

Übungen zu Moderne Experimentalphysik II, Teil 2 (Kern- und Teilchenphysik) Wintersemester 2023/24

Übungsblatt Nr. 5

Abgabe bis 30.01.2024, 13 Uhr

Tutorium: 01.02.2024

Saalübung: 31.01.2024

Link zur ILIAS-Hauptseite:

https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_2198626&client_id=produktiv

Vorbemerkung: In diesem Blatt wenden Sie Ihre Kenntnisse aus der Vorlesung zum Thema Symmetrien im Standardmodell an. Insbesondere geht es in der ersten Aufgabe um Erhaltungsgrößen. In der zweiten Aufgabe werden Sie anhand von Pion-Zerfällen die Paritätsverletzung rechnerisch nachvollziehen.

Aufgabe 1: Symmetrien und Erhaltungsgrößen

(3+2+3=8 Punkte)

Symmetrien und die daraus resultierenden Erhaltungsgrößen sind von zentraler Wichtigkeit in der Physik. Emmy Noether formulierte 1918 ein heute nach ihr benanntes Theorem, das den mathematischen Zusammenhang zwischen Symmetrie und Erhaltungsgröße beschreibt. Generell wird zwischen kontinuierlichen (unendliche Anzahl an Symmetrioperationen) und diskreten Symmetrien (endliche Anzahl an Symmetrioperationen) unterschieden, wobei nur die Erhaltung erstgenannter zu einer Erhaltungsgröße führt.

Auch im Standardmodell der Teilchenphysik (SM) spielen Symmetrien eine entscheidende Rolle. Das SM wird durch eine Quantenfeldtheorie beschrieben, was bedeutet, dass die Teilchen als quantisierte Felder und ihre Eigenschaften (z.B. Kinematik und Interaktion) als Lagrangedichten formuliert sind. Die Lagrangedichten und die Felder sind symmetrisch unter sogenannten *lokalen Eichgruppen*. Daraus lassen sich verschiedene Erhaltungsgrößen ableiten.

- a) Betrachten Sie die folgenden Erhaltungssätze und geben sie jeweils an, für welche Wechselwirkung (WW) sie gelten. Betrachten Sie den elektromagnetischen Teil (oder Photonaustausch) der elektroschwachen WW, den schwachen Teil (oder W/Z-Austausch) der elektroschwachen WW und die starke WW (Gluonenaustausch).

- i) Leptonenzahlerhaltung
 - ii) Leptonenfamilienzahlerhaltung
 - iii) Erhaltung des starken Isospins T_3
 - iv) Erhaltung der Strangeness S
 - v) Paritätserhaltung
 - vi) CP-Erhaltung
- b) Ob Prozesse im Standardmodell erlaubt sind oder nicht, hängt eng mit den zugrundeliegenden Erhaltungsgrößen zusammen. Prüfen Sie, welche der folgenden Prozesse im Standardmodell der Teilchenphysik erlaubt sind, sofern die Energie im Anfangszustand ausreicht.
- i) $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$
 - ii) $p + p \rightarrow K^+ + \Sigma^+$
 - iii) $p + n \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+$
 - iv) $e^+ + e^- \rightarrow u + \bar{t}$

c) Prüfen Sie nun folgende Zerfälle:

- i) $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$
- ii) $\tau^- \rightarrow e^- + \nu_\tau + \bar{\nu}_e$
- iii) $\Sigma^+ \rightarrow K^+ + \Lambda^0$
- iv) $\Xi^- \rightarrow n + \pi^-$
- v) $p \rightarrow e^+ \pi^0$
- vi) $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$

Verwenden Sie die Webseite <http://pdg.lbl.gov> der Particle Data Group, um die relevanten Eigenschaften der Teilchen nachzuschlagen.

Falls ein Prozess nicht erlaubt ist, begründen Sie kurz, warum dies der Fall ist.

Hinweis: Die Flavourquantenzahlen der Quarks können durch geladene Ströme der elektroschwachen Wechselwirkung geändert werden, dabei ändern sich der starke Isospin T_3 um $|\Delta T_3| = 1/2$ und die Strangeness S um $|\Delta S| = 1$. Diese Prozesse treten allerdings mit deutlich geringerer Rate auf als die der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung (deswegen der Name „schwache Wechselwirkung“).

Aufgabe 2: Pion-Zerfall

(1+2+1+1+2+3+2=12 Punkte)

Die *maximal paritätsverletzende* Natur der schwachen Wechselwirkung hat weitreichende Folgen. Sie wurde 1956 durch die Physikerin Chien-Shiung Wu durch die Beobachtung des $^{60}_{27}\text{Co}$ -Zerfalls nachgewiesen. Das sogenannte Wu-Experiment kann somit als Schlüsselexperiment der schwachen Wechselwirkung betrachtet werden.

- a) Was bedeutet in diesem Kontext *maximal verletzend*? Wie verhält es sich mit der C-Symmetrie und der CP-Symmetrie? Sind diese auch *maximal verletzt* im Standardmodell der Teilchenphysik (SM)? Gelten die Verletzungen auch für die anderen Wechselwirkungen des SM?
- b) Beschreiben Sie kurz in eigenen Worten das Wu-Experiment. Fertigen Sie dazu auch eine Skizze an.

Ein weiteres anschauliches Beispiel für die Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung ist der Zerfall geladener Pionen π^\pm ($m_{\pi^\pm} = 139,57$ MeV) in ein geladenes Lepton ℓ^\pm , hier e^\pm ($m_{e^\pm} = 0,511$ MeV) oder μ^\pm ($m_{\mu^\pm} = 105,66$ MeV), und das entsprechende Neutrino ν . Da die elektrische Ladung für die folgenden Betrachtungen keine Rolle spielt, beschränken wir uns auf das positiv geladene π^+ und vernachlässigen entsprechende Indizes. Des Weiteren verwenden wir natürliche Einheiten ($\hbar = c = 1$).

- c) Skizzieren Sie den Zerfall $\pi^+ \rightarrow \ell^+ \nu$ im Ruhesystem des Pions indem Sie sowohl Impuls-, als auch Spinrichtung der Zerfallsprodukte angeben. Wie äußert sich hier die Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung? Zerfällt das Pion häufiger in Positronen oder Myonen? Begründen Sie Ihre Antwort.
- d) Zeigen Sie, dass (unter Vernachlässigung der Neutrinomasse) für den Impuls und die Energie des geladenen Leptons die folgende Beziehung gilt:

$$p_\ell = \frac{m_\pi^2 - m_\ell^2}{2m_\pi},$$
$$E_\ell = \frac{m_\pi^2 + m_\ell^2}{2m_\pi}.$$

- e) Sofern der Pion-Zerfall durch die Helizität unterdrückt ist, folgt daraus für das Matrixelement

$$|\mathcal{M}_{fi}|^2 \propto (1 - \beta_f),$$

für einen beliebigen Anfangszustand i und Endzustand f , wobei β_f die relativistische Geschwindigkeit des geladenen Leptons im Endzustand angibt (Ruhesystem des Pions). Zeigen Sie, dass in diesem Fall folgendes gilt:

$$\frac{|\mathcal{M}_{\pi \rightarrow e \nu}|^2}{|\mathcal{M}_{\pi \rightarrow \mu \nu}|^2} = \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \cdot \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_e^2}.$$

f) Die Zerfallsbreite des Pions ist durch Fermis Goldene Regel gegeben

$$\Gamma_{\text{fi}} \propto |\mathcal{M}_{\text{fi}}|^2 \cdot \rho_{\text{f}},$$

wobei für den Phasenraumfaktor des Endzustands ρ_{f} folgendes gilt:

$$\rho_{\text{f}} = \frac{d}{dE_{\text{f}}} \int \frac{d^3 \vec{p}_{\text{f}} d^3 \vec{x}_{\text{f}}}{(2\pi)^3}.$$

Zeigen Sie, dass für das Verhältnis der Phasenraumfaktoren folgende Relation gilt:

$$\frac{\rho_{\text{e}}}{\rho_{\mu}} = \left(\frac{m_{\pi}^2 - m_{\text{e}}^2}{m_{\pi}^2 - m_{\mu}^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{m_{\pi}^2 + m_{\text{e}}^2}{m_{\pi}^2 + m_{\mu}^2} \right).$$

g) Berechnen Sie nun das Verhältnis der partiellen Zerfallsbreiten mit den aus der Aufgabenstellung gegebenen Massen der Teilchen:

$$\frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \text{e}^+ \nu)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu)}.$$

Interpretieren Sie das Ergebnis und vergleichen Sie es mit dem experimentell gefundenen Wert.