

Übungen zu Moderne Experimentalphysik II, Teil 2 (Kern- und Teilchenphysik) Wintersemester 2023/24

Präsenzübungen Nr. 2

Bearbeitung am 11.01.2024

Link zur ILIAS-Hauptseite:

https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_2198626&client_id=produktiv

Quiz:

- a) Wie lässt sich die integrierte Luminosität eines Experiments erhöhen?

Die integrierte Luminosität \mathcal{L} ergibt sich durch Integration der instantanen Luminosität:

$$\mathcal{L} = \int_T L dt = f n \frac{N_1 N_2}{4\pi\sigma_x\sigma_y} T, \quad (1)$$

mit Umlauffrequenz f des Strahls, Zahl der Teilchenpakete n , Anzahl Teilchen $N_{1/2}$ in jedem Strahl pro Teilchenpaket, effektiver Ausdehnung in x/y -Richtung $\sigma_{x/y}$ des Strahls bei der Kollision und Laufzeit T des Experiments. Entsprechend der Formel kann die Luminosität optimiert werden, indem

- die Teilchengeschwindigkeit erhöht wird \rightarrow erhöhte Frequenz,
 - die Zahl der Teilchenpakete erhöht wird,
 - die Zahl der Teilchen pro Paket erhöht wird,
 - der Strahl besser fokussiert wird,
 - die Laufzeit der Experiments verlängert wird.
- b) Was sind Unterschiede zwischen typischen Detektorsystemen für ein Collider-Experiment gegenüber Detektorsystemen für ein Fixed-Target-Experiment?

Collider: Teilchen werden aufeinander geschossen, Kollisionsprodukte entfernen sich prinzipiell in alle Raumrichtungen $\Rightarrow 4\pi$ Raumabdeckung

Fixed-Target: Teilchenstrahl trifft ruhendes Target, Kollisionsprodukte primär in Vorwärtsrichtung, keine vollständige Raumabdeckung notwendig \Rightarrow Vorwärtsspektrometer ausreichend.

- c) Beschreiben Sie kurz Zweck, Aufbau und Wirkungsweise von Dipolmagneten, Quadrupolmagneten und Kavitäten bei einem Synchrotron.

Dipolmagnete: Ablenkung der Teilchen auf eine Kreisbahn; Aufbau: Teilchenstrahl verläuft senkrecht zu möglichst homogenem Magnetfeld, z.B. zwischen zwei Spulen; Ablenkung wird durch Lorentzkraft aufgebracht: $m \frac{v^2}{r} = qvB \Rightarrow p = rqB$.

Quadrupolmagnete: Fokussierung des Teilchenstrahls; Aufbau: Vier Spulen in abwechselnder Richtung um Strahl angeordnet; Fokussierung entweder in x - oder in y -Richtung, daher mehrere Quadrupolmagnete gegeneinander gedreht zur Fokussierung in beide Richtungen.

Kavitäten: Beschleunigung des Teilchenstrahls; Aufbau: Hohlraumresonator; hochfrequentes Feld beschleunigt Teilchen, die wie auf einer Welle mitreiten.

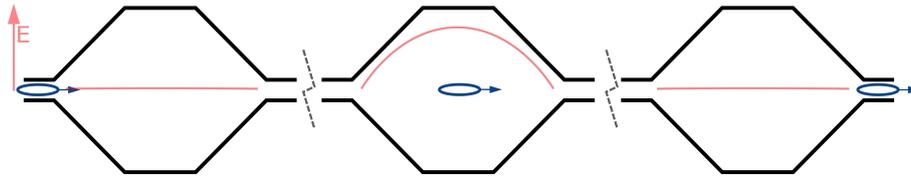


Abbildung 1: Darstellung eines Beschleunigungsvorgangs innerhalb einer Kavität durch stehende elektromagnetische Wellen. Links ist die Situation vor Eintritt zu sehen. Es liegt keine Potentialdifferenz an, das E-Feld ist null und der Bunch wird nicht beschleunigt. Ab Eintritt des Bunches nimmt die Potentialdifferenz zwischen der linken (wachsendes Potential) und der rechten Seite (sinkendes Potential) zu - das E-Feld wächst an. Wenn der Bunch die Mitte passiert hat, sinkt die Potentialdifferenz wieder ab, sodass auch die E-Feldstärke abnimmt, bis der Bunch den Resonator verlassen hat. In der vierten Phase (nicht abgebildet) befindet sich kein Bunch im Resonator. Hier liegt links ein niedrigeres Potential an als rechts und das E-Feld ist negativ, würde Protonen also abbremsen.

Präsenzaufgabe 1: Kollisionen am LHC

Am CERN durchlaufen Protonen zunächst einige Vorbeschleunigungsschritte, bevor sie in Teilchenpaketen (sog. Bunches) mit einer Energie von 450 GeV je Proton in den LHC geleitet werden. Nach Abschluss dieser *Beam Injection* beginnt die Phase des *Ramp Up*. Hier werden die vorbeschleunigten Protonen auf die Endenergie von 6.8 TeV beschleunigt. Dazu werden Hohlraumresonatoren verwendet, in denen stehende Wellen erzeugt werden. Die Resonanzfrequenz beträgt 400 MHz, die maximale Spannung 2 MV.

- a) Berechnen Sie die Länge eines LHC-Hohlraumresonators.
Hinweis: Der Resonator operiert in der ersten Mode. Weitere Moden und Oberschwingungen können vernachlässigt werden.

Die Protonen bewegen sich mit quasi Lichtgeschwindigkeit, darum wird mit einer Wellengeschwindigkeit von c gerechnet. Mit einer Frequenz von $f = 400$ MHz ergibt sich eine Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{c}{f} = 74.9 \text{ cm.} \quad (2)$$

Die erste stehende Welle wird bei $\lambda/2$ erzeugt, somit ergibt sich als Länge des Hohlraumresonators: 37.5 cm.

- b) Zeichnen Sie den Hohlraumresonator mit Position der stehenden Welle und eines Bunches jeweils für einen einlaufenden, im Resonator befindlichen und auslaufenden Bunch.

Die drei Situationen sind in Abbildung 1 dargestellt.

- c) Die Protonen werden innerhalb eines Durchgangs von 8 solcher Hohlraumresonatoren beschleunigt. Wie lange dauert der gesamte Beschleunigungsvorgang von 450 GeV auf 6.8 TeV? Wie erklären Sie sich den Unterschied zur tatsächlichen Beschleunigungsdauer von ca. 20 min?

Die Impulszunahme pro Durchlauf durch den LHC beträgt $\Delta p_1 = 16 \text{ MeV}$. Pro Sekunde beträgt die Impulszunahme $\Delta p_{1s} = \Delta p_1 \cdot \frac{c}{l} = 180 \text{ GeV}$. Insgesamt ergibt sich eine Beschleunigungsdauer von $t = 35 \text{ s}$. In der Realität profitieren die Protonen nicht von der gesamten Beschleunigungsspannung. Außerdem müssen die Bunches kompakt gehalten werden, was eine präzise Hochsteuerung (Ramp Up) der Magnete voraussetzt.

- d) Wie groß muss das Magnetfeld eines typischen Dipolmagneten zu Beginn und am Ende des *Ramp Ups* sein? Nehmen Sie an, dass der LHC perfekt kreisförmig ist. (Das tatsächliche Magnetfeld ist etwa 50 % größer als von Ihnen berechnet, da sich im LHC gerade mit kreisförmigen Abschnitten abwechseln, deren Krümmung folglich größer sein muss als im perfekten Kreis.)

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \Rightarrow B = \frac{p}{qr} \quad (3)$$

Dies kann unter Wahl von $[p] = \text{GeV}/c$ und Verwendung von $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ zu

$$B = \frac{p[\text{GeV}/c] \cdot 10^9 \text{ eV}}{q[\text{e}] \cdot e \cdot r \cdot c} = \frac{p[\text{GeV}/c] \cdot \text{Vs}}{0.3 \cdot q[\text{e}] \cdot r[\text{m}] \cdot \text{m}^2} \quad (4)$$

umgeschrieben werden. Mit $\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \equiv \text{T}$ folgt

$$B[\text{T}] = \frac{p[\text{GeV}/c]}{0.3 \cdot q[\text{e}] \cdot r[\text{m}]} = \frac{p[\text{TeV}/c]}{0.3 \cdot q[\text{e}] \cdot r[\text{km}]} \quad (5)$$

Dies ist eine sehr nützliche und deshalb häufig verwendete Relation. Da in beiden Fällen $E \gg mc^2$ gilt, ist $E \approx pc$.

$$B[\text{T}] = \frac{E[\text{GeV}]}{0.3 \cdot q[\text{e}] \cdot r[\text{m}]} = \frac{E[\text{TeV}]}{0.3 \cdot q[\text{e}] \cdot r[\text{km}]} \quad (6)$$

Für den Beginn des *Ramp Ups* ergibt sich $B \approx 353 \text{ mT}$, bei voller Energie sind $B \approx 5.33 \text{ T}$ notwendig.

Im Anschluss an den *Ramp Up* werden die beiden Strahlen noch feinjustiert, bevor es während der Phase *Stable Beams* zu Kollisionen kommt. Im Jahr 2023 befanden sich zu Beginn dieser Phase in jeder Röhre 2496 Bunches mit jeweils 180 Mrd. Protonen pro Bunch. An vier Interaktionspunkten kreuzen sich die beiden Strahlen und die Bunches durchlaufen sich gegenseitig (Bunch Crossing). Bei einem Bunch Crossing kommt es typischerweise zu mehreren Teilchenkollisionen. Die Anzahl Teilchenkollisionen pro Bunch Crossing wird Pileup genannt. Die maximale instantane Luminosität betrug im Jahr 2023 etwa $L = 22\,220.4 \text{ Hz}/\mu\text{b}$.

- e) Zu wie vielen inelastischen Kollisionen kommt es pro Sekunde zu Beginn eines Fills? Nehmen Sie den inelastischen Proton-Proton-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{inel}} = 60 \text{ mb}$ an. Die erwartete Kollisionsrate beträgt

$$R_c = \sigma L = 60 \text{ mb} \cdot 2,222 \cdot 10^7 \text{ mb}^{-1}\text{s}^{-1} = 1,33 \text{ GHz} \quad (7)$$

- f) Wie viele Bunch Crossings finden an jedem Interaktionspunkt pro Sekunde statt? Wieviel Pileup erwarten Sie?

Jeder Bunch durchläuft den 26,7 km langen LHC mit quasi Lichtgeschwindigkeit. Dadurch ergibt sich die Anzahl der Durchläufe eines Bunches pro Sekunde, welche dann noch mit der Anzahl Bunches multipliziert werden muss:

$$\frac{R_{\text{bx}}}{N_{\text{b}}} = \frac{c}{l} = 11,2 \text{ kHz}, \quad (8)$$

$$R_{\text{bx}} = 28,0 \text{ MHz}. \quad (9)$$

Das Pileup ergibt sich folglich aus dem Verhältnis der Gesamtrate an Kollisionen zur Rate der Bunch crossings:

$$N_{\text{pileup}} = \frac{R_{\text{c}}}{R_{\text{bx}}} = 47,5. \quad (10)$$

- g) Wie lange dauert es bis die Strahlintensität auf die Hälfte abgesunken ist? Nehmen Sie die Abnahmerate der Strahlintensität als konstant an. Beachten Sie außerdem, dass es an vier Interaktionspunkten zu Kollisionen kommt.

Innerhalb der ersten Sekunde nimmt die Teilchenanzahl um $4 \cdot R_{\text{c}} \cdot 4 \text{ s}$ ab.

$$N(t/\text{s}) = N_0 \cdot \left(\frac{N_0 - 4 \cdot R_{\text{c}} \cdot 1 \text{ s}}{N_0} \right)^{t/\text{s}} \quad (11)$$

$$T_{1/2} = \frac{\log 2}{\log N_0 - \log(N_0 - 4 \cdot R_{\text{c}} \cdot 1 \text{ s})} = 16,3 \text{ h}. \quad (12)$$

Da der Beschleuniger nicht perfekt ist, gehen darüber hinaus noch weitere Protonen verloren, sodass der LHC typischerweise ein bis zwei mal pro Tag neu befüllt wird.

Wenn der Strahl instabil ist oder die Strahlintensität stark abgenommen hat, kommt es zum *Beam Dump*. Dabei wird der Strahl mithilfe von Kickermagneten in eine Ausfahrt gelenkt, welche zu einem wassergekühlten Graphitblock führt, in dem die Protonen ihre Energie abgeben.

- h) Berechnen Sie die bei einem *Beam Dump* frei werdende Energie bei maximaler Strahlintensität. Wie schnell müsste ein typischer ICE ($m = 500 \text{ t}$) fahren, um dieselbe kinetische Energie zu haben?

Die Energie beträgt:

$$E = 2496 \cdot 1,8 \cdot 10^{11} \cdot 13,6 \text{ TeV} = 6,1 \times 10^{27} \text{ eV} = 978 \text{ MJ}. \quad (13)$$

Die Geschwindigkeit eines ICEs mit gleicher kinetischer Energie beträgt:

$$v = \sqrt{2E/m} = 225 \text{ km/h}. \quad (14)$$