

Übungen zu Moderne Experimentalphysik II, Teil 2 (Kern- und Teilchenphysik) Wintersemester 2023/24

Übungsblatt Nr. 3: Musterlösungen

Vervielfältigung und Veröffentlichung nicht gestattet!

Aufgabe 1: CMS-Detektor

- a) Es gibt viele Beispiele, da es sich um eine bewährte Technik handelt. Von Blatt 2 Aufgabe 1 kennen wir zum Beispiel die Nebelkammer (erster Nachweis von Antimaterie). Prominent ist auch die Vieldrahtkammer (erster Nachweis von W- und Z-Bosonen). Wikipedia listet verschiedene Arten von Spurdetektoren auf. In der Regel mit einem eigenen Artikel in dem die Funktionsweise näher beschrieben wird. Es geht in der Aufgabe darum, dass sich die Studierenden zumindest mit zwei Grundtypen ein wenig auseinander setzen. Die beiden Punkte können großzügig verteilt werden.

- b) Es ist

$$s = R \left(1 - \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

und da $R \gg L \Rightarrow \theta \ll 1$ kann man den Kosinus, bzw. Sinus, als Reihe um $\theta = 0$ entwickeln und Terme höherer Ordnung vernachlässigen, also

$$s = R \left(\frac{1}{2!} \frac{\theta^2}{4} + \mathcal{O}(\theta^4) \right) \approx R \frac{\theta^2}{8}.$$

Da ferner

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{\theta}{2} + \mathcal{O}(\theta^3) \approx \frac{\theta}{2} = \frac{L}{2R},$$

gilt

$$s = \frac{L^2}{8R}.$$

(1 Punkt) bis hierher.

Somit ist

$$p = qBR = \frac{1}{8} qBL^2 \frac{1}{s}$$

und es gilt für die Auflösung

$$\sigma_p = \frac{1}{8} q B L^2 \frac{\sigma_s}{s^2}.$$

Nun wird die Sagitta s über eine Ortsmessung bestimmt, also kann man annehmen

$$\sigma_s \propto \sigma_x. \quad (1)$$

Wildes Einsetzen ergibt dann

$$\frac{\sigma_p}{p} \propto \frac{8\sigma_x}{q B L^2} \cdot p$$

und mit σ_x , L in m, B in T, p in GeV sowie $q = e$ folgt

$$\frac{\sigma_p}{p} \propto \frac{8\sigma_x}{0.3 B L^2} \cdot p.$$

Je **(1 Punkt)** für das Nennen von (1) und die restliche Rechnung.

Man kann zu dieser Aufgabe auch noch diskutieren, wodurch σ_x bestimmt wird. Bei einem Siliziumstreifendetektor wie bei CMS gibt es z.B. einen Beitrag durch die intrinsische Ortsauflösung der Module, bestimmt u.a. durch den Streifenabstand, und auch durch die Unsicherheit auf die absolute Modulposition („Alignment“).

c) Mit den angegebenen Zahlenwerten ist

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_p}{p} &= \sqrt{\frac{720}{N+4}} \cdot \frac{\sigma_x}{0.3 B L^2} \cdot p \\ &= \underbrace{\sqrt{\frac{720}{13+4}} \cdot \frac{25 \mu\text{m}}{0.3 \cdot 3.8 \text{ T} \cdot (1.1 \text{ m})^2}}_{C_{\text{pos}} = 1.18 \cdot 10^{-4} \text{ GeV}^{-1}} \cdot p \end{aligned}$$

und mit $p = 50 \text{ GeV}$ ist

$$\frac{\sigma_p}{p} = 0.590\% \text{ (1 Punkt)}.$$

d) Hochenergetische Elektronen und Photonen lösen im elektromagnetischen Kalorimeter einen elektromagnetischen Schauer aus. Die Schauerentwicklung endet, wenn die Energie der Sekundärteilchen in etwa unter die kritische Energie bzw. unter die zur Paarerzeugung nötige Energie fällt. Dabei kann die Anzahl N der Sekundärteilchen als im Mittel proportional zur urspr. Energie E des einfallenden Primärteilchens angenommen werden, wie man sich anhand der Schauerentwicklung, z.B. im in der Vorlesung besprochenen Heitler-Modell, leicht überlegen kann **(1 Punkt)**.

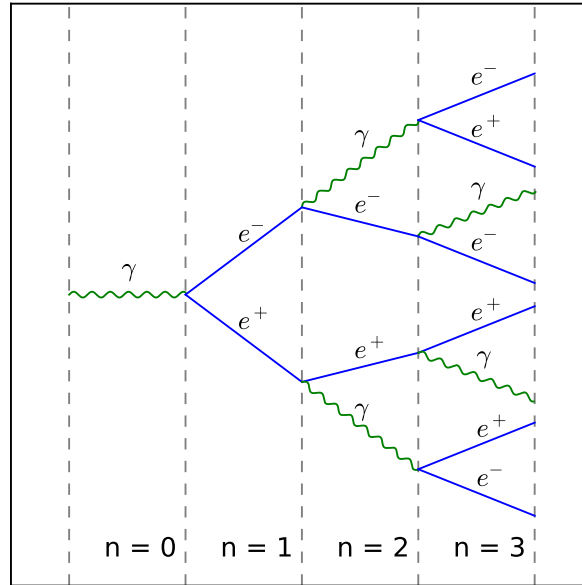


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines elektromagnetischen Schauers im Heitler-Modell, entnommen aus [?].

Im Heitler-Modell, vgl. Abb. 1, wird angenommen, dass sich die urspr. Energie E in jeder Generation n gleichmäßig auf alle Sekundärteilchen aufteilt und dass der Schauer abbricht, sobald die Sekundärteilchenenergie kleiner als die kritische Energie E_c ist. Dann gilt für die Anzahl der Schauerteilchen nach Abbruch $N = E/E_c$ (**1 Punkt**).

- e) Die Sekundärteilchen geben ihre Energie ab durch Anregung des aktiven Mediums zur Szintillation, so dass die Signalintensität proportional zur Anzahl der Sekundärteilchen, also proportional zu E ist. Somit gilt

$$E \propto N \quad (\mathbf{1 \text{ Punkt}})$$

$$\Rightarrow \sigma_E \propto \sigma_N$$

Die Schauerbildungsprozesse (Bremsstrahlung und Paarerzeugung) erfolgen zufällig, daher folgt die Anzahl der Schauerteilchen der Poissonstatistik. Gleiches gilt auch für den Photonennachweis in den Photomultipliern. Also ist

$$\sigma_E \propto \sigma_N = \sqrt{N} \propto \sqrt{E} \quad (\mathbf{1 \text{ Punkt}})$$

und damit

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{A}{\sqrt{E}}.$$

Anmerkung: hier und im folgenden wird nur dieser (in weiten Energiebereichen dominierende) stochastische Term der Kalorimetrauflösung berücksichtigt.

- f) Die relative Energieauflösung bei 50 GeV beträgt 0.51% für Elektronen im ECAL (**1 Punkt**).
- g) Gleichsetzen der Ausdrücke für die Spurdetektor- und Kalorimetraufösung ($E = p$) ergibt für die Energie gleicher Auflösung

$$E_{\text{thres}} = \left(\frac{A}{C_{\text{pos}}} \right)^{2/3} = \left(\frac{0.036}{1.18 \cdot 10^{-4}} \text{ GeV}^{3/2} \right)^{2/3} = 45.3 \text{ GeV}. \quad (\mathbf{1 \text{ Punkt}})$$

In Abb. 2 sind die relativen Energie- bzw. Impulsaufösung für Elektronen im ECAL und im Spurdetektor verglichen. Das grundsätzliche Verhalten von Spurdetektoren und Kalorimetern ist deutlich zu erkennen: die relative Auflösung von Spurdetektoren wird schlechter mit größerem Impuls, wohingegen die relative Auflösung von Kalorimetern besser wird mit höherer Energie. (**2 Punkte**) für die Darstellung und Diskussion.

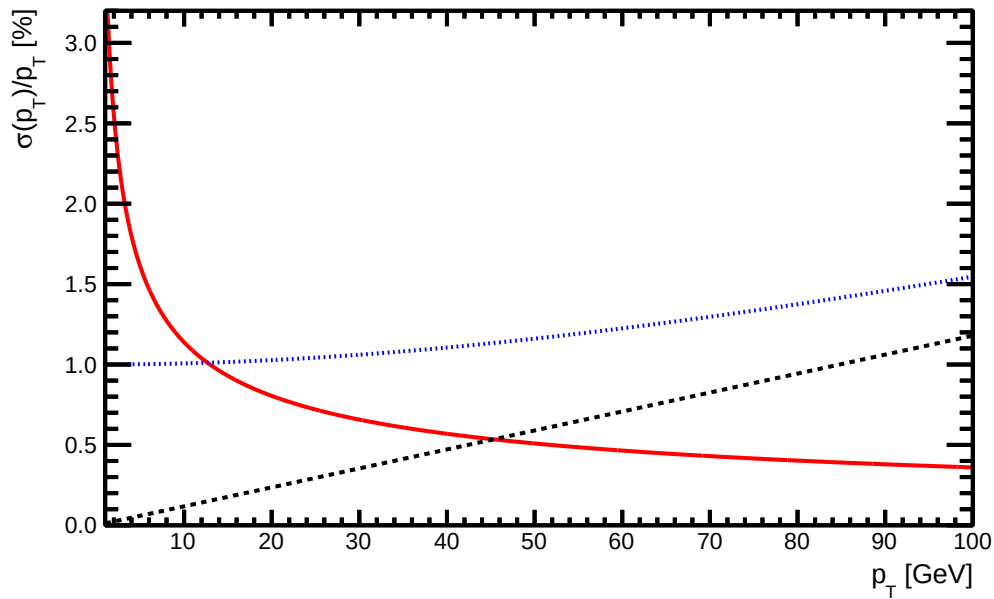


Abbildung 2: Vergleich der relativen Energie- bzw. Impulsaufösung für Elektronen im ECAL (durchgezogene, rote Linie) und im Spurdetektor ohne (gestrichelte, schwarze Linie) und mit (gepunktete, blaue Linie) Berücksichtigung der Vielfachstreuung.

- h) Die Spurdetektoraufösung unter Berücksichtigung von Vielfachstreuung ist ebenfalls in Abb. 2 gezeigt. Die Vielfachstreuung dominiert die Auflösung im Bereich niedriger Impulse und trägt auch bei 100 GeV noch etwa 1/3 zur Auflösung bei. (**1 Punkt**)
- i) Ein Elektron verliert durch Bremsstrahlung im Mittel

$$\frac{\Delta E}{E_0} = 1 - e^{-0.4} = 33.0\%$$

seiner urspr. Energie auf dem Weg durch den Spurdetektor (**1 Punkt**). X_0 entspricht etwa $7/9$ der mittleren freien Weglänge von Photonen, sodass im Mittel

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - e^{-0.4 \cdot \frac{7}{9}} = 26.7\%$$

der Photonen auf dem Weg durch den Spurdetektor konvertieren (**1 Punkt**).

Beide Effekte werden bei der Rekonstruktion berücksichtigt. So werden z.B. bei der Elektronrekonstruktion ECAL-Einträge, deren Ort und Energie mit Bremsstrahlungsphotonen vereinbar sind, zur primären ECAL-Messung hinzugefügt. Andererseits werden im Spurdetektor konvertierte Photonen aus von Sekundärvertizes stammenden e^+e^- -Paaren rekonstruiert.

- j) Die relative Energieauflösung bei 50 GeV beträgt 16.97% für Pionen im HCAL (**1 Punkt**).
- k) Da das ECAL nur eine Dicke von etwa 1λ hat, werden im Mittel nur etwa $1 - 1/e = 63\%$ der Pionenenergie im ECAL deponiert, sodass die Energiemessung verfälscht wird. Dies ist insbesondere auch aufgrund der sehr unregelmäßigen Hadronschauerentwicklung problematisch. (**1 Punkt**)