

Übungen zu Moderne Experimentalphysik II, Teil 2 (Kern- und Teilchenphysik) Wintersemester 2023/24

Übungsblatt Nr. 7: Musterlösungen

Vervielfältigung und Veröffentlichung nicht gestattet!

Aufgabe 1: Universalität der geladenen schwachen Ströme (2+4+2=8 Punkte)

- a) Im folgenden wird der Zerfall von μ^- - und τ^- -Leptonen betrachtet; die Argumentation ist analog für μ^+/τ^+ .

Das μ^- - und das τ^- -Lepton zerfallen in ein Neutrino des entsprechenden Flavours sowie ein W^- -Boson. Das W^- kann nun grundsätzlich wie folgt zerfallen (**1 Punkt**):

$$\begin{aligned} W^- &\rightarrow l \bar{\nu}_l & l \in e^-, \mu^-, \tau^- \\ W^- &\rightarrow \bar{q}_1 q_2 & \bar{q}_1 \in \bar{u}, \bar{c}, \bar{t} \text{ und } q_2 \in d, s, b. \end{aligned}$$

Aufgrund der Energieerhaltung sind aber nur folgende Endzustände möglich, bei Massen von $m_\mu = 106 \text{ MeV}$ und $m_\tau = 1,777 \text{ GeV}$ (**1 Punkt**):

$$\begin{aligned} \mu^- &: l = e \\ \tau^- &: l = e, \mu \text{ und } (\bar{q}_1, q_2) = (\bar{u}, d), (\bar{u}, s). \end{aligned}$$

Dabei muss berücksichtigt werden, dass Quarks nicht frei existieren sondern hadronisieren und bei obiger Betrachtung somit nicht die Masse der freien Quarks sondern die entsprechende größere Masse des Mesons entscheidend ist. Bereits die Masse von $m_{\pi^\pm} = 140 \text{ MeV}$ des leichtesten Mesons, des Pions, ist größer als die des Myons. Mesonen mit c - und b -Quarks haben Massen größer als das τ -Lepton.

Die Quarks aus dem W^- -Zerfall und dem τ -Zerfall können dabei unterschiedlich hadronisieren und z.B. Endzustände mit π^- , $\pi^-\pi^0$ oder $\pi^-\pi^+\pi^-$ bilden. Für die folgende Diskussion genügt aber die Betrachtung der Quarks aus dem W^- -Zerfall. Die Tatsache, dass die Quarks schlussendlich Hadronen bilden, ist nur für das kinematische Argument oben zu berücksichtigen.

- b) Beim W^- Zerfall in Quarks muss man berücksichtigen, dass auch Übergänge zwischen verschiedenen Quark-Generationen möglich sind, so z.B. auch $W^- \rightarrow \bar{u}s$ (analog $W^+ \rightarrow u\bar{s}$). Dieser Zerfall ist allerdings wiederum unterdrückt durch das Nebendiagonalelement in der CKM-Matrix. Im folgenden sei der Zerfall $W^- \rightarrow \bar{u}s$ daher vernachlässigt. Die totale Zerfallsbreite des τ ist dann $\Gamma_\tau^{\text{tot}} = \Gamma_{\tau \rightarrow e\bar{\nu}} + \Gamma_{\tau \rightarrow \mu\bar{\nu}} + \Gamma_{\tau \rightarrow \bar{u}d}$ (**1 Punkt**).

Vernachlässigt man die Massen der Teilchen im Endzustand, gilt aufgrund der Universalität der schwachen Wechselwirkung

$$\Gamma_{\tau \rightarrow e\bar{\nu}} = \Gamma_{\tau \rightarrow \mu\bar{\nu}} = \frac{1}{3}\Gamma_{\tau \rightarrow \bar{u}d},$$

wobei der Faktor $\frac{1}{3}$ die Farbfreiheitsgrade berücksichtigt, also

$$\Gamma_\tau^{\text{tot}} = 5\Gamma_{\tau \rightarrow e\bar{\nu}}.$$

(**1 Punkt**)

Aufgrund der Universalität der schwachen Wechselwirkung kann man annehmen, dass die Kopplungsterme im $\tau \rightarrow e\bar{\nu}$ und $\mu \rightarrow e\bar{\nu}$ Zerfall gleich sind und deshalb die Zerfallsbreite des τ analog zu $\Gamma_{\mu \rightarrow e\bar{\nu}}$ gegeben ist durch

$$\Gamma_{\tau \rightarrow e\bar{\nu}} = \frac{G_F^2}{192\pi^3} m_\tau^5,$$

sich also nur durch den Phasenraum-/Massenterm unterscheidet (**1 Punkt**).

Die Lebensdauer ist durch die inverse totale Zerfallsbreite gegeben. Für das Verhältnis der τ - und μ -Lebensdauern folgt also

$$\frac{\tau_\tau}{\tau_\mu} = \frac{\Gamma_\mu^{\text{tot}}}{\Gamma_\tau^{\text{tot}}} = \frac{\Gamma_{\mu \rightarrow e\bar{\nu}}}{5\Gamma_{\tau \rightarrow e\bar{\nu}}} = \frac{1}{5} \left(\frac{m_\mu}{m_\tau} \right)^5 = \frac{1}{5} \left(\frac{0.106 \text{ GeV}}{1.777 \text{ GeV}} \right)^5 = 1.5 \cdot 10^{-7}.$$

Dies ist in guter Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert von

$$\frac{2.9 \cdot 10^{-13} \text{ s}}{2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s}} = 1.3 \cdot 10^{-7}.$$

(**1 Punkt**)

- c) Das leichteste Meson mit einem Charm-Quark ist das D^+ . Das Charm-Quark zerfällt durch $c \rightarrow sW^+$. Der Zerfall $c \rightarrow dW^+$ ist CKM-unterdrückt und wird vernachlässigt. Unter Berücksichtigung der Energieerhaltung ergeben sich die folgenden Zerfallsprodukte des W^+ :

$$\bar{l}' = e^+, \mu^+, (q_1, \bar{q}_2) = (u, \bar{d}),$$

wobei wieder der (energetisch mögliche) CKM-unterdrückte Zerfall $W^+ \rightarrow u\bar{s}$ vernachlässigt wird. Analog zum τ -Zerfall stehen also fünf Zerfallskanäle (Farbe!) mit gleicher Breite offen, sodass mit $m_c = 1.3 \text{ GeV}$

$$\tau_c = \frac{\Gamma_\mu^{\text{tot}}}{\Gamma_c^{\text{tot}}} \tau_\mu = \frac{1}{5} \left(\frac{m_\mu}{m_c} \right)^5 \tau_\mu = \frac{1}{5} \left(\frac{0.106 \text{ GeV}}{1.3 \text{ GeV}} \right)^5 \cdot 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 1.6 \cdot 10^{-12},$$

was recht gut mit der Lebensdauer des D^+ -Mesons übereinstimmt. (1 Punkt)

Für das Bottom-Quark liefert die analoge Rechnung mit $m_b = 4.2 \text{ GeV}$ eine Lebensdauer von $\tau_b = 4.5 \cdot 10^{-15} \text{ s} \ll \tau_{B^\pm}$. Im Falle des Bottom-Quarks ist aber die oben gemachte Annahme, dass keine Quarkmischung auftritt, nicht zulässig. Da $m_b < m_t$ ist, sind nur die Zerfälle $b \rightarrow uW^-$ und $b \rightarrow cW^-$ möglich. Da diese aber stark CKM-unterdrückt sind, ist die Lebensdauer des Bottom-Quarks bzw. der B-Mesonen deutlich höher als naiv aufgrund der schwachen Wechselwirkung und der Massen erwartet. (1 Punkt)

Aufgabe 2: Quarkmischung und B-Physik

(1+1+1+1=4 Punkte)

a)

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 0.98 & 0.22 & 0.0034 \\ 0.22 & 0.98 & 0.039 \\ 0.008 & 0.039 & 1 \end{pmatrix}.$$

Die Diagonalelemente der CKM-Matrix sind von der Ordnung 1 und werden immer kleiner je weiter sie von der Diagonale entfernt liegen. Dieser Umstand wird in der Wolfenstein-Parametrisierung noch einmal verdeutlicht, indem die Elemente V_{CKM} in Ordnungen eines Parameters λ angegeben werden. (1 Punkt)

b) Der Beitrag des Diagramms zur Zerfallsamplitude ist proportional zu: $|V_{cb}^* V_{us}|$. (1 Punkt)

c) Das entsprechende Diagramm für den Zerfall $B^+ \rightarrow D^0 K^+$ ist in Abb. 1 gezeigt:

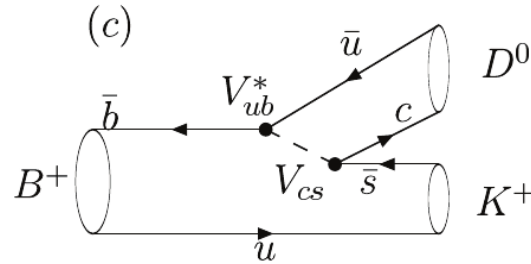


Abbildung 1:

und der Beitrag des Diagramms zur Zerfallsamplitude ist proportional zu $|V_{ub}^* V_{cs}|$.

Unter der Annahme, dass nur das linke Diagramm aus der Aufgabenstellung und das Diagramm in Abb. 1 jeweils zu den Zerfällen $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+$ und $B^+ \rightarrow D^0 K^+$ beitragen, kann das Verhältnis ausgerechnet werden:

$$\frac{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow D^0 K^+)}{\mathcal{B}(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)} \propto \frac{|A(B^+ \rightarrow D^0 K^+)|^2}{|A(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)|^2} \propto \frac{|V_{ub}^* V_{cs}|^2}{|V_{cb}^* V_{us}|^2} \approx 0.4^2 = 0.16$$

(In der Realität tragen noch weitere Diagramme bei, so dass der Literaturwert bei ca. 0.01 liegt.) **(1 Punkt)**

- d) Beim rechten Diagramm aus der Aufgabenstellung muss das Antistrange-Quark die genau entgegengesetzte Farbladung zum Up-Quark tragen, sonst können beide am Ende nicht ein farbneutrales K^+ -Meson formen, bzw. ebenso beim $\bar{D}^0$, sodass am Ende alle (Anti-)Quarks die selbe (Anti-)Farbe tragen. Im Gegensatz spielt die Farbladung beim linken Diagramm keine Rolle, alle drei Farbkombinationen sind möglich für das K^+ . Entsprechend ist dieses Diagramm in etwa um einen Faktor 3 wahrscheinlicher als das andere. Man spricht deshalb beim rechten Diagramm auch von Farbunterdrückung. **(1 Punkt)**

Aufgabe 3: Entdeckung des Higgs-Bosons

(1+1+1+1+4+1+1=10)

Lesen Sie das Paper zur Higgs-Entdeckung mit dem CMS-Experiment aus dem Jahr 2012 [1]. Es wird nicht erwartet, dass Sie alle Details verstehen. Bearbeiten Sie dabei mithilfe der Informationen im Paper die folgenden Aufgaben:

- a) Schätzen Sie mithilfe der in der Einleitung gegebenen Zahlen eine untere Grenze für die erwartete Anzahl der Higgs-Bosonen in den für dieses Paper analysierten Daten ab.

Es wurden in zwei Datennahmeperioden bei 7 bzw. 8 TeV jeweils ca. 5 fb^{-1} an Daten aufgenommen. Weiterhin ist der Wirkungsquerschnitt gegeben mit $10 - 23 \text{ pb}$ bzw. $14 - 29 \text{ pb}$ bei 7 bzw. 8 TeV Schwerpunktsenergie. Mit den jeweils unteren Werten ergibt sich als untere Grenze für die Anzahl N_H an Higgs-Bosonen:

$$N_H = 5 \text{ fb}^{-1} \cdot (10 \text{ pb} + 14 \text{ pb}) = 120000. \quad (1)$$

(1 Punkt)

- b) Ein Ereignis des CMS-Experiments benötigt ca. 1 MB Speicherplatz. Welche Datenmenge verlässt pro Sekunde den L1-Trigger in Richtung High-Level-Trigger? Wie groß ist der benötigte Speicherplatz für eine Stunde Datennahme?

Die L1-Triggerrate beträgt 100 kHz. Es werden also 100 000 Ereignisse pro Sekunde getriggert. Mit den in der Aufgabe gegebenen Speicherplatz pro Ereignis findet sich für die gefragte Datenrate:

$$R = 100 \text{ kHz} \cdot 1 \text{ MB} = 100 \text{ GB/s}. \quad (2)$$

(0.5 Punkte)

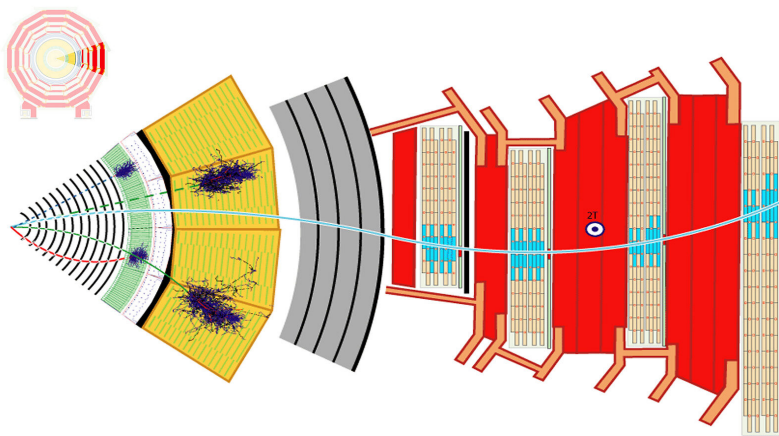


Abbildung 2: Querschnitt durch das CMS Experiment. In hellblau ist die Spur des Myons zu sehen. Diese wird von anderen Teilchenspuren aus dem Tracker (ganz links) unterschieden, indem die Information aus dem Tracker mit den Informationen aus den Myonkammern (ganz rechts) verknüpft werden.

Diese Daten werden allerdings noch nicht gespeichert sondern durchlaufen zunächst noch den High-Level-Trigger (HLT). Dieser hat eine Rate von $\mathcal{O}(1 \text{ kHz})$. Nach einer Stunde ergibt sich damit ein benötigter Speicherplatz von

$$S = 1 \text{ kHz} \cdot 1 \text{ MB} \cdot 3600 \text{ s} = 3.6 \text{ TB.} \quad (3)$$

(0,5 Punkte)

- c) Wie werden Myonen im CMS-Experiment rekonstruiert? Skizzieren Sie zur Unterstützung ein Myon im Querschnitt des CMS-Detektors

Der Particle-Flow (PF) Algorithmus wird zur Identifizierung der verschiedenen Teilchen genutzt. Dieser rekonstruiert die Teilchen durch eine optimierte Rekonstruktion der Informationen aus den verschiedenen Detektorkomponenten. Für Myonen werden dabei insbesondere Informationen aus dem Siliziumtracker sowie aus den Myon-Kammern genutzt. Letztere sind besonders wichtig, da Myonen bei den typischen Energien von einigen GeV minimally ionizing particles (MIPs) sind. Folglich durchdringen sie den gesamten Detektor und sind in den außen gelegenen Myonkammern zu messen. In einem Algorithmus werden die Spuren aus dem innen gelegenen Tracker mit Einträgen in den Myonkammern gematched. Im anderen Algorithmus werden die Informationen aus beiden Subdetektoren in einem kombinierten Fit verwendet. Die Skizze in Abbildung 2 visualisiert die Zusammenhänge.

(0,5 Punkte) jeweils für Erklärung und Skizze

- d) Wie hoch ist die erwartete Sensitivität? Was bedeutet dieser Wert?

Die erwartete Sensitivität unter Berücksichtigung der 5 Zerfallsmoden beträgt 5.6σ . **(0,5 Punkte)**

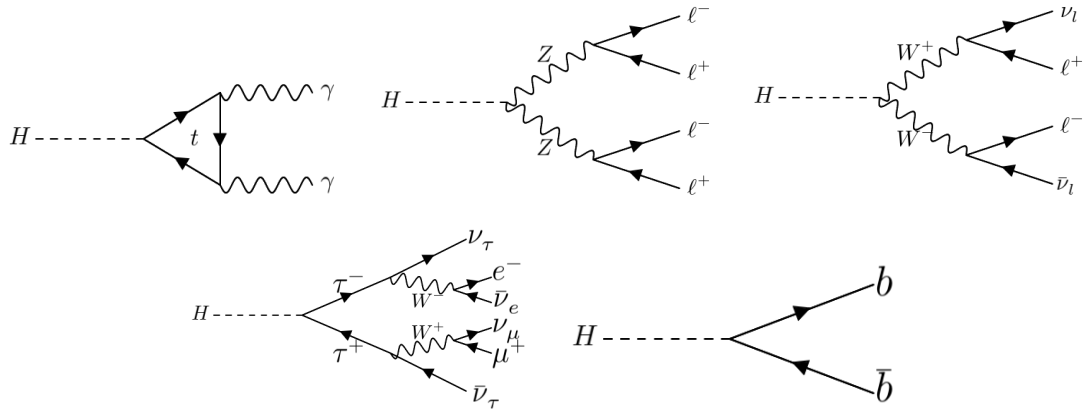


Abbildung 3: Verschiedene Zerfallsmoden des Higgs-Bosons.

Bedeutung: Angenommen es gebe kein Higgs-Boson. Wie wahrscheinlich ist es, dass ein Datensatz aufgenommen wird, bei dem es durch eine zufällige Fluktuation des Untergrunds so aussieht, als gäbe es ein Higgs-Teilchen. Die Wahrscheinlichkeit ergibt sich aus der Fläche unter der Kurve, welche mindestens 5.6σ vom Mittelwert einer Gaußverteilung entfernt ist und entspricht somit etwa $1 : 93\,304\,556$. Ab 5σ spricht man in der Teilchenphysik von einer Entdeckung. **(0,5 Punkte)**

- e) Zeichnen Sie zu jedem der untersuchten Zerfallsprozesse ein Feynman-Diagramm. Wie lassen sich die verschiedenen Prozesse experimentell voneinander unterscheiden?

Die Feynman-Diagramme finden sich in Abbildung 3. Die Unterscheidung findet über die unterschiedlichen Endzustände statt. Für den Zerfall in zwei Photonen werden z.B. zwei Photonen gefordert, was diesen Zerfall von allen übrigen unterscheidet. Die Unterscheidung ist für den $4l$ Endzustand entsprechend durch die Anwesenheit von 4 Leptonen mit entsprechender Ladung gegeben. Auch für den Zerfall in zwei b-Quarks ist die Unterscheidung einfach, denn hier können zwei b-Jets gefordert werden. Ebenso können hadronische τ -Zerfälle durch die Anwesenheit von Pionen identifiziert werden.

Die leptonischen Zerfälle des τ -Paars sind allerdings nicht so einfach von den leptonischen Zerfällen des W-Paars unterscheidbar, da der einzige Unterschied voneinander die beiden τ -Neutrinos sind, welche im Experiment nicht gemessen werden können. Durch die Impulserhaltung in transversaler Richtung zur Strahlachse muss der Gesamtimpuls aller entstandenen Teilchen nach dem Stoß allerdings null ergeben. Falls Neutrinos anwesend sind, ergibt die gemessene Summe der Impulse nicht null. Die fehlende Energie gibt Aufschluss über die Neutrinos. Sie ist aufgrund der Anwesenheit von 4 Neutrinos im Endzustand des Zerfalls in zwei τ -Leptonen im Vergleich zu den 2 Neutrinos bei $H \rightarrow WW$ tendenziell größer. **(1,5 Punkte)** für sinnvolle Erklärungen

(0,5 Punkte) pro Diagramm

- f) Erklären Sie den Begriff der Massenauflösung. Wieso ist diese für zwei Prozesse besonders hoch?

Massenresonanzen haben eine intrinsische Zerfallsbreite, die in natürlichen Einheiten der inversen mittleren Zerfallszeit entspricht. Im Falle eines perfekten Detektors könnte die Zerfallsbreite einfach aus dem Massenspektrum abgelesen werden. Die Auflösung des Detektors ist allerdings in der Realität begrenzt. Derselbe wahre Wert kann also in unterschiedlichen Messungen scheinbar zufällig voneinander abweichen. Durch diesen Effekt wird die Resonanz verschmiert und erscheint in der Messung breiter als sie tatsächlich ist. Je schlechter die Auflösung, desto breiter die Resonanz und desto weniger hebt sie sich vom Untergrund ab. Es ist folglich eine optimale Massenauflösung anzustreben. **(0,5 Punkte)**

Bei den Zerfällen in Photonen oder Z-Bosonen mit vier Leptonen ist die Auflösung so gut, da alle im Endzustand vorliegenden Teilchen sehr gut rekonstruiert werden können. Im Vergleich dazu können bspw. Neutrinos gar nicht rekonstruiert werden, was die Massenauflösung negativ beeinflusst. Quarks werden nur als Jets gemessen, somit liegen diese nicht als einzelne Messungen im Detektor vor sondern bestehen aus vielen einzelnen Messungen, was die Auflösung ebenfalls negativ beeinträchtigt. **(0,5 Punkte)**

- g) Wieso kann das Higgs-Boson nicht (wie alle anderen Standardmodell-Bosonen auch) Spin eins haben?

Dies kann aus der Messung des Zerfalls in zwei Photonen geschlussfolgert werden. Da deren Spin bereits eins beträgt, kann unter Annahme der Drehimpulserhaltung der Spin des Higgs-Bosons nicht ebenfalls eins betragen. Dies liegt daran, dass Photonen als masselose Teilchen keinen transversalen Spinzustand haben können, also dass deren Spin nicht senkrecht zu deren Bewegungsrichtung sein kann. **(1 Punkt)**

Literatur

- [1] S. Chatrchyan, V. Khachatryan, A. Sirunyan et al., “Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC”, *Physics Letters B* **716** (September, 2012) 30–61.
doi:10.1016/j.physletb.2012.08.021.