

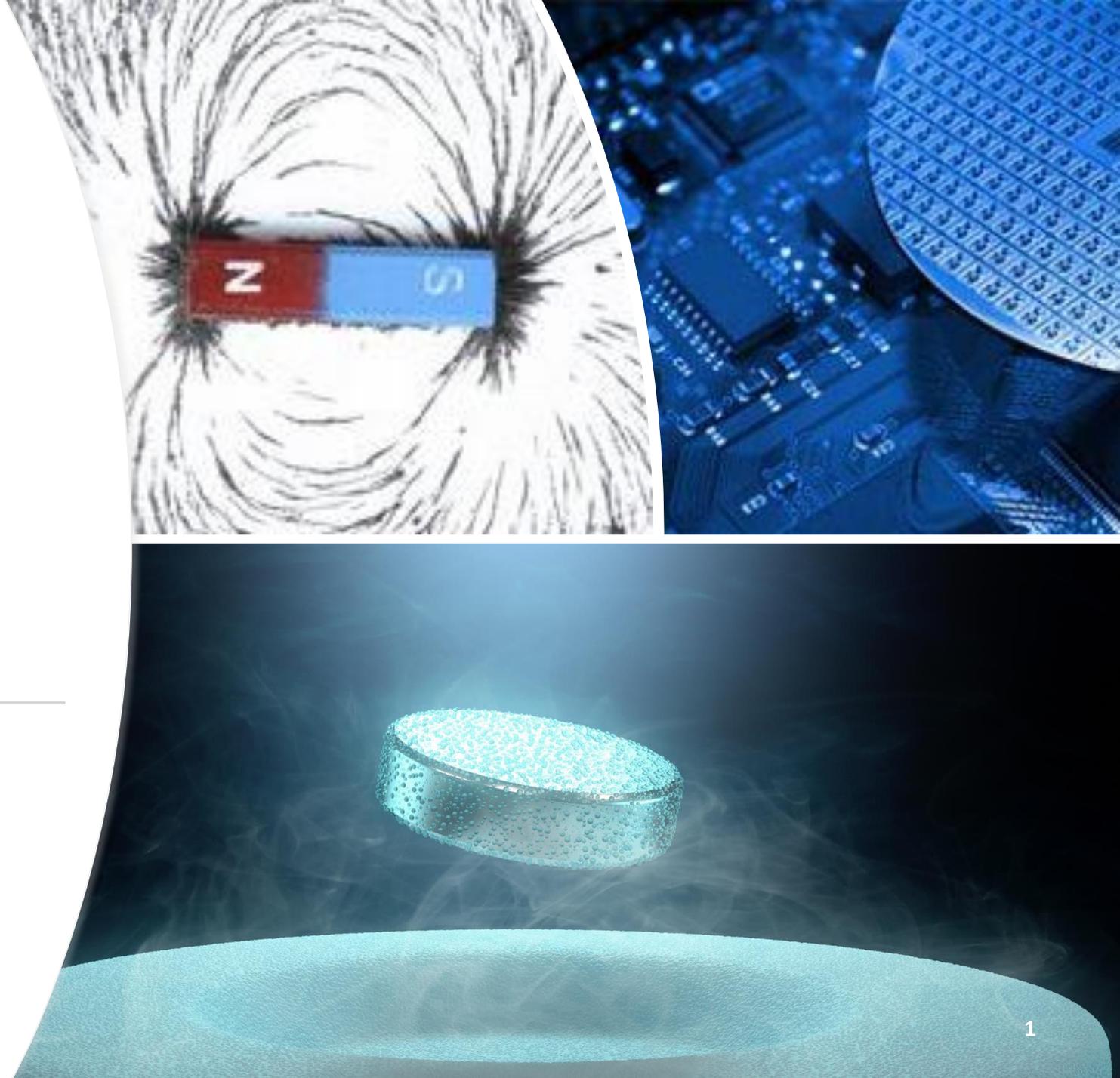


# Moderne Experimentalphysik III

*Experimentelle  
Festkörperphysik*

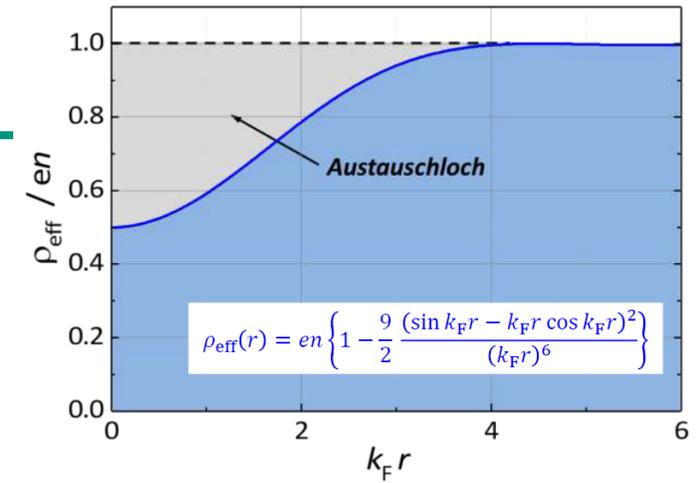
---

M-PHYS-106295, SoSe 2024



# Wiederholung

## Austauschloch



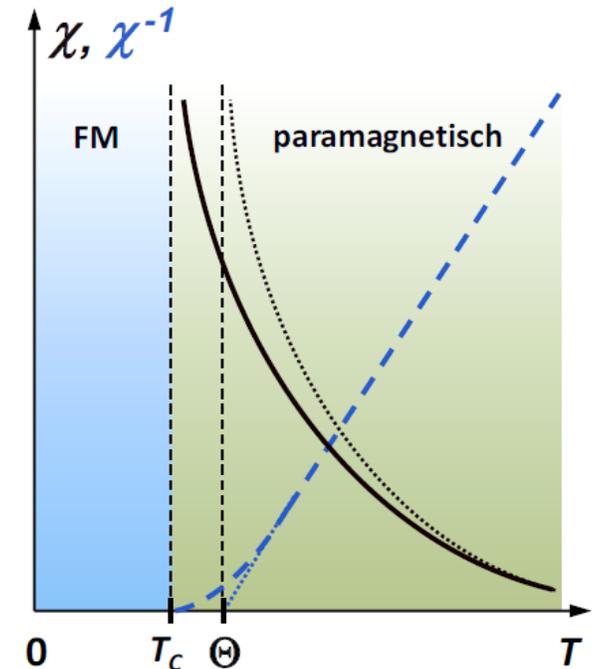
## Curie-Weiss Gesetz

$$\chi = \mu_0 \left( \frac{\partial M}{\partial B_{\text{ext}}} \right)_{T,V} = \frac{C}{T - T_C}$$

$$C = \frac{n \mu_0 g_J^2 J(J+1) \mu_B^2}{3k_B}$$

$$T_C = \gamma \frac{n \mu_0 g_J^2 J(J+1) \mu_B^2}{3k_B} = \gamma C$$

## Ferromagnetismus



# Lernziele

---

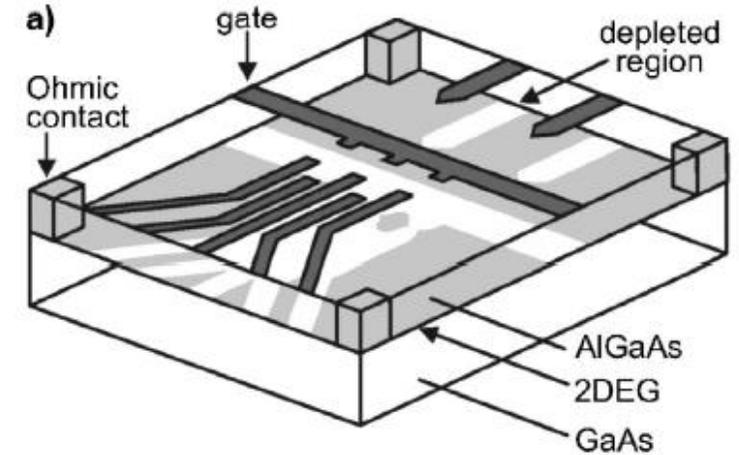
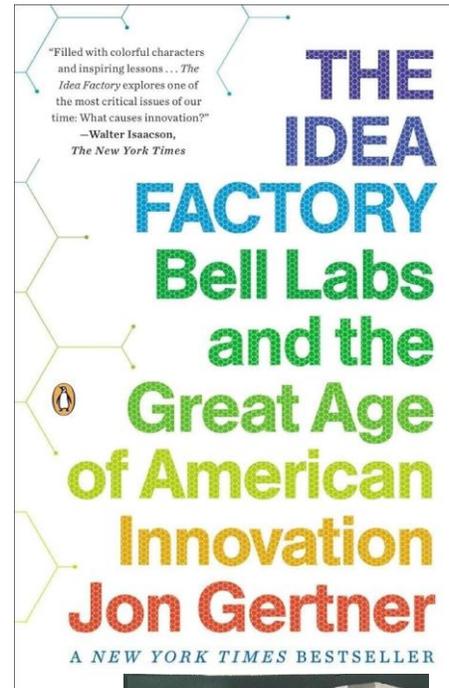
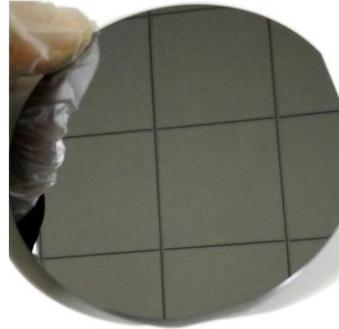
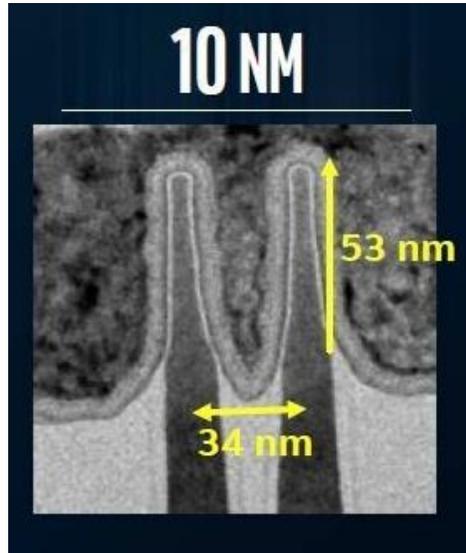
- Eigenschaften von Halbleitern
- Leitungsband und Valenzband
- Ladungsträgerdichte von intrinsischen Halbleitern
- Dotieratome
- Dotierte Halbleiter

## Inhalt

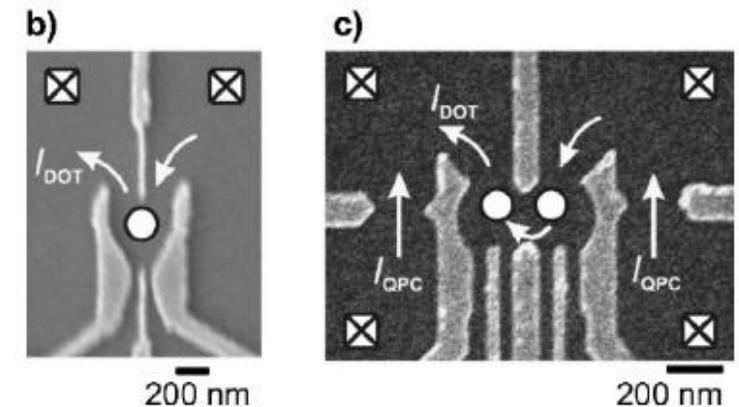
- Dielektrische Eigenschaften von Isolatoren
- Halbleiter
- p-n-Übergang
- Niedrigdimensionale Elektronensysteme
- 1D- und 2D-Elektronengas
- Quanten-Hall Effekt
- Magnetische Eigenschaften
- Magnetismus der Leitungselektronen.
- Atomarer Magnetismus
- Magnetische Wechselwirkungen
- Ferro- und Antiferromagnetismus
- Grundbegriffe der Supraleitung
- London-Gleichungen
- Cooper-Paare
- Supraleiter 1. und 2. Art
- Josephson-Effekte

# Warum Halbleiter?

Intel FinFet



Solarzelle



Hanson, REVIEWS OF MODERN PHYSICS, VOLUME 79, OCTOBER–DECEMBER 2007

Was ist ein Halbleiter?

---

Was ist ein Halbleiter?

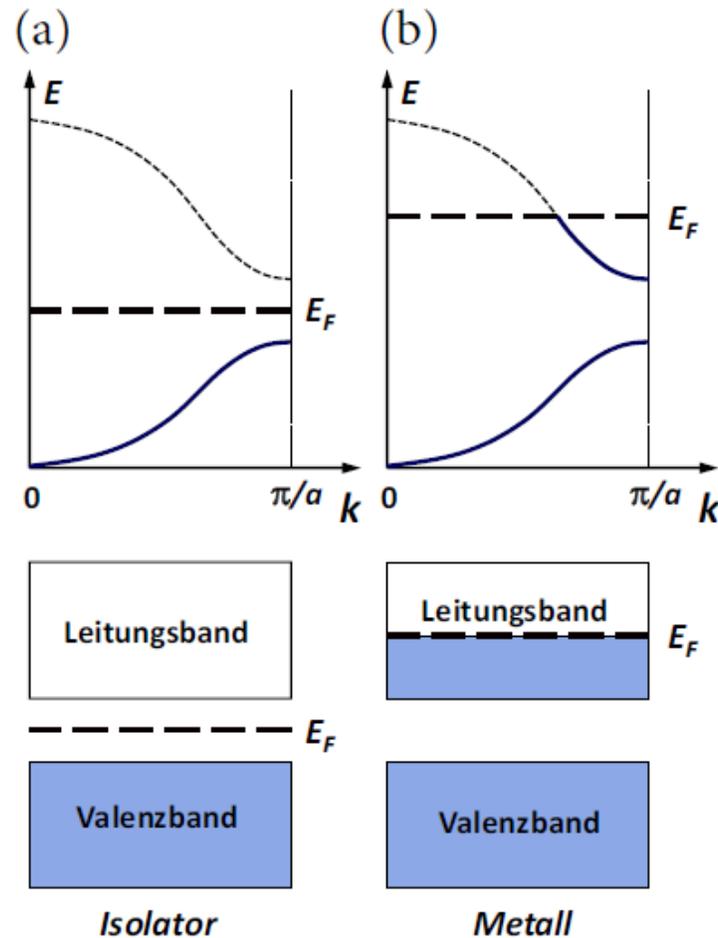
# Was ist ein Halbleiter?

- Übergang zwischen Isolator und Halbleiter ist nicht klar festgelegt
- Aber alle Ladungsträger sind thermisch aktiviert

$$\propto \exp(-E_g/2k_B T)$$

Für InAs:  $E_G = 0.35 \text{ eV}$  (Halbleiter)?  
Für Diamant:  $E_G = 5.4 \text{ eV}$  (Isolator)?

- Grob: Leitet er bei Raumtemperatur?  
(Bei tiefen Temperaturen sind alle Halbleiter Isolatoren)



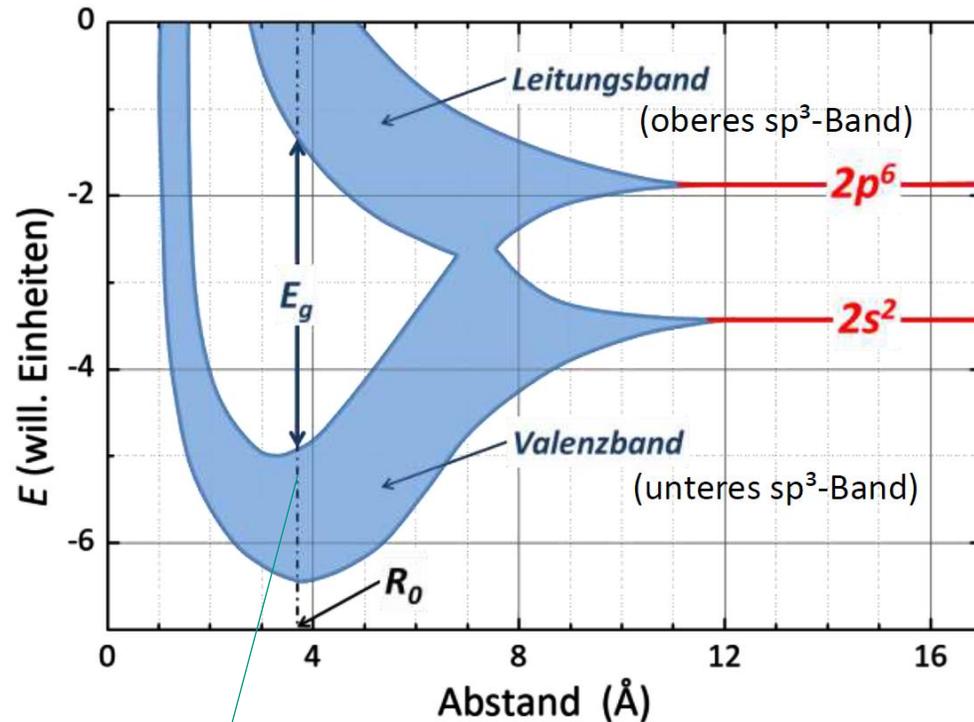
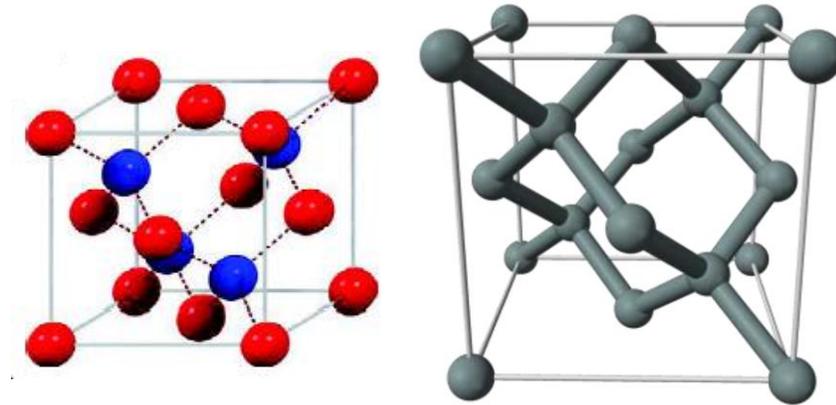
# Aspekte von Halbleitern

- **intrinsischen und dotierten Halbleitern:**  
Einbringen von Fremdatomen in Halbleiter  
Erzeugt elektronische Niveaus in der Bandlücke
- **Element-Halbleiter oder Verbindungshalbleiter**  
e.g. Silizium oder GaAs
- **kristallinen und amorphen Halbleitern**
- **direkten und indirekten Halbleitern:**  
Wo liegt die Oberkante des Valenzbandes und die  
Unterkante des Leitungsbandes?

Elementhalbleiter	Verbindungshalbleiter		organische Halbleiter
Ge, Si, $\alpha$ -Sn,	III-V	GaAs, GaP, InP, InSb, InAs, GaSb, GaN, AlN, InN, $Al_xGa_{1-x}As$	Tetracen, Pentacen, Phthalocyanine, Polythiophene,
C (Diamant, Fulleren),	II-VI	ZnO, ZnS, ZnSe, ZnTe, CdS, CdSe, CdTe, HgS, $Hg_{1-x}Cd_xTe$ , BeSe, BeTe,	PTCDA ( $C_{24}H_8O_6$ ), MePT-CDI ( $C_{26}H_{14}N_2O_4$ ),
B, Se, Te	III-VI	GaS, GaSe, GaTe, InS, InSe, InTe	Chinacridon, Acridon,
	IV-VI	PbS, PbTe, SnS	Flavanthron, Perinon,
unter Druck:	IV-IV	SiC, SiGe	Indanthron,
Bi, Ca, Sr, Ba,	I-VII	CuCl	Alq3 ( $C_{27}H_{18}AlN_3O_3$ )
Yb, P, S, I	I-III-VI	$CuInSe_2$ , $CuInGaSe_2$ , $CuInS_2$ , $CuInGaS_2$	

# Intrinsische Halbleiter

- viele HL besitzen Diamantstruktur (Si, Ge) oder Zinkblendestruktur (GaAs)
- die **vier** s- und p-Elektronen (z.B. Si oder C:  $3s^2 3p^2$ ) der äußeren Schalen bilden  **$sp^3$ -Hybridorbitale** → tetraedrische Koordination  
→ Bandlücke statt halbgefülltes Band



4 e- pro Atom

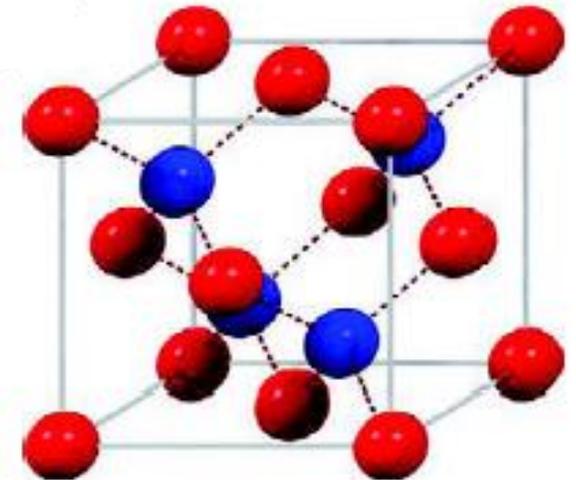
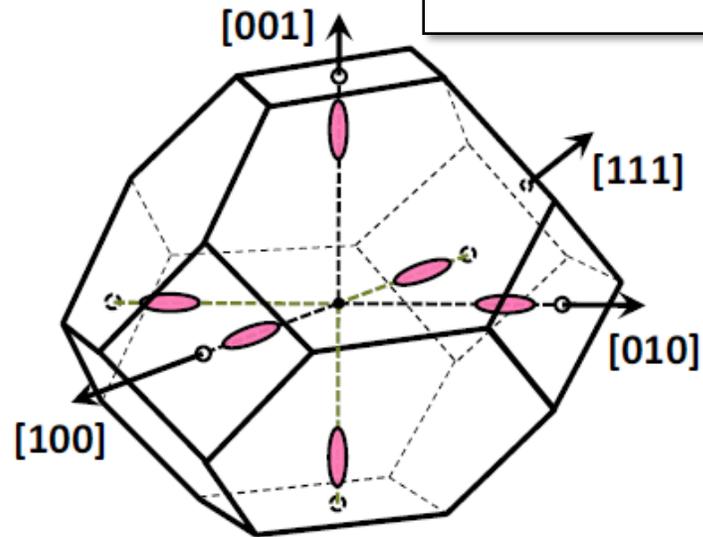
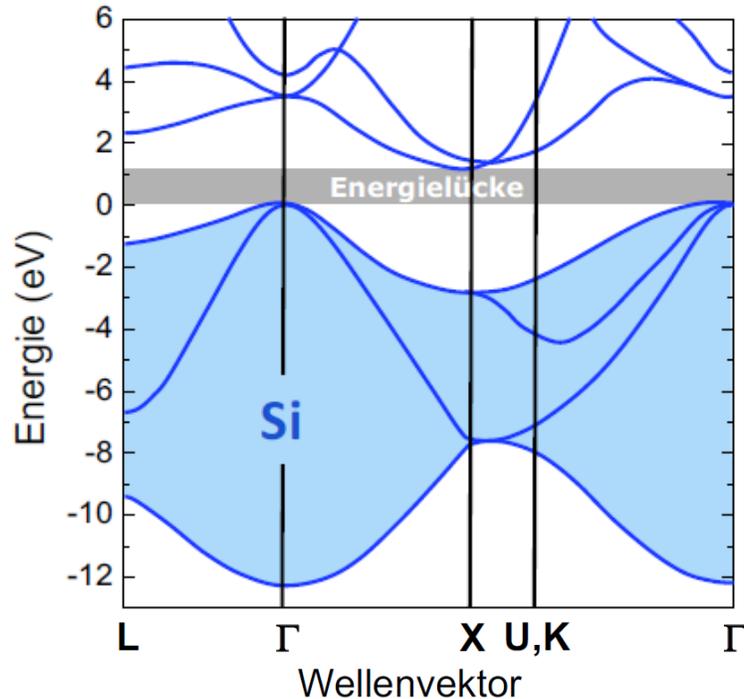
- im Gleichgewichtsabstand sind das untere und obere  $sp^3$ -Band durch die Energielücke  $E_g$  getrennt: Jedes kann mit 4 e- pro Atom gefüllt werden
- bei  $T = 0$ :  
unteres Band vollkommen gefüllt,  
oberes Band vollkommen leer

# Bandstruktur von Germanium und Silizium

- fcc-Struktur  $\rightarrow$  reziprokes Gitter hat bcc-Struktur
- $\rightarrow$  1. BZ ist abgestumpfter Oktaeder

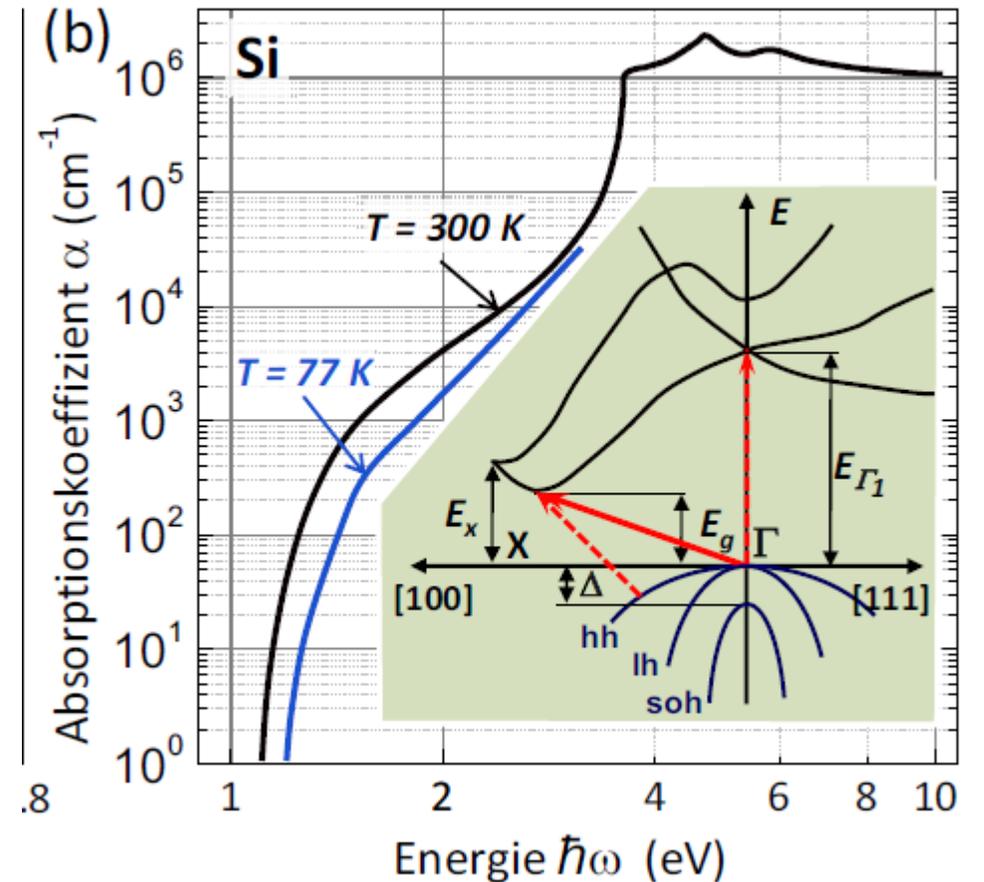
## Silizium:

- Maximum von VB:  $\Gamma$ -Punkt
- Minimum von LB bei 0.8-fachen Abstand zum  $X$ -Punkt
- $\rightarrow$  **indirekter Halbleiter**
- kleinste Lücke  $E_g = 1.17 \text{ eV}$
- insgesamt 6 entartete Minima des LB



# Optische Eigenschaften von Bandisolatoren

- Die Größe der Energielücke von Halbleitern kann durch Messung der optischen Absorption ermittelt werden.
- Energie als auch Impuls müssen erhalten bleiben



# Temperaturabhängigkeit der Energielücke

## Ursachen:

- thermische Ausdehnung:

→ Gitterkonstante wird größer mit steigendem T

→  $E_g$  nimmt ab mit steigendem T

- Phononenverteilung ändert sich:

→  $E_g$  nimmt ab mit steigendem T

$$E_g(T) = E_g(0) - \frac{aT^2}{T + b}$$

## Phänomenologische Beschreibung mit Varshni-Formal:

Halbleiter	Typ	$E_g$ (0 K)	$E_g$ (300 K)	Halbleiter	Typ	$E_g$ (0 K)	$E_g$ (300 K)
Si	indir.	1.17	1.12	GaP	indir.	2.32	2.26
Ge	indir.	0.742	0.661	InP	direkt	1.421	1.344
GaAs	direkt	1.519	1.424	ZnO	direkt	3.44	3.2
InSb	direkt	0.24	0.17	ZnS	-	3.91	3.6
InAs	direkt	0.415	0.354	CdS	direkt	2.58	2.42
AlSb	indir.	1.65	1.58	CdTe	direkt	1.61	1.45
GaN (Wurzit)	indir.	3.47	3.39	GaN (ZnS)	direkt	3.28	3.20

# Bandstruktur von GaAs

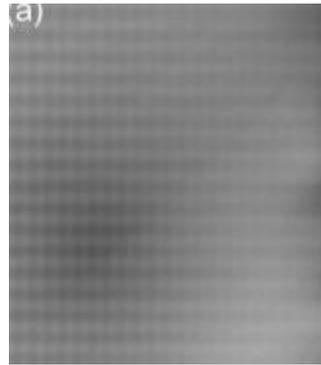
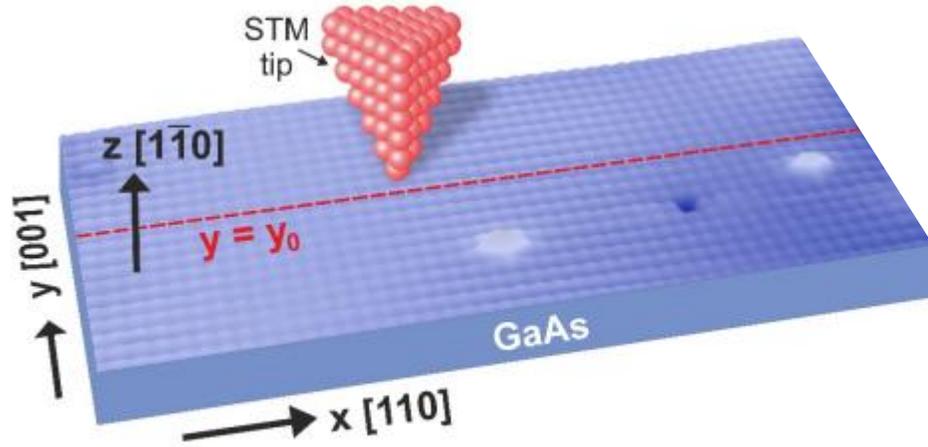
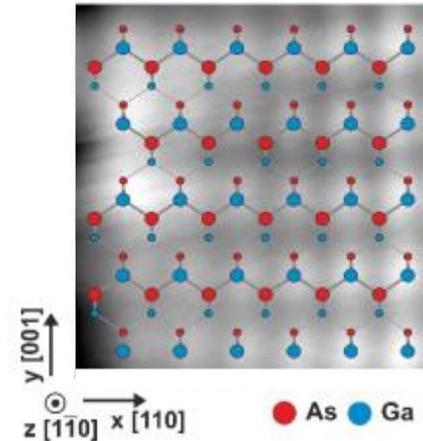
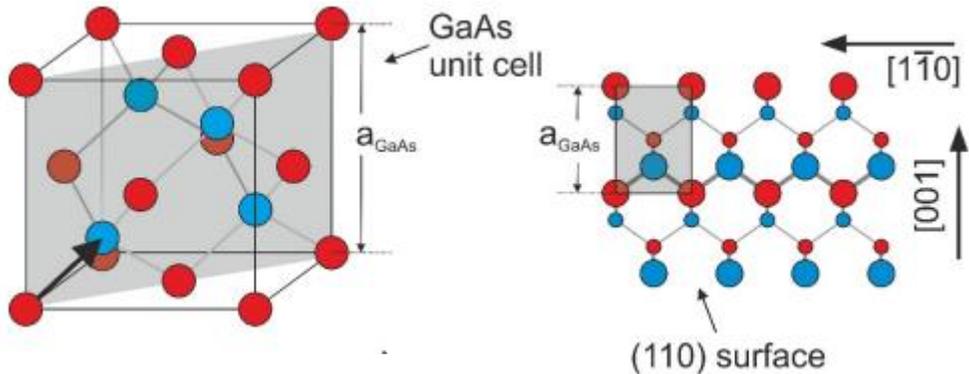
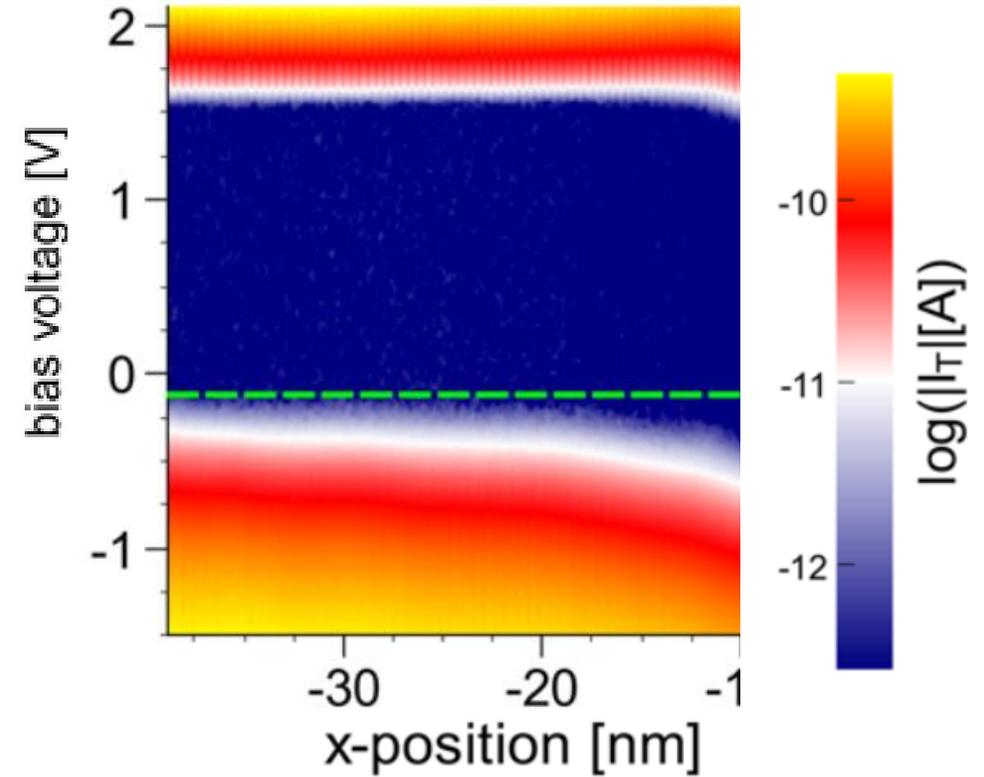


Figure 3.1:  $20 \times 10 \text{ nm}^2$  constant current topography ( $V_{bias} = +2 \text{ V}$ ,  $I_T = 100 \text{ pA}$ ) of an  $n$ -type Fe/GaAs( $\bar{1}10$ ) interface in cross-sectional geometry [47, 121]. Data was taken at room temperature. The interface is located at  $x = 0$  indicated by the green solid line.



PhD Thesis, Tim Iffländer

<https://journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.114.146804>

# Effektive Masse

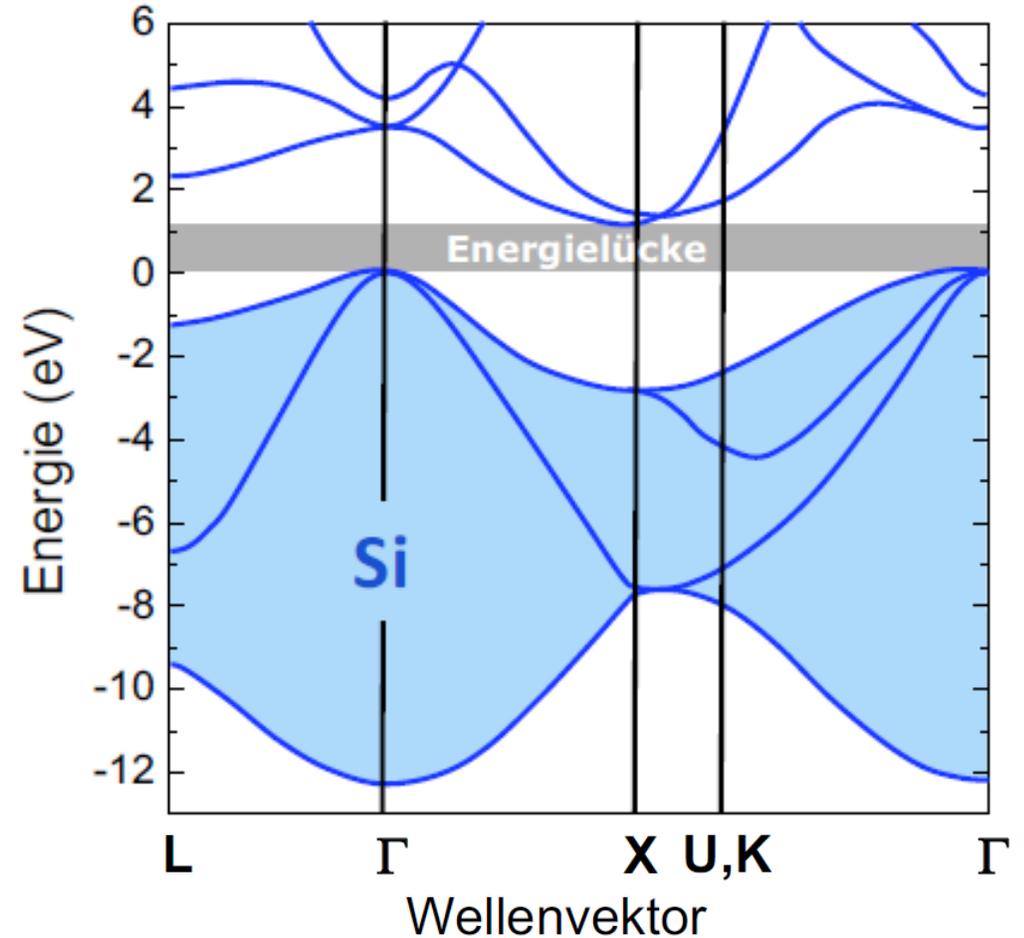
- Die Bänder lassen sich gut durch Parabeln beschreiben
- Krümmungen sind gerade die effektiven Massen

$$E(\mathbf{k}) = E_c + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{ij} k_i \left( \frac{1}{m^*} \right)_{ij} k_j \quad (\text{Elektronen})$$

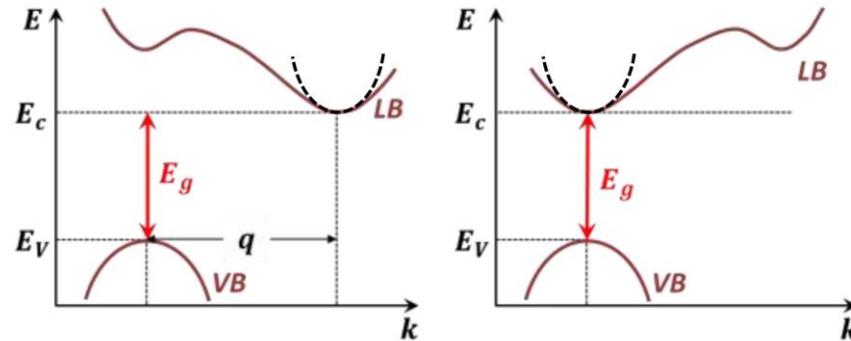
$$E(\mathbf{k}) = E_v + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{ij} k_i \left( \frac{1}{m^*} \right)_{ij} k_j \quad (\text{Löcher}).$$



$$\left( \frac{1}{m^*} \right)_{ij} = \frac{1}{\hbar^2} \cdot \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_i \partial k_j}$$



# Parabolische Bandnäherung und effektive Bandmasse



## Leitungsbandminimum:

$$E(k) = E_c + \frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{k_1^2}{2m_{1,LB}} + \frac{k_2^2}{2m_{2,LB}} + \frac{k_3^2}{2m_{3,LB}} \right)$$

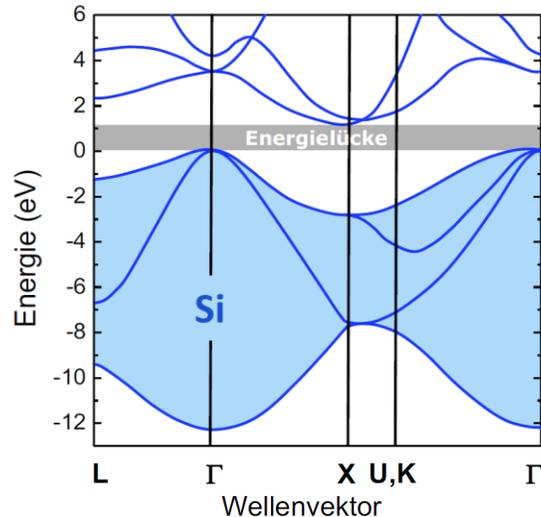
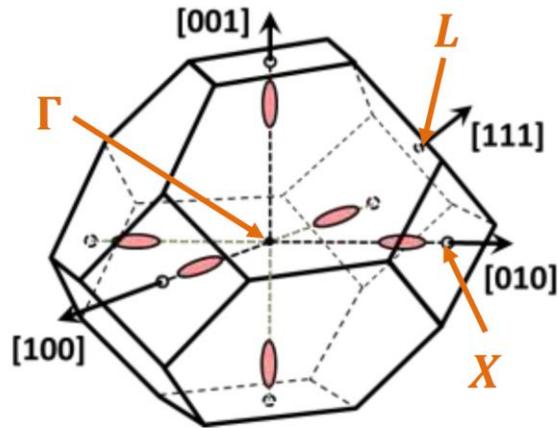
- nach oben gekrümmte Parabel → Ladungsträger mit positiver effektiver Masse
- Elektronen im LB mit positiven effektiven Massen  $m_{e1}, m_{e2}, m_{e3}$

## Valenzbandmaximum:

$$E(k) = E_v + \frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{k_1^2}{2m_{1,VB}} + \frac{k_2^2}{2m_{2,VB}} + \frac{k_3^2}{2m_{3,VB}} \right)$$

- nach unten gekrümmte Parabel → Ladungsträger mit negativer effektiver Masse
- mit  $m_h^* = -m_e^*$  und  $E_h(k) = -E_e(k)$
- Löcher im VB mit positiven effektiven Massen  $m_{h1}, m_{h2}, m_{h3}$
- Energie der Löcher nimmt mit Abstand von Valenzbandoberkante zu („Seifenblasen, die unter Wasserfläche gedrückt werden“)

# Effektive Bandmasse



## Silizium:

### Leitungsband:

- LB hat sechs Minima entlang der {100}-Richtungen
- $E = \text{const.}$  Ellipsoide müssen rotationssymmetrisch sein bez. Rotation um Würfelachsen

- **zigarrenförmige Ellipsoide**, gestreckt in Richtung der Würfelachsen
- **zwei effektive Massen:**

longitudinale effektive Masse  $m_{el}^* \approx 0.98 m_e$  (entlang Achse)

transversale effektive Masse  $m_{et}^* \approx 0.19 m_e$  (senkrecht Achse)

### Valenzband:

- zwei entartete Valenzbänder bei  $k = 0$  ( $\Gamma$ -Punkt)
- $E = \text{const.}$  Flächen sind kugelsymmetrisch

- **Kugeln um  $\Gamma$ -Punkt**

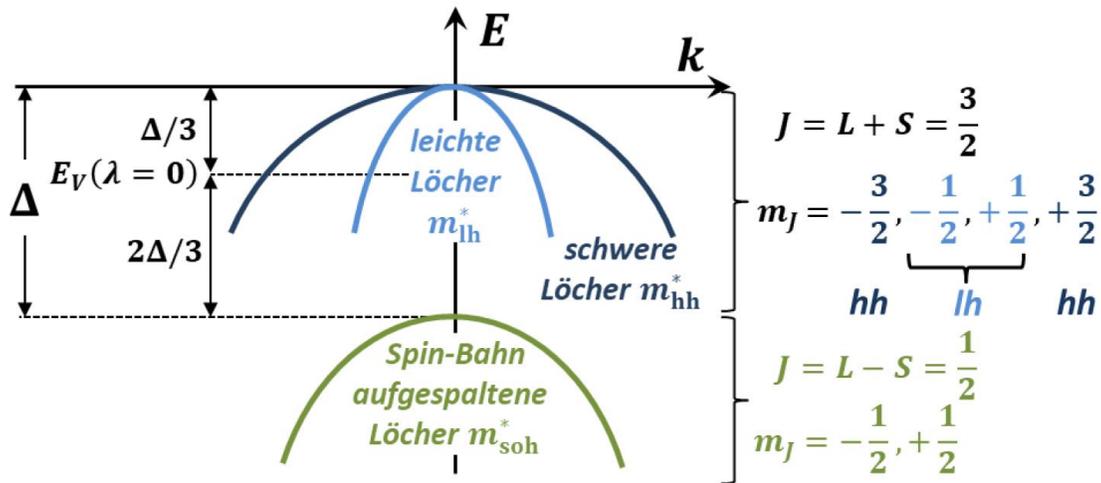
- jeweils **eine effektive Masse** für jedes Band

light holes:  $m_{lh}^* \approx 0.16 m_e$

heavy holes:  $m_{hh}^* \approx 0.49 m_e$

# Spin-Bahn-Kopplung

- Parabolische Bandnäherung: genaue Analyse erfordert Berücksichtigung der Spin-Bahn-Kopplung



Halbleiter	$\Delta$ [meV]
Si	44
Ge	290
GaAs	350

$$\mathcal{H}_{SO} = -\lambda \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

- VB wird aus atomaren  $p$ -Zustände Gebildet ( $L=1, S=1/2$ )
- energetische Aufspaltung  $\Delta$  der Zustände mit  $J = L + S = 3/2$  und  $J = L - S = 1/2$

- insgesamt drei Bänder:**
- lh*: light holes**
- hh*: heavy holes**
- soh*: split-off holes**
- weitere effektive Masse  $m_{soh}$**

# Effektive Massen

---

- Effektive Massen von Elektronen und Löchern sowie Spin-Bahn-Aufspaltung  $\Delta$  für verschiedene Halbleiter

Halbleiter	$m_e^*/m$	$m_{et}^*/m$	$m_{el}^*/m$	$m_{lh}^*/m$	$m_{hh}^*/m$	$m_{soh}^*/m$	$\Delta$ (eV)
Si		0.19	0.98	0.16	0.49	0.24	0.044
Ge		0.081	1.59	0.043	0.33	0.084	0.295
GaAs	0.063			0.082	0.51	0.14	0.341
GaSb	0.041			0.04	0.4	0.15	0.80
GaP		1.12	0.22	0.14	0.79	0.25	0.08
InAs	0.023			0.026	0.41	0.16	0.41
InP	0.073			0.089	0.58	0.17	0.11
InSb	0.014			0.015	0.43	0.19	0.81

# Ladungsträgerdichte von intrinsischen Halbleitern

**intrinsische HL:** freie LT in LB nur durch Anregung vom VB ins LB

- Dichte der Elektronen im LB:
- Dichte der Löcher (fehlenden Elektronen) im VB:

$$n_c = \frac{1}{V} \int_{E_C}^{\infty} D_C(E) f(E, T) dE$$

$$p_v = \frac{1}{V} \int_{-\infty}^{E_V} D_V(E) [1 - f(E, T)] dE$$

$$D_C(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m_{e,DOS}^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E - E_C}$$

für  $E \geq E_C$

$$D_V(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m_{h,DOS}^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E_V - E}$$

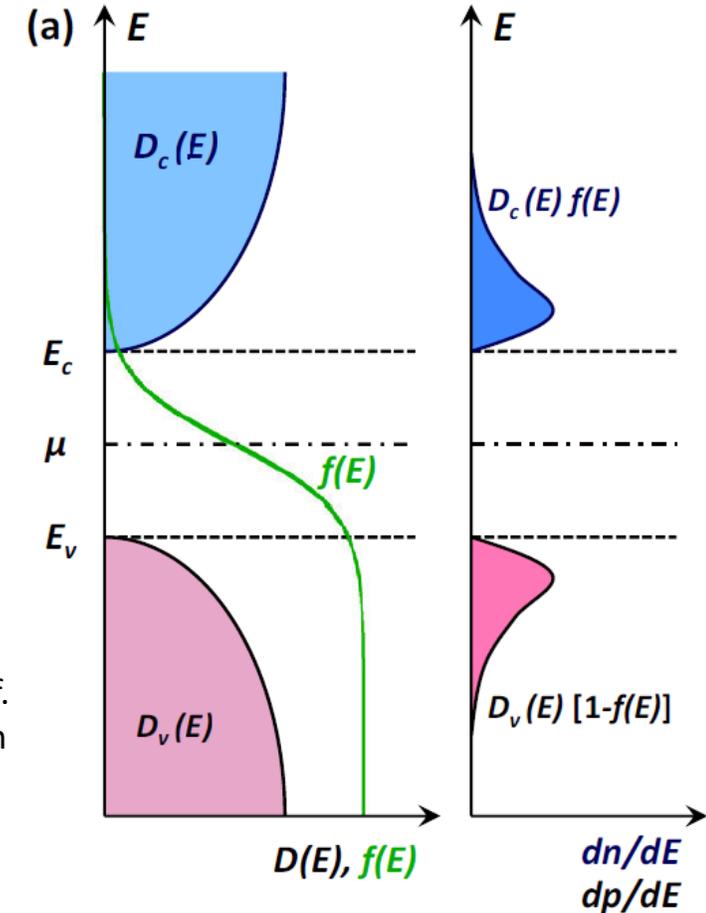
für  $E \leq E_V$

**effektive Zustandsdichtemasse:**

➤ Leitungsband:  $(m_{e,DOS}^*)^{3/2} = p (m_1^* m_2^* m_3^*)^{1/2}$

➤ Valenzband:  $(m_{h,DOS}^*)^{3/2} = (m_{hh}^*)^{3/2} + (m_{lh}^*)^{3/2} + (m_{soh}^*)^{3/2}$

Entartung  $p$  (Si: 6, Ge: 4,  $m_{i^*}$  = eff. Massen entlang Hauptachsen von Ellipsoiden)



# Ladungsträgerdichte von intrinsischen Halbleitern

- annähern der Fermi-Verteilung durch Boltzmann-Verteilung,  
da  $E_g \gg k_B T$ :

$$\frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right)+1} \simeq \exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right) \text{ für } E \geq E_C$$

$$\frac{1}{\exp\left(\frac{\mu-E}{k_B T}\right)+1} \simeq \exp\left(-\frac{\mu-E}{k_B T}\right) \text{ für } E \leq E_V$$

➔ 
$$n_c = \left(\frac{2m_{e,\text{DOS}}^*}{\hbar^2}\right)^{3/2} e^{\mu/k_B T} \int_{E_C}^{\infty} \sqrt{E - E_C} e^{-E/k_B T} dE$$

Substitution von  $x_c = (E - E_C)/k_B T$

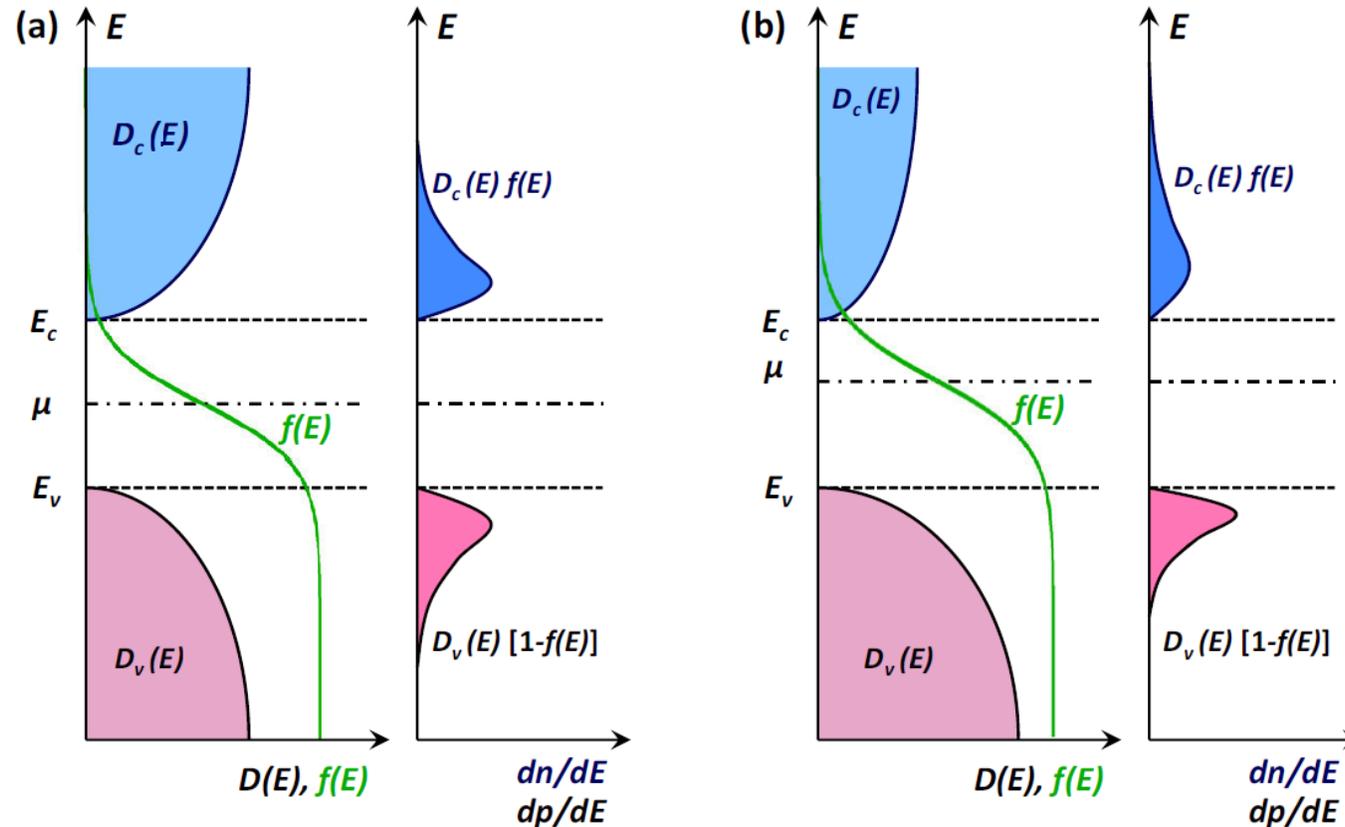
➔ 
$$n_c = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_{e,\text{DOS}}^*}{\hbar^2}\right)^{3/2} (k_B T)^{3/2} e^{-(E_C-\mu)/k_B T} \int_0^{\infty} \sqrt{x_c} e^{-x_c} dx_c = \sqrt{\pi} / 2$$

$$n_c = 2 \left(\frac{2m_{e,\text{DOS}}^* k_B T}{2\pi \hbar^2}\right)^{3/2} e^{-(E_C-\mu)/k_B T} = n_c^{\text{eff}} e^{-(E_C-\mu)/k_B T}$$

$$p_v = 2 \left(\frac{2m_{h,\text{DOS}}^* k_B T}{2\pi \hbar^2}\right)^{3/2} e^{-(\mu-E_V)/k_B T} = p_v^{\text{eff}} e^{-(\mu-E_V)/k_B T}$$

# Ladungsträgerdichte von intrinsischen Halbleitern

- Fermi-Funktion, Zustandsdichten sowie Elektronen- und Löcherkonzentrationen für einen intrinsischen Halbleiter



$$D_v = D_c$$

$$D_v \neq D_c$$

# Massenwirkungsgesetz

- für intrinsische HL gilt  $n_c = p_v$  (Neutralitätsbedingung)

→ Lage des chemischen Potentials

$$\mu = E_v + \frac{1}{2} E_g + \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_{h,DOS}^*}{m_{e,DOS}^*}.$$

in Bandmitte für  
 $m_{h,DOS}^* = m_{e,DOS}^*$

Produkt  $n_c \cdot p_v$  ergibt

$$n_c \cdot p_v = 4 \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^3 (m_{e,DOS}^* m_{h,DOS}^*)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{k_B T}} = n_c^{\text{eff}} p_v^{\text{eff}} e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

- $n_c \cdot p_v$  ist unabhängig von Lage des chemischen Potentials  $\mu$
- ist minimal für  $n_c = p_v$
- $n_c \cdot p_v = \text{const.}$  gilt auch für dotierte Halbleiter
- Ausdruck entspricht dem **Massenwirkungsgesetz** der chemischen Reaktionskinetik

wir betrachten WW von intr. HL mit Photonenfeld eines schwarzen Strahlers der Temperatur  $T$ :  
Generationsrate  $A(T)$ , Rekombinationsrate  $B(T)n_c p_v$

→ im Gleichgewicht gilt Ratengleichung:  $\frac{dn_c}{dt} = A(T) - B(T)n_c p_v = \frac{dp_v}{dt} = 0$

→  $n_c \cdot p_v = \frac{A(T)}{B(T)} = \text{const.}$

# Ladungsträgerdichte von intrinsischen Halbleitern

- intrinsische Ladungsträgerdichte

$$n_i = \sqrt{n_c \cdot p_v} = \sqrt{n_c^{\text{eff}} p_v^{\text{eff}}} e^{-E_g/2k_B T}$$

