

Übungen zu Moderne Experimentalphysik II, Teil 2 (Kern- und Teilchenphysik)

Wintersemester 2023/24

Präsenzübungen Nr. 6

Bearbeitung am 08.02.2024

Vervielfältigung und Veröffentlichung nicht gestattet!

Link zur ILIAS-Hauptseite:

https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_2198626&client_id=produktiv

Quiz:

- a) Erklären Sie kurz die Bedeutung des Cabibbo-Winkels bzw. der CKM-Matrix.
Der Cabibbo-Winkel bzw. die CKM-Matrix beschreibt den Mischungswinkel (2 Quarkflavor) bzw. die Übergangsmatrixelemente (3 Quarkflavor) zwischen schwachen Flavoreigenzuständen und Masseneigenzuständen. Wie in der Vorlesung beschrieben, sind die Masseneigenzustände der down-artigen Quarks keine Eigenzustände des schwachen Isospin Operators. Die schwache Wechselwirkung durch die W-Bosonen koppelt an gemischte Zustände bzw. die Superposition der Masseneigenzustände der down-artigen Quarks.
- b) Erklären Sie kurz die Bedeutung des Weinberg-Winkels.
Der Weinberg-Winkel beschreibt den quantenmechanischen Drehwinkel der neutralen reellen Vektorbosonen Z^0 und γ gegenüber den neutralen masselosen Eichfeldern W^0 und B^0 der schwachen Wechselwirkung. Im Prinzip wird hier also auch eine Superposition/Mischung zweier Zustände beschrieben. Diese Mischung führt z.B. zum unterschiedlichen Kopplungsverhalten von Photon und Z^0 . Der Weinberg-Winkel kann nicht aus dem Standardmodell berechnet werden, sondern muss gemessen werden.
- c) Geben Sie kurz die Eigenschaften der W^\pm -Bosonen, des Z-Bosons und des Higgs-Bosons wieder, d.h. Masse, Breite, Kopplung an Fermionen des SMs.
- W: Masse ≈ 80 GeV, Breite ≈ 2 GeV, koppelt an linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen (Kopplung $\propto g \cdot T_3$ mit schwacher Kopplung g und dritter Komponente des schwachen Isospins T_3)

- Z: Masse ≈ 90 GeV, Breite ≈ 2.5 GeV, koppelt an linkshändige/rechtshändige Teilchen und Antiteilchen, aber mit unterschiedlicher Stärke, Kopplung $\propto (T_3 - Q \cdot \sin^2(\theta_W))$ mit elektrischer Ladung Q und Weinberg-Winkel θ_W
- H: Masse ≈ 125 GeV, Breite ≈ 4 MeV im Standardmodell, Yukawa-Kopplungsterme zwischen Higgs-Duplett und Fermionen führen nach spontaner Symmetriebrechung zu Massentermen und Kopplungstermen (sehr vereinfacht)

Präsenzaufgabe 1: CKM Matrix und Unitaritätsdreieck

In der Vorlesung haben Sie die CKM-Matrix kennengelernt. Diese beschreibt Übergangswahrscheinlichkeiten innerhalb bzw. zwischen den verschiedenen Quark-Generationen bei Wechselwirkungen mit einem W-Boson.

- a) Eine besondere Eigenschaft der CKM-Matrix ist ihre Unitarität. Notieren Sie sich die sechs Gleichungen, welche sich aus der Unitaritätsbedingung ergeben. Nutzen Sie dabei zunächst die Allgemeine Form der Matrix V_{ij} für einen Übergang von Quark i zu Quark j .

Die allgemeine Gleichung lautet:

$$\sum_{i=u,c,t} V_{ij} V_{ik}^* = \delta_{jk}, \quad j, k \in \{d, s, b\}. \quad (1)$$

- b) Die Gleichungen der Nicht-Diagonalelemente können als Dreieck interpretiert werden, indem jeder Term als Vektor in der komplexen Ebene betrachtet wird. Ob sich tatsächlich ein geschlossenes Dreieck ergibt, kann besonders gut experimentell überprüft werden, wenn die Winkel des Dreiecks ähnlich groß sind, d.h. wenn alle drei Terme einer Gleichung in derselben Größenordnung sind. Finden Sie durch Einsetzen der Wolfenstein-Parametrisierung heraus, welche der Gleichungen von besonderem physikalischen Interesse ist.

Die Unitaritätsbedingungen können als Skalarprodukt der Spalten der CKM-Matrix interpretiert werden. Schnell findet sich durch Ausmultiplizieren, dass das Skalarprodukt aus der ersten und letzten Spalte eine gleiche Größenordnung der drei Terme, nämlich λ^3 hat. Die entsprechende Gleichung ist folglich:

$$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0. \quad (2)$$

- c) Nach Konvention wird die Seite auf 1 normiert, welche dem Übergang in ein charm-Quark entspricht. Legen Sie nun das Dreieck so in die komplexe Ebene, dass einer der Eckpunkte im Ursprung und ein anderer Punkt auf der komplexen Koordinate $(1, 0)$ liegt. Bestimmen Sie die Koordinate des dritten Punkts. Dieser sollte sich im ersten Quadranten befinden.

Durch entsprechende Normierung ergibt sich:

$$1 + \frac{V_{ud} V_{ub}^*}{V_{cd} V_{cb}^*} + \frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{cd} V_{cb}^*} = 0. \quad (3)$$

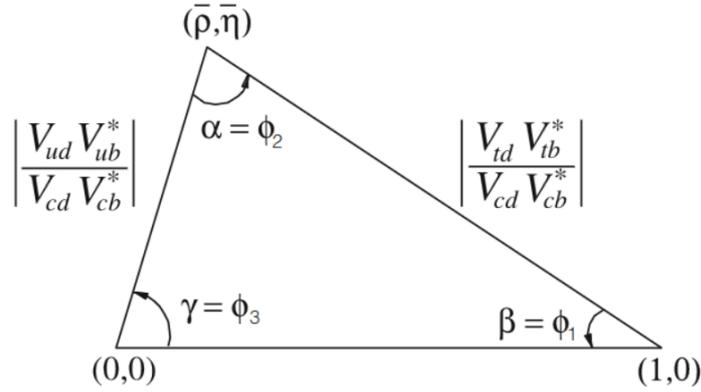


Abbildung 1: Unitaritätsdreieck.

Die Lage des dritten Punkts ist nun entweder durch $\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}$ oder durch $\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}$ gegeben. Wir rechnen hier mit ersterem:

$$\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} = \frac{A\lambda^3(\rho + i\eta)}{-\lambda A\lambda^2} = -(\rho + i\eta). \quad (4)$$

Damit dieser Punkt im ersten Quadranten liegt, wird noch am Ursprung gespiegelt und die Koordinaten in der komplexen Ebene sind: (ρ, η) . Das Ergebnis kann in Abb. 1 begutachtet werden.

Hinweis: Die CKM-Matrix in der Wolfensteinparametrisierung ist

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4).$$

mit $\lambda \approx 0.226$, $A \approx 0.814$, $\rho \approx 0.135$ und $\eta \approx 0.349$.

Präsenzaufgabe 2: Quark-Mischung und Top-Quark-Zerfall

An Hadronenbeschleunigern wie dem LHC werden große Mengen an Top-Quarks erzeugt.

- a) Wieso wurde kein Quarkonium-Zustand aus Top-Quarks gefunden?

Seine Masse ist erheblich größer als die des Bottom-Quarks und das entsprechende CKM-Matrixelement ist fast 1. Daher zerfällt das Top-Quark innerhalb von $\tau = 5 \times 10^{-25}$ s - zu schnell für die Bildung eines Toponiums.

- b) Geben Sie zwei mögliche Zerfallsprozesse eines Top-Quarks in führender Ordnung (keine Schleifen etc.) an.

$t \rightarrow W^+b$ (s, d), wobei $W^+ \rightarrow l^+\nu_l$ oder $W^+ \rightarrow q\bar{q}'$. Der Zerfall in Quarks der anderen Generationen ist dabei stark CKM-Unterdrückt (CKM-Matrixelemente sind klein).

Tabelle 1: Eigenschaften eines Top-Quarks, B-Mesons und K-shorts bei einem Impuls von 50 GeV.

	Top-Quark	B-Meson	K-short
Masse	172 GeV	5280 MeV	498 MeV
Lebensdauer	5×10^{-25} s	1.6×10^{-12} s	9×10^{-11} s
Flugstrecke	4.4×10^{-17} m	4.5×10^{-3} m	2.7 m

- c) Die dabei entstehenden Teilchen mit bottom-Quark-Anteil können aufgrund ihrer vergleichsweise hohen Lebenszeit experimentell gut von anderen Teilchen unterschieden werden. Erklären Sie den Grund der langen Lebenszeit.

Das CKM-Matrixelement für den Übergang in ein Top-Quark ist zwar nahezu eins, allerdings reicht die Masse des Bottom-Quarks nicht zur Erzeugung eines Top-Quarks aus. Die CKM-Matrixelemente für Übergänge in andere Generationen sind infolge des einen großen Elements niedrig und folglich unwahrscheinlich. Daher lebt das bottom-Quark trotz seiner immer noch recht hohen Masse relativ lange.

- d) Bestimmen Sie weiterhin die typische Flugstrecke eines B-Mesons, das einen Impuls von 50 GeV trägt. Vergleichen Sie diesen Wert mit der mittleren Flugstrecke eines Top-Quarks und eines K-short mit gleichem Impuls.

Die Lebenszeit beträgt für ein B-Meson ca. 1.6×10^{-12} s. Ferner findet sich für die mittlere Wegstrecke:

$$l = \gamma \tau \beta c = \frac{E}{m} \tau \frac{p}{E} c = \frac{p}{m} \tau c. \quad (5)$$

Die Ergebnisse finden sich in Tabelle 1. Der Zerfall eines B-Mesons findet also in einer Entfernung von der Kollision statt, die mit dem Tracker gemessen werden kann.