

Übungen zu Moderne Experimentalphysik II, Teil 2 (Kern- und Teilchenphysik) Wintersemester 2023/24

Übungsblatt Nr. 1

Bearbeitung bis 19.12.2023

Tutorium: 21.12.2023

Saalübung: 20.12.2023

Link zur ILIAS-Hauptseite:

https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_2198626&client_id=produktiv

Vorbemerkung: In diesem Blatt geht es um die Grundlagen der natürlichen Einheiten und der speziellen Relativitätstheorie.

Aufgabe 1: Rechnen in natürlichen Einheiten (6 Punkte)

In der Teilchenphysik wird häufig ein natürliches Einheitensystem verwendet, bei dem vereinfachend gilt: $1 = c = \hbar = \epsilon_0 = k_B$. Berechnen Sie die folgenden Größen in natürlichen Einheiten und geben Sie das Ergebnis jeweils in Einheiten von eV (bzw. $\frac{1}{\text{eV}}$) an:

- a) (2 Punkte) Die Massen eines Elektrons m_e und eines Protons m_p :
Zur Umrechnung von SI Einheiten in natürliche Einheiten wird zunächst die Masse auf die Dimension Energie gebracht. In beiden Einheitensystemen gilt:

$$E = mc^2. \quad (1)$$

Gemäß Konvention stimmt die Energie in beiden Einheitensystemen überein, sodass gilt:

$$m_n = \frac{m_{\text{SI}} c_{\text{SI}}^2}{c_n^2} \quad (2)$$

$$\Rightarrow m_{e,n} = 512 \text{ keV}, \quad m_{p,n} = 938 \text{ MeV}, \quad (3)$$

wobei genutzt wurde, dass $c_n = 1$ und $1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

- b) (2 Punkte) Die Länge $l = 299\,792\,458 \text{ m}$, die Zeit $t = 2 \text{ s}$ sowie die sich daraus ergebende Geschwindigkeit:

Unter erneuter Anwendung obiger Konvention und mit $\hbar_n = 1$ bzw. $\hbar_{\text{SI}} = 6,626 \cdot 10^{-34}$ findet sich:

$$[\hbar \cdot c]_{\text{SI}} = \text{Js} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{Jm} \quad (4)$$

$$\Rightarrow \frac{l_{\text{SI}}}{\hbar_{\text{SI}} c_{\text{SI}}} = \frac{l_n}{\hbar_n c_n} \quad (5)$$

$$\Rightarrow l_n = 1,52 \frac{1}{\text{feV}}. \quad (6)$$

Für die Zeit ergibt sich analog:

$$[\hbar]_{\text{SI}} = \text{Js} \quad (7)$$

$$\Rightarrow \frac{t_{\text{SI}}}{\hbar_{\text{SI}}} = \frac{t_n}{\hbar_n} \quad (8)$$

$$\Rightarrow t_n = 3,04 \frac{1}{\text{feV}}. \quad (9)$$

Die Geschwindigkeit entspricht offensichtlich der halben Lichtgeschwindigkeit. Auch rechnerisch ergibt sich durch Einsetzen:

$$v_n = \frac{l_n}{t_n} = 0,5. \quad (10)$$

- c) (2 Punkte) Impuls und Energie von Elektronen bzw. Protonen, die sich mit der zuvor berechneten Geschwindigkeit bewegen:

Da die Teilchen hier mit einem relevanten Anteil der Lichtgeschwindigkeit unterwegs sind, werden die relativistischen Gleichungen benötigt:

$$p = \gamma m v \Rightarrow p_n = \frac{1}{\sqrt{1/v_n^2 - 1}} m_n = \frac{m_n}{\sqrt{3}} \quad (11)$$

$$E = \gamma m c^2 \Rightarrow E_n = \frac{1}{\sqrt{1 - v_n^2}} m_n = \frac{2}{\sqrt{3}} m_n \quad (12)$$

$$p_{e,n} = 295 \text{ keV}, \quad p_{p,n} = 542 \text{ MeV}, \quad (13)$$

$$E_{e,n} = 590 \text{ keV}, \quad E_{p,n} = 1,08 \text{ GeV}. \quad (14)$$

Tipp: Drücken Sie den SI-Wert in Einheiten der Energie sowie von c , $\hbar$ aus. Weiterhin ist $1 \text{ eV} \equiv 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ hilfreich.

Aufgabe 2: Kinematik bei Hera

- a) (2 Punkte)

Rechnung in natürlichen Einheiten. Es gilt

$$\beta = \frac{|\vec{p}|}{E} = \frac{|\vec{p}|}{\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{m}{|\vec{p}|}\right)^2}}$$

und da $p \gg m$ kann man entwickeln und höhere Terme vernachlässigen

$$\beta \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{m}{|\vec{p}|} \right)^2.$$

Damit ergibt sich

$$\begin{aligned}\beta_e &= 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{0,511 \text{ MeV}}{27,5 \text{ GeV}} \right)^2 = 1 - 1,7 \cdot 10^{-10} \\ \beta_p &= 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{0,94 \text{ GeV}}{920 \text{ GeV}} \right)^2 = 1 - 5,2 \cdot 10^{-7}\end{aligned}$$

b) (1 Punkt)

Es gilt

$$\begin{aligned}p_p &= (E_p; \vec{p}_p) = (E_p; 0; 0; p_{p;z}) = (920; 0; 0; 920) \text{ GeV} \\ p_e &= (E_e; \vec{p}_e) = (E_e; 0; 0; p_{e;z}) = (27,5; 0; 0; -27,5) \text{ GeV}\end{aligned}$$

und somit für die Energie im Schwerpunktssystem

$$E_{\text{cms}} = \sqrt{s} = \sqrt{(p_p + p_e)^2} = \sqrt{(920 + 27,5)^2 - (920 - 27,5)^2} \text{ GeV} = 318,1 \text{ GeV}.$$

c) (2 Punkte)

Die Flugrichtung der kosmischen Elektronen sei in z -Richtung

$$\begin{aligned}p_e &= (E_e; 0; 0; E_e) \\ p_p &= (E_p; 0; 0; 0)\end{aligned}$$

und somit für die Energie im Schwerpunktssystem

$$E_{\text{cms}} = \sqrt{(p_e + p_p)^2} = \sqrt{m_e^2 + m_p^2 + 2E_e m_p},$$

und da $m_e, m_p \ll E_e$

$$E_{\text{cms}} \approx \sqrt{2E_e m_p} \Leftrightarrow E_e = \frac{E_{\text{cms}}^2}{2m_p} = \frac{(318,1 \text{ GeV})^2}{2 \cdot 0,94 \text{ GeV}} \approx 54 \text{ TeV}.$$

Deshalb: nutze Collider!

d) (1 Punkt) Das Elektron kollidiert mit einem Parton, das nur einen Impulsbruchteil des Protons trägt.