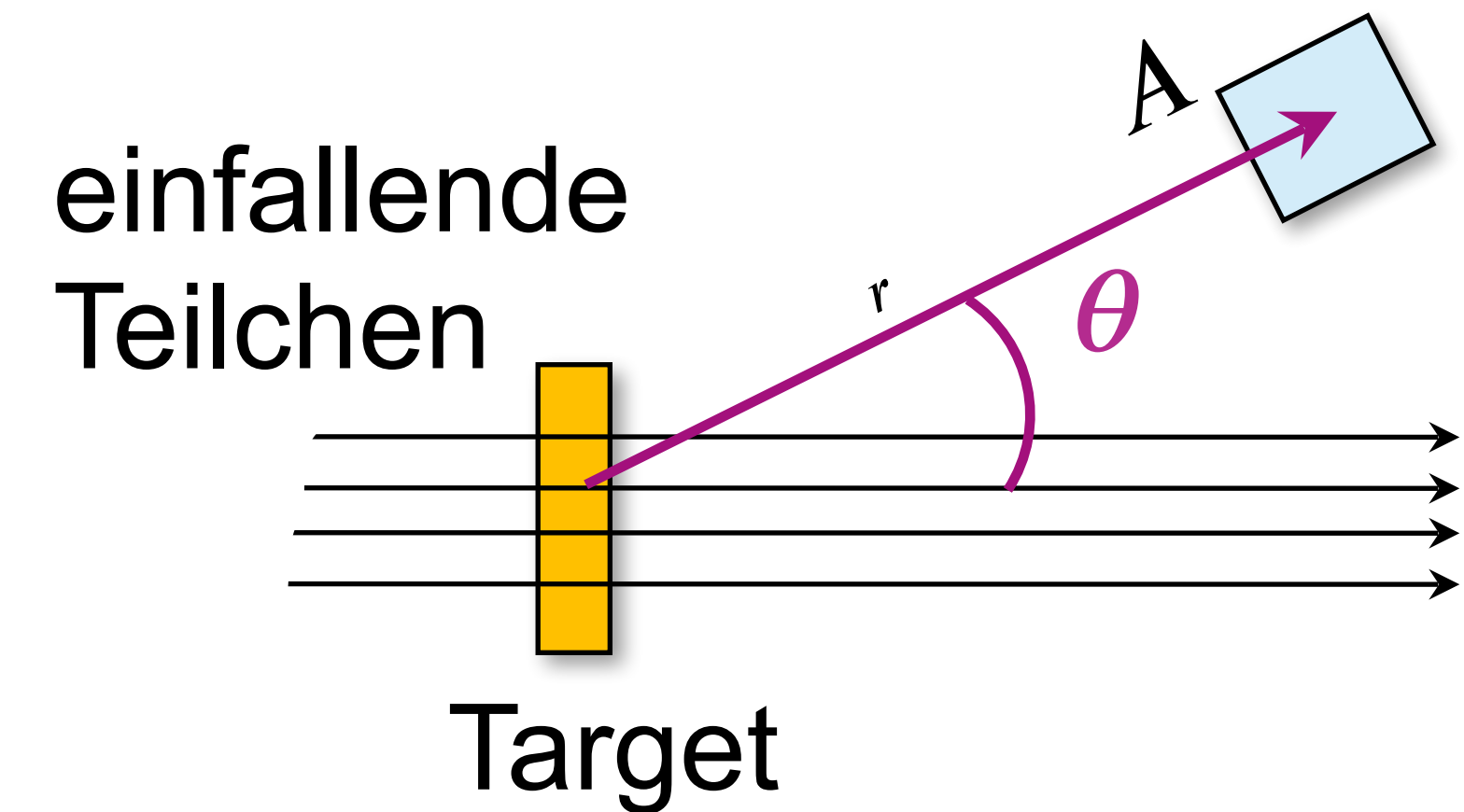
Kontaktwechselwirkung:
Stoß, sobald die Kugeln
sich berühren



Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$

- oft: nur ein Teil des gesamten Raumwinkels $d\Omega$ wird abgedeckt Detektor*

- Raumwinkel-Element $d\Omega = A/r^2$
- ein Detektor unter $d\Omega$ misst dann den **differentiellen Wirkungsquerschnitt** $d\sigma/d\Omega$



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{Zahl der nach } d\Omega \text{ gestreuten Teilchen pro Targetkern und Zeit}}{\text{Zahl der einfallenden Teilchen pro Fläche und Zeit}}$$

- Einheit des differentiellen Wirkungsquerschnitts: $[cm^2/sr]$ bzw. $[b/sr]$
gesamter Raumwinkel um Target: $d\Omega = 4\pi \cdot sr$

Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$

- Rate R gestreuter Teilchen in den Raumwinkel $d\Omega$ (Fläche A in Abstand r)

$$R = \Phi \cdot n_t \cdot L \cdot \frac{A}{r^2} \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

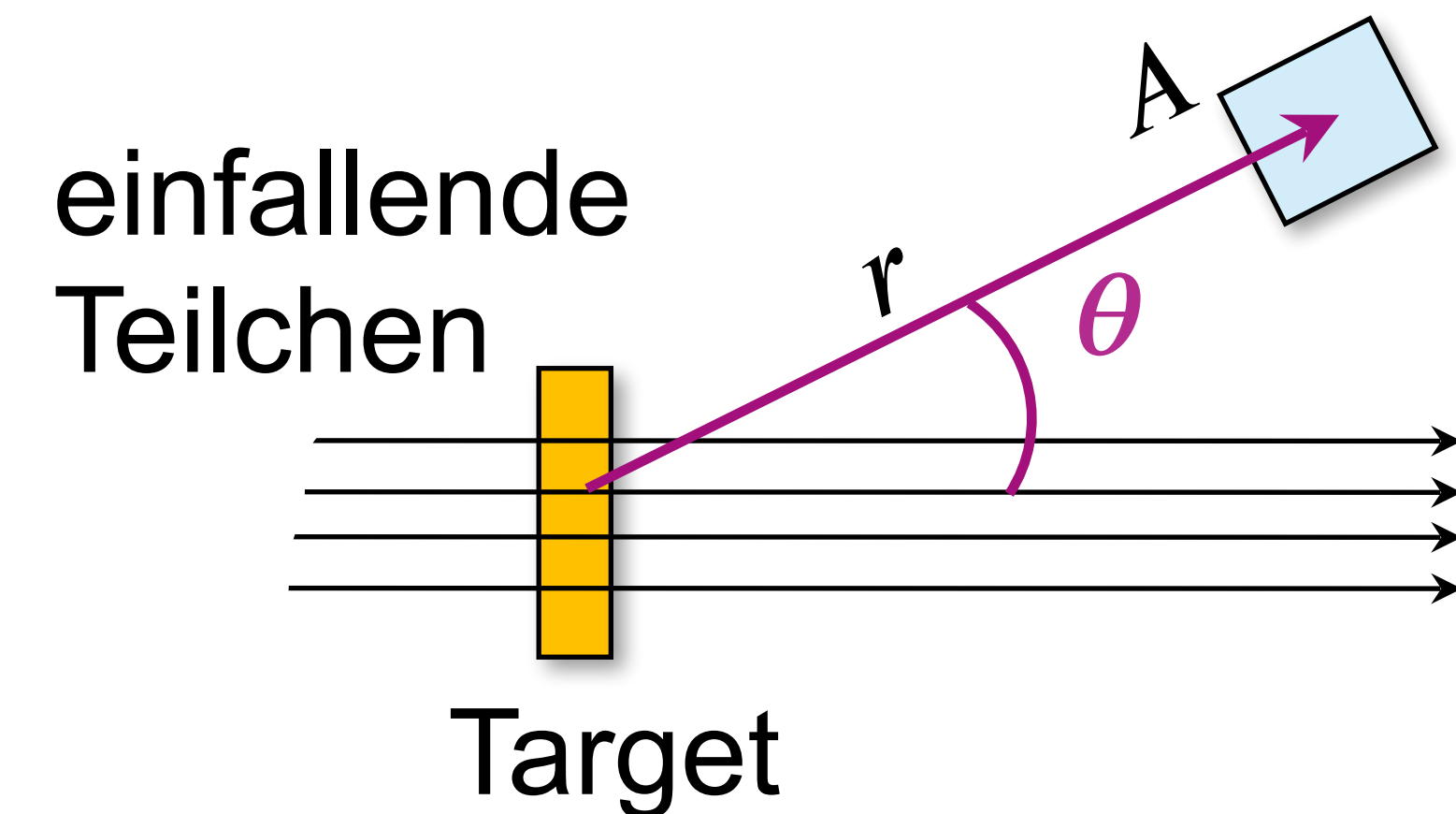
Φ : Teilchenfluss $[s^{-1}]$

n_t : Anzahldichte
Targetkerne $[cm^{-3}]$

L : Länge $[cm]$



$d\sigma/d\Omega$: differentieller Wirkungsquerschnitt $[cm^2/sr]$



Detektor-Eigenschaften

Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$

- Streuexperimente: oft '*fixed target*' Aufbau

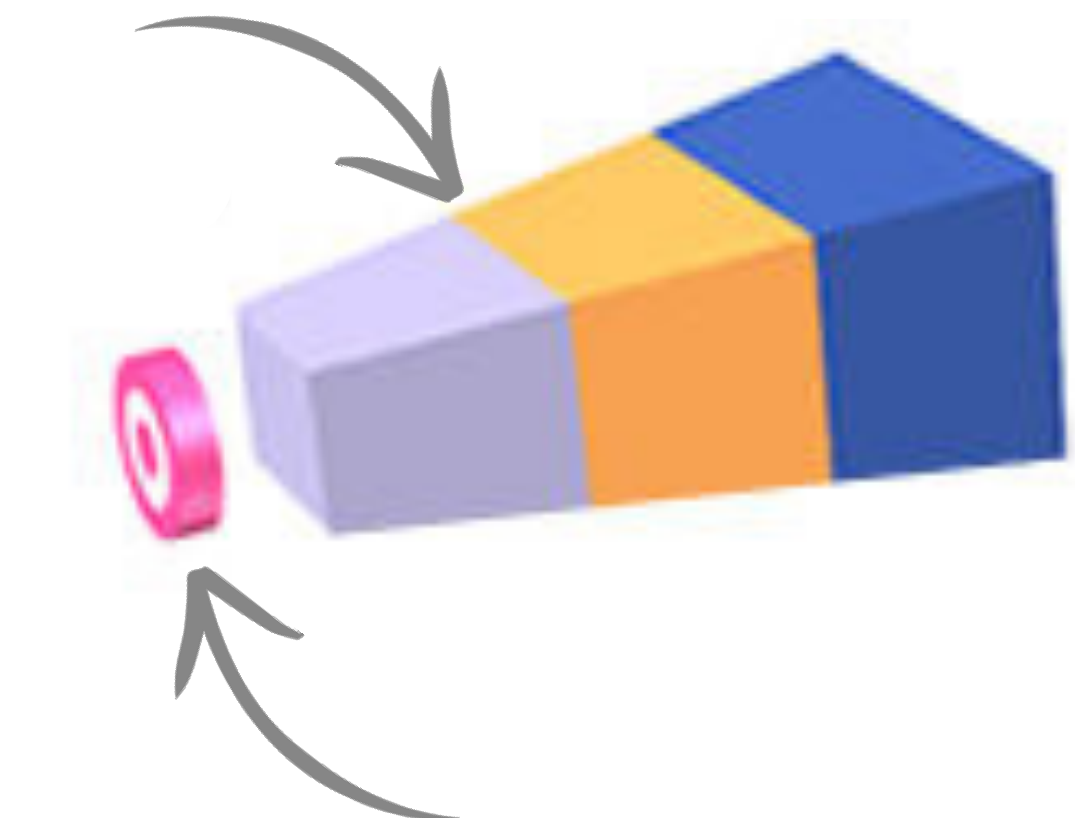
$$R = \Phi \cdot n_t \cdot L \cdot \frac{A}{r^2} \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Detektor-Element

$d\sigma/d\Omega$

- ein Teilchenstrahl (α 's, Elektronen, ...) mit bekannten Eigenschaften (**Energie, Impuls**) trifft auf ruhendes Target ('**fixed target**' Aufbau)
- typischerweise deckt der Detektor nur einen kleinen **Raumwinkelbereich** $d\Omega$ ab

Teilchenstrahl
Elektron



'fixed target'

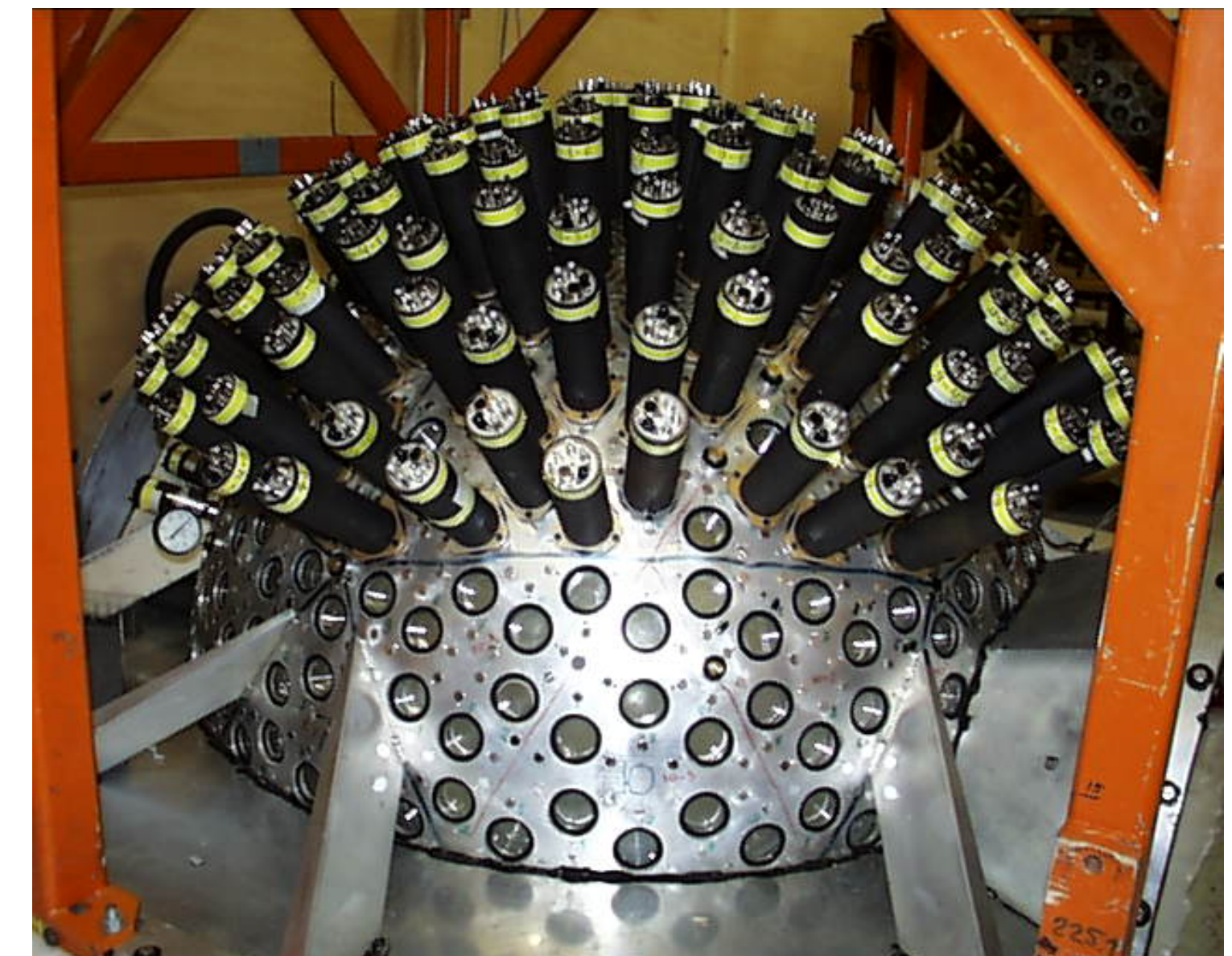
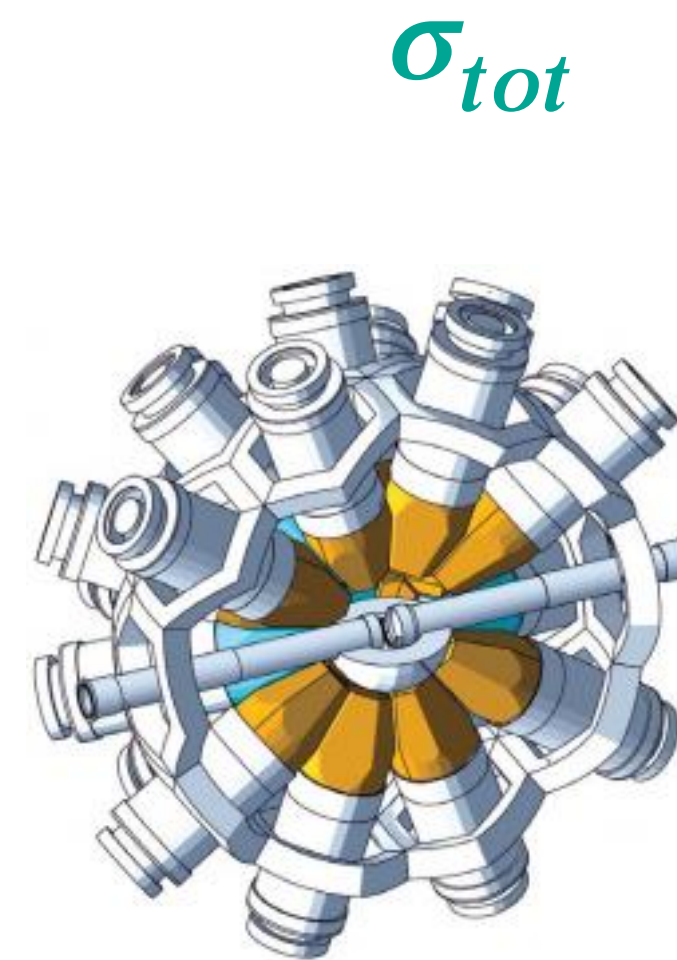
Relation $d\sigma/d\Omega$ & Wirkungsquerschnitt σ_{tot}

- Integration von $d\sigma/d\Omega$ (differentieller Wq.) zu σ_{tot} (totaler Wq.)

- für Streuungen mit einer **azimutalen Symmetrie** gilt:

$$\sigma_{tot} = 2\pi \cdot \int_{-1}^1 \frac{d\sigma(\cos\theta)}{d\Omega} d\cos\theta$$

- Messungen von σ_{tot} erfolgen oft in Kugelgeometrie:
Detektor umhüllt Target in einer **4π Geometrie**



4π Geometrie

■ Rutherford-Streuexperiment*

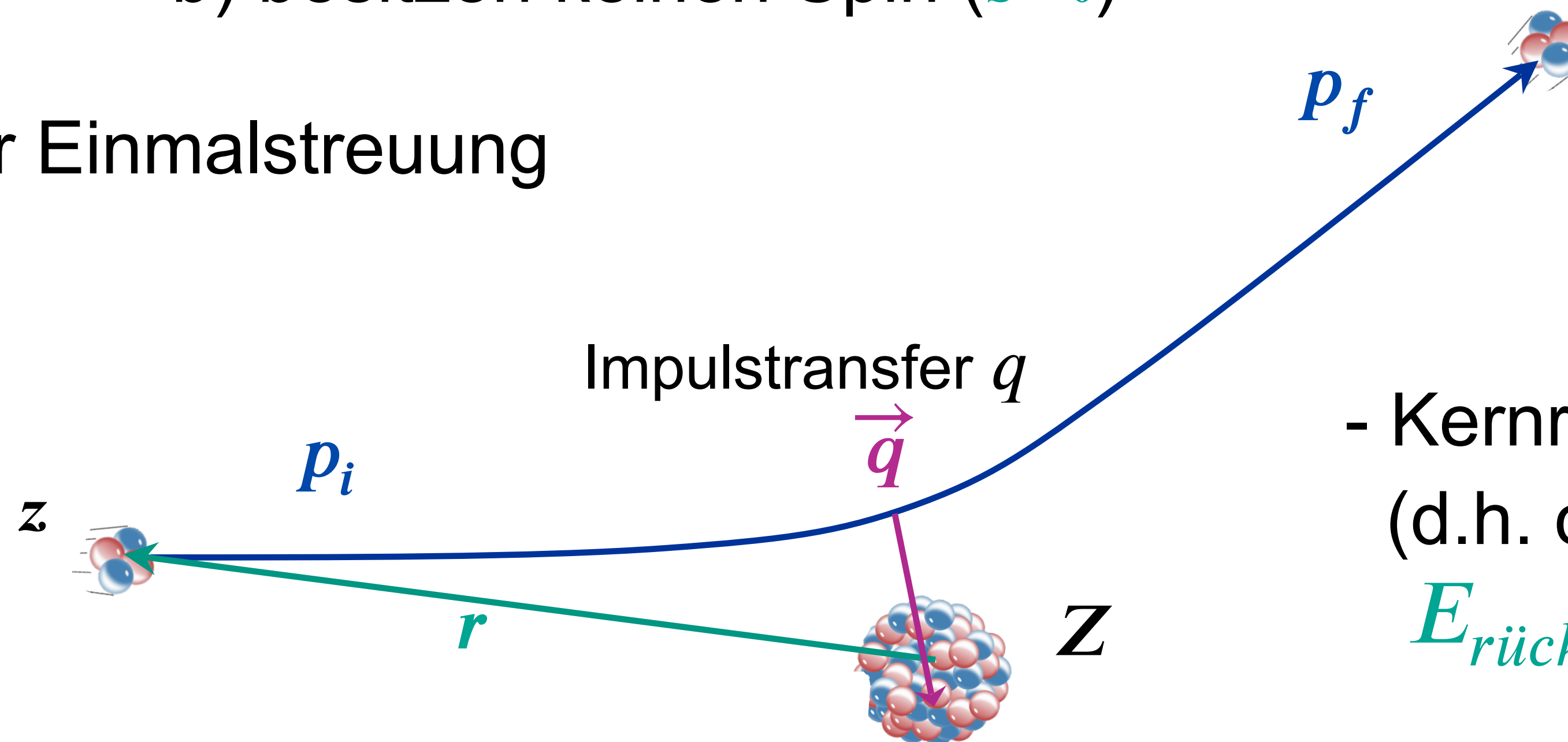
- Annahmen für Streuquerschnitt:

Projekt und Target

a) sind **punktförmig**

b) besitzen keinen Spin ($s = 0$)

- nur Einmalstreuung



- Kernrückstoß vernachlässigbar
(d.h. ortsfester Kern mit Masse M)

$$E_{rück} = q^2 / (2 \cdot M) \approx 0$$



Rutherford-Streuprozess: Potenzial $V(r)$

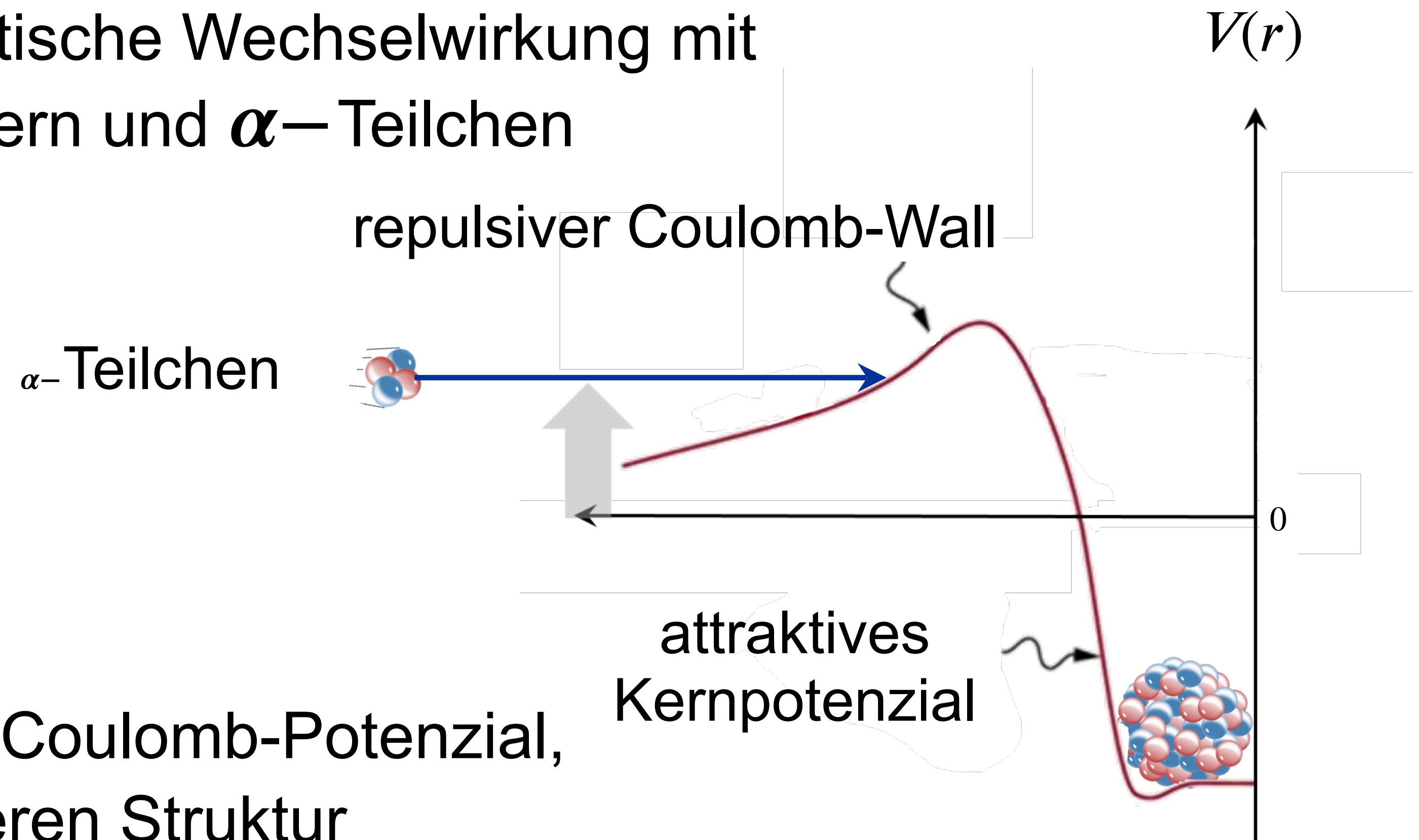
- Streupotenzial $V(r)$ für elektromagnetische Wechselwirkung
 - elastische Streuung in konservativem Feld $\Rightarrow$ Drehimpuls bleibt erhalten
 - Annahme: rein elektromagnetische Wechselwirkung mit **Coulomb-Abstoßung** von Kern und α -Teilchen

$$V(r) \sim \frac{z \cdot Z \cdot e^2}{r}$$

$$z = 2 \text{ } (\alpha\text{-Teilchen})$$

$$Z = 79 \text{ } (Au\text{-Kern})$$

- α – Teilchen sieht nur $1/r$ – Coulomb-Potenzial, nicht den Kern mit seiner inneren Struktur

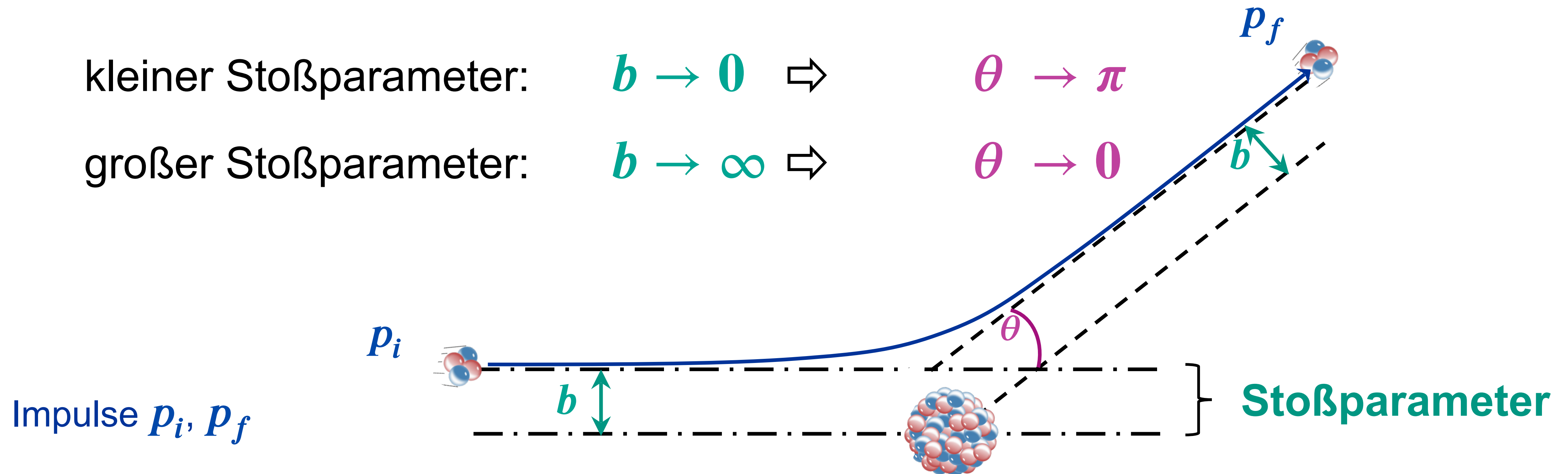


■ Kinematische Größen: θ , b

- elastische Streuung unter **Winkel θ**
- Einführung **Stoßparameter b** (legt den Streuwinkel θ fest)
= asymptotischer Abstand des α -Teilchens vom Kern: $b = [0, \infty]$

kleiner Stoßparameter: $b \rightarrow 0 \Rightarrow \theta \rightarrow \pi$

großer Stoßparameter: $b \rightarrow \infty \Rightarrow \theta \rightarrow 0$



■ Streuexperimente und differentieller Wirkungsquerschnitt

$$d\sigma/d\Omega \sim 1/\sin^4(\theta/2)$$

Kinematik



$$q = 2 p \cdot \sin(\theta/2)$$

Impulstransfer
an Kern

Streuwinkel

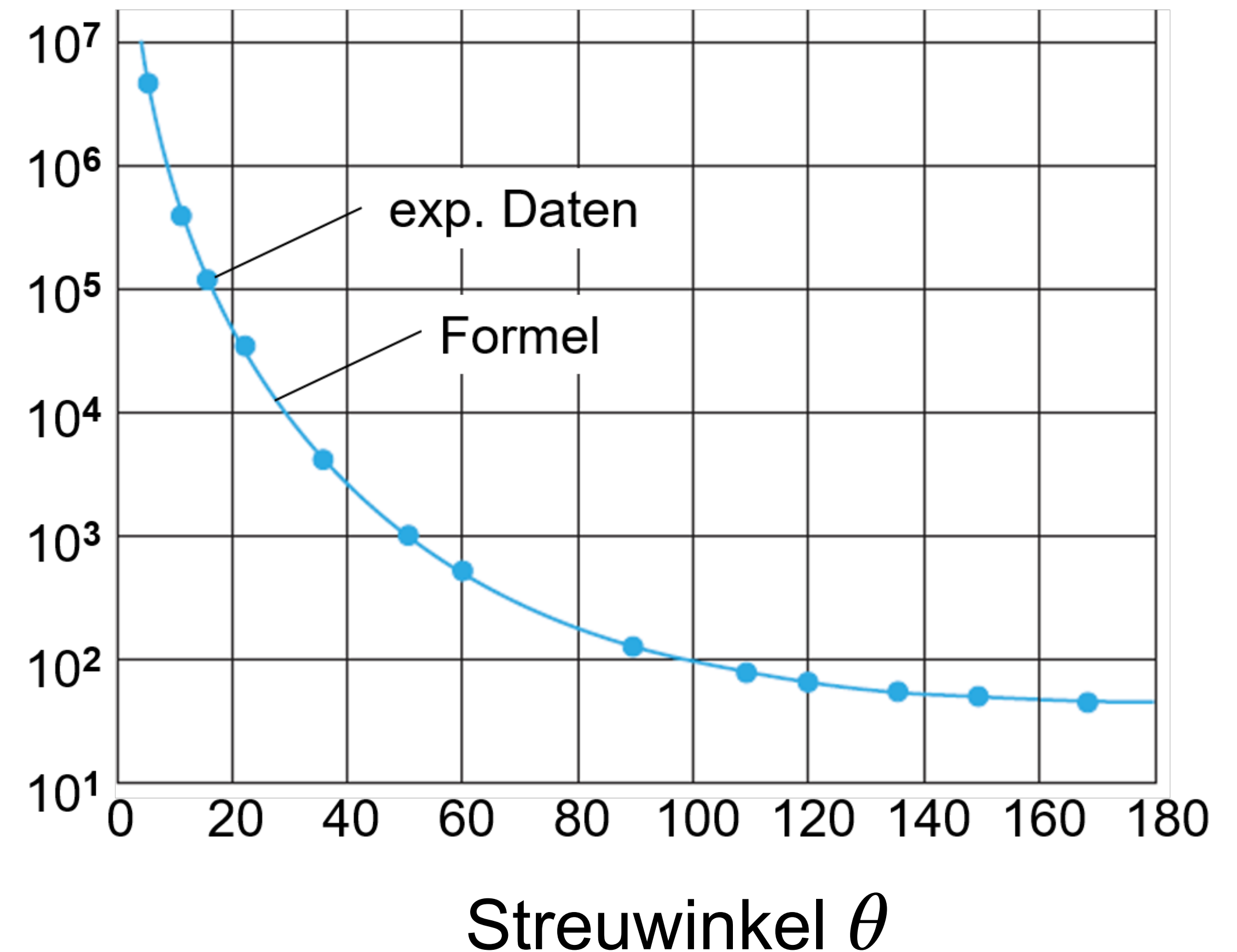
Impuls des α



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (2 \cdot m_e \cdot Z \cdot \alpha)^2 \cdot \frac{1}{q^4}$$

Feinstrukturkonstante
 $\alpha \approx 1/137$

Rate an Streuereignissen



Q: Serway/Moses/Moyer

Rutherford-Streuformel

- Streuung über Photonaustausch: elegant via Feynman-Diagramm!

R. Feynman



Elektromagnet. Wechselwirkung

Photonpropagator

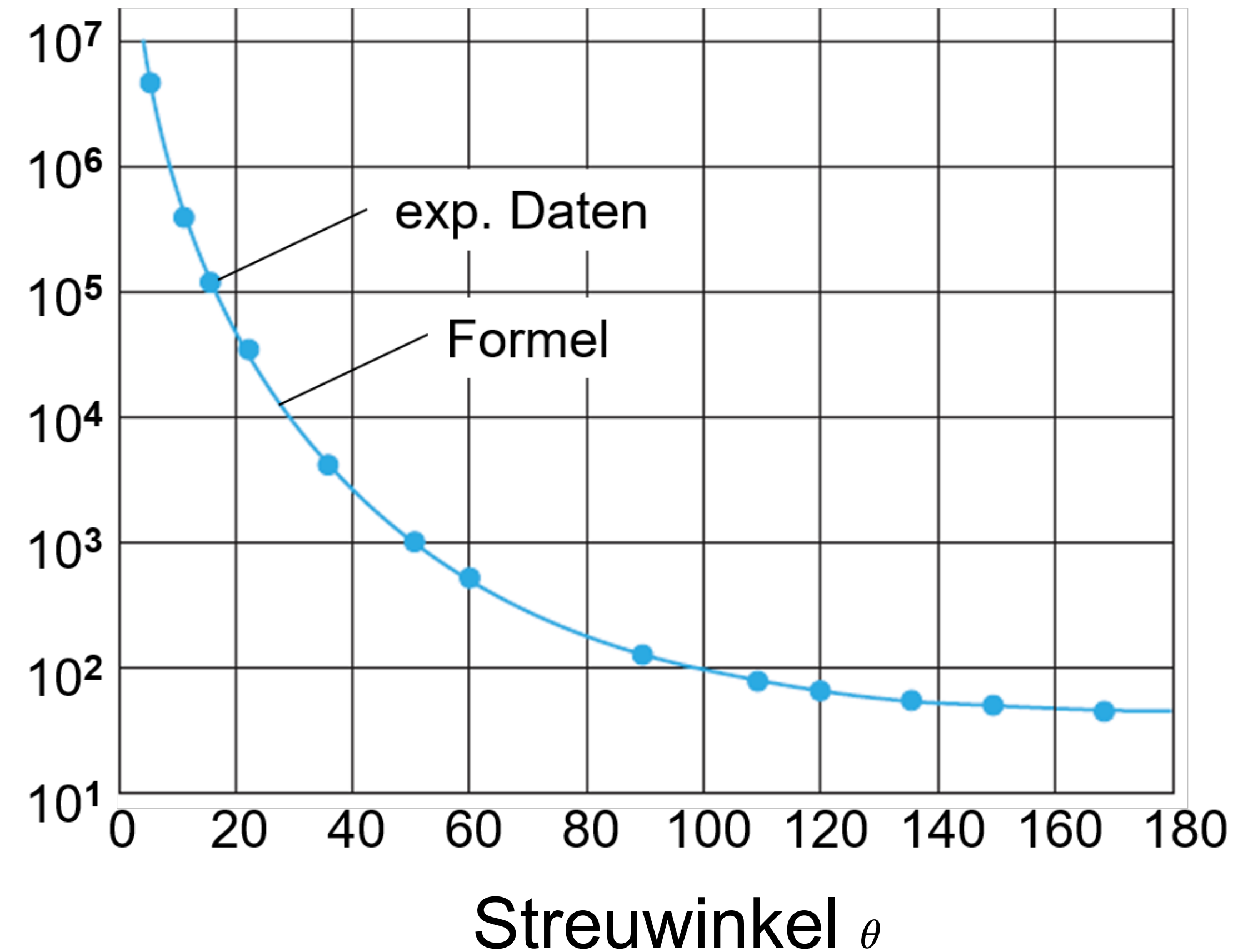
Kopplungskonstante α



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (2 \cdot m_e \cdot Z \cdot \alpha)^2 \cdot \frac{1}{q^4}$$

Feinstrukturkonstante
 $\alpha \approx 1/137$

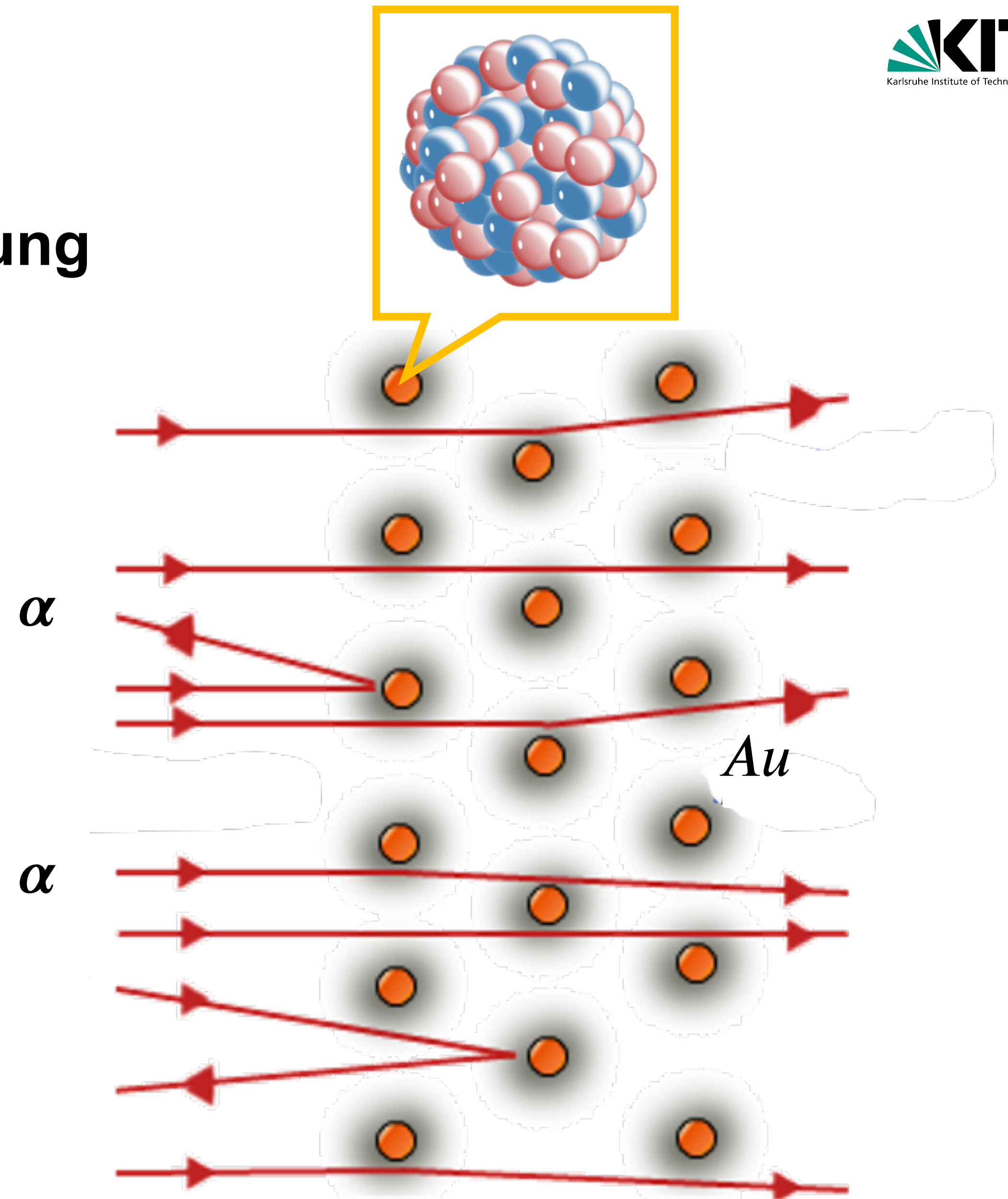
Rate an Streuereignissen



Rutherford-Streuung & Kerne

■ Streuexperimente und räumliche Auflösung

- die Winkelverteilung $d\sigma/d\Omega$ der Rutherford-Streuung gibt keinen **Aufschluss** über die Größe der Kerne
- Streuung erfolgt nur am **Coulomb-Potenzial des punktförmigen Kerns**
- Energie der α -Teilchen von $4 - 6 \text{ MeV}$ ist zu klein, um endliche Kerngröße aufzulösen



Wirkungsquerschnitt

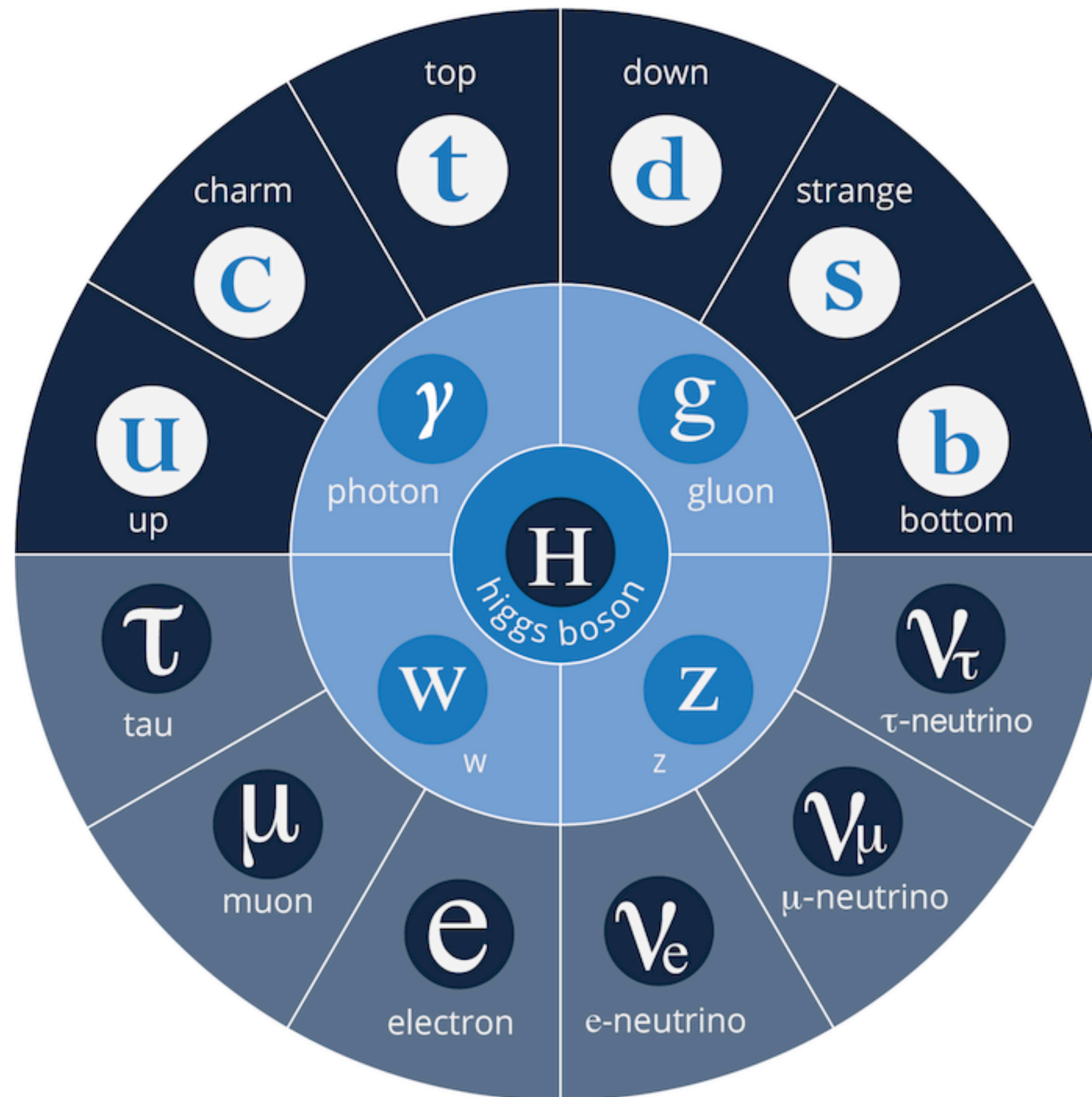
- Welche Einheit hat ein Wirkungsquerschnitt?
 - 1) keine, es ist eine Wahrscheinlichkeit
 - 2) den einer Fläche
 - 3) $1 / \text{Zeit}$
 - 4) den einer Fläche pro Zeit





■ 3. Struktur der Materie

- 3.1. Rutherford Streuung & Wirkungsquerschnitt
- 3.2. Mott Streuung & Formfaktoren
- 3.3. Struktur von Nukleonen

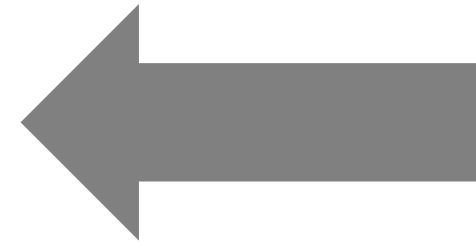


■ Berücksichtigung weiterer Prozesse bei Streureaktionen

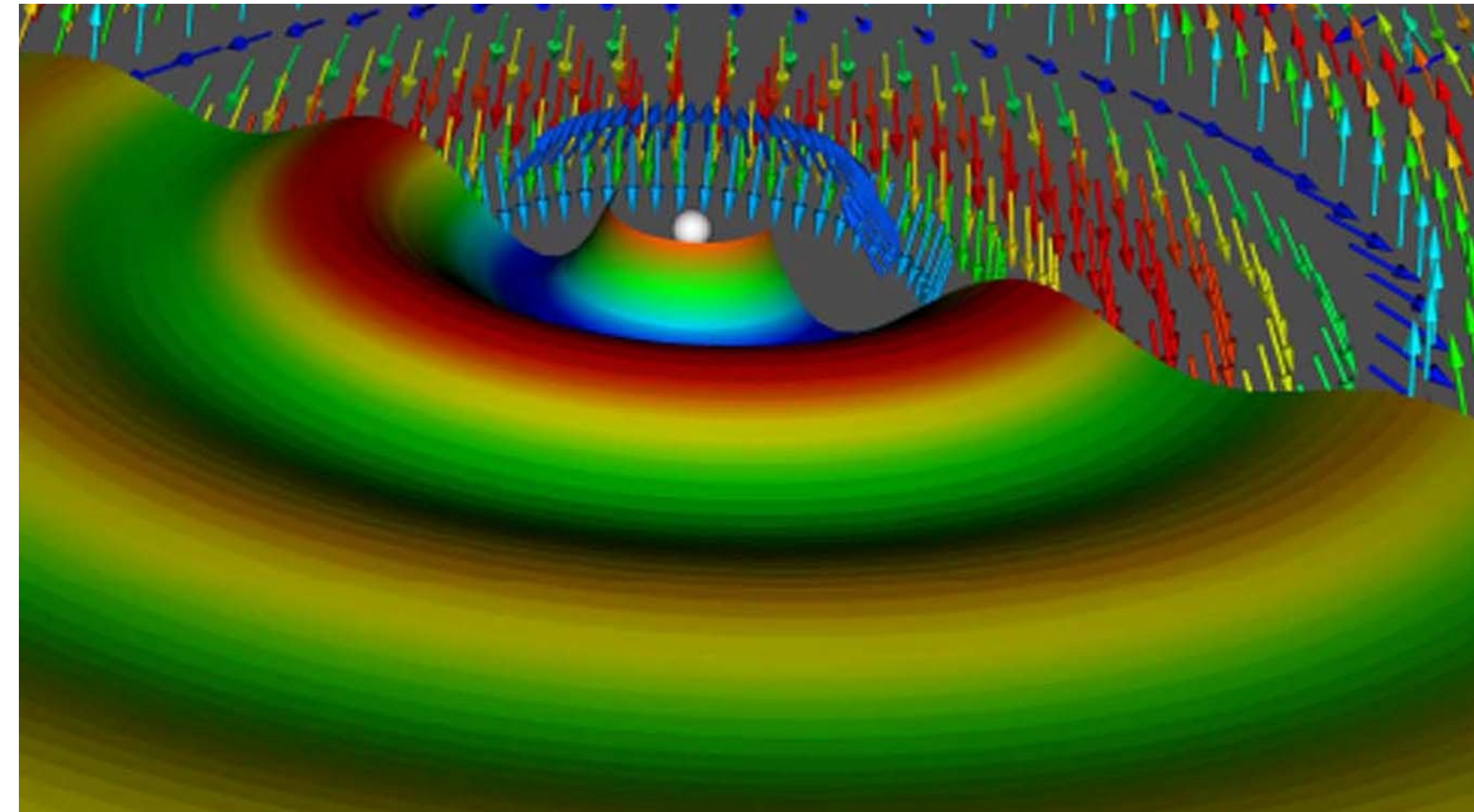
- bisher: elastische Streuung punktförmiger geladener **Teilchen ohne Spin**
im nicht-relativistischen Grenzfall (kinet. Energien von $\alpha's \sim MeV$)
Coulombfeld eines punktförmigen Targets (Kern ohne Ausdehnung)
- **Mott:** Streuung von Projektilen mit **Spin** $s = 1/2$ ($e, \mu, \nu, p, \dots$)
Streuung in **relativistischer Kinematik** (e : kleine Masse, hohe Energie)
- **Formfaktor:**
Streuung an **ausgedehnten Objekten** (Kerne mit Ladungsverteilung)
erforderlich $\Leftrightarrow$ de Broglie Wellenlänge $\lambda = h/p$
vergleichbar mit Kernradius R

■ Wellencharakter der Streuteilchen

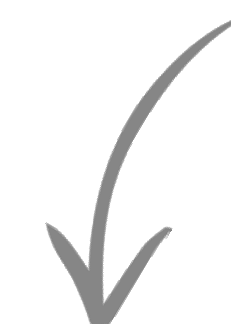
Wellencharakter
definiert die
erreichbare
Auflösung bei der
Analyse kleinster
Strukturen



Q: FZ Jülich



kleine Wellenlänge



großer
Impuls



$$\lambda = h/p$$

Visualisierung einer
Elektronwelle

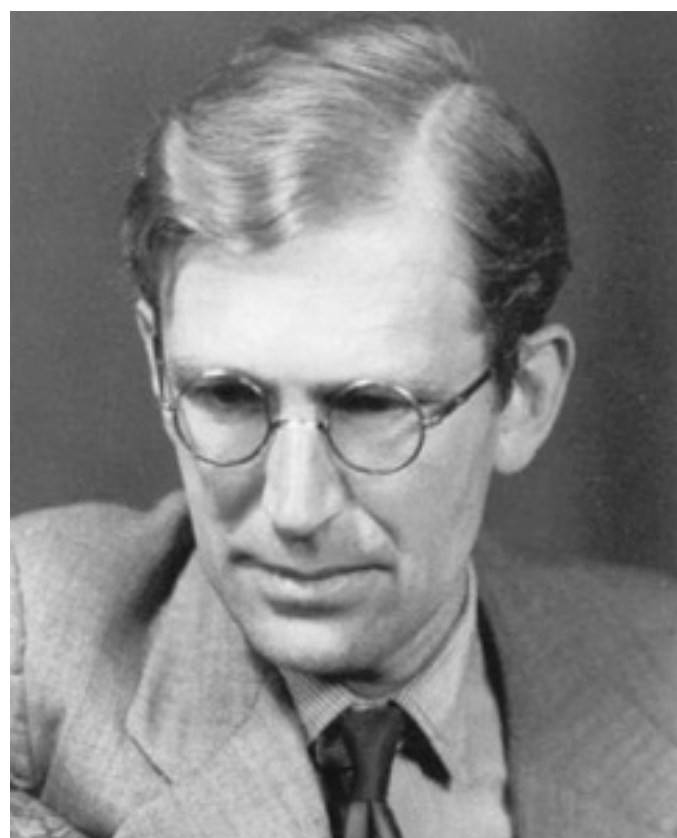
- Formfaktor:

Streuung an **ausgedehnten Objekten** (Kerne mit Ladungsverteilung)
erforderlich $\Rightarrow$ de Broglie Wellenlänge $\lambda = h/p$
vergleichbar mit Kernradius R

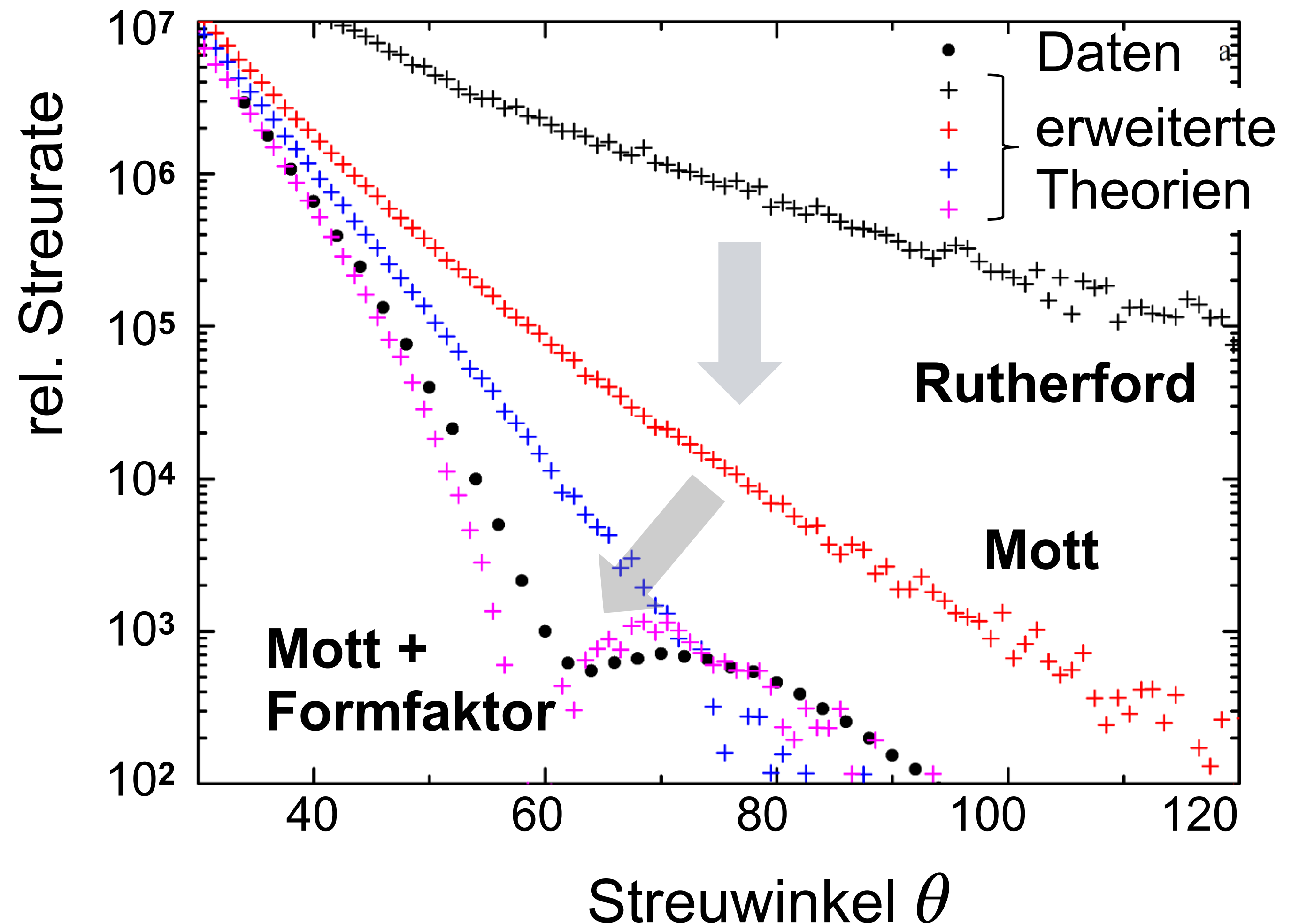
■ Berücksichtigung weiterer Effekte für $d\sigma/d\Omega$

$d\sigma/d\Omega$ gibt Aufschluss über:

- **innere Struktur** des Targets
- **Struktur der Wechselwirkung**
Radialabhängigkeit
Spin-Abhängigkeit, ...



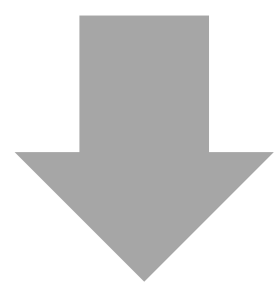
Nevill F. Mott



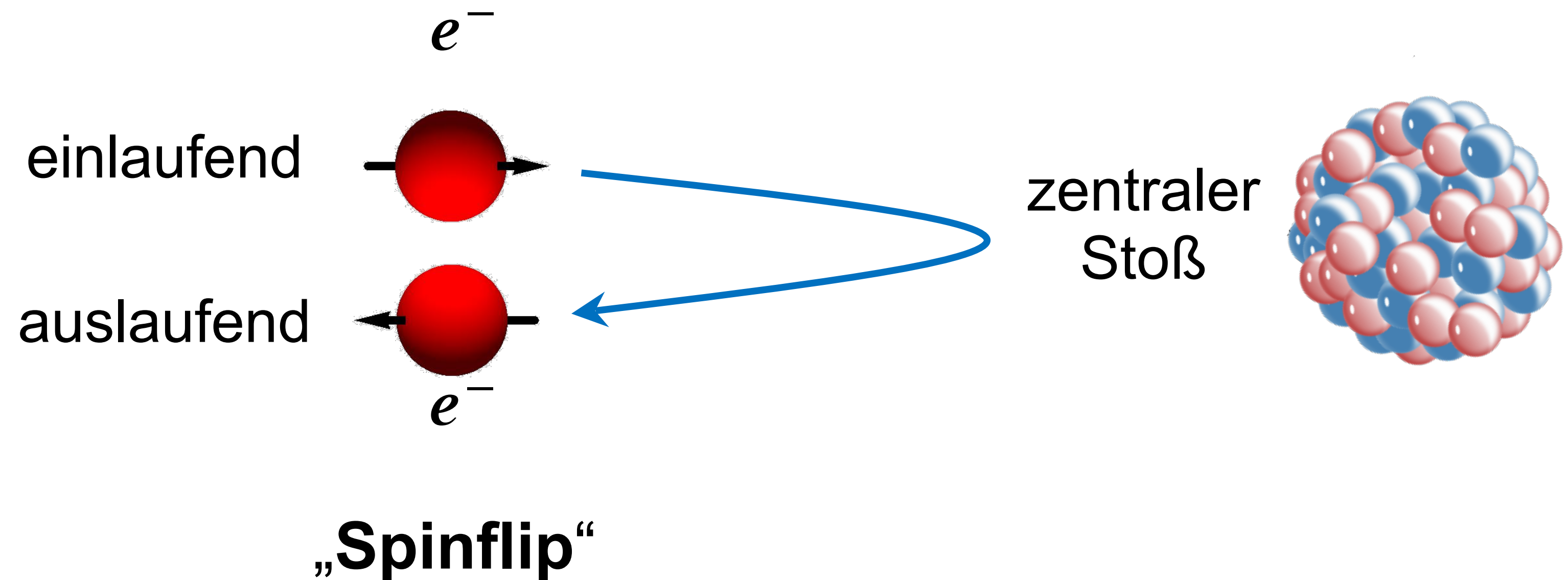
- **Spineffekte bei Streuprozessen: Übergang zur Elektronenstreuung**
 - bei **longitudinal polarisierten** Elektronen müsste bei einer Rückstreuung ($\theta = 180^\circ$) der Spin s umklappen:
 - ⇒ **starke Unterdrückung der Streuamplitude für Rückwärtsstreuung!**

Elektronenstreuung:

- leichtes Teilchen mit Spin $s = 1/2$



relativistische
& Spin- Effekte



- **Streuung relativistischer Elektronen mit Spin**
 - Streuung hochenergetischer, relativistischer Spin $s = 1/2$ Teilchen (Elektronen) an einem **punktförmigem Target**:
 - relativistische Effekte
 - übertragene Rückstoß-Energie an Kern
 - **Spin-Bahn Kopplung** bei Streuprozessen mit polarisierten e^-
 - Wechselwirkung über magnetisches Dipol-Moment μ des Projektils (**magnetischer Streuterm**)

- Streuung relativistischer Elektronen: Energie E (ein) $\rightarrow E'$ (aus) mit Spin

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{R'ford} \cdot \frac{E'}{E} \cdot \left(1 - \beta^2 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \Rightarrow \sim \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

↑
Kern-
rückstoß

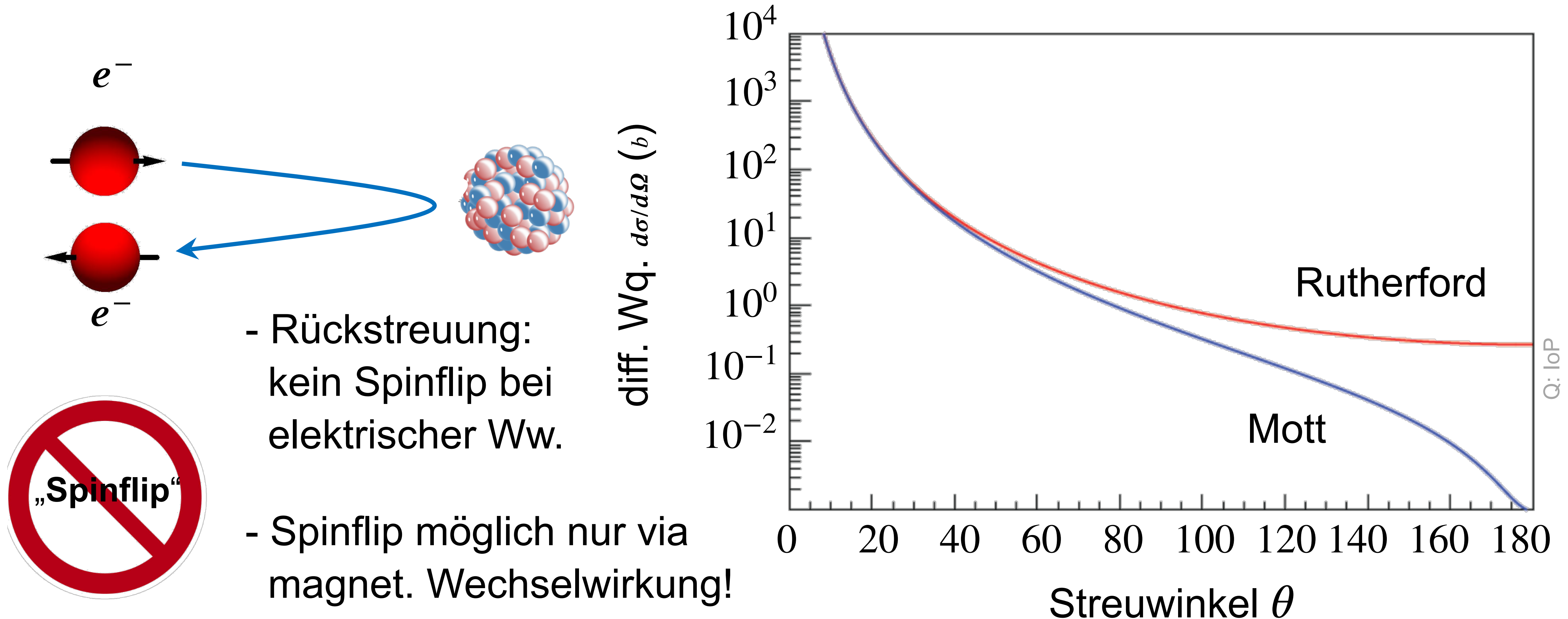
↑
Elektron-
Spin

für
 $\beta \rightarrow 1$

für Rückstreuung
 $\theta \rightarrow \pi$:
 $\cos^2(\pi/2) \rightarrow 0$

- Unterdrückung der Rückwärts-Streuung für $S = \frac{1}{2}$ Projektile ($e, \mu, p, \dots$)
d.h. $d\sigma/d\Omega$ deutlich kleiner für große Streuwinkel $\theta \rightarrow \pi$

■ Beispiel: Streuung von 6 MeV Elektronen an einem Gold-Kern



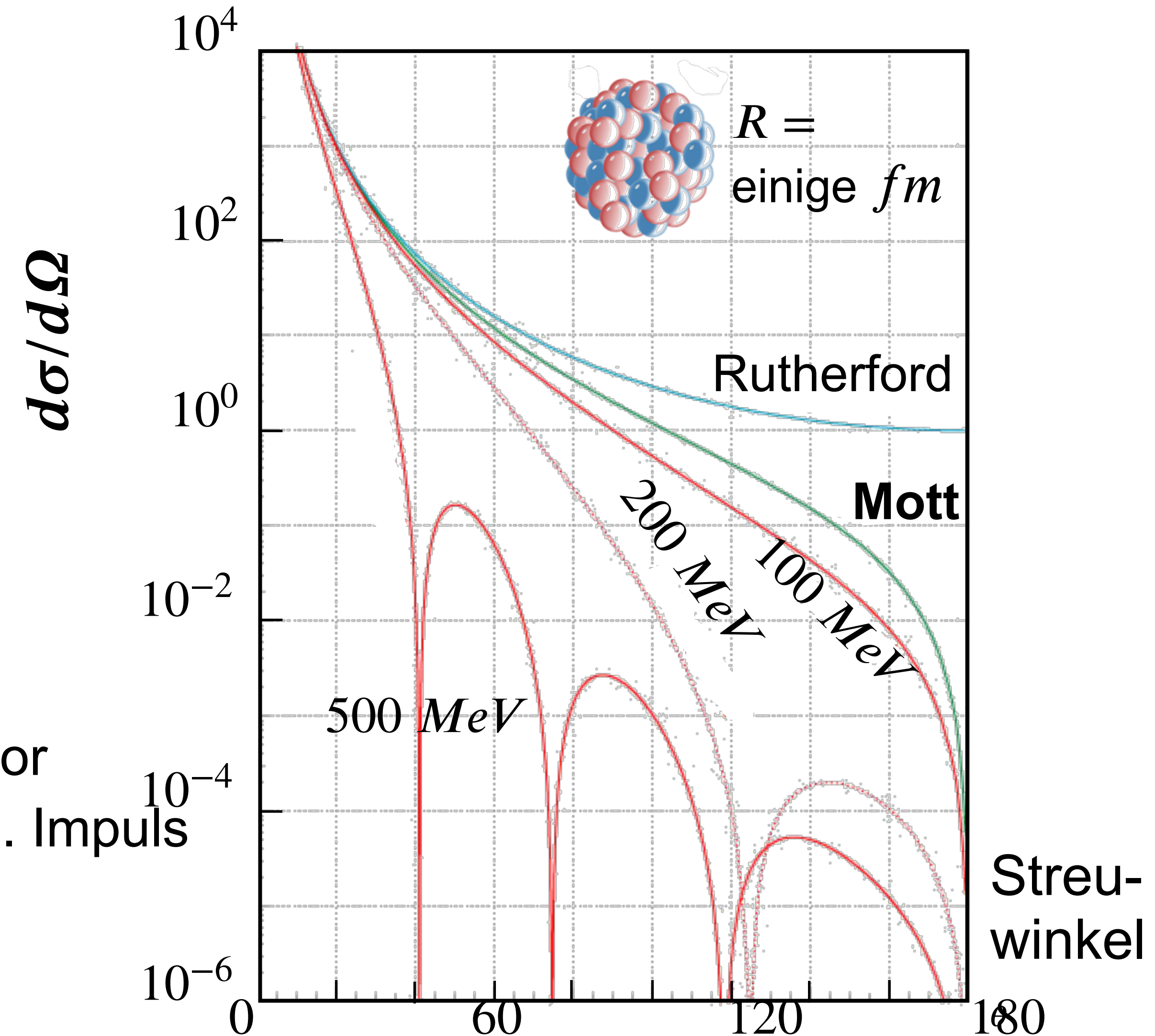
de-Broglie-Wellenlänge λ

- Experimentelle Abweichungen bei hohem Impulstransfer $|\vec{q}|$
 - Mott-Streuformel: nur korrekt für kleinen Impulstransfer $|\vec{q}|$ ($\theta \rightarrow 0$)
 - höhere Elektron-Energien/Impulse p : de-Broglie Wellenlänge λ wichtig

$$\lambda = \frac{2\pi \cdot \hbar}{p} = \frac{2\pi \cdot \hbar}{\gamma \cdot m \cdot v} \quad \begin{array}{l} \gamma = \text{Lorentzfaktor} \\ \gamma \cdot m \cdot v = \text{rel. Impuls} \end{array}$$

$$\lambda \text{ (Projektil)} \sim R \text{ (Kern)}$$

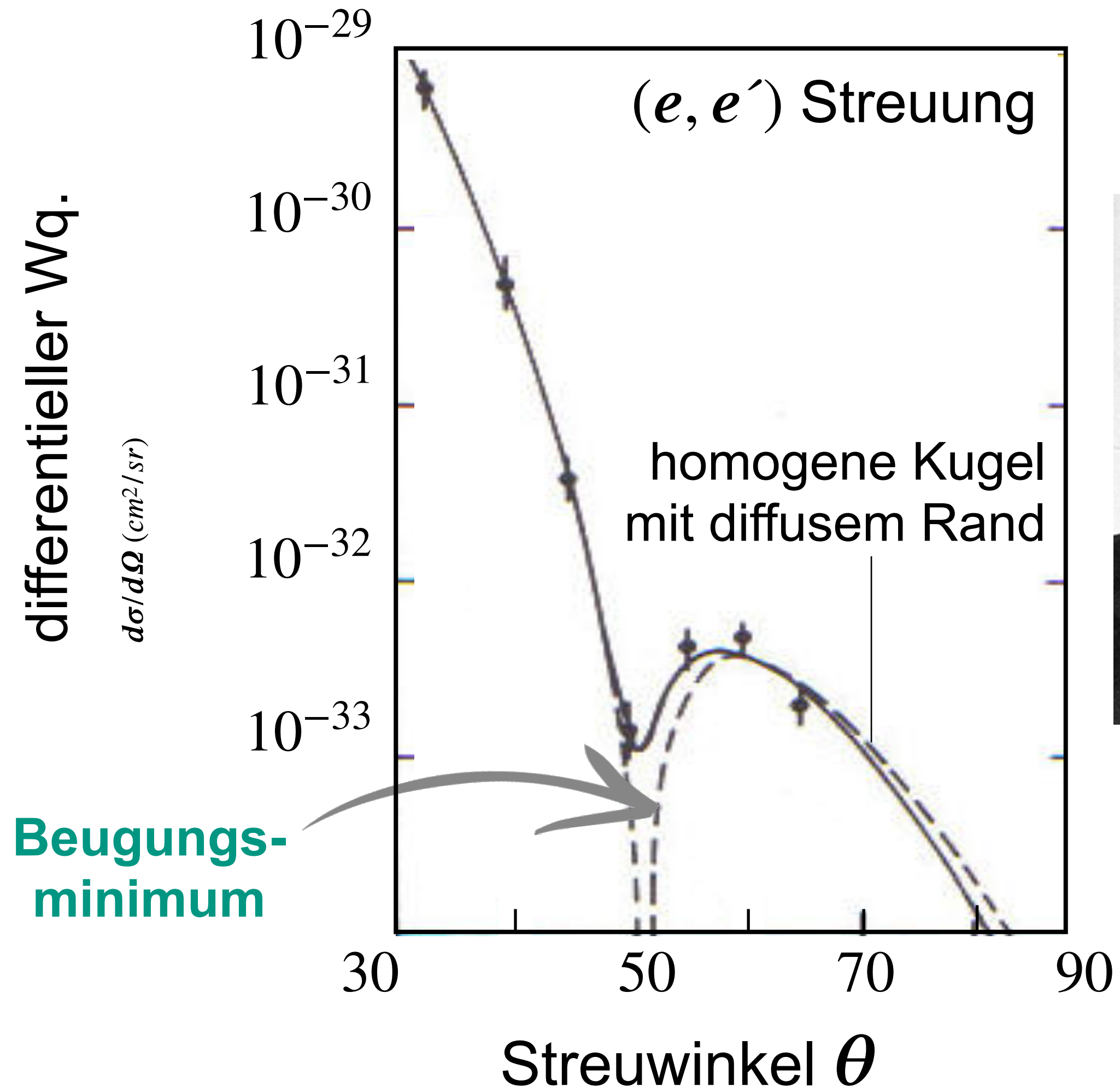
$$197 \text{ MeV}/c = 1 \text{ fm}^{-1}$$



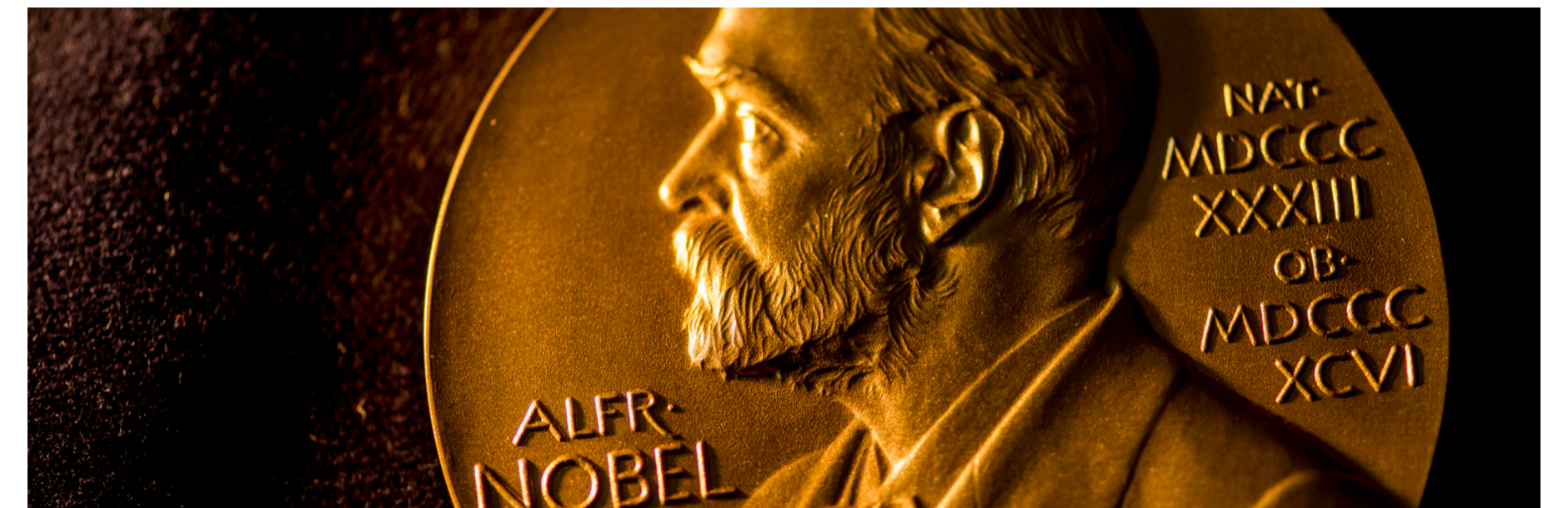
Einführung des Formfaktors F

- R. Hofstadter findet Abweichungen bei **420 MeV – Elektronen** auf

- 1961: R. Hofstadter - **Elektronstreuung**



Q: nobelprize



- Beschreibung durch den Formfaktor F

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp.} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left|F(\vec{q})\right|^2$$

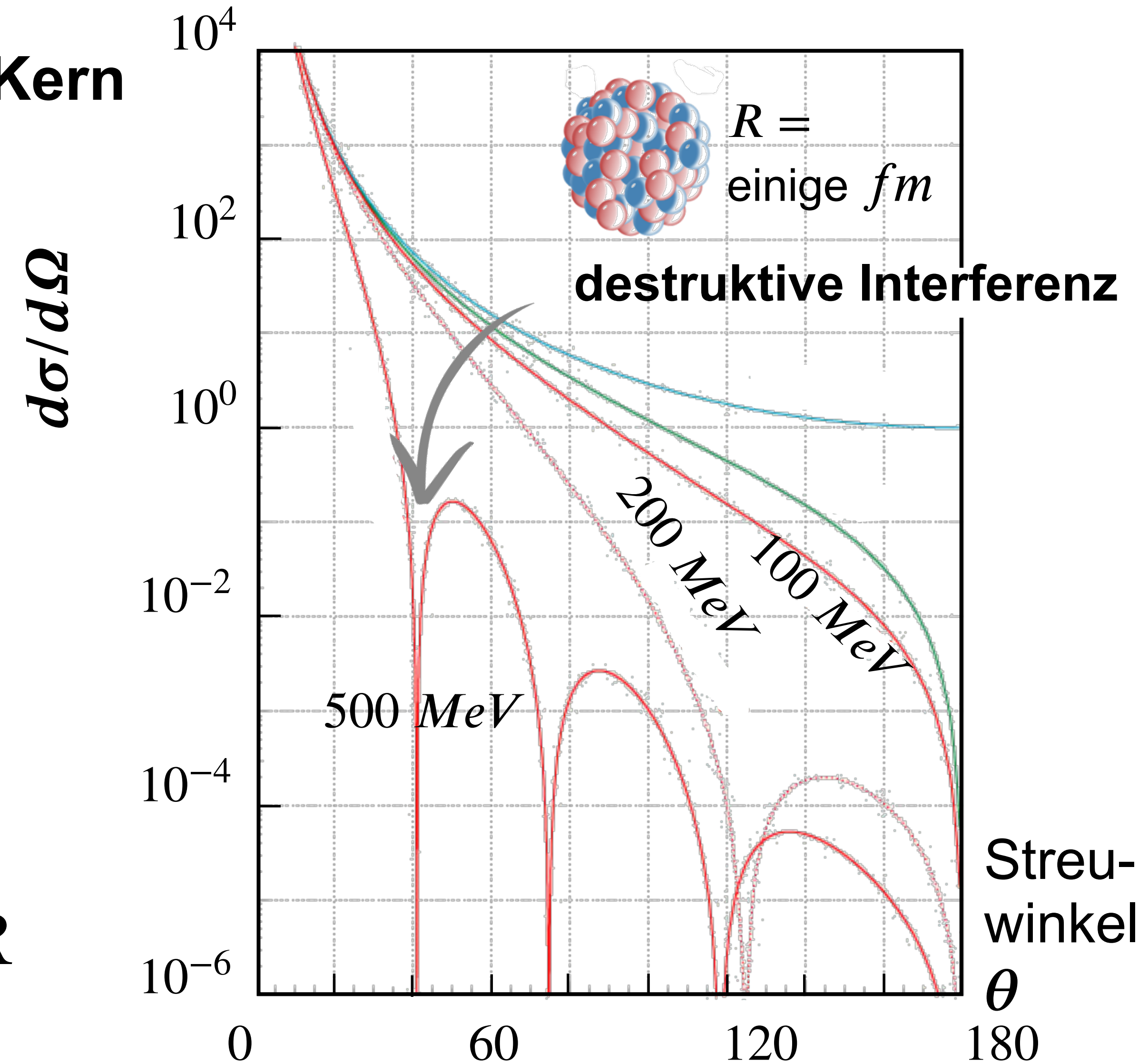
$\vec{q}$ Impulstransfer

- Wieso wird $d\sigma/d\Omega$ kleiner für hohe Energien ? Da dann...
 - A) ... nur ein kleinerer Teil des Kerns sichtbar ist
 - B) ... die Zeit für das relativistische Elektron anders läuft
 - C) ... der Kern gestaucht erscheint



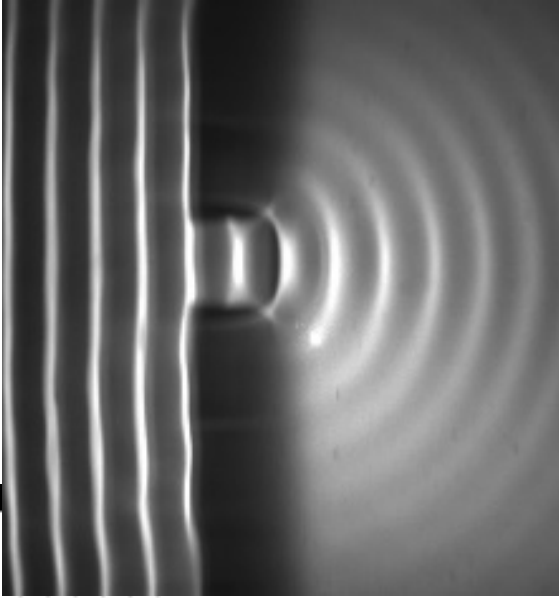
■ Beugungseffekte am ausgedehnten Kern

- hochenergetisches Elektron
'tastet' Kerngröße ($R \sim fm$) ab
- Reduktion von $d\sigma/d\Omega$: das e^- sieht nur 'einen Teil' der Kernladung z
- Auftreten von **Interferenzen**:
Elektron-Welle wird am endlichen Kernrand gebeugt: destruktive Interferenz (s. Doppelspalt)
⇒ **Bestimmung des Kernradius R**



Formfaktor und Ladungsverteilung: Relation

- Formfaktor F = Fourier-Transformierte der Ladungsverteilung $\rho(r)$



- Born'sche Näherung:

Beugung einer ebenen Welle an einer
Scheibe mit diffusem Rand

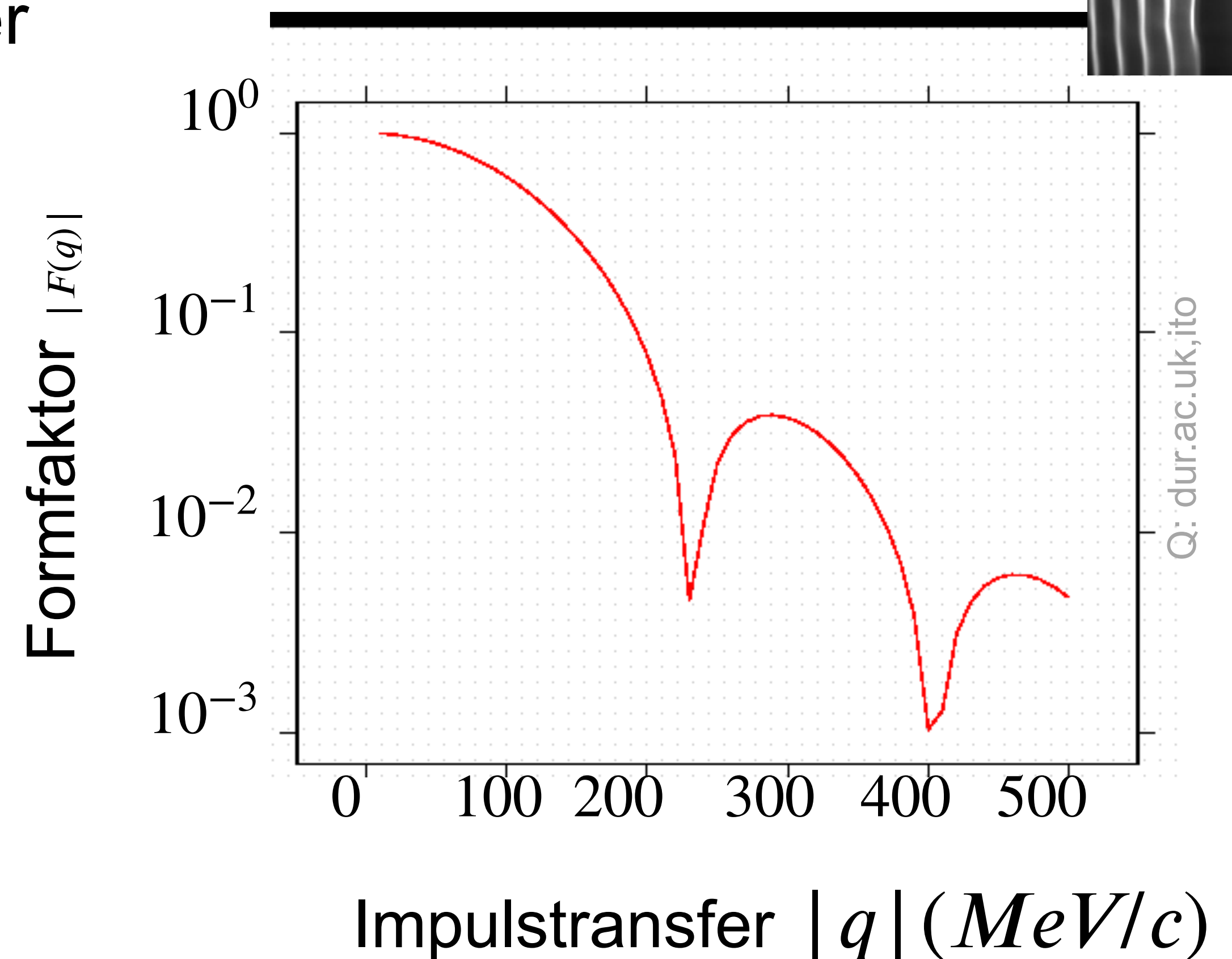
- Formfaktor F

$$F(\vec{q}) = \int \rho(r) \cdot e^{(i/\hbar) \vec{q} \cdot \vec{r}} d^3\vec{r}$$



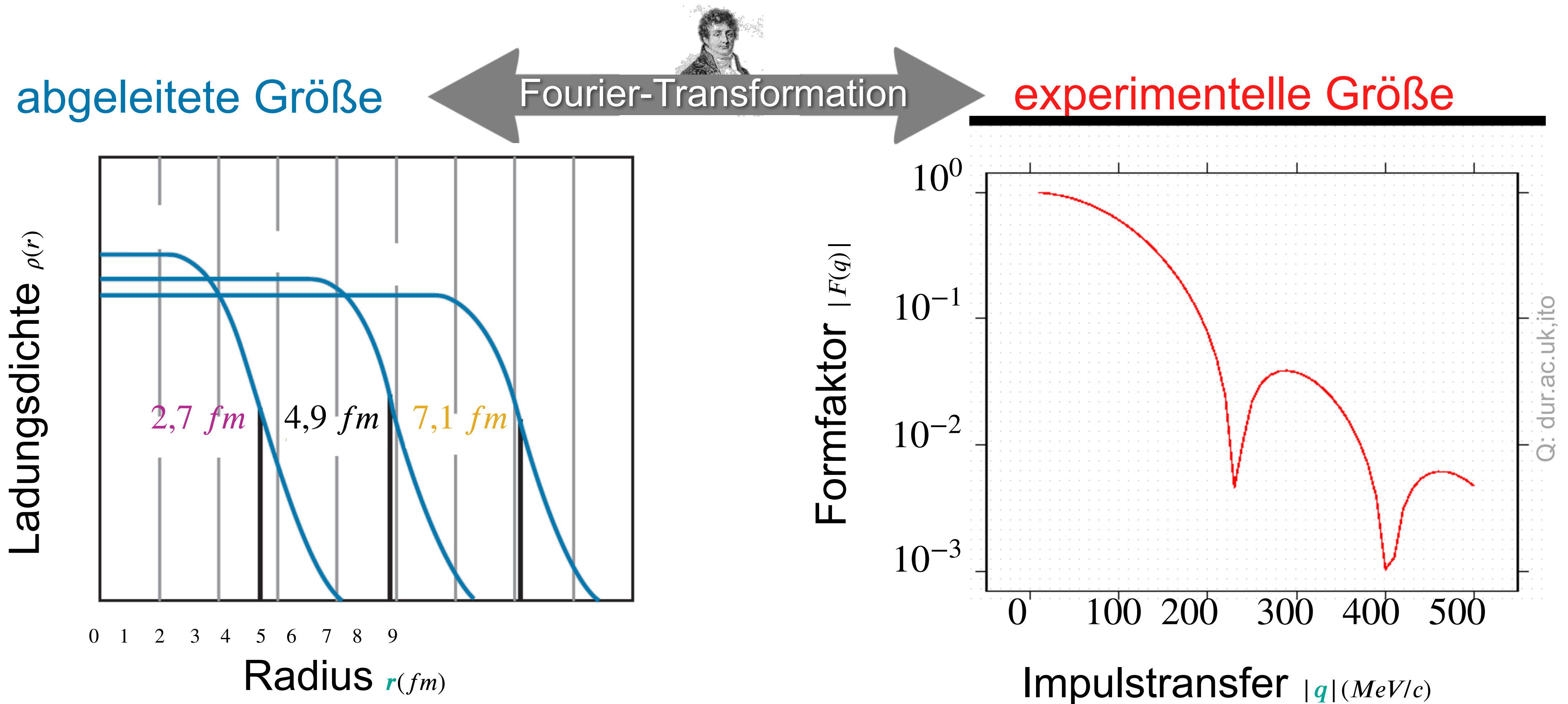
Ladungsverteilung des Kerns

mit $\int \rho(r) d^3\vec{r} = 1$



Formfaktor und Ladungsverteilung: Daten

- Formfaktor F = Fourier-Transformierte der Ladungsverteilung $\rho(r)$



Formfaktor F und Ladungsverteilung ρ

■ Beispiele

punktförmig

$$\rho(r) = \delta(r)/4\pi$$

exponentiell

$$\rho(r) \sim \exp(-r/a)$$

gaußförmig

$$\rho(r) \sim a^{-3} \cdot \exp(-r^2/2a^2)$$

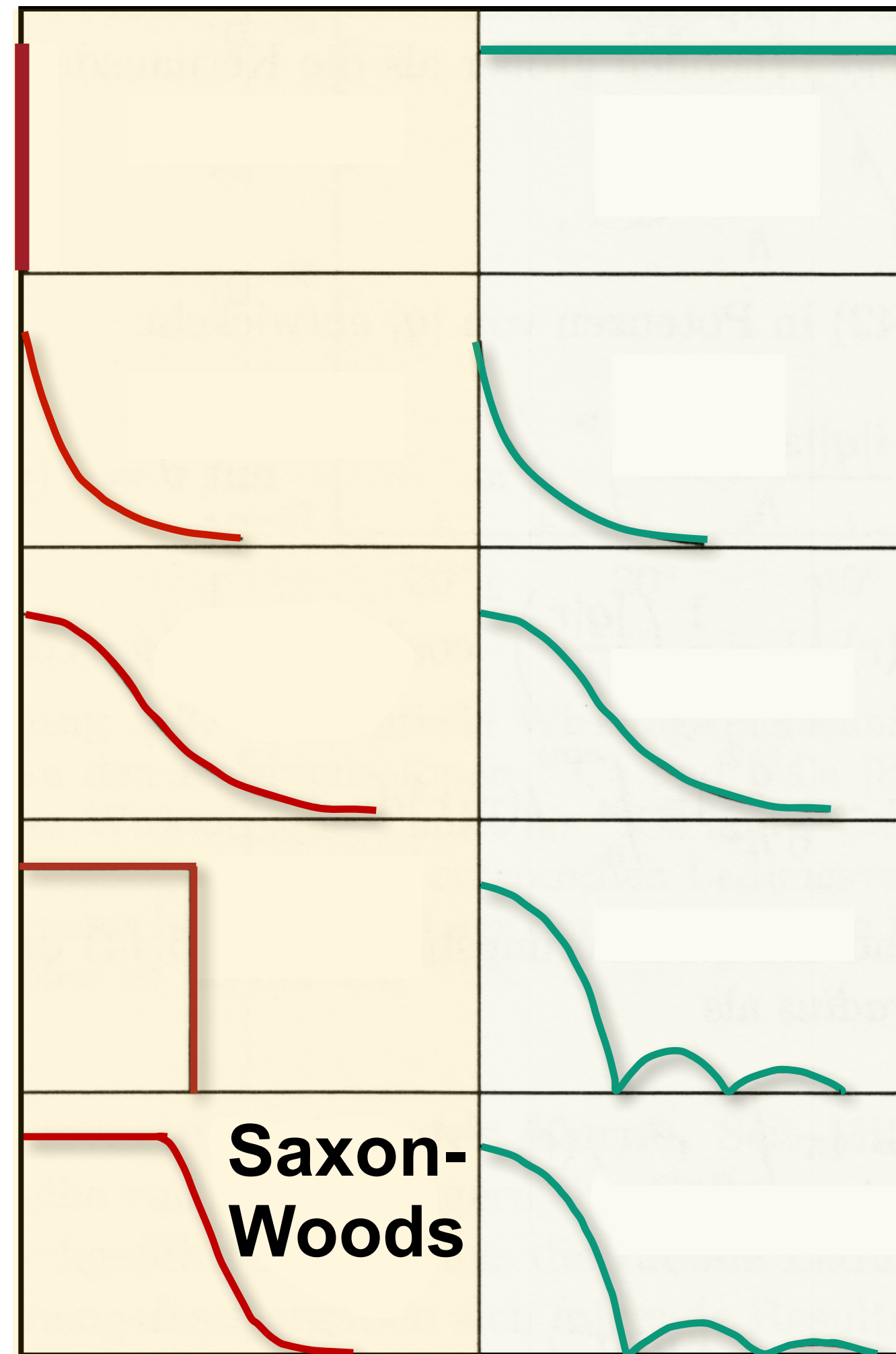
homogene Kugel

$$\rho(r) = \text{const.} \quad (r < a)$$

$$\rho(r) = 0 \quad (r \geq a)$$

**Kugel mit
diffusem Rand**

$$\rho(r) = r_0 / \left[1 + \exp\left(\frac{r-a}{d}\right) \right]$$



Radius $r \rightarrow$ Impuls $|q| \rightarrow$

konstant

$$F = 1$$

Dipol

$$F = 1/(1 + a^2 \cdot q^2)^2$$

gaußförmig

$$F = \exp(-\frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot q^2)$$

Oszillation

$$F \sim \sin(a \cdot q) - a \cdot q \cdot \cos(a \cdot q)$$

verwaschene Oszillation

Formfaktor $|F(q)|$

Q: dur.ac.uk

Woods-Saxon Parametrisierung

■ Woods-Saxon Ladungsverteilung

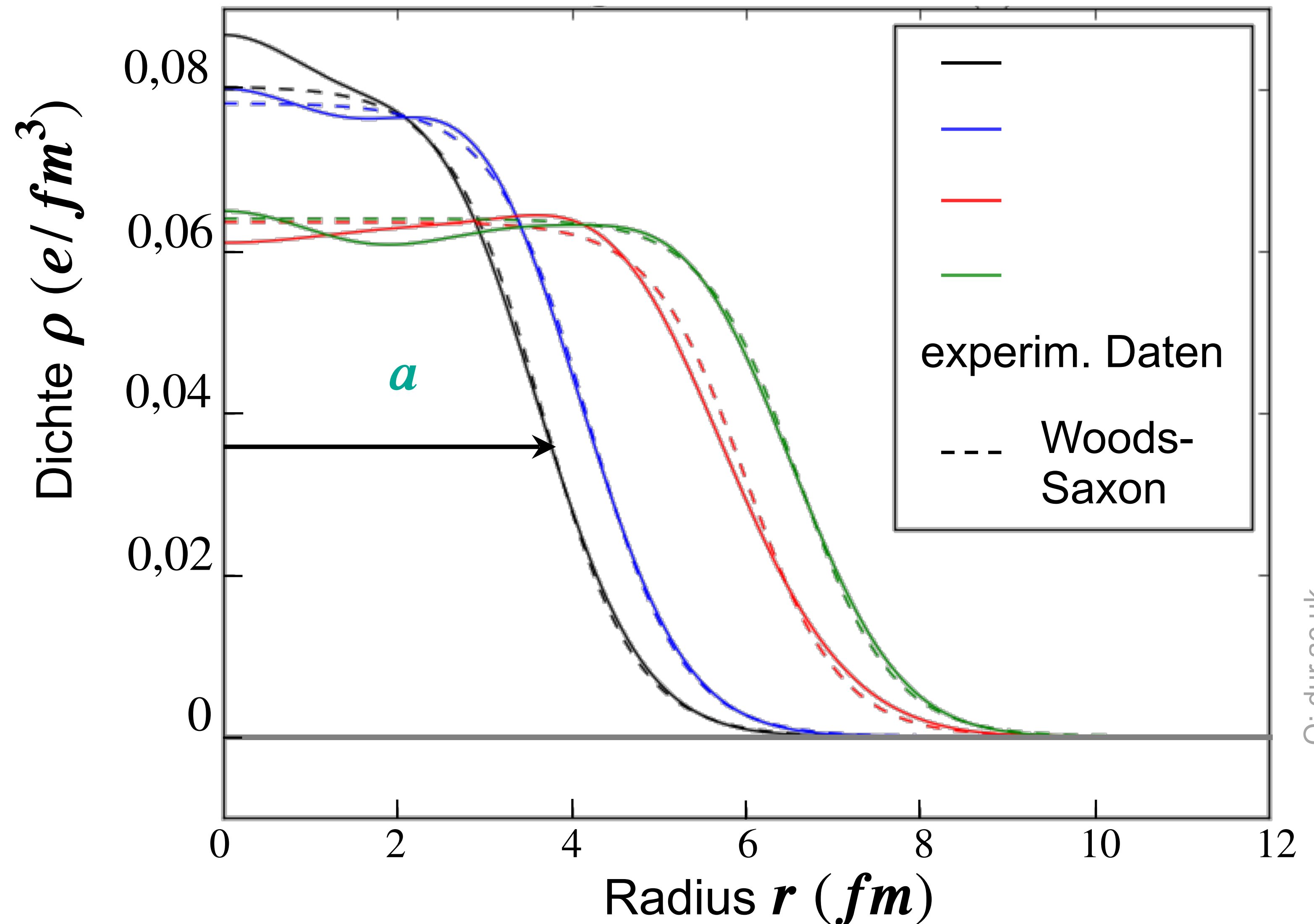
$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-a)/d}}$$

Kernradius a

$$a = \left(1,18 \cdot A^{1/3} - 0,48 \right) fm$$

'Skin'-Dicke d

$$d = (0,55 \pm 0,07) fm$$



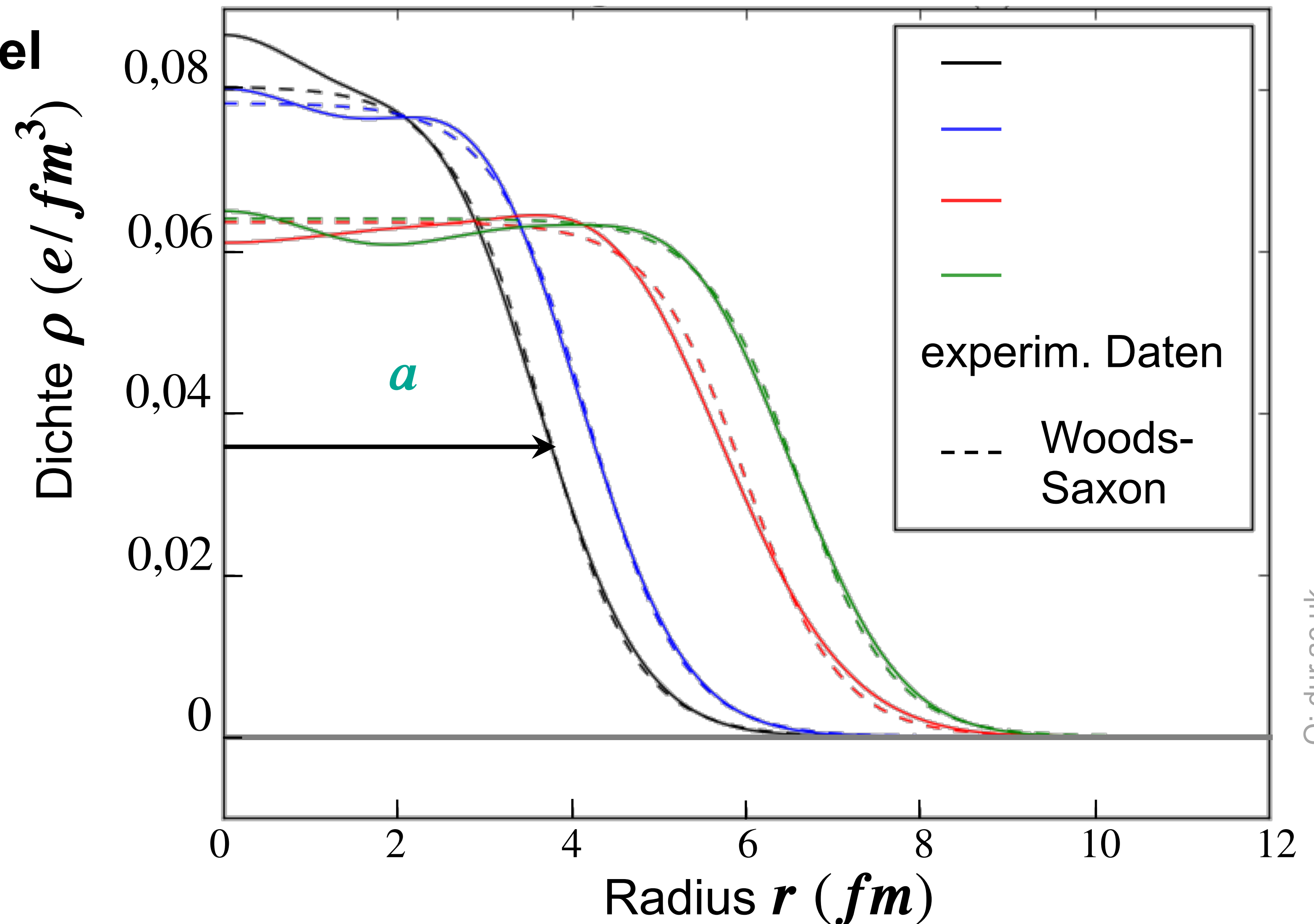
Ladungsverteilungen: experimentelle Befunde

■ Modell: homogene Kugel mit diffusem Rand

- Kerne zeigen **konstante Ladungsdichte $\rho(r)$**

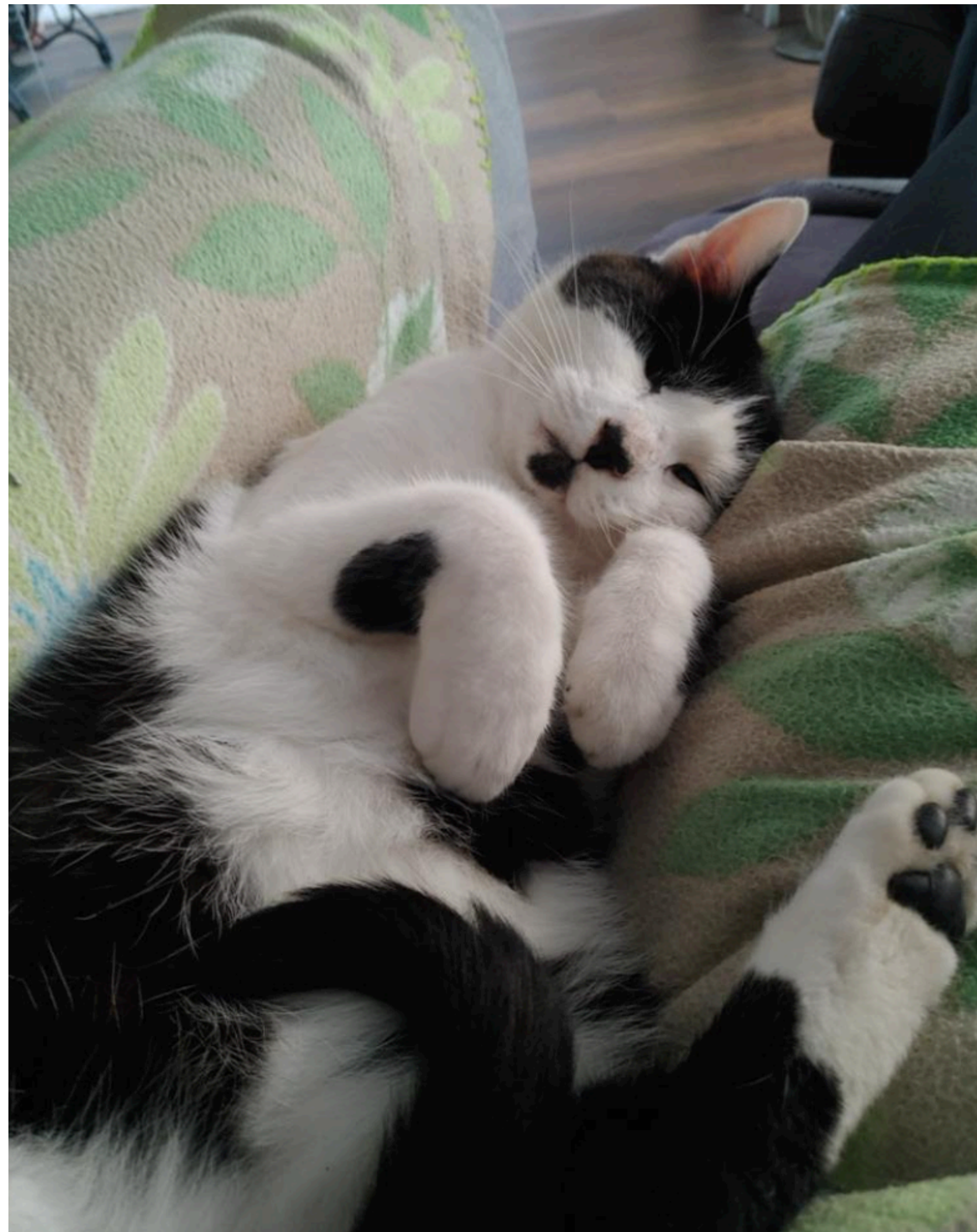
⇒ **Kernkräfte zeigen Sättigungscharakter**

- Kerne zeigen stets einen sehr ähnlichen Abfall der Ladungsdichte außen (**Skindicke**)



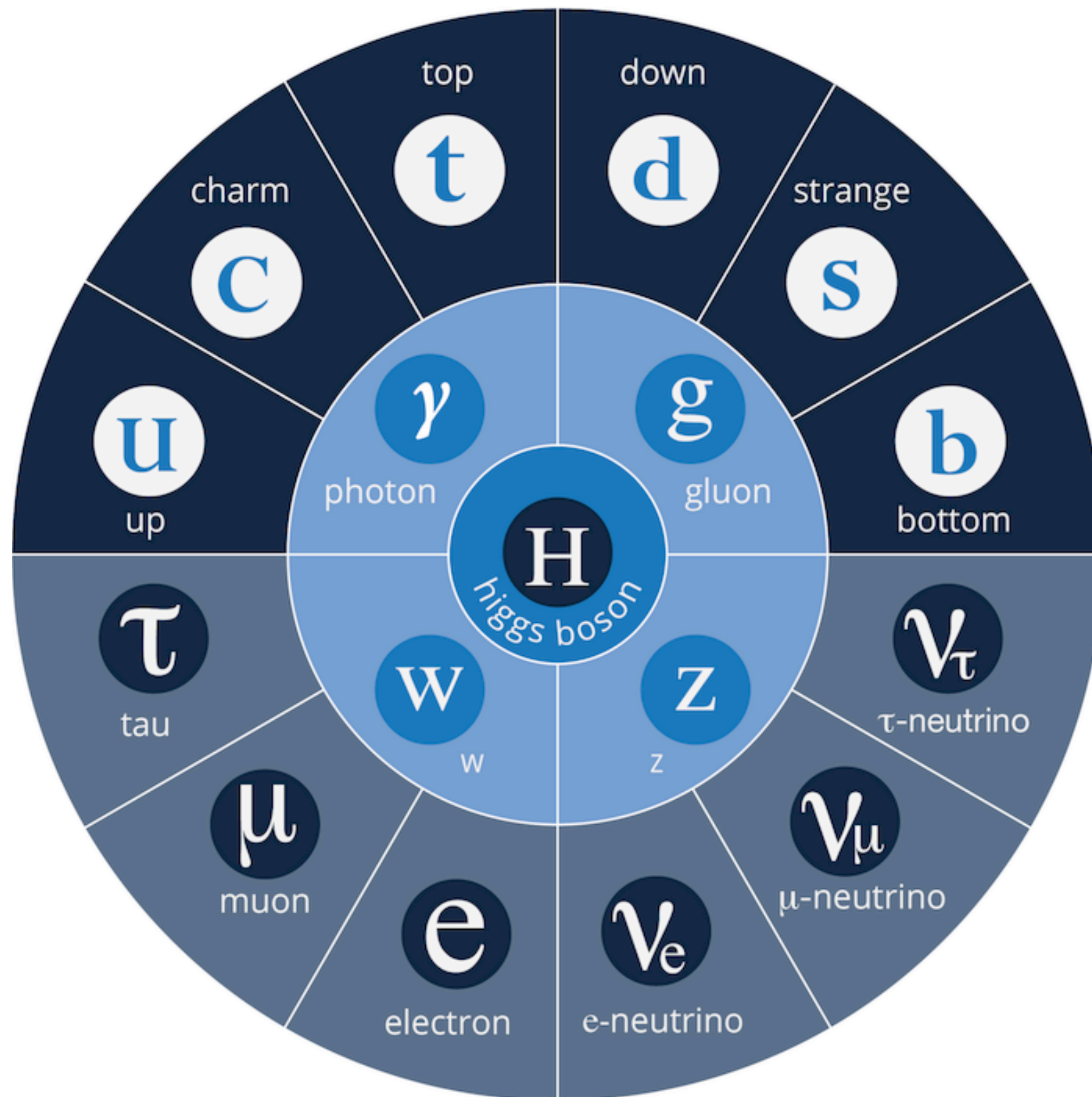
Katzen

■ Moritz



■ 3. Struktur der Materie

- 3.1. Rutherford Streuung & Wirkungsquerschnitt
- 3.2. Mott Streuung & Formfaktoren
- 3.3. Struktur von Nukleonen



Nukleon als Prototyp eines Hadrons

■ Aufbau und Begrifflichkeiten

- **Hadronen**: alle stark wechselwirkende Teilchen – Proton, Neutron, Meson,...
- **Leptonen**: alle nicht stark wechselwirkende Teilchen – Elektron, Neutrinos, ...

Protonmasse

Proton	
Quark	
Quark	

Λ^0 Lambda $m = 1115,6 \text{ MeV}$

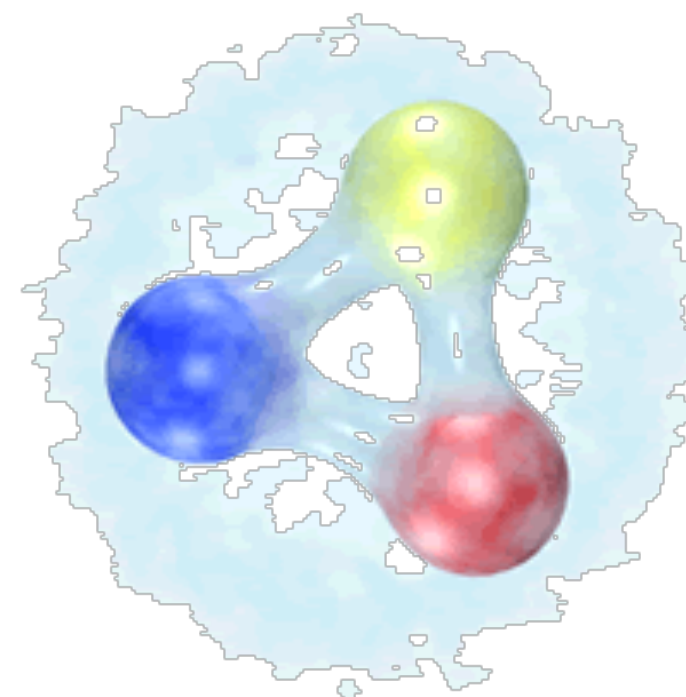
Σ^+ Sigma $m = 1189,4 \text{ MeV}$

Δ^+ Delta $m = 1232 \text{ MeV}$

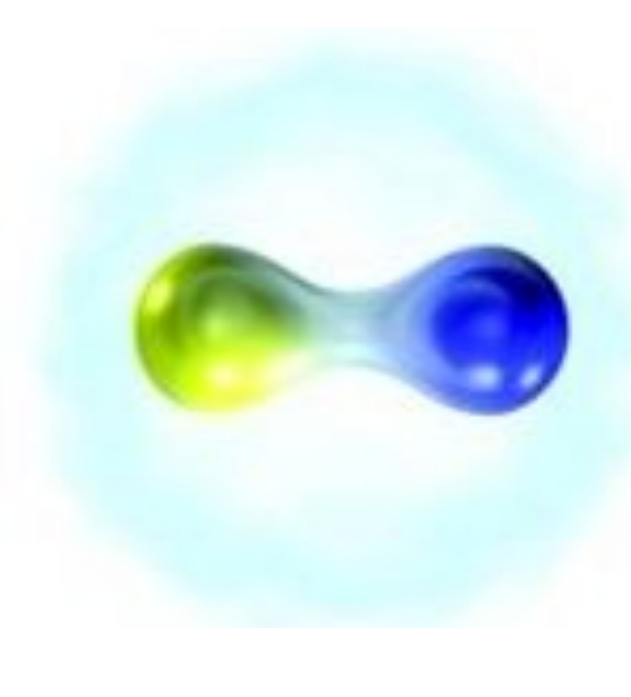
Hadronen

Baryonen

Mesonen



Proton, Neutron



Pion, Kaon

π^+ Pion $m = 139,6 \text{ MeV}$

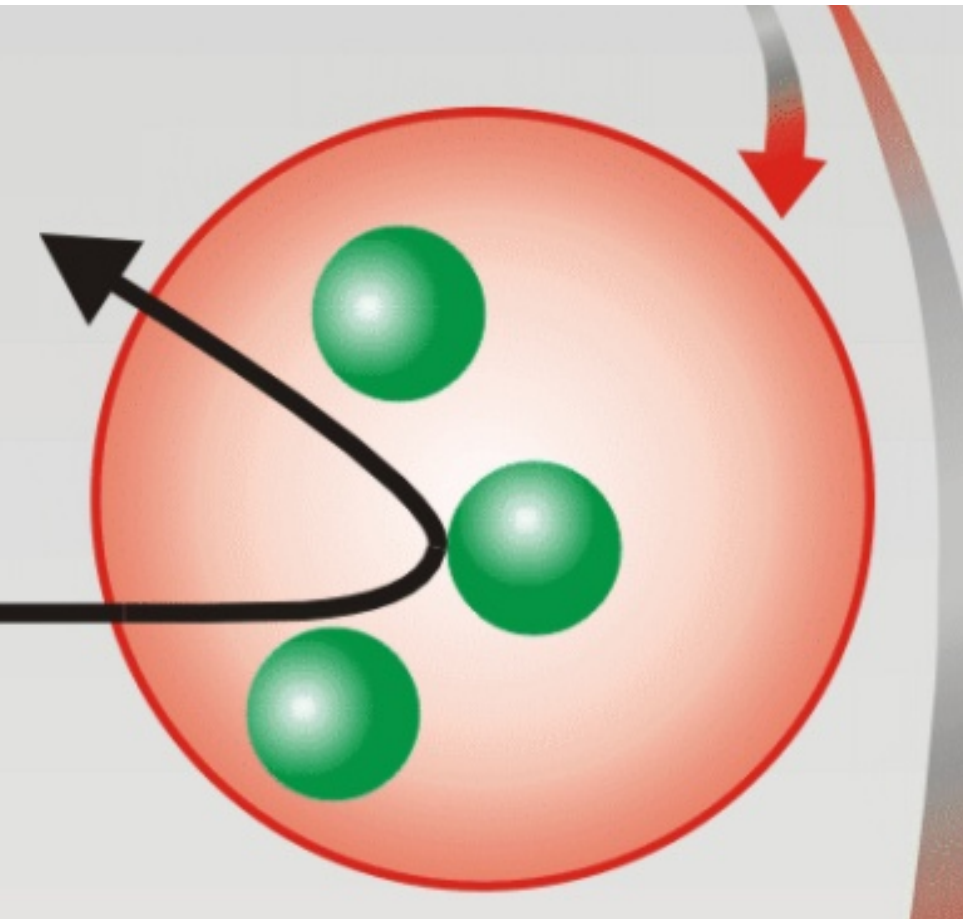
K^+ Kaon $m = 493,7 \text{ MeV}$

■ Untersuchung der inneren Struktur von Nukleonen

- Nukleonen: typ. Struktur $< 1 \text{ fm}$
- erforderlicher Impulsübertrag*:
 $|q| > 200 \text{ MeV}/c$
- Projektil: leicht, punktförmig, Spin $\Rightarrow e^-$
- Target: gasförmiger Wasserstoff H_2 , D_2
- **Methode:** Streuung hochenergetischer Fermionen an Target, dabei: Rückstoß & Spins von e^- , p , n zu berücksichtigen

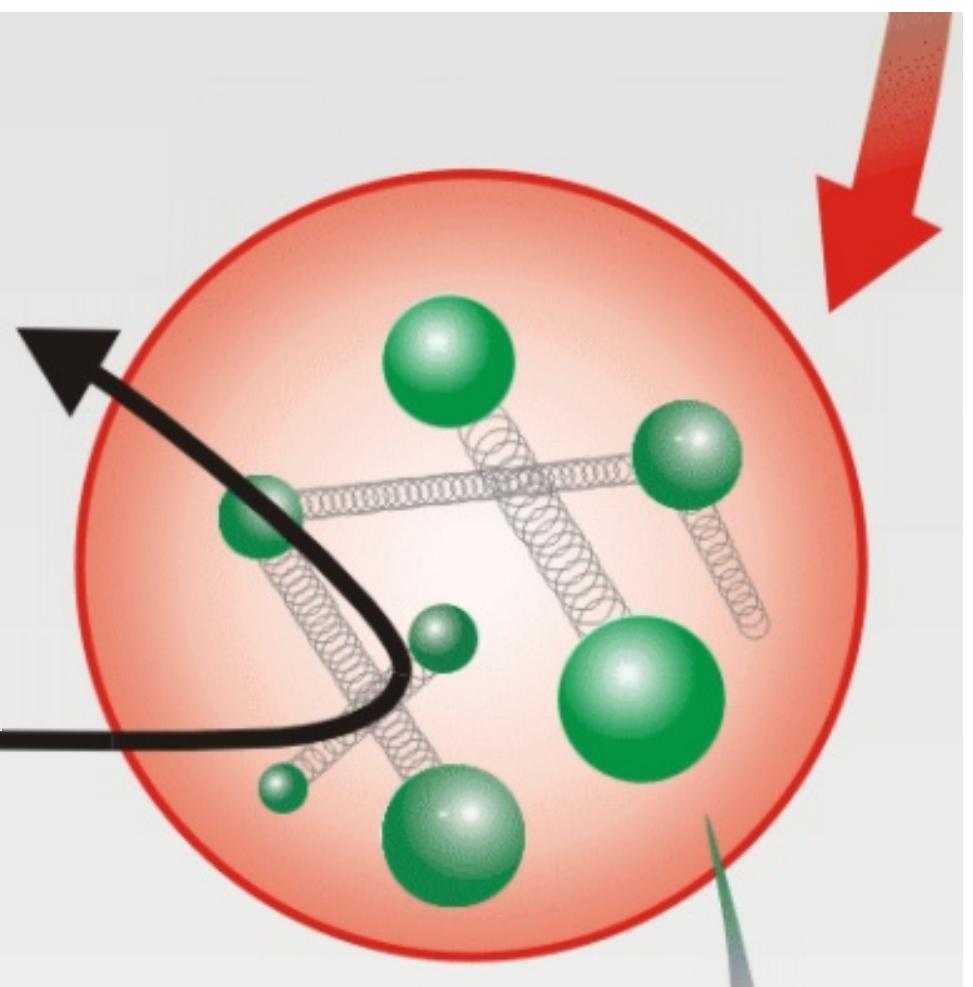
Friedman, 1962
Entdeckung Quarks

Elektronen



HERA (DESY), 1992
Aufbau des Protons

Elektronen, Myonen,
Neutrinos



Struktur von Nukleonen aus Streuprozessen

■ Elektronen mit immer höherer Energie & höherem Impulstransfer $|q|$

kleiner Impulstransfer

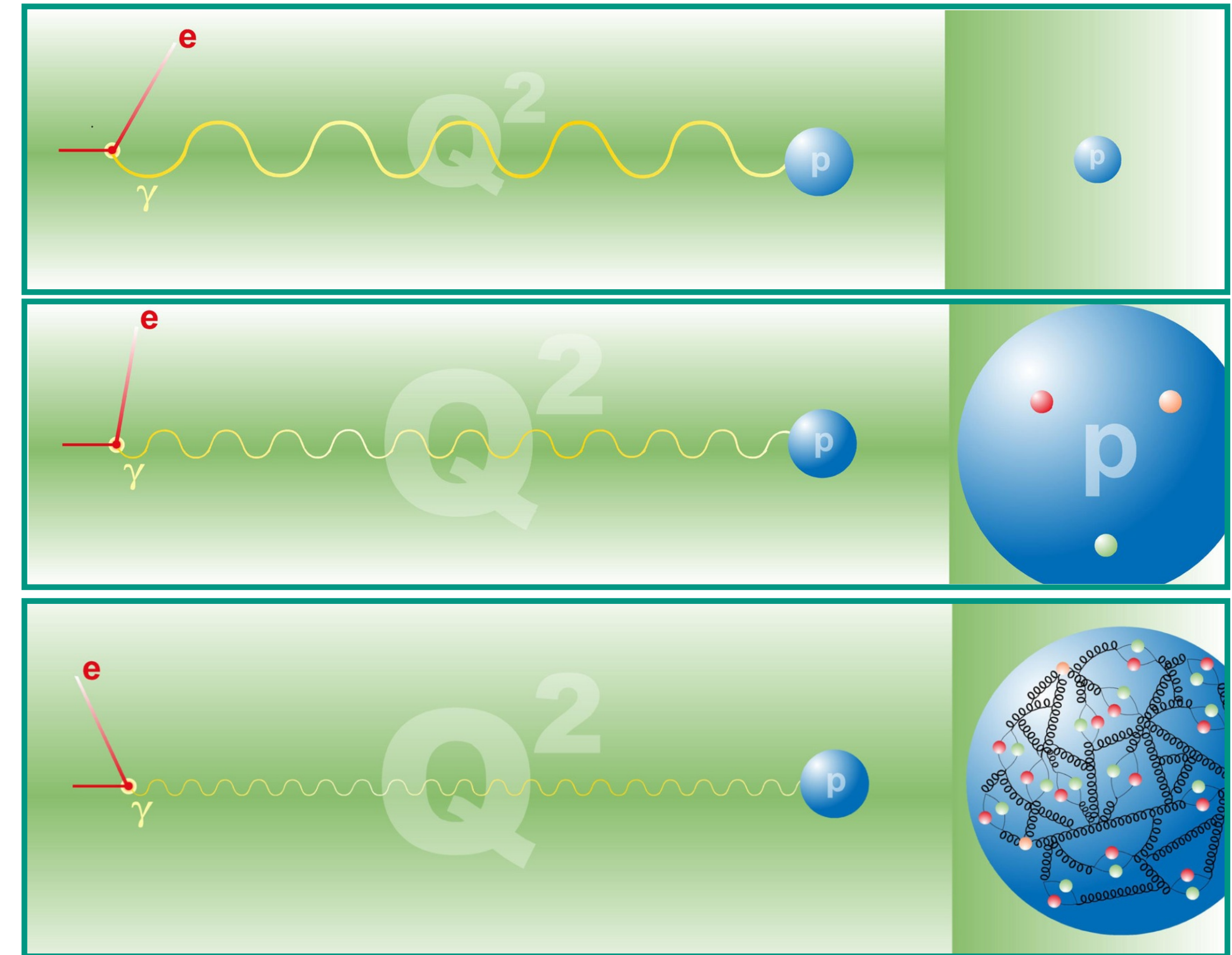
- Proton erscheint **strukturlos**
- exponentiell abfallende Ladungsverteilung

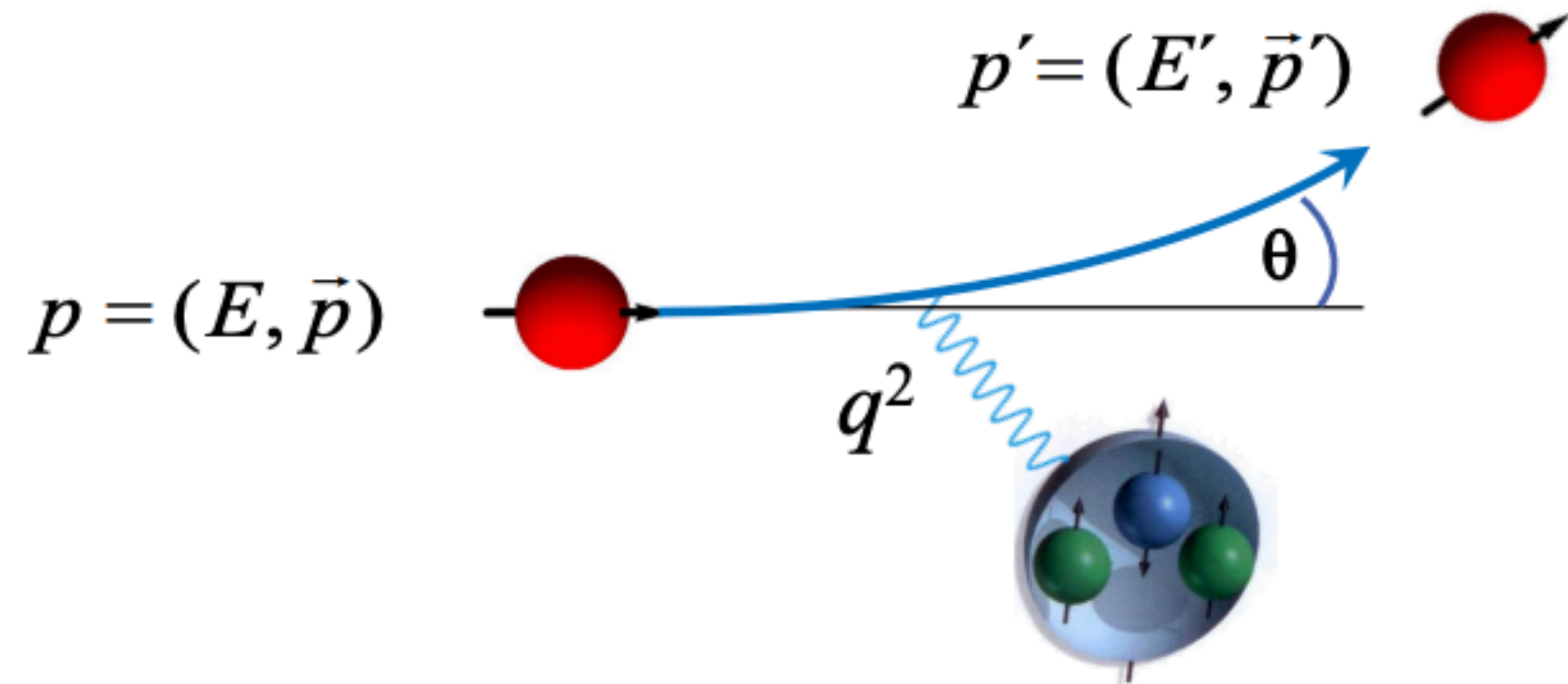
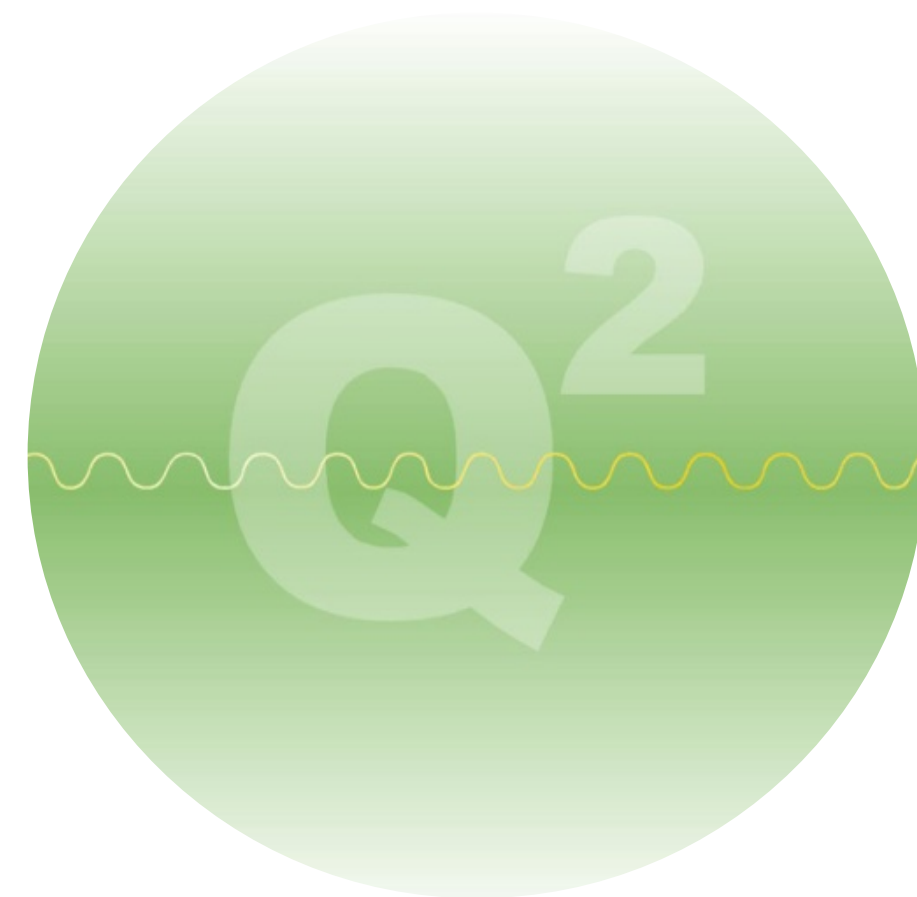
mittlerer Impulstransfer:

- Proton hat innere Sub-Struktur: **Partonen**
- 3 Valenzquarks

hoher Impulstransfer:

- Proton mit komplexer innerer Sub-Struktur
- **3 Valenzquarks, Seequarks, Gluonen**





EINSCHUB – RELATIVISTISCHE KINEMATIK

■ Übergang zu Lorentz-invarianten Größen:

Viererimpuls $\mathbf{p} = (E, \vec{p})$

$$\mathbf{p}^2 = p_\mu \cdot p^\mu = E^2 - \vec{p}^2 = m^2$$

invariante Ruhemasse m



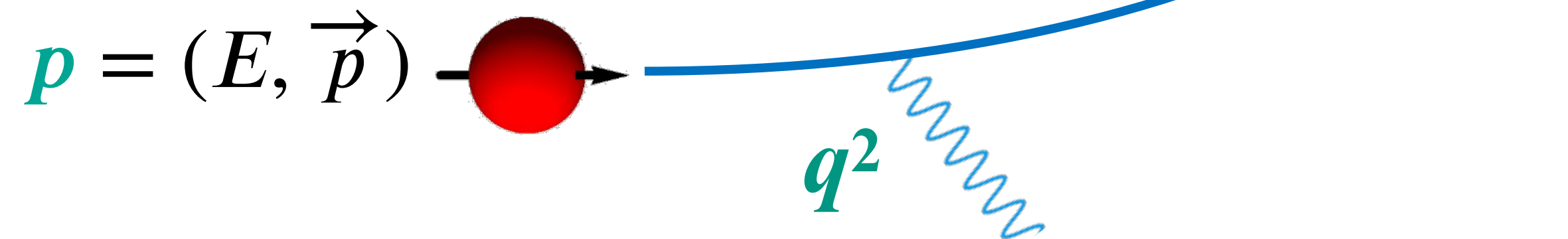
$$E^2 = \vec{p}^2 + m^2$$

- bei einem Stoßprozess bleibt der
Vierer-Impuls des Systems erhalten

- **4 – er** Impulstransfer q

$$\mathbf{q} = (E - E', \vec{q})$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$$



- Lorentz-invariante 4 – *er* Impulsüberträge q^2 und Q^2

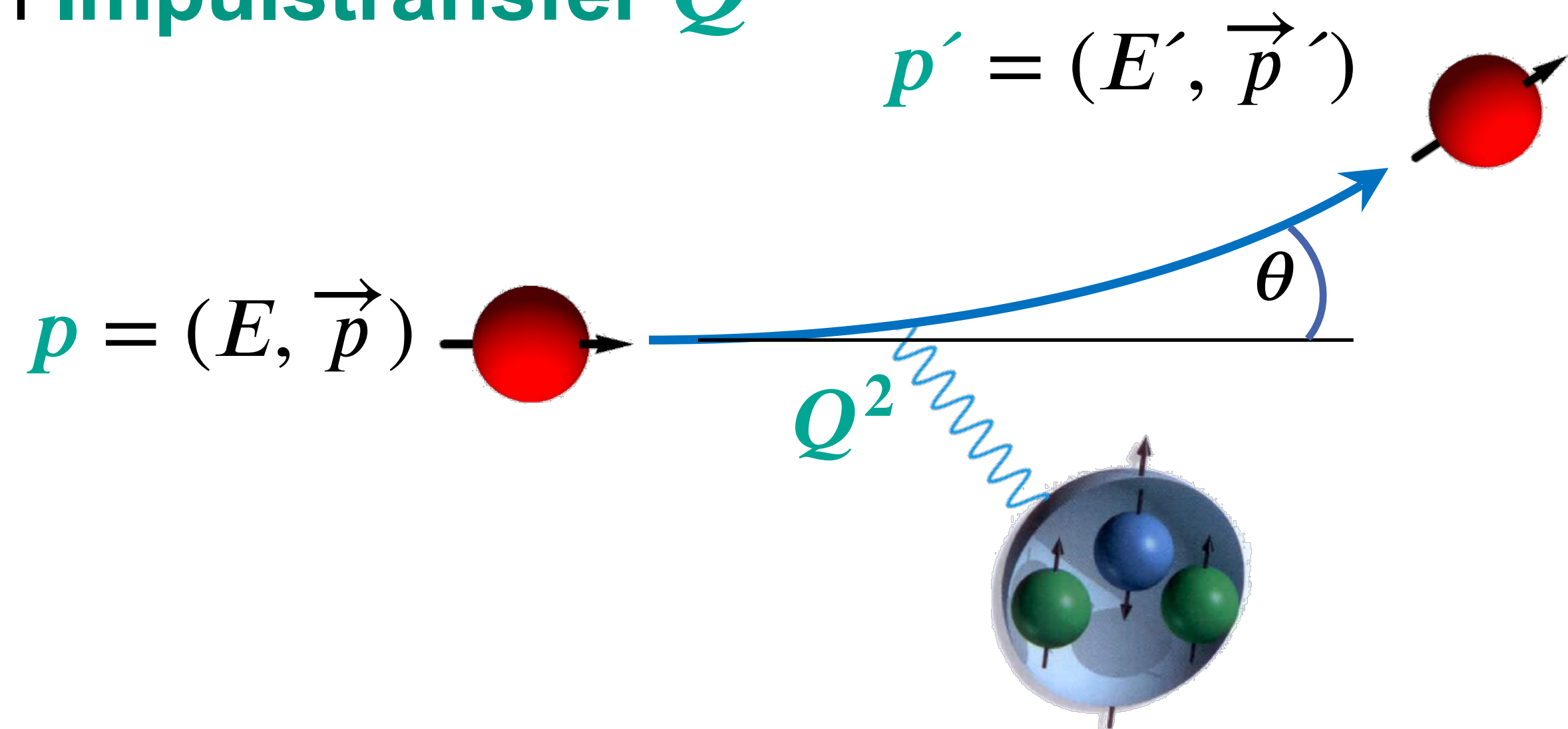
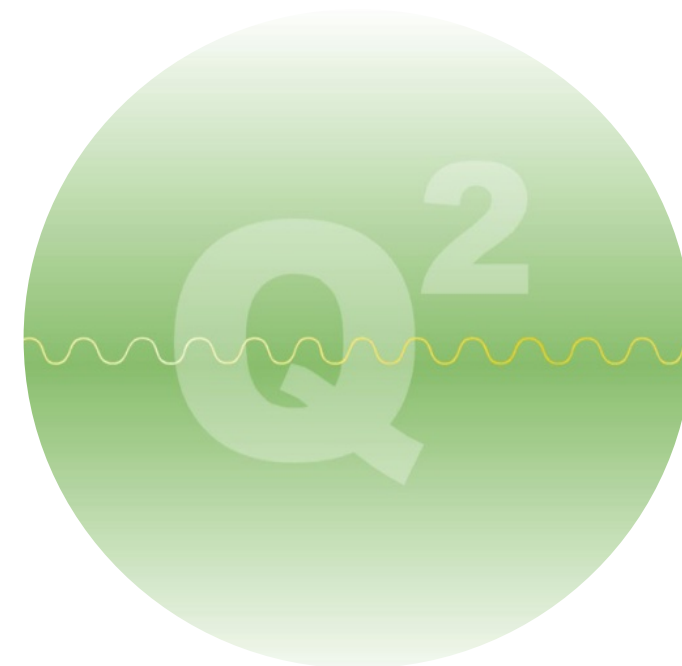
$$q^2 = (E - E')^2 - \left(\vec{p} - \vec{p}' \right)^2 \cong - 4 \cdot E \cdot E \cdot \sin^2(\theta/2)$$



4*er*–Impulsübertrag q^2 ist immer negativ

- Konvention: benutze positiven **Impulstransfer** Q^2

$$Q^2 = - q^2$$



Streuprozesse bei hohem Impulstransfer Q^2

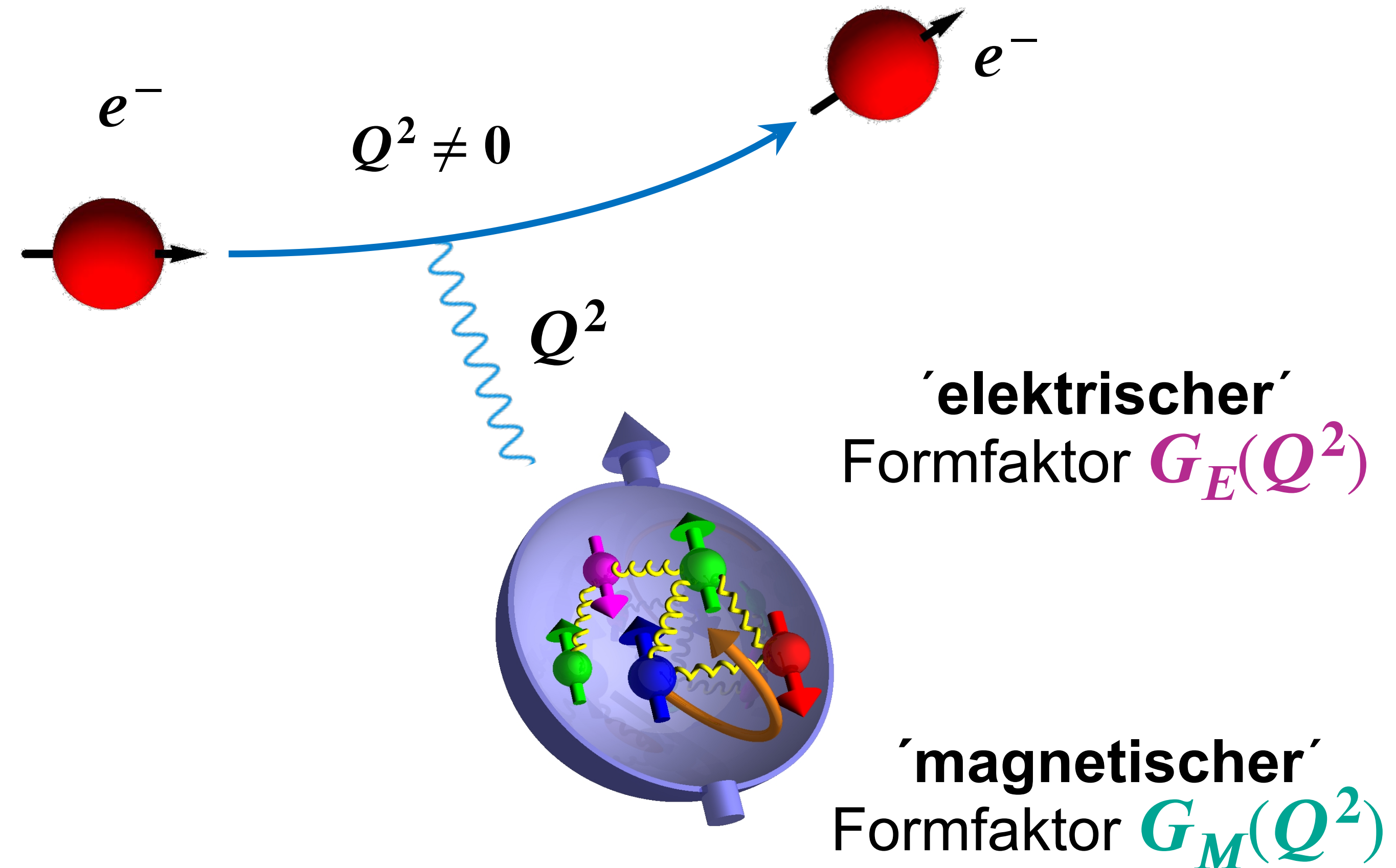
■ Elektronen koppeln an **Ladung q** und **magnetisches Moment μ** des Targets

- 'elektrische' Wechselwirkung:
Kopplung an die Verteilung der elektrischen Ladung im Nukleon

⇒ **elektrischer Formfaktor**

- 'magnetische' Wechselwirkung:
Kopplung an die Verteilung des magnetischen Moments im Nukleon

⇒ **magnetischer Formfaktor**



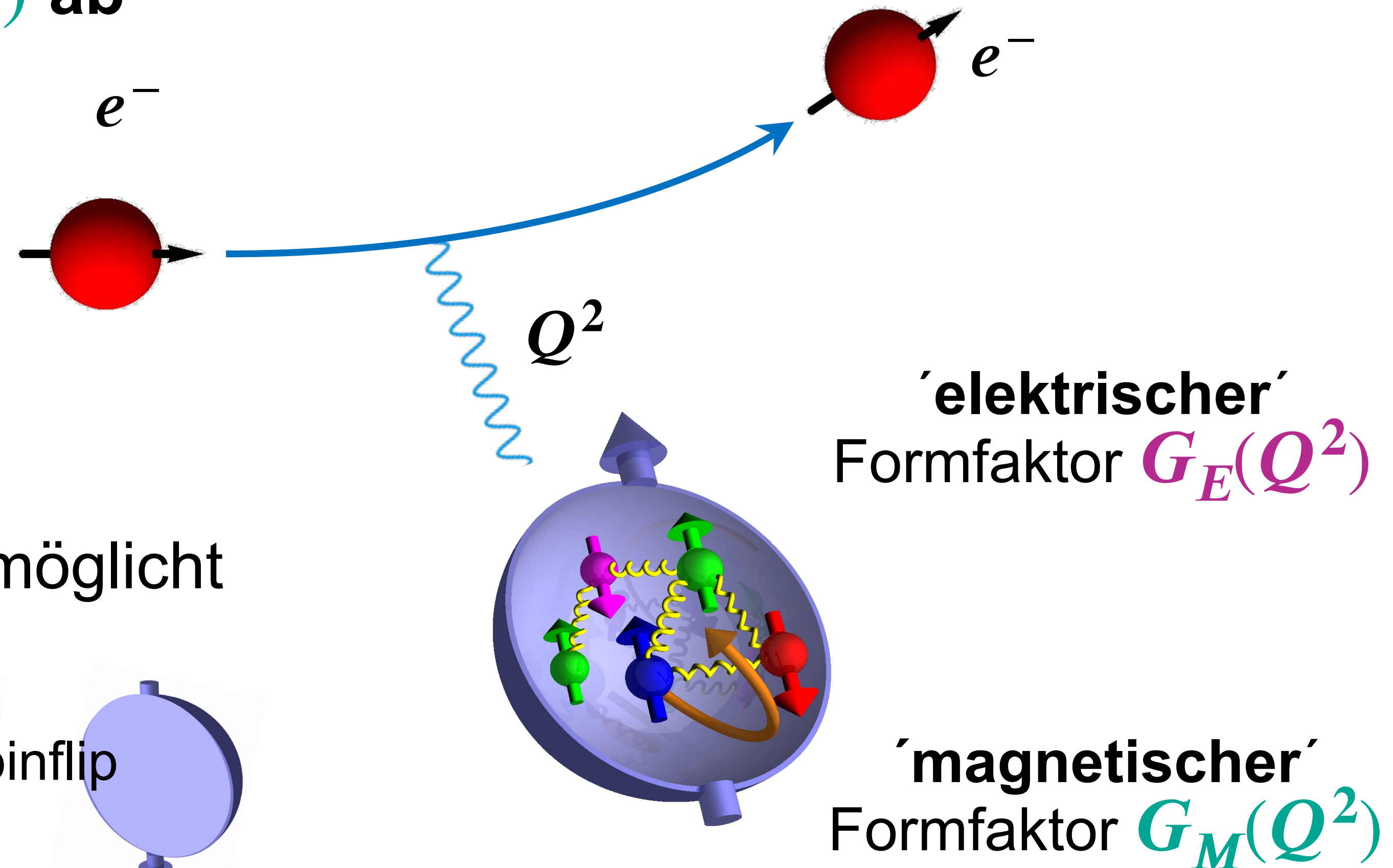
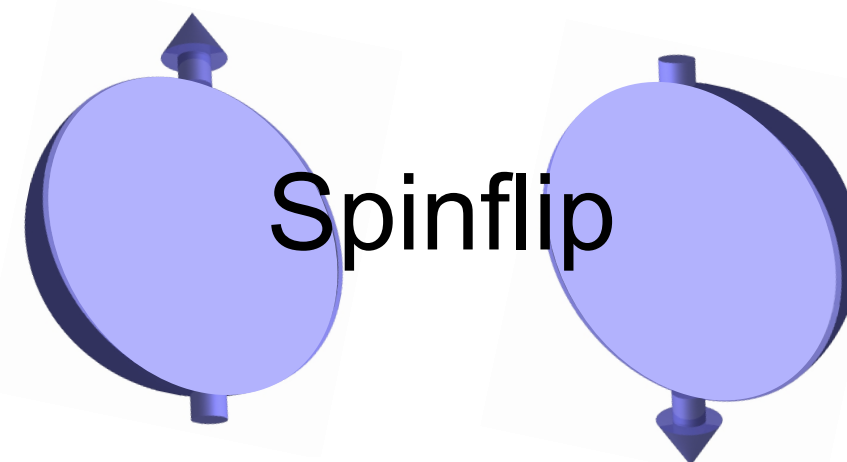
Nukleon-Formfaktoren G_E und G_M

- Elektronen tasten die Verteilung der Ladung $G_E(Q^2)$ und des magnetischen Moments $G_M(Q^2)$ ab

- Nukleon mit Substruktur:

$G_E(Q^2)$ $G_M(Q^2)$ Verteilung
von Ladung q und
magnetischem Moment μ

- 'magnetische' Wechselwirkung ermöglicht
Spinflip des Nukleons
bei inelastischer Streuung
(über magnet. Moment μ)



Struktur bei hoher Energie: Kernmagneton

- Kernmagneton μ_N : legt die Größenordnung **magnetischer Effekte** fest

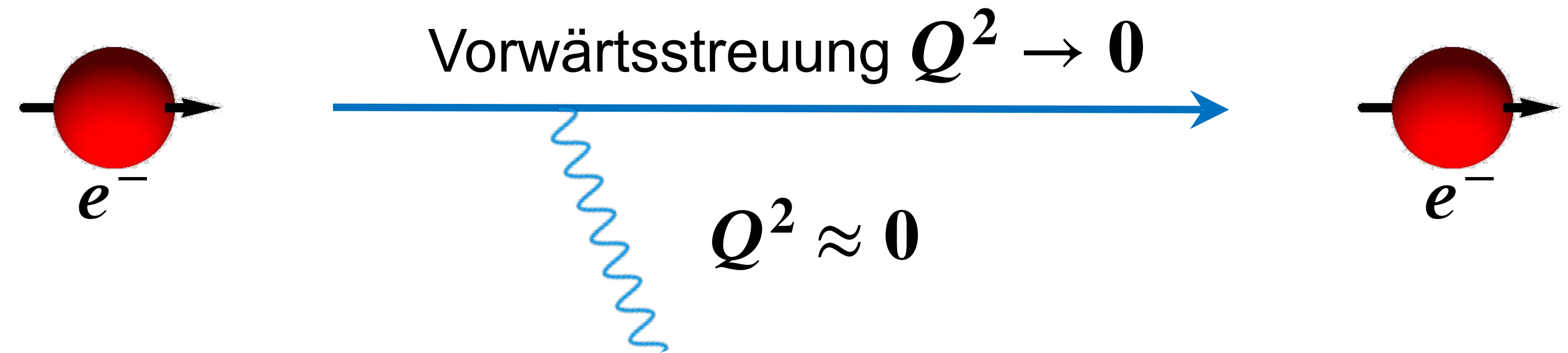
- **Kernmagneton** μ_N definiert über Proton-Masse m_p

$$\mu_N = \frac{e}{2m_p} \cdot \hbar$$

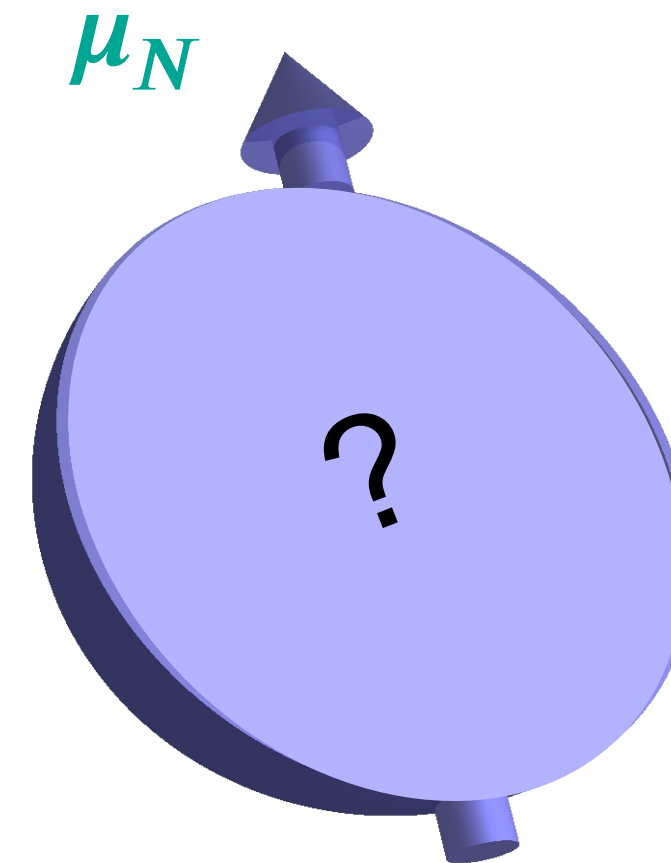
$$\mu_N = 3,152 \cdot 10^{-8} \text{ eV/T}$$

- **Kernmagneton: $\mu_N \sim 2000 \times$ kleiner als Bohr'sches Magneton μ_B !**

$$\mu_B = \frac{e}{2m_e} \cdot \hbar = 5,788 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T}$$



Verteilung?



Kernmagneton
 μ_N

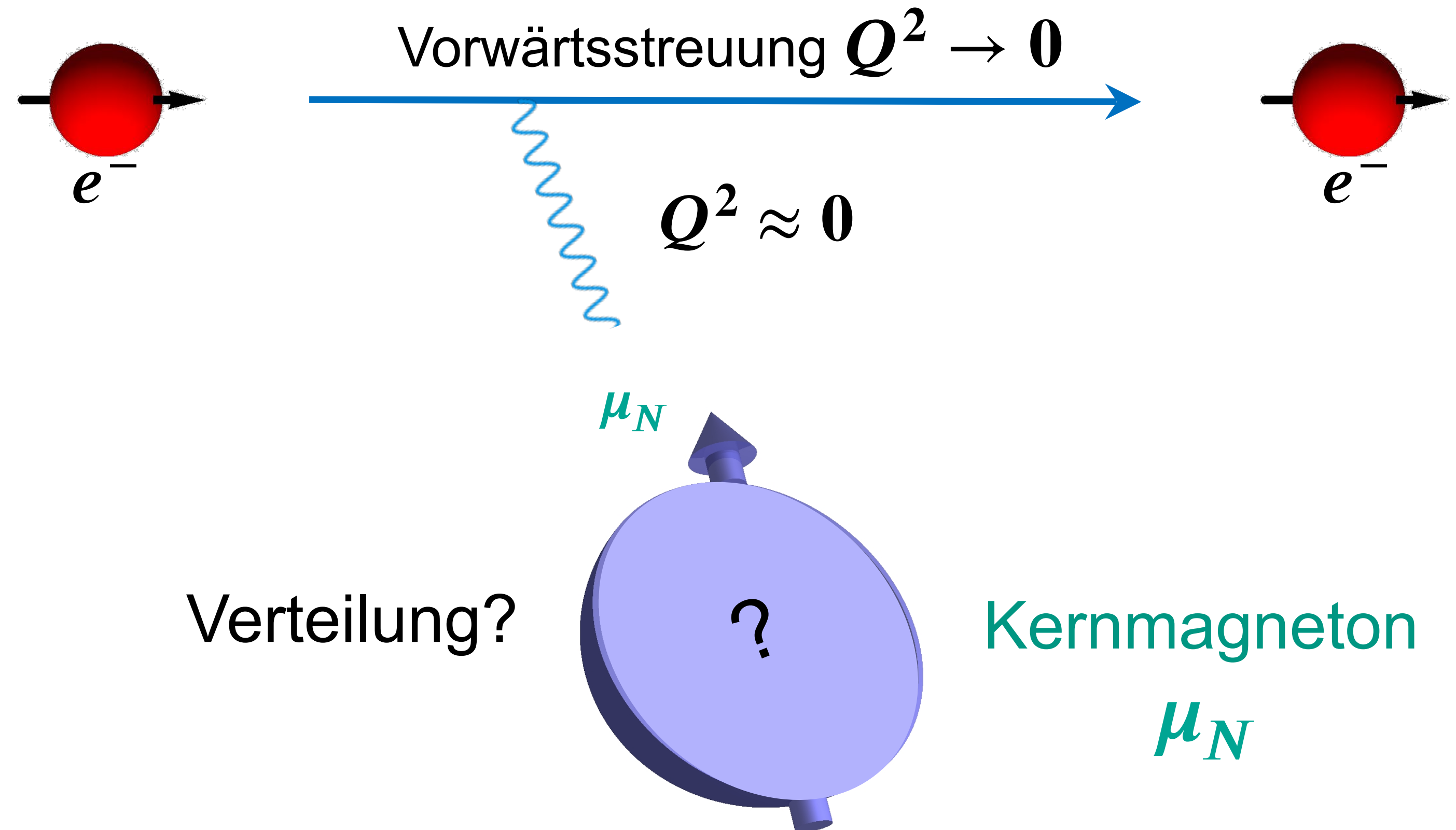
Nukleon: p oder n mit **Spin** $s = \frac{1}{2}$

- Kernmagneton μ_N : legt die Größenordnung **magnetischer Effekte** fest

- g - Faktor der Nukleonen weicht signifikant ab vom Dirac-Wert $g = 2,000$ ab (**Substruktur!**):



‘anomale’ magnetische Momente der Nukleonen



Nukleon: p oder n mit Spin $S = \frac{1}{2}$

Struktur bei hoher Energie: g – Faktoren

- g –Faktor des **Protons**: ‘anomales’ Verhalten von g_p durch innere Struktur!

- magnetische Wechselwirkung mit magnet. Dipol-Moment

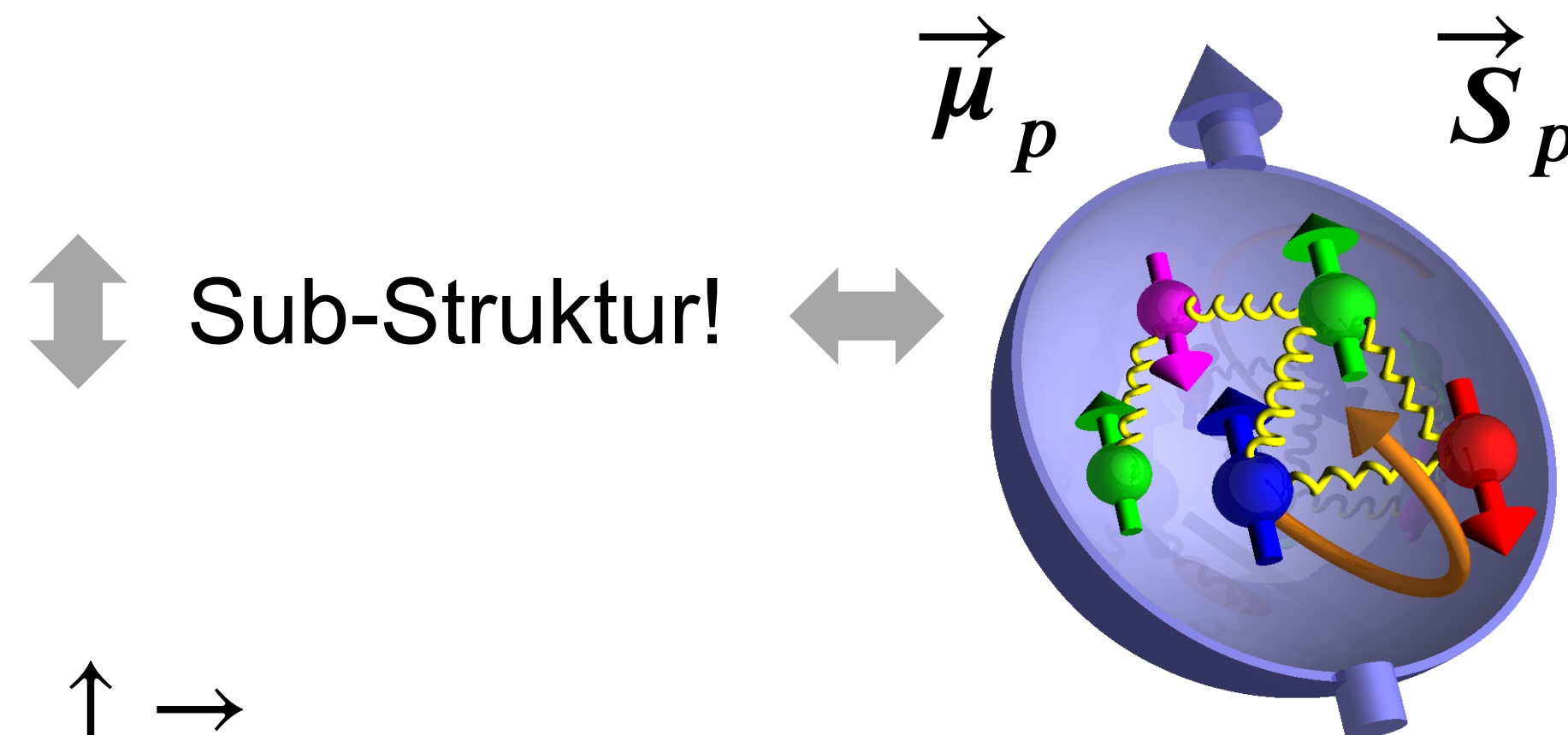
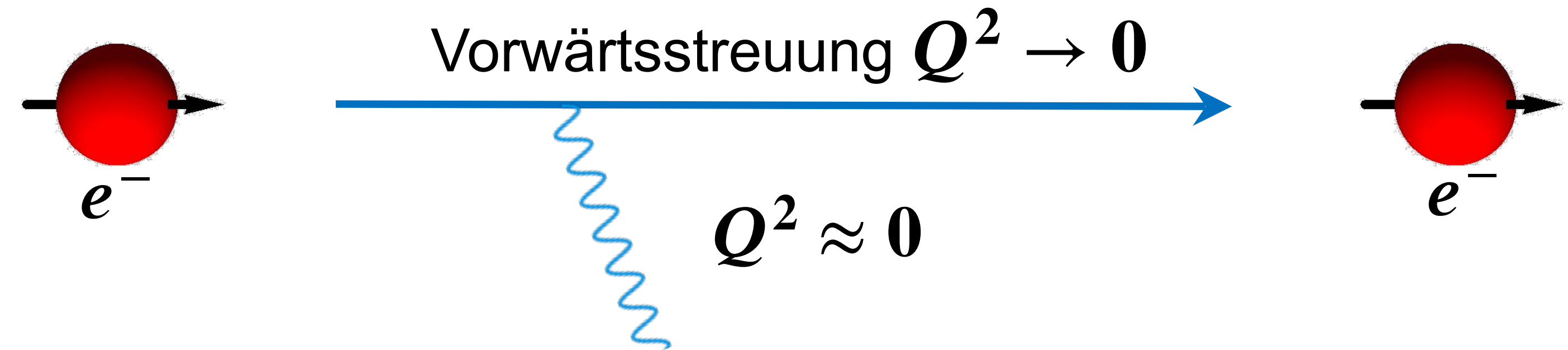
$\vec{\mu}_p$ des **Protons**

$$\vec{\mu}_p = g_p \cdot \mu_N \cdot \vec{S}_p$$

$$g_p = 5,5857$$

$$g_{Dirac} = 2,0000$$

$$\mu_p = +2,79 \cdot \mu_N$$



$$\vec{\mu}_p \uparrow \uparrow \vec{S}_p$$

Proton: mit Spin $s = 1/2$

Struktur bei hoher Energie: g –Faktoren

- g –Faktor des **Neutrons**: ‘anomales’ Verhalten von g_n durch innere Struktur!

- magnetische Wechselwirkung mit magnet. Dipol-Moment

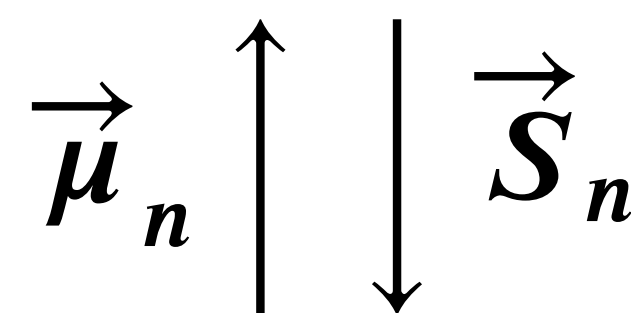
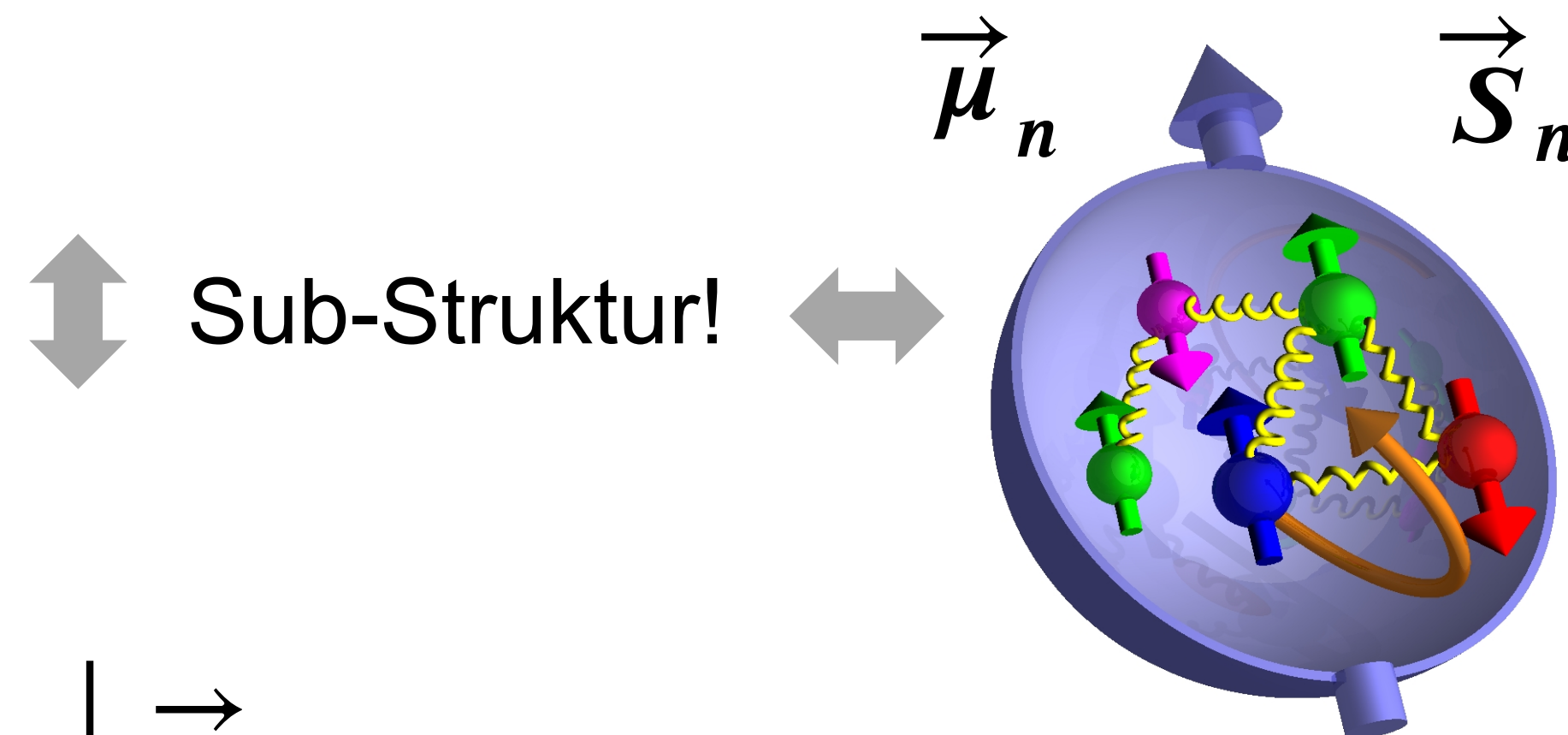
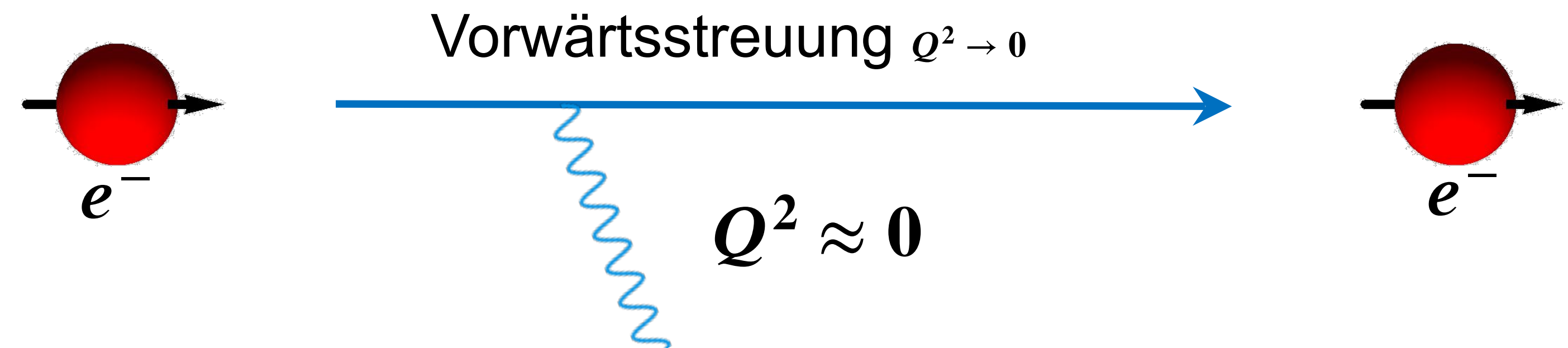
$\vec{\mu}_n$ des **Neutrons**

$$\vec{\mu}_n = g_n \cdot \mu_N \cdot \vec{S}_n$$

$$g_n = -3,8261$$

$$g_{Dirac} = 2,0000$$

$$\mu_n = -1,91 \cdot \mu_N$$



Neutron: mit Spin $s = 1/2$

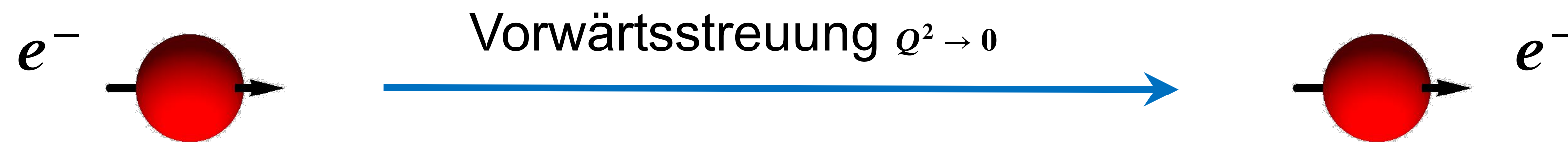
Nukleon-Formfaktoren $G_E(Q^2)$ und $G_M(Q^2)$

■ auf der Spur der inneren Struktur des Nukleons

- bei Vorwärtsstreuung ($Q^2 \rightarrow 0$): **Ladung q** bzw. **magnetisches Moment μ**

Proton: $G_E(0) = 1$ $G_M(0) = +2,79$

Neutron: $G_E(0) = 0$ $G_M(0) = -1,91$



- **Ladungsverteilung ρ** des Nukleons $\Rightarrow$ 'elektrischer' Formfaktor $G_E(Q^2)$
- **Stromverteilung** (Verteilung der Magnetisierung) bzw. **magnetisches Moment μ** des Nukleons $\Rightarrow$ 'magnetischer' Formfaktor $G_M(Q^2)$

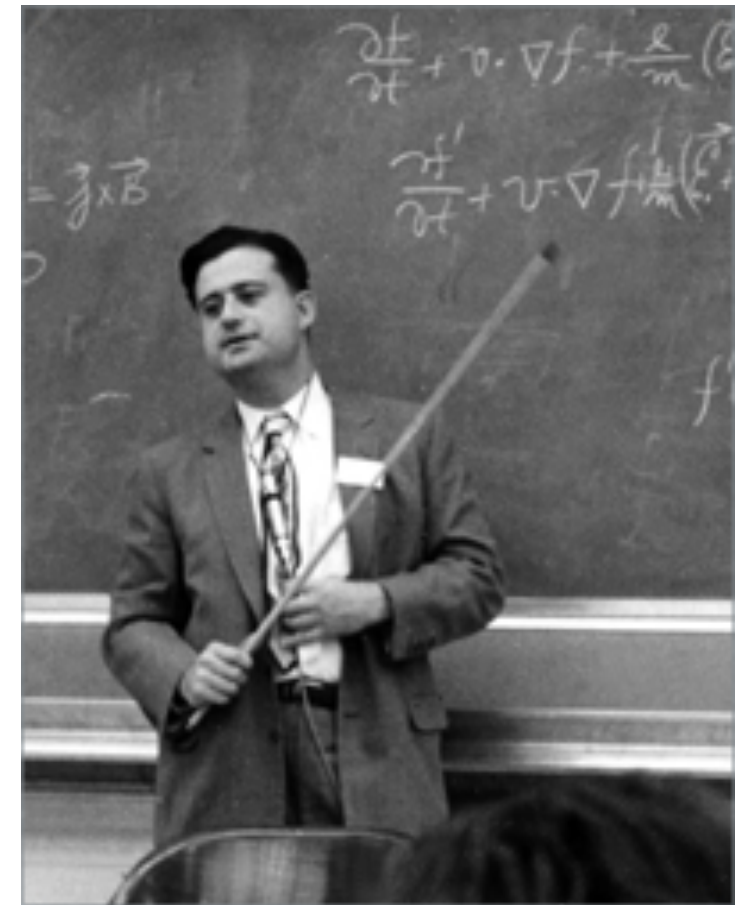
Nukleon-Formfaktoren: Rosenbluth – Formel

■ Verallgemeinerung des Mott-Wq. zur Rosenbluth-Formel

- differentieller Streuquerschnitt am **Nukleon** als Funktion von G_E und G_M

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left\{ \underbrace{\frac{G_E^2 + (Q^2/4M^2) \cdot G_M^2}{1 + (Q^2/4M^2)}}_{\theta - \text{unabhängig}} + \underbrace{\frac{Q^2}{2M^2} \cdot G_M^2 \cdot \tan^2(\theta/2)}_{\theta - \text{abhängig}} \right\} \begin{matrix} M = \text{Nukleon-} \\ \text{Masse, } c = 1 \end{matrix}$$

- 2 Streuterme: winkelunabhängig $A(Q^2)$
 winkelabhängig $B(Q^2) \cdot \tan^2(\theta/2)$



M. Rosenbluth

Q: atomic heritage fd.

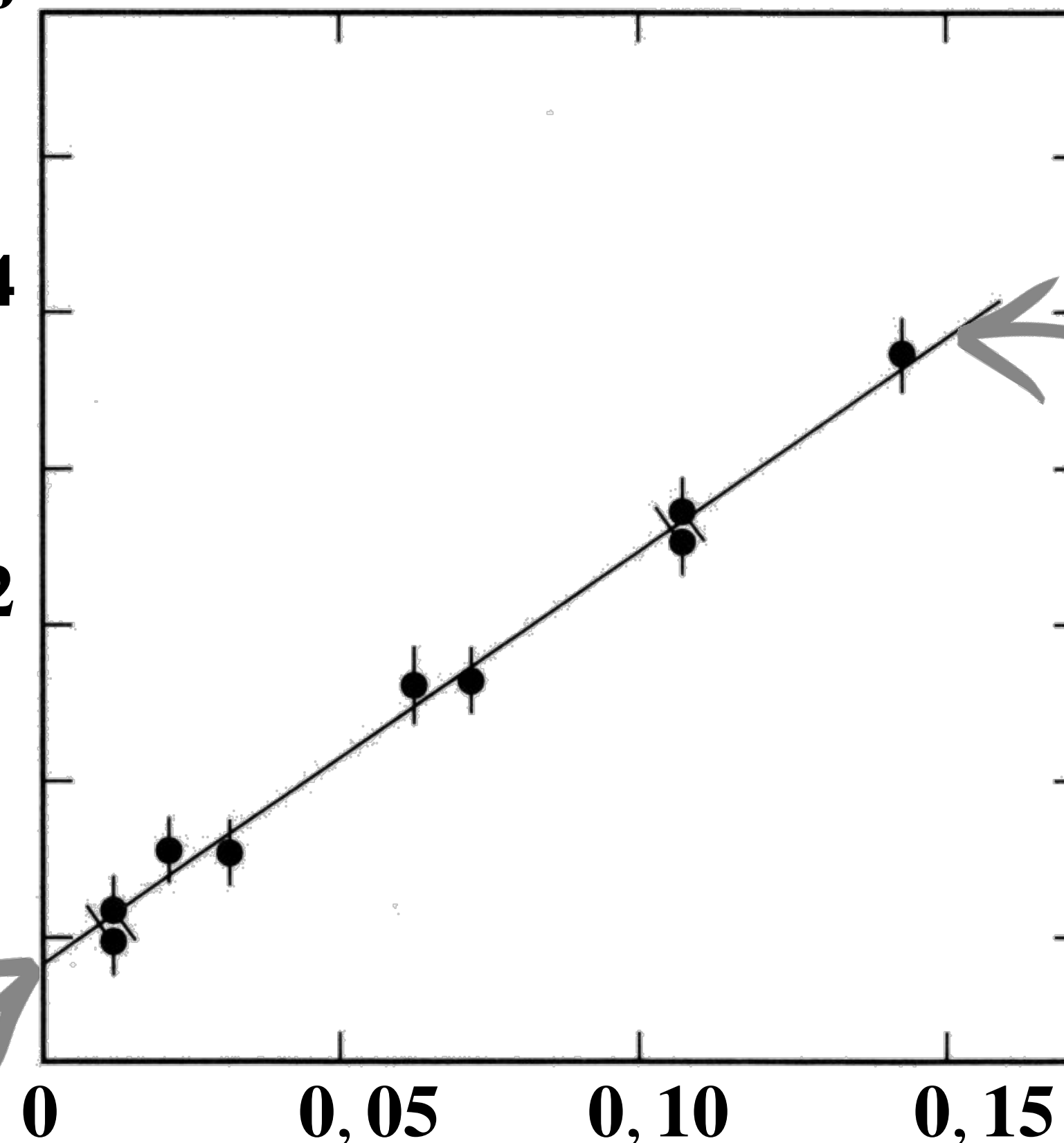
■ Verallgemeinerung des Mott-Wq. zur Rosenbluth-Formel

- differentieller Streuquerschnitt: $A(Q^2) + B(Q^2) \cdot \tan^2(\theta/2)$

- für einen **festen Wert** von Q^2 (hier: $2,5 \text{ GeV}^2$) werden bei fester Strahlenergie E zahlreiche Streuwinkel θ gemessen

aus **Achsenabschnitt** wird G_E bestimmt

$\left. \frac{(d\sigma/d\Omega)_{\text{exp.}}}{(d\sigma/d\Omega)_{\text{Mott}}} \right|_{Q^2=2,5 \text{ GeV}^2}$



$Q^2 = 2,5 \text{ GeV}^2$

aus **Steigung** wird G_M bestimmt

$\tan^2(\theta/2)$

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

- Ein **Quiz** zum Aufbau von Kernen & Nukleonen
 - 1) das **Schalenmodell der Kerne** und der Atome ist identisch
 - 2) das **Neutron** ist ungeladen und besitzt daher kein **magnetisches Moment**
 - 3) ein **Feynman-Diagramm** reicht für $e^- - e^+$ -Annihilationsberechnungen vollkommen aus
 - 4) die **anomalen magnetischen Momente** des **Nukleons** können mit der heutigen Physik (Standardmodell) erklärt werden

