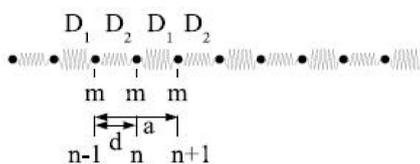


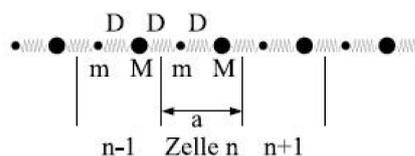
In der Übung am Donnerstag, den 16.11.2023, sind kariertes Papier, Zirkel und Lineal (Geodreieck) von Vorteil ;)

13) Lineare Ketten (3 + 3) 6 Punkte

Leiten Sie die Dispersionsrelation $\omega(q)$ für die folgenden Anordnungen von Teilchen her und skizzieren Sie $\omega(q)$ zwischen 0 und $(\pm)\pi/a$. Der Abstand zwischen den Teilchen sei d und die Gitterkonstante a . Vergleichen Sie jeweils mit der einfachen linearen einatomigen Kette (gleiche Masse, gleiche Federkonstante).



(a) gleiche Masse, unterschiedliche Federkonstanten



(b) gleiche Federkonstante, unterschiedliche Massen

- (a) Lineare Kette von Teilchen identischer Massen m , die abwechselnd durch zwei verschiedene Arten von Federn mit den Federkonstanten D_1 und D_2 verbunden sind. d ist der Abstand zweier Massen, a die Gitterkonstante und es gilt $a = 2d$.
- (b) Lineare Kette von Teilchen unterschiedlicher Massen m und M benachbarter Teilchen, die durch gleiche Federn (Federkonstante D) verbunden sind (zweiatomige Kette).

14) Bewegungsgleichung und Wellengleichung 2 Punkte

Zeigen Sie, dass sich für große Wellenlängen ($\lambda \gg a$) die Bewegungsgleichung der einatomigen linearen Kette

$$m\ddot{u}_n = -D(2u_n - u_{n-1} - u_{n+1})$$

zur Wellengleichung des elastischen Kontinuums vereinfachen lässt:

$$\partial^2 u / \partial t^2 = c_{Schall}^2 \cdot \partial^2 u / \partial x^2.$$

Geben Sie die Schallgeschwindigkeit an.

Hinweise: Im langwelligen Grenzfall spielen sich räumliche Änderungen auf Längenskalen ab, die groß gegen die Gitterkonstante a sind. u_n kann dann als kontinuierliche Funktion von einer reellen Variablen x aufgefasst werden: $u_n(t) \rightarrow u(x, t)$ und $u_{n\pm 1}(t) \rightarrow u(x \pm a, t)$. Benutzen Sie Taylorentwicklung für $u(x \pm a)$.

15) Themen aus der Vorlesung

- (a) Wie viele Zweige der Dispersionskurve gibt es allgemein für einen Kristall mit einer Basis aus n Atomen?
- (b) Was versteht man unter Rayleigh-, Raman- und Brillouin-Streuung?

16) Schallgeschwindigkeit in Wasser

Brillouin-Streuung eines monochromatischen Lichtstrahls erzeugt bei einem Streuwinkel von 90° ein Brillouin-Seitenband mit einer Verschiebung von $\Delta\nu = 4,3 \cdot 10^9$ Hz zur Zentrallinie.

Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit in Wasser bei Zimmertemperatur, wenn der Brechungsindex von Wasser 1,33 und $\lambda = 632,8$ nm (im Wasser) beträgt?

Hinweis: Es gilt (Quasi-)Impulserhaltung: $\vec{k} = \vec{k}' + \vec{K}$ (k ... Photon, K ... Phonon) und Energieerhalt: $\hbar\omega = \hbar\omega' + \hbar\Delta\omega$ (mit $\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu$)