

Übungen zu Moderne Experimentalphysik II, Teil 2 (Kern- und Teilchenphysik) Wintersemester 2023/24

Übungsblatt Nr. 4

Bearbeitung bis 23.01.2024, 13:00 Uhr

Tutorium: 25.01.2024

Saalübung: 24.01.2024

Link zur ILIAS-Hauptseite:

https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_2198626&client_id=produktiv

Vorbemerkung: In diesem Blatt geht es hauptsächlich um Streuung in unterschiedlichen Ausführungen. Zuerst wird die rein geometrische Streuung an einer Kugel behandelt und im Anschluss die Rutherford-Streuung näher untersucht. Zum Schluss geht es noch um den Formfaktor einer Ladungsverteilung.



Deutsche Physikalische Gesellschaft  DPG

Frühjahrstagung

04. - 08.03.2024 in Karlsruhe

Fachverband: Teilchenphysik
Arbeitskreise: Chancengleichheit, junge DPG, Industrie- und Buchausstellung

#DPGKA24 Deadline für Abstract-Einreichung: 15.12.2023

Örtlicher Tagungsleiter:
Prof. Dr. Ulrich Husemann
Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Hermann-von-Helmholtz-Platz 1
76344 Eggenstein-Leopoldshafen

Tagungsort:
Karlsruher Institut für Technologie
Campus Süd
Kaiserstr. 12
76131 Karlsruhe

karlsruhe24.dpg-tagungen.de

Aufgabe 1: Streuung an einer Kugel: Wirkungsquerschnitt(1+1+2+1+1+1+2=8 Punkte)

Betrachten Sie die elastische Streuung eines punktförmigen Teilchens an einer harten Kugel mit Radius R .

- a) Erstellen Sie eine Skizze, in der Sie die Kugel, die Teilchenbahn, den Stoßparameter b und Einfalls- und Ausfallswinkel eintragen. Der Stoßparameter b definiert den Abstand zwischen Streuzentrum und Asymptote der Bahn des einlaufenden Teilchens.
- b) Zeigen Sie unter Verwendung der Drehimpulserhaltung, dass Einfalls- und Ausfallswinkel gleich sind.
- c) Der differentielle Wirkungsquerschnitt für den betrachteten Prozess ist:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta} \cdot \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (1)$$

mit Stoßparameter b und Streuwinkel θ , definiert als der Winkel zwischen den Impulsen von einlaufendem und auslaufendem Teilchen.

Berechnen Sie zunächst b als Funktion des Streuwinkels θ und damit dann den differentiellen Wirkungsquerschnitt.

- d) Ermitteln Sie aus dem differentiellen den totalen Wirkungsquerschnitt. Welche anschauliche Bedeutung hat dieser Wert?
- e) Wie verändert sich das Ergebnis, wenn auch das einfallende Teilchen eine kugelförmige Ausdehnung mit Radius r besitzt?
- f) Am LHC werden Protonen zur Kollision gebracht. Nehmen Sie an, dass sich dieser Prozess als elastische Streuung zweier harter Kugeln beschreiben lässt. Berechnen Sie die Gesamtzahl an Streueignissen für die im Jahr 2023 erzielte integrierte Luminosität von $\mathcal{L} = 31.4 \text{ fb}^{-1}$. Nehmen Sie dazu an, dass das Proton über einen Radius von 0.84 fm verfügt.
- g) Der Wirkungsquerschnitt für die Produktion von Higgs-Bosonen am LHC beträgt etwa 60 fb . Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer der von Ihnen berechneten Proton-Proton-Kollisionen ein Higgs-Boson entsteht? Veranschaulichen Sie diese Wahrscheinlichkeit anhand eines beliebigen Beispiels.

Aufgabe 2: Rutherford-Streuung

(2+2+1=5 Punkte)

- a) Mit seinen Streuversuchen von α -Teilchen an einer Goldfolie revolutionierte Rutherford die damals geltende Vorstellung von der Beschaffenheit eines Atoms. Fassen Sie kurz die wesentlichen Beobachtungen bezüglich des Streuwinkels der α -Teilchen und die daraus resultierende Schlussfolgerung über die innere Struktur des Atoms zusammen. Gehen Sie dabei auch kurz auf die Diskrepanz der beobachteten Resultate zu den Erwartungen ein, die sich aus dem Thomson-Atommodell ("Rosinenkuchenmodell") ergeben.

- b) Ein Strahl von α -Teilchen der kinetischen Energie $E_\alpha = 27 \text{ MeV}$ und der Stromstärke 2 nA durchquert eine 2 mg/cm^2 dicke Goldfolie. In 20 cm Abstand davon, unter einem Winkel von 60° zur Strahlrichtung, befindet sich ein auf das Target gerichteter Zähler mit 4 cm^2 aktiver Fläche. Wie groß ist die Zählrate?
- c) Bei Variation der Einschussenergie beobachtet man mit dem Detektor unter dem angegebenen Streuwinkel θ von 60° für Einschussenergien $E_\alpha \geq 27 \text{ MeV}$ eine Abweichung von der Rutherford-Streufmel. Der klassisch aus Energie- und Drehimpulserhaltung berechnete minimale Abstand zwischen α -Teilchen und Kern $r_{\min}(\theta)$ ist:

$$r_{\min}(\theta) = \frac{zZe^2}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{E_\alpha} \cdot \left[1 + \frac{1}{\sin \theta/2} \right] \quad (2)$$

mit der Ladungszahl der α -Teilchen z , der Ladungszahl von Gold Z , der Elementarladung e und der Vakuumpermittivität ϵ_0 . Verwenden Sie diese Formel um den minimalen Abstand r_{\min} und daraus den Radiusparameter r_0 ($R = r_0 \cdot A^{1/3}$) und den Kernradius R unter Berücksichtigung des Ausdehnung von Target und Projektil zu berechnen.

Aufgabe 3: Formfaktor

(2+2+1+1+1=7 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass der Formfaktor für eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung $\rho(\vec{r}) = \rho(r = |\vec{r}|)$ durch

$$F(\vec{q}) = F(q) = 4\pi \int_0^\infty \rho(r) \frac{\sin(qr/\hbar)}{qr/\hbar} r^2 dr$$

gegeben ist. Dabei sei ρ auf 1 normiert: $\int \rho(\vec{r}) d^3r = 1$.

- b) Ein Kern kann in erster Näherung als homogen geladene Kugel mit Radius R betrachtet werden. Zeigen Sie, dass unter dieser Annahme für $F(q)$ gilt:

$$F(q) = \frac{3}{x^3} \cdot (\sin x - x \cos x) \quad \text{mit} \quad x = \frac{qR}{\hbar}$$

- c) Berechnen Sie $F(q = 0)$
- d) Ermitteln Sie (graphisch oder numerisch) die ersten drei positiven Nullstellen von $F(q)$.
- e) In Abbildung 1 ist der gemessene Wirkungsquerschnitt für die Streuung von Elektronen mit einer Energie von $E = 750 \text{ MeV}$ an ^{40}Ca und ^{48}Ca in Abhängigkeit vom Streuwinkel aufgetragen. Welchen Streuwinkeln entsprechen die im vorigen Aufgabenteil ermittelten Nullstellen? Bestimmen Sie daraus den Kernradius R der beiden Isotope.

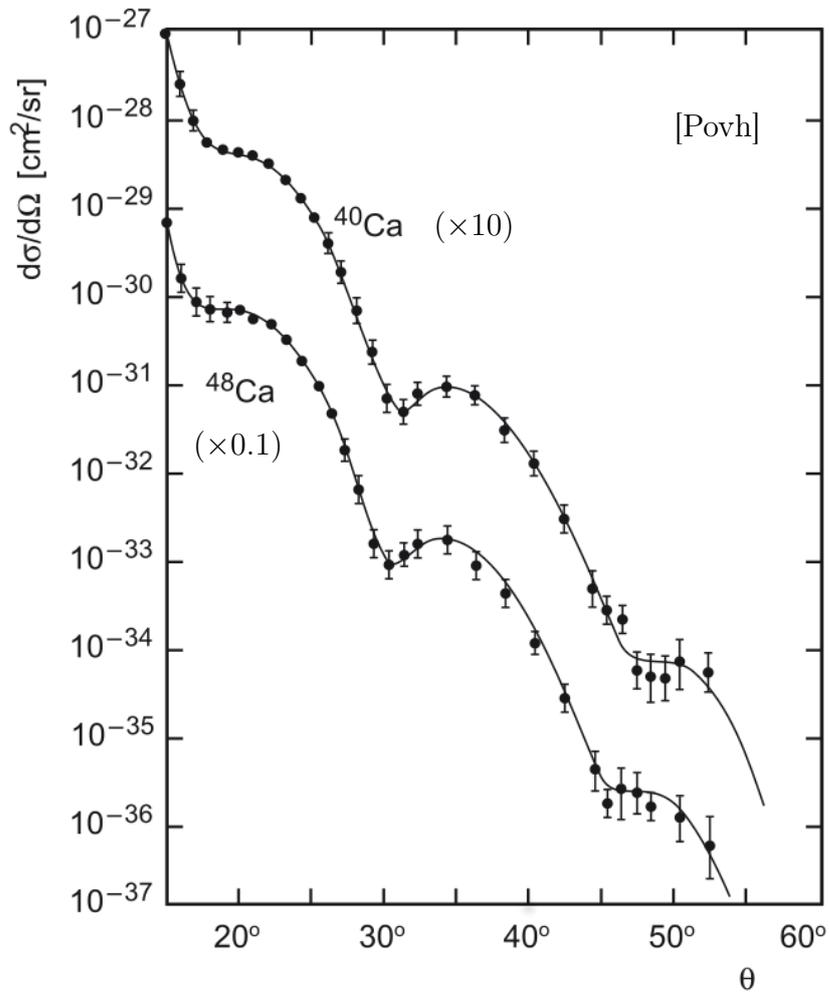


Abbildung 1: Differentieller Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit des Streuwinkels für die Streuung von Elektronen an zwei verschiedenen Kalzium-Isotopen.