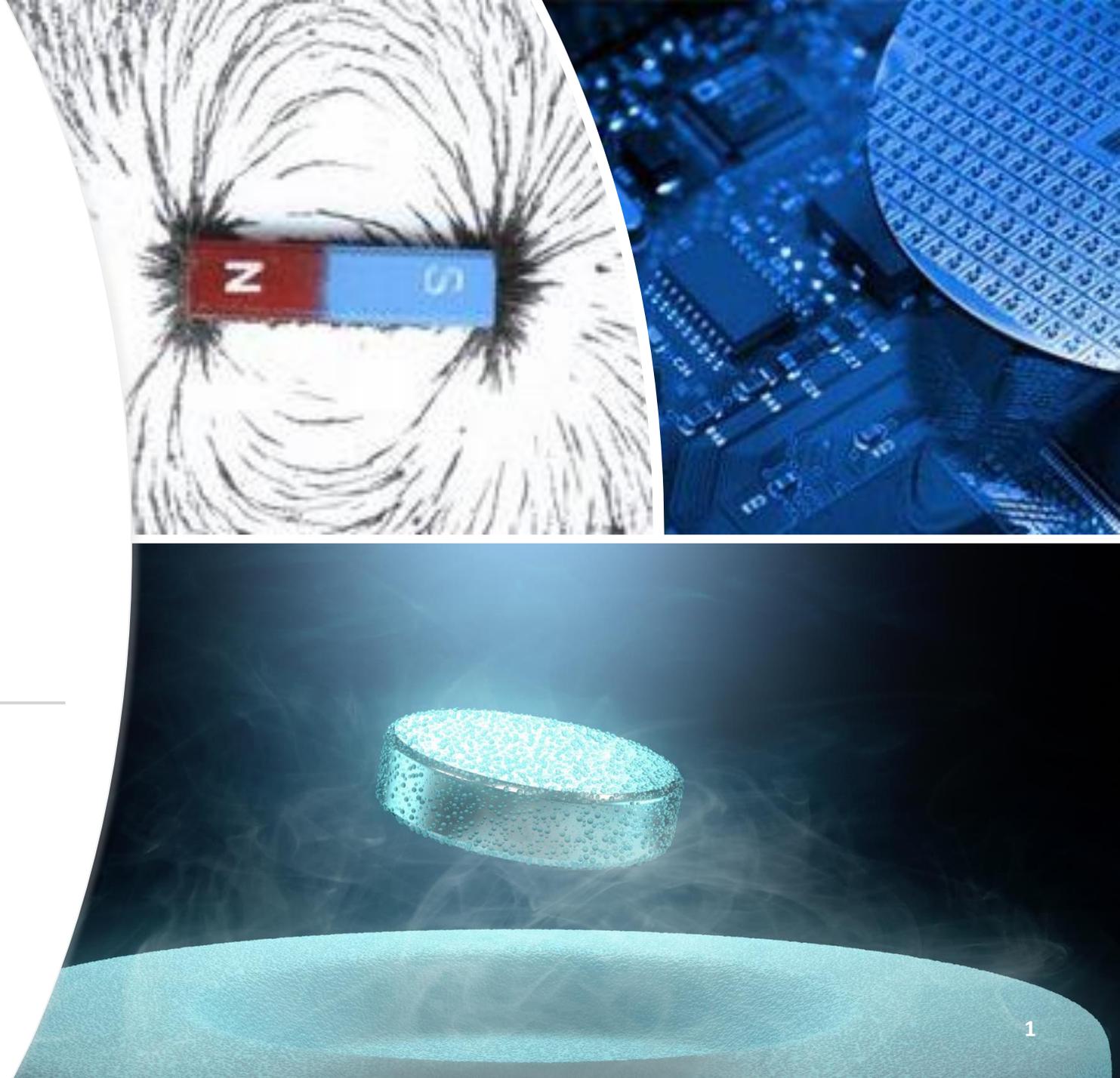




Moderne Experimentalphysik III

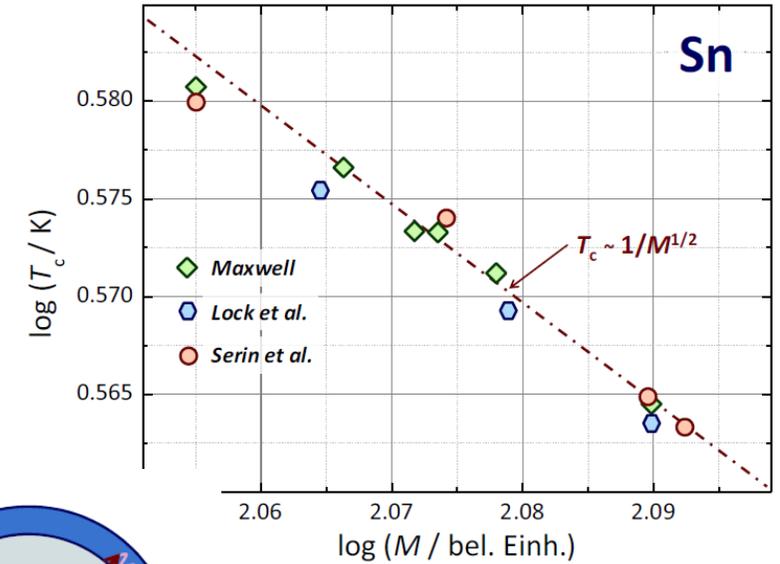
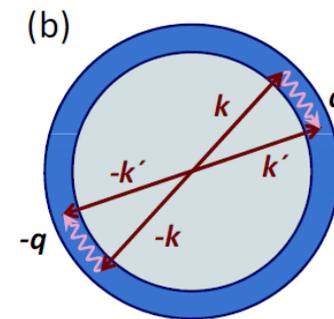
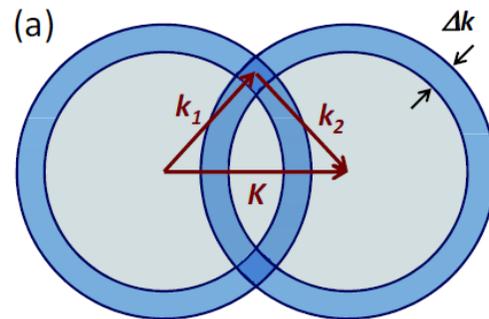
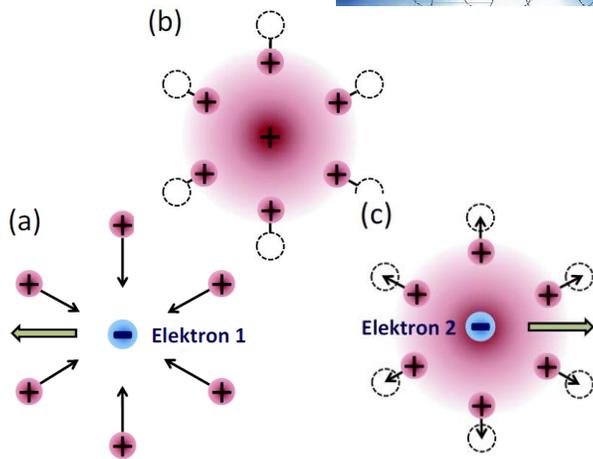
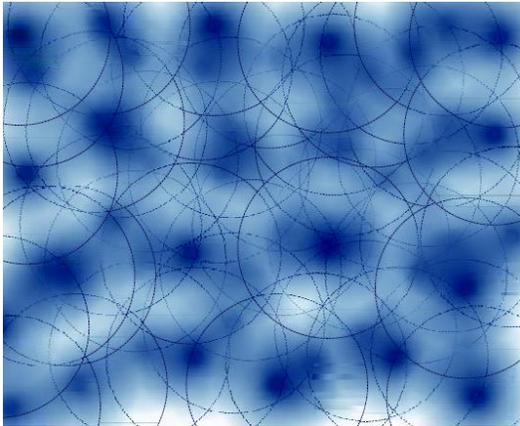
*Experimentelle
Festkörperphysik*

M-PHYS-106295, SoSe 2024



Wiederholung

■ Mikroskopische Theorie



– **Ansatz** für Paarwellenfunktion: **Produkt von ebenen Wellen**

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = a \exp(i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_1) \exp(i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_2) = a \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$

Lernziele

- Mikroskopische Theorie der Supraleitung zweiter Teil
- Josephson Effekt

Mikroskopische Theorie

Hamilton-Operator und BCS-Wellenfunktion

– Hamilton Operator:

$$\mathcal{H}_{\text{BCS}} = \sum_{k,\sigma} \xi_k n_{k,\sigma} + \sum_{k,k'} V_{k,k'} c_{k\uparrow}^\dagger c_{-k\downarrow}^\dagger c_{-k'\downarrow} c_{k'\uparrow}$$

Einteilchenenergie

mit $\xi_k = \varepsilon_k - \mu = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \mu$

$n_{k,\sigma} = c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} =$ Teilchenzahl-Operator

Paar- (Gorkov) Amplitude

$$g_{k\sigma_1\sigma_2} \equiv \langle c_{-k\sigma_1} c_{k\sigma_2} \rangle \neq 0$$

$$g_{k\sigma_1\sigma_2}^\dagger \equiv \langle c_{-k\sigma_2}^\dagger c_{k\sigma_1}^\dagger \rangle \neq 0$$

(kann als OP betrachtet werden)

Schwache, isotrope WW:

$$V_{k,k'} = \begin{cases} -V_0 & \text{für } k' > k_F, k < k_F + \Delta k \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{mit } \Delta k = \frac{m\omega_D}{\hbar k_F}, \quad V_0 D(E_F) \ll 1$$



Paar-Potential

$$\Delta_{k\sigma_1\sigma_2} \equiv - \sum_{k'} V_{k,k'} g_{k'\sigma_1\sigma_2}$$

$$\Delta_{k'\sigma_1\sigma_2}^\dagger \equiv - \sum_k V_{k,k'} g_{k\sigma_1\sigma_2}^\dagger$$



Mikroskopische Theorie

- *Bardeen, Cooper* und *Schrieffer* benutzten folgenden Ansatz:

$$\psi_{\text{BCS}} = \prod_{k=k_1, k_2, \dots, k_M} (u_k + v_k c_{k\uparrow}^\dagger c_{-k\downarrow}^\dagger) |0\rangle$$

$|u_k|^2$ = Wahrscheinlichkeit, dass Paarzustand $(\mathbf{k} \uparrow, -\mathbf{k} \downarrow)$ nicht besetzt ist

$|v_k|^2$ = Wahrscheinlichkeit, dass Paarzustand $(\mathbf{k} \uparrow, -\mathbf{k} \downarrow)$ besetzt ist

$$|u_k|^2 + |v_k|^2 = 1$$

(„Kohärenz-Faktoren“, komplexe Wahrscheinlichkeitsamplituden)

- ➔ Wir machen die Annahme, dass die makroskopische Wellenfunktion $\psi(\mathbf{r}, t) = \psi_0(\mathbf{r}, t) e^{i\theta(\mathbf{r}, t)}$ durch einen **kohärenten Vielteilchen-Zustand von Fermionen** beschrieben werden kann

Mikroskopische Theorie

Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsamplituden

- **Aufgabe:** bestimme die Wahrscheinlichkeitsamplituden u_k und v_k in selbstkonsistenter Weise durch Minimierung von

$$\langle E_{\text{BCS}} \rangle = \langle \psi_{\text{BCS}} | \mathcal{H}_{\text{BCS}} | \psi_{\text{BCS}} \rangle$$

$$\mathcal{H}_{\text{BCS}} = \sum_{k,\sigma} \xi_k n_{k,\sigma} + \sum_{k,k'} V_{k,k'} c_{k\uparrow}^\dagger c_{-k\downarrow}^\dagger c_{-k'\downarrow} c_{k'\uparrow}$$

$$\text{mit } \xi_k = \varepsilon_k - \mu = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \mu$$

$$n_{k,\sigma} = c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} = \text{Teilchenzahl-Operator}$$

- Minimierung des Erwartungswerts mittels **Variationsrechnung**:

$$\delta \left\langle \psi_{\text{BCS}} \left| \underbrace{\sum_{k,\sigma} \xi_k n_{k,\sigma}}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\sum_{k,k'} V_{k,k'} c_{k\uparrow}^\dagger c_{-k\downarrow}^\dagger c_{-k'\downarrow} c_{k'\uparrow}}_{\text{Wechselwirkungsenergie}} \right| \psi_{\text{BCS}} \right\rangle = 0$$

Mikroskopische Theorie

$$|v_k|^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\xi_k}{E_k} \right]$$

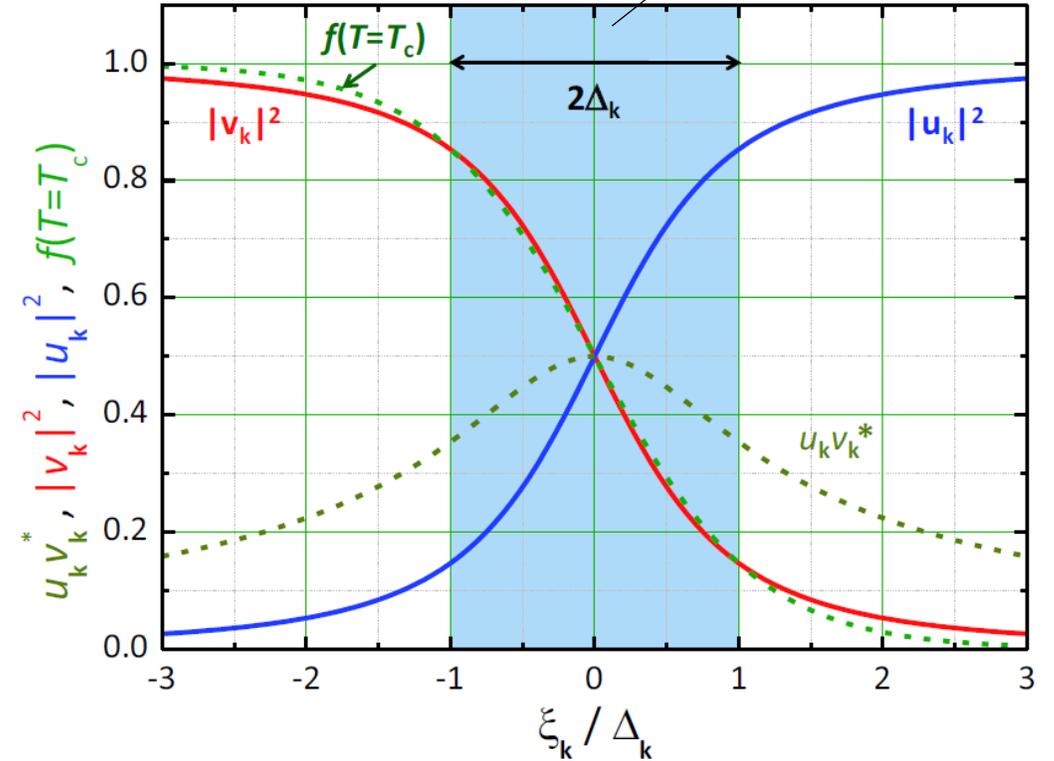
$$|u_k|^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\xi_k}{E_k} \right]$$

$$u_k v_k^* = g_k = \frac{\Delta_k^\dagger}{2E_k}$$

$$u_k^* v_k = g_k^\dagger = \frac{\Delta_k}{2E_k}$$

mit $E_k = \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta_k|^2}$

Paaramplitude



- $|v_k|^2$: Wahrscheinlichkeit, dass Paarzustand ($\mathbf{k} \uparrow, -\mathbf{k} \downarrow$) besetzt ist, ist auch bei $T = 0$ um E_F ausgeschmiert
- ➔ Erhöhung der kinetischen Energie (interessant: $|v_k|^2(\xi_k) \simeq f(\xi_k, T = T_c)$)

- Verschmierung ist notwendig, um Paarwechselwirkung zu ermöglichen
- ➔ Reduktion der potenziellen Energie > Erhöhung der kinetischen Energie

Mikroskopische Theorie

Umschreiben des BCS-Hamiltonian mit Hilfe von Ausdrücken für u_k, v_k, E_k

$$\mathcal{H}_{\text{BCS}} = \sum_{k,\sigma} \xi_k n_{k,\sigma} + \sum_{k,k'} V_{k,k'} c_{k\uparrow}^\dagger c_{-k\downarrow}^\dagger c_{-k'\downarrow} c_{k'\uparrow}$$

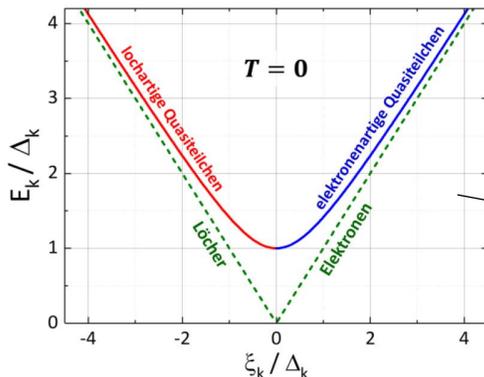
$$\mathcal{H}_{\text{BCS}} = \sum_k [\xi_k - E_k + g_k^\dagger \Delta_k] + \sum_k E_k [\alpha_k^\dagger \alpha_k - \beta_k^\dagger \beta_k]$$

Bogoliubov-Transformation

$$\begin{aligned} \alpha_k &= u_k^* c_{k\uparrow} - v_k^* c_{-k\downarrow}^\dagger \\ \beta_k &= v_k^* c_{k\uparrow}^\dagger + u_k^* c_{-k\downarrow} \\ \alpha_k^\dagger &= u_k c_{k\uparrow}^\dagger - v_k c_{-k\downarrow} \\ \beta_k^\dagger &= v_k c_{k\uparrow} + u_k c_{-k\downarrow}^\dagger \end{aligned}$$

- **Grundzustandsenergie**
- weicht von derjenigen des Normalzustands um Kondensationsenergie ab

- **spinlose Anregungen** aus dem Grundzustand mit Teilchenzahloperatoren $\alpha_k^\dagger \alpha_k$ und $\beta_k^\dagger \beta_k$ und Energien E_k und $-E_k$
- Anregungen (Quasiteilchen) sind spinlos, da sie Linearkombinationen von Elektronen und Löchern mit entgegengesetztem Spin sind



- 2 Spin-Freiheitsgrade \rightarrow 2 Linearkombinationen von Elektron-Loch-Spin-Singulett

- $E_k = \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta_k|^2}$ ist **Anregungsenergie von Quasiteilchen**
 $|\Delta_k|$ ist Lücke im Anregungsspektrum

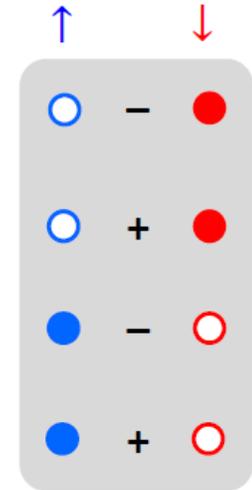
Mikroskopische Theorie

Quasiteilchenanregungen

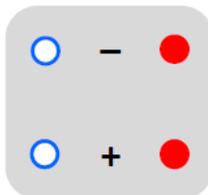
$$\begin{aligned}\alpha_k &= u_k^* c_{k\uparrow} - v_k^* c_{-k\downarrow}^\dagger \\ \beta_k^\dagger &= v_k c_{k\uparrow} + u_k c_{-k\downarrow}^\dagger \\ \alpha_k^\dagger &= u_k c_{k\uparrow}^\dagger - v_k c_{-k\downarrow} \\ \beta_k &= v_k^* c_{k\uparrow}^\dagger + u_k^* c_{-k\downarrow}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\xi_k &= 0 \\ |u_k|^2 &= |v_k|^2 = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

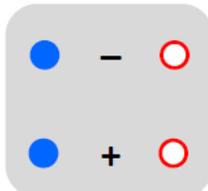

$$\begin{aligned}\alpha_k &= 1/\sqrt{2} (c_{k\uparrow} - c_{-k\downarrow}^\dagger) \\ \beta_k^\dagger &= 1/\sqrt{2} (c_{k\uparrow} + c_{-k\downarrow}^\dagger) \\ \alpha_k^\dagger &= 1/\sqrt{2} (c_{k\uparrow}^\dagger - c_{-k\downarrow}) \\ \beta_k &= 1/\sqrt{2} (c_{k\uparrow}^\dagger + c_{-k\downarrow})\end{aligned}$$



→ symmetrische und anti-symmetrische Superposition von Elektron- und Lochzuständen mit entgegengesetzter Spin-Richtung



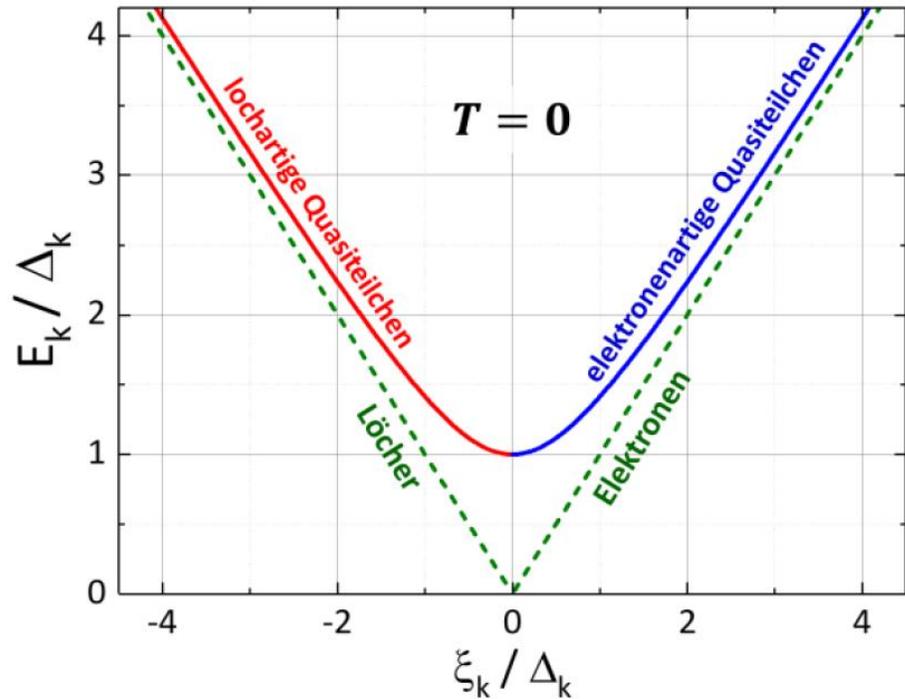
→ **reduziert** Gesamtimpuls um \mathbf{k} und Gesamtspin um $\hbar/2$
lochartige Anregung



→ **erhöht** Gesamtimpuls um \mathbf{k} und Gesamtspin um $\hbar/2$
teilchenartige Anregung

Mikroskopische Theorie

Anregungsspektrum der Quasiteilchen und Energielücke



Anregungsenergie

$$E_{\mathbf{k}} = E_{-\mathbf{k}} = \sqrt{\xi_{\mathbf{k}}^2 + \Delta_{\mathbf{k}}^2}$$

- Aufbrechen eines Cooper-Paares
notwendige Energie ist $2E_{\mathbf{k}}$

Energielücke $|\Delta_{\mathbf{k}}|$ muss durch Minimierung der freien Energie hinsichtlich Variation von $\Delta_{\mathbf{k}}$ bestimmt werden:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \Delta_{\mathbf{k}}} = 0 \quad \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \Delta_{\mathbf{k}}^\dagger} = 0$$

Energielückengleichung

$$\Delta_{\mathbf{k}} = - \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \Delta_{\mathbf{k}'} \frac{\tanh(E_{\mathbf{k}'}/2k_{\text{B}}T)}{2E_{\mathbf{k}'}}$$

Paarsuszeptibilität

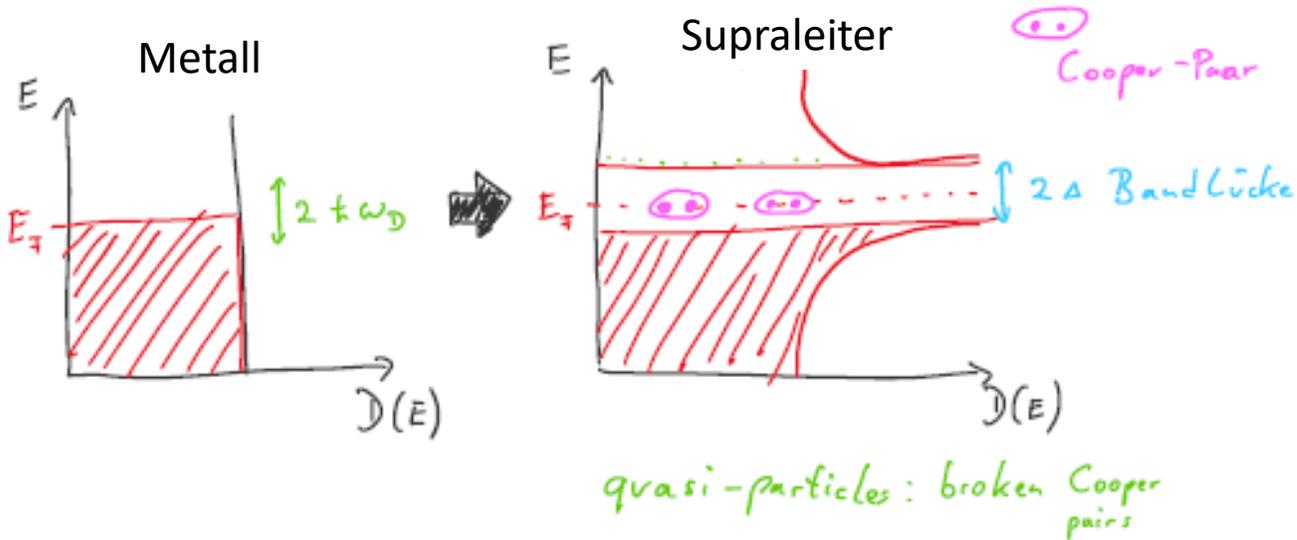
Quasiteilchenanregung: Superposition von Elektron- und Loch-Zuständen

Grund: Einteilchenanregung mit \mathbf{k} kann nur dann existieren, wenn gleichzeitig ein Loch mit $-\mathbf{k}$ existiert, ansonsten würde Paarzustand vorliegen

Mikroskopische Theorie

Kondensierung von Cooper-Paaren

Zustandsdichte:



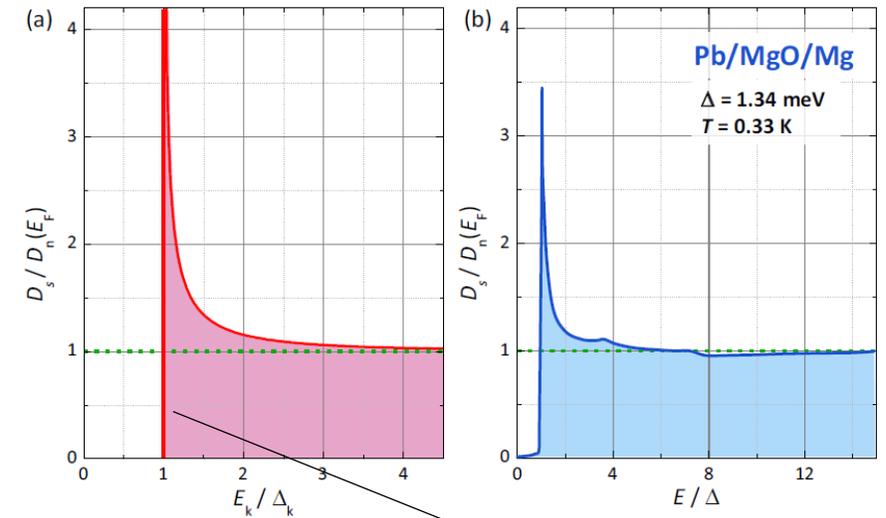
- Beim Übergang in den SL Zustand können keine Zustände verloren gehen!

$$D_s(E_k) = D_n(\xi_k) \frac{d\xi_k}{dE_k} = \begin{cases} D_n(E_F) \frac{E_k}{\sqrt{E_k^2 - \Delta^2}} & \text{für } E_k > \Delta \\ 0 & \text{für } E_k < \Delta \end{cases}$$

Elektronen in der Bandbreite $\hbar\omega_D$ kondensieren zu Cooper-Paaren

\rightarrow Bosonen \rightarrow können alle in den selben Energiezustand

\rightarrow Kondensat wird beschrieben durch eine makroskopische Wellenfunktion



$$D_n(\xi_k) \simeq D_n(E_F) = \text{const}$$



Mikroskopische Theorie

- Ziel: Lösen der Energielückengleichung

Energielückengleichung

$$\Delta_{\mathbf{k}} = - \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \Delta_{\mathbf{k}'} \frac{\tanh(E_{\mathbf{k}'} / 2k_{\text{B}} T)}{2E_{\mathbf{k}'}}$$

- Betrachte Grenzfälle $T = 0$ und $T = T_c$
- Dazwischen: Numerische Lösung

Annahmen

- Isotrope Wechselwirkung

$$V_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} = -V_0 \quad \Delta_{\mathbf{k}} = \Delta$$

- Schwache Kopplung

$$V_0 D(E_{\text{F}}) \ll 1$$

Mikroskopische Theorie

Verhältnis von Energielücke und Sprungtemperatur

Löse Energielückengleichung (last Slide)

– für $V_{k,k'} = -V_0$, $\Delta_k = \Delta$:

Energielücke bei $T = 0$ ($V_0 D(E_F) \ll 1$)

$$\Delta(0) \approx 2\hbar\omega_D e^{-2/V_0 D(E_F)}$$

große Ähnlichkeit mit
vorheriger Gleichung
(Mikroskopische
Theorie light)

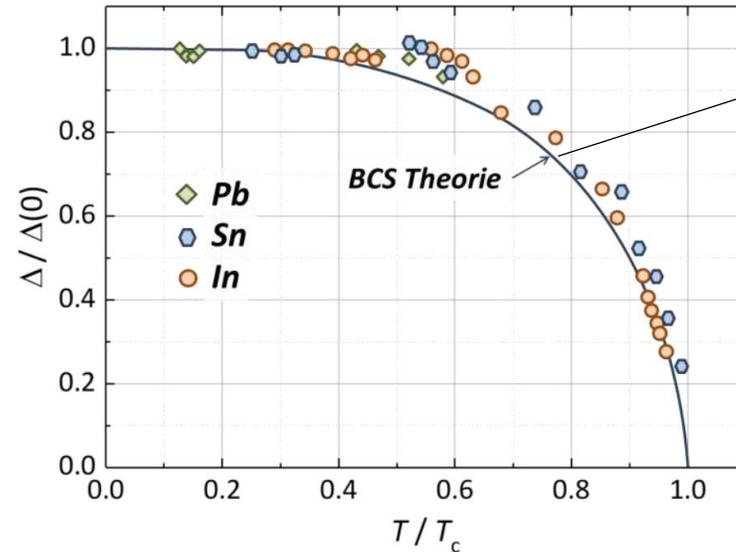
Sprungtemperatur T_c ($V_0 D(E_F) \ll 1$)

$$k_B T_c = 1.13\hbar\omega_D e^{-2/D(E_F)V_0}$$

Erklärt qualitativ den
Isotopeneffekt

Verhältnis:

$$\frac{\Delta(0)}{k_B T_c} = \frac{\pi}{e^\gamma} = 1.764$$



$$\Delta_k = - \sum_{k'} V_{k,k'} \Delta_{k'} \frac{\tanh(E_{k'}/2k_B T)}{2E_{k'}}$$

$$1 = \frac{D(E_F) V_0}{2} \int_{-\hbar\omega_D}^{\hbar\omega_D} \frac{\tanh(E_k/2k_B T)}{2E_k} d\xi_k$$

Aus Energielückengleichung

	T_c (K)	$2\Delta(0)$ (meV)	$2\Delta(0)/k_B T_c$
Al	1.19	0.36	3.5 ± 0.1
Nb	9.2	2.90	3.6
Pb	7.2	2.70	4.3 ± 0.05
Ta	4.29	1.30	3.5 ± 0.1
NbN	15	4.65	3.6
NbSe ₂	7	2.2	3.7

Mikroskopische Theorie

- Wieviel Energie gewinne ich beim Übergang in den SL Grundzustand?

Grundzustandsenergie

$$E_{\text{Kond}}(0) = \langle \mathcal{H}_{\text{BCS}} \rangle - \langle \mathcal{H}_{\text{n}} \rangle = -\frac{1}{4} D(E_{\text{F}}) \Delta^2(0) .$$

- Zahl der Cooper-Paare: $\frac{D(E_{\text{F}})}{2} \Delta(0)$
- mittlerer Energiegewinn pro Cooper-Paar: $-\frac{\Delta(0)}{2}$
- Vergleich mit der Thermodynamik $\mathcal{G}_{\text{s}} - \mathcal{G}_{\text{n}} = B_{\text{cth}}^2(0)/2\mu_0$

➔ $B_{\text{cth}}(0) = \sqrt{\frac{\mu_0 D(E_{\text{F}}) \Delta^2(0)}{2V}}$

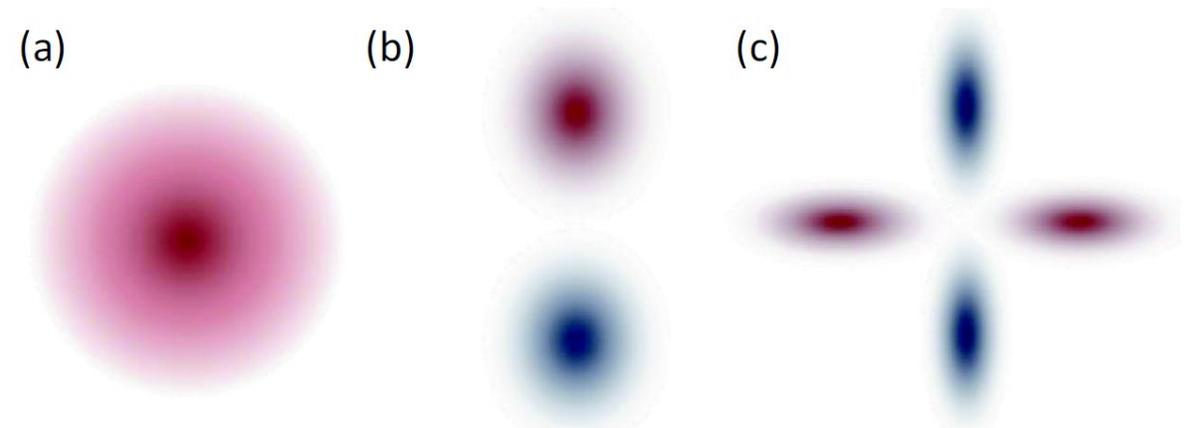
Symmetrie der Paarwellenfunktion

- Zu einer symmetrischen Orbitalfunktion gehört eine antisymmetrische Spin-Funktion und umgekehrt.

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \sigma_1, \mathbf{r}_2, \sigma_2) = e^{i\mathbf{K}_S \cdot \mathbf{R}} f(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \chi(\sigma_1, \sigma_2) = -\Psi(\mathbf{r}_2, \sigma_2, \mathbf{r}_1, \sigma_1).$$

$$\mathbf{S} = \begin{cases} 0, m_s = 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) & \text{(Singulett-Paarung)} \\ 1, m_s = \begin{cases} -1 & \downarrow\downarrow \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow) & \text{(Triplett-Paarung)} \\ +1 & \uparrow\uparrow \end{cases} \end{cases}$$

Singulett-Paarung: $S = 0$ $L = 0, L = 2 L = 4 \dots$
 Triplett-Paarung: $S = 1$ $L = 1, L = 3 L = 5 \dots$



Schematische Darstellung der Symmetrie des Orbitalanteils verschiedener Paarwellenfunktionen: **(a)** s-Wellensymmetrie (L = 0), **(b)** p-Wellensymmetrie (L = 1) und **(c)** d-Wellensymmetrie (L = 2).

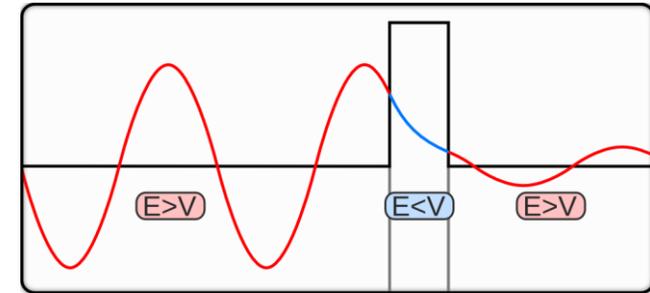
Tunnelspektroskopie

- Tunnel-Junction: zwei Supraleiter, die durch eine dünne isolierende Barriere getrennt sind
- Tunnelprozesse führen zu einer endlichen Kopplung

$$\mathcal{H}_{\text{tun}} = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{q}\sigma} T_{\mathbf{k}\mathbf{q}} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{q}\sigma} + \text{c.c.}$$

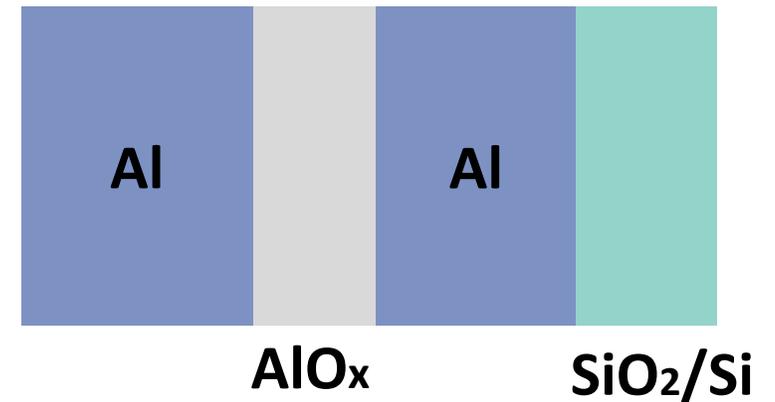
- Tunnelstrom von einem Metall 1 in ein Metall 2

$$I_{1 \rightarrow 2} = C \int_{-\infty}^{\infty} |T|^2 D_1(E) f(E) D_2(E + eU) [1 - f(E + eU)] dE$$



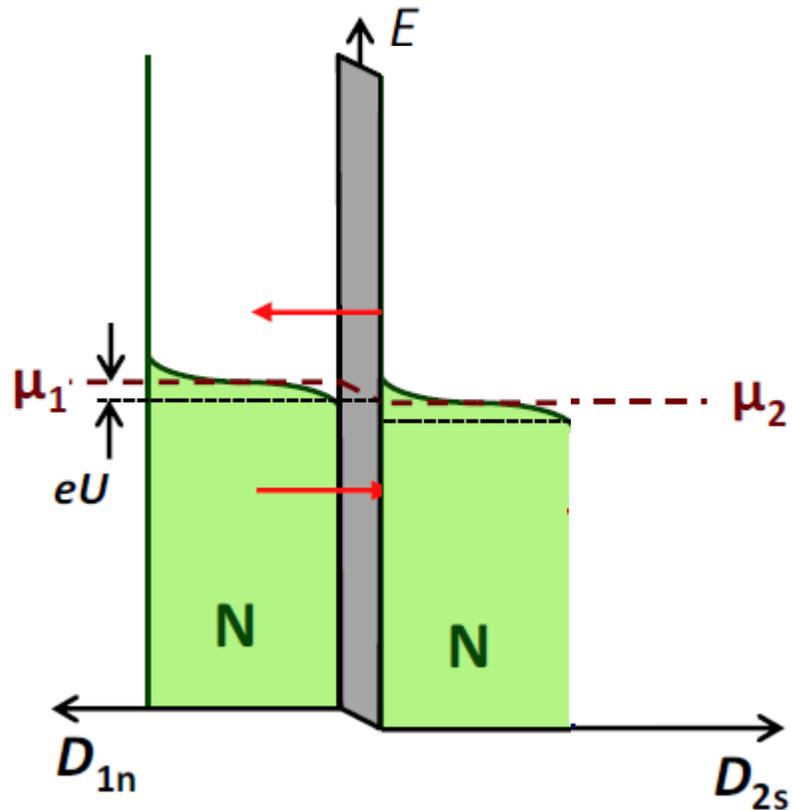
<https://de.wikipedia.org/wiki/Tunneleffekt>

Zum Beispiel:



Tunnelspektroskopie

- Tunnelspektroskopie zwischen zwei **Normalleitern**



$$I_{1 \rightarrow 2} = C \int_{-\infty}^{\infty} |T|^2 D_1(E) f(E) D_2(E + eU) [1 - f(E + eU)] dE$$

- Zustandsdichte des Normalleiters: $D_n(E) = D_n(E_F) = \text{const}$

$$\begin{aligned} I(U) &= C |T|^2 D_{n1}(E_F) D_{n2}(E_F) \int_{-\infty}^{\infty} f(E) - f(E + eU) dE \\ &= \underbrace{C |T|^2 D_{n1}(E_F) D_{n2}(E_F)}_{G_{nn}} eU = G_{nn} U . \end{aligned}$$

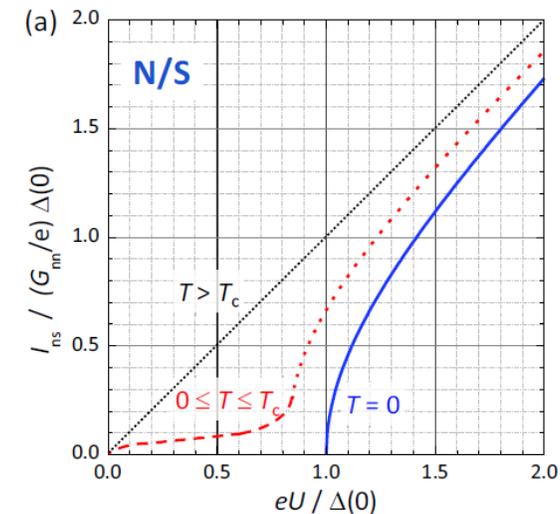
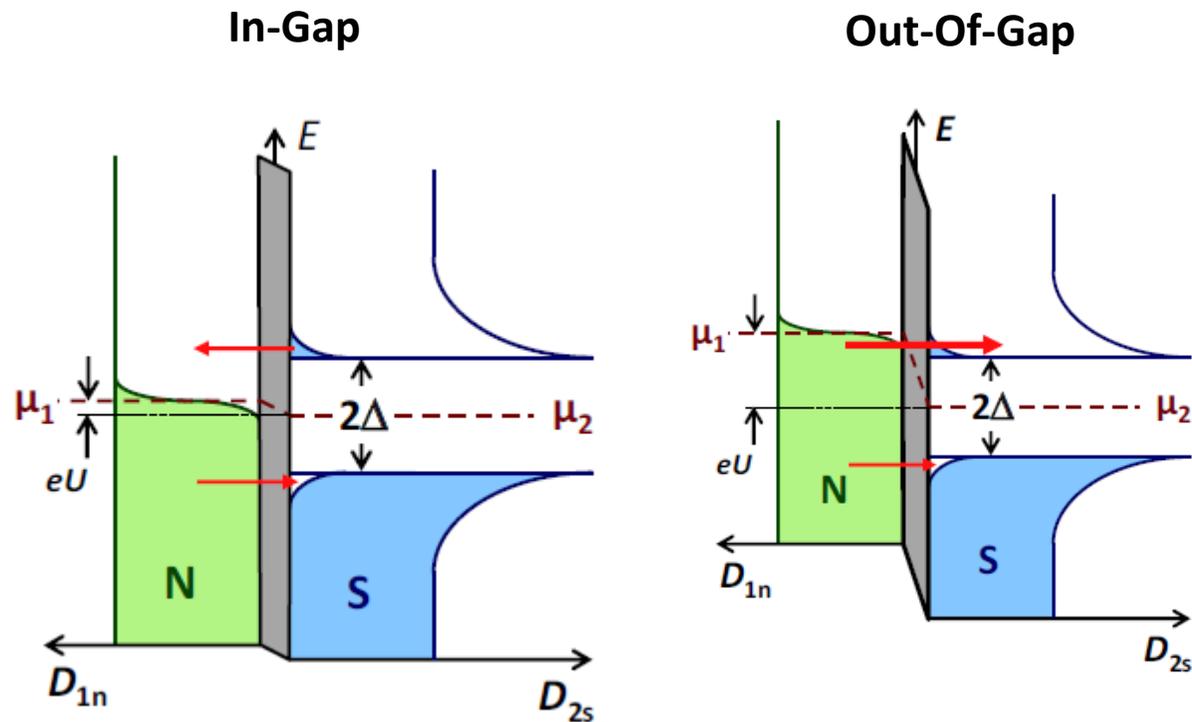
Tunnelspektroskopie

- Tunnelspektroskopie zwischen **Normalleiter** und **Supraleiter**

$$I_{ns}(U) = C|T|^2 D_{n1}(E_F) D_{n2}(E_F) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D_{s2}(E)}{D_{n2}(E_F)} [f(E) - f(E + eU)] dE$$

$$= \frac{G_{nn}}{e} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D_{s2}(E)}{D_{n2}(E_F)} [f(E) - f(E + eU)] dE.$$

$$\frac{D_{s2}(E)}{D_{n2}(E_F)} = \Re \left(\frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2(E)}} \right)$$

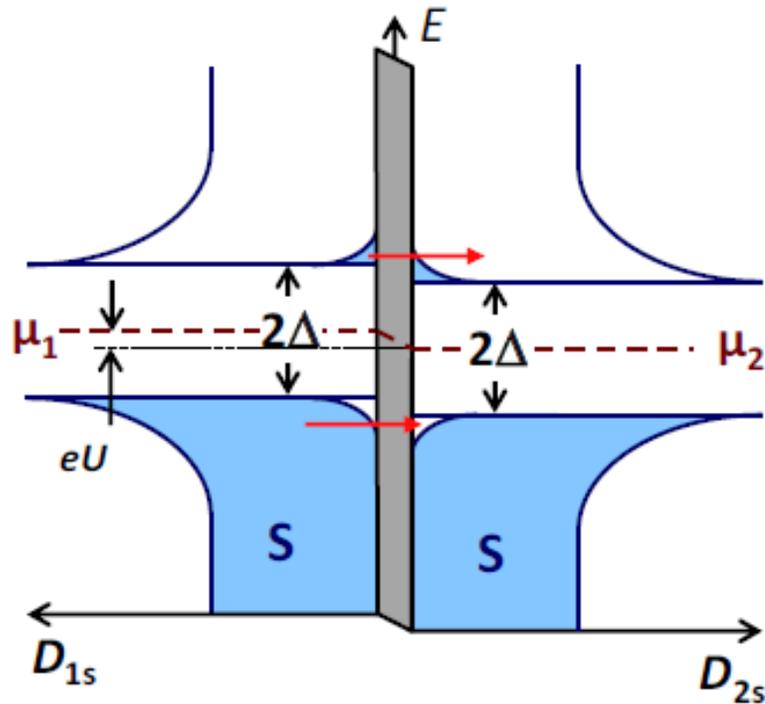


Tunnelspektroskopie

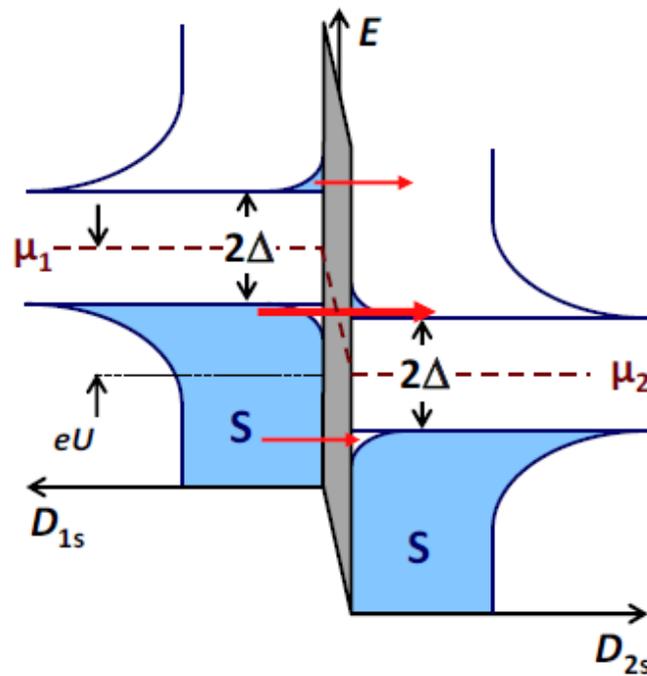
- Tunnelspektroskopie zwischen zwei Supraleitern:

$$I_{ss}(U) = \frac{G_{nn}}{e} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D_{s1}(E + eU)}{D_{n1}(E_F)} \frac{D_{s2}(E)}{D_{n2}(E_F)} [f(E) - f(E + eU)] dE$$

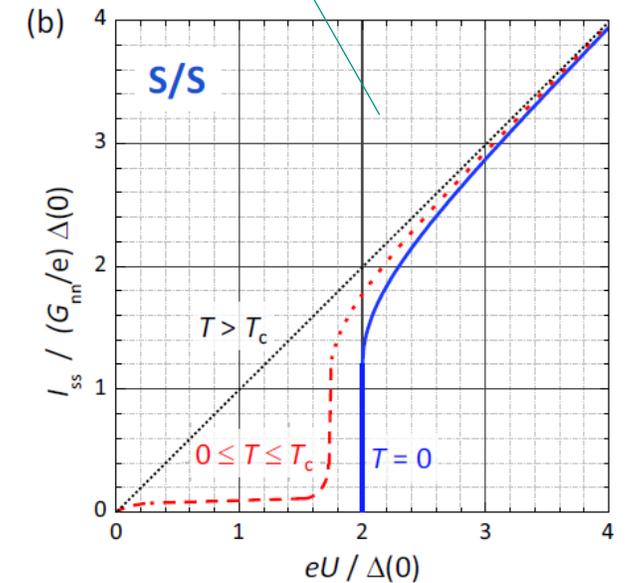
In-Gap



Out-Of-Gap

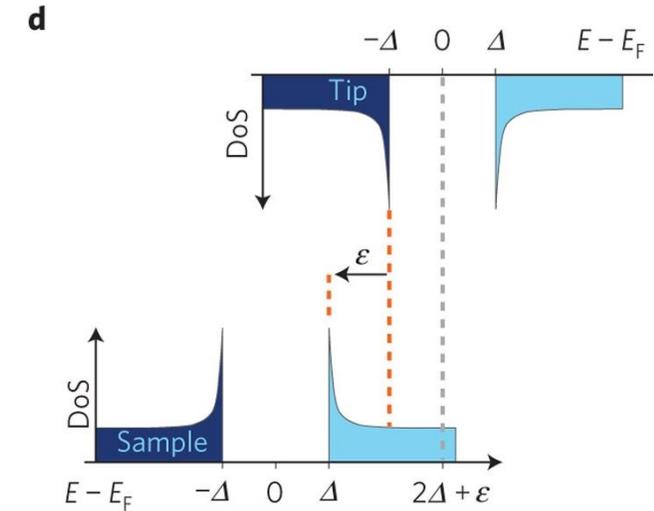
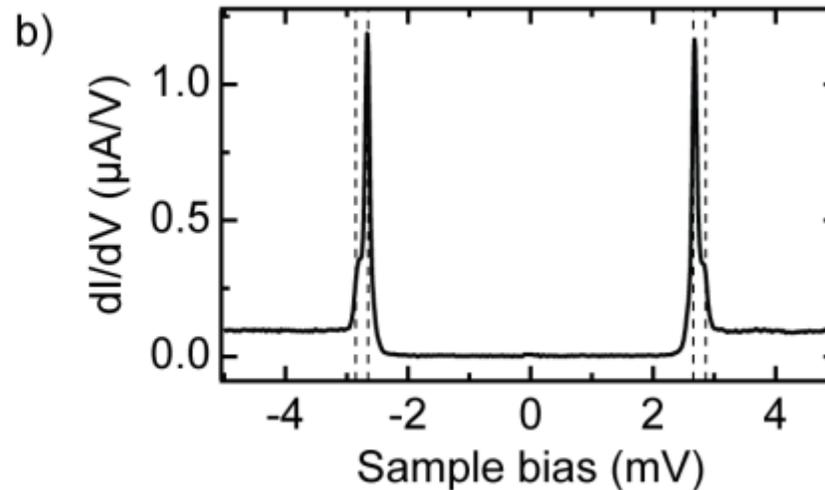
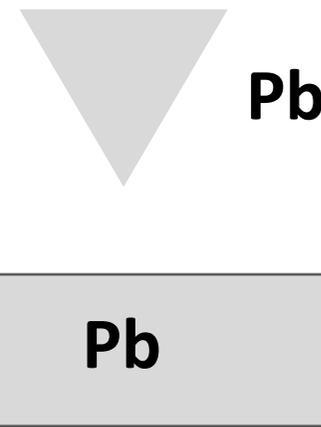
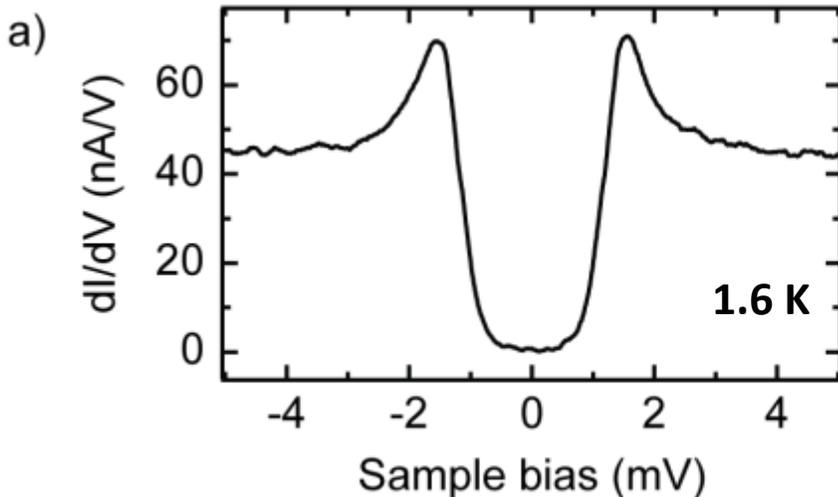
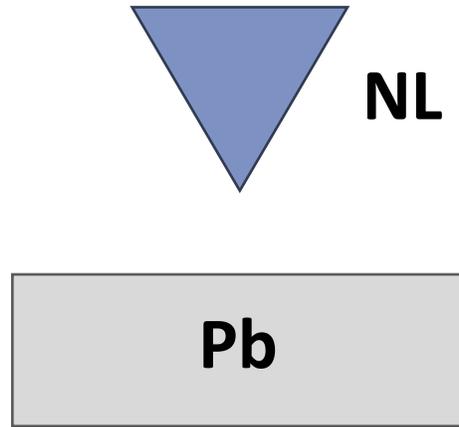


Doppeltes Gap!



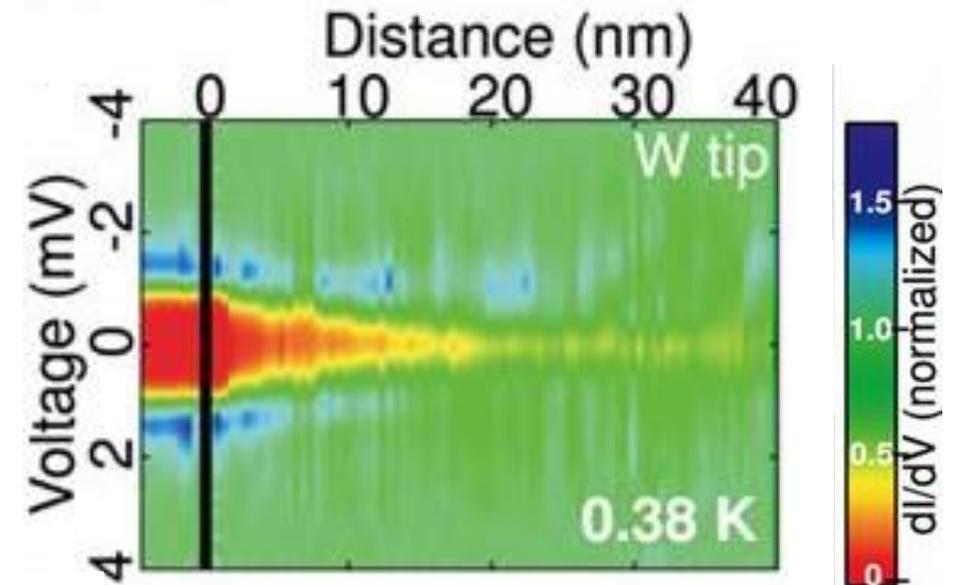
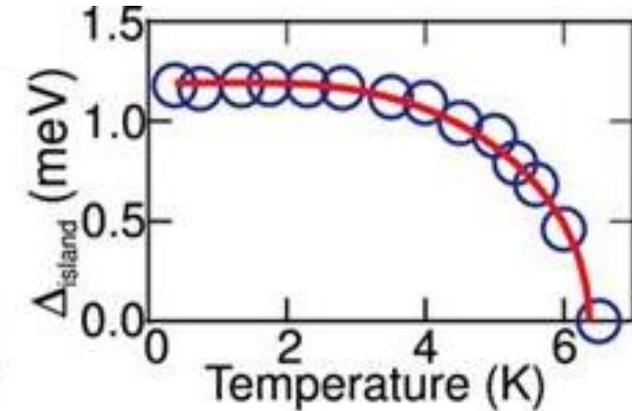
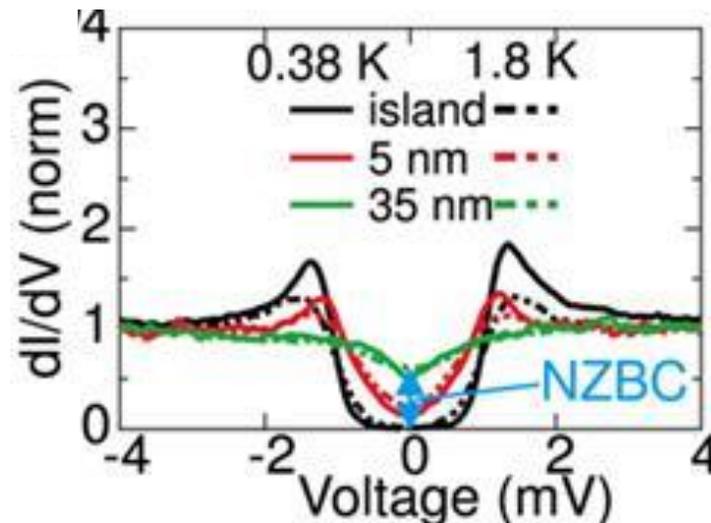
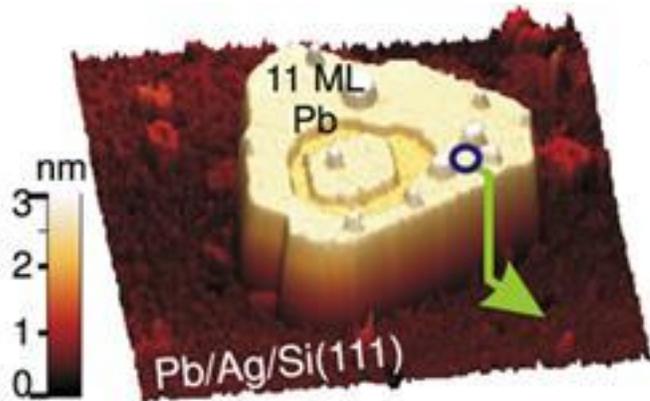
Tunnelspektroskopie im Rastertunnelmikroskop

- In RTM-Messungen kann das BCS-Gap lokal gemessen werden

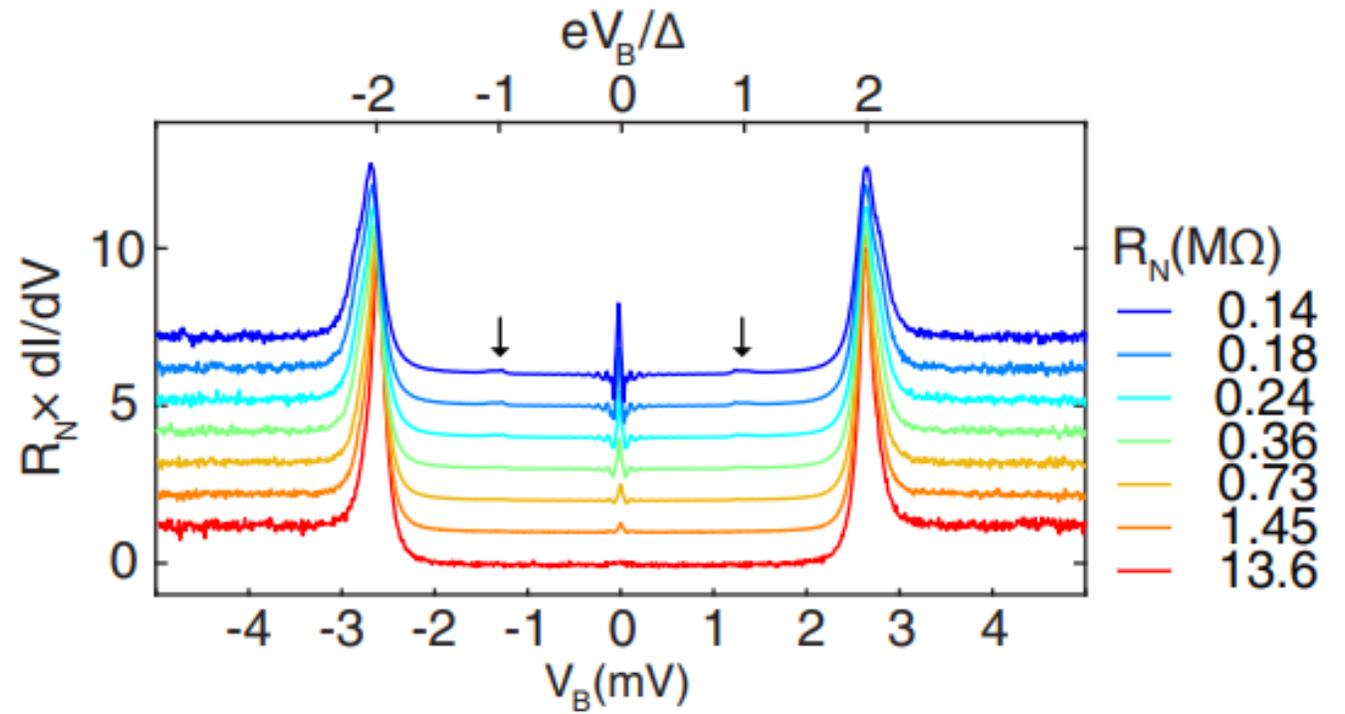
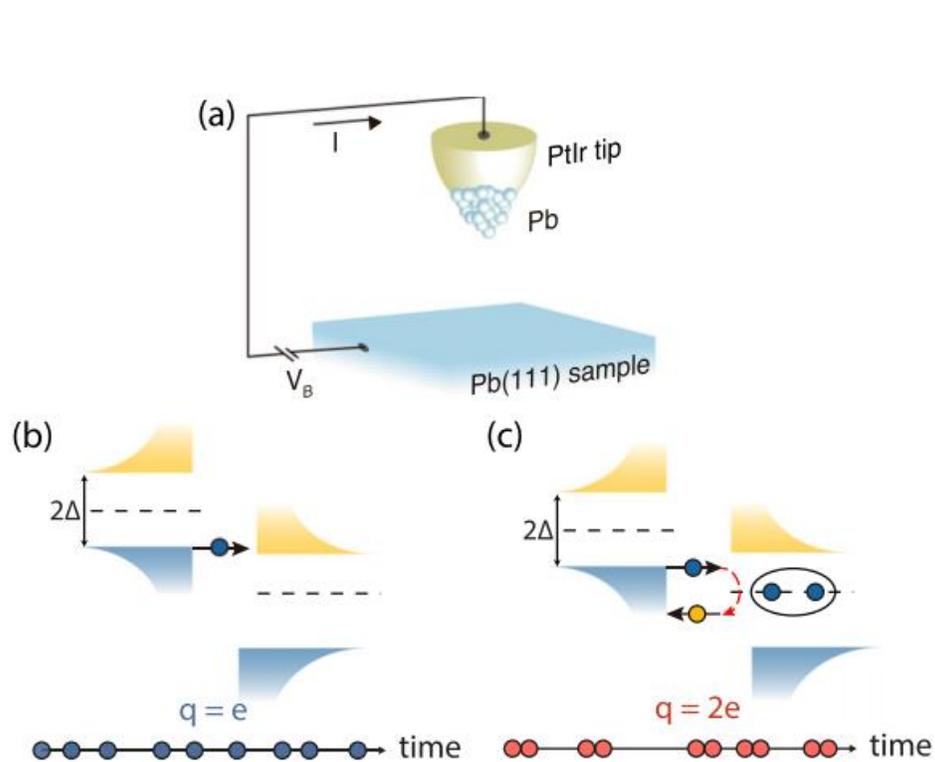


BCS in nicht-SC Materialien: Proximity Effekt

- Supraleitung kann auch durch Nähe zu einem Supraleiter „induziert“ werden
- BCS Gap ist noch im Ag zu sehen



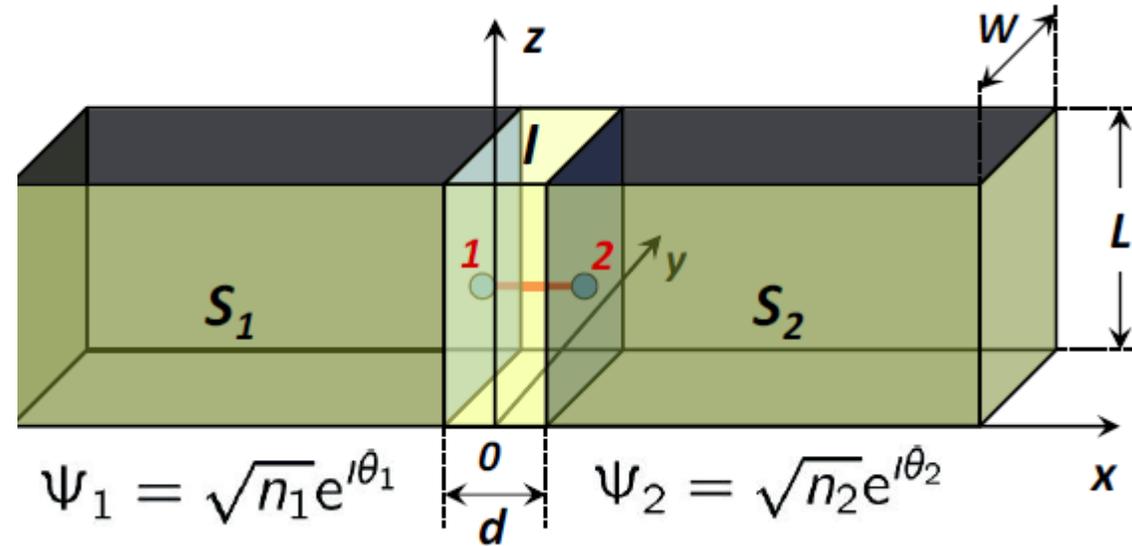
Tunnelspektroskopie in SIS Junctions



- Strom bei $V=0$
 \rightarrow Josephson Effekt

Josephson Effekt

- Wieder Tunneleffekt zwischen zwei **Supraleitern**
- Kohärentes Tunneln von Cooper-Paaren (im Gegensatz zu $2 \times e^-$)
- Betrachte zwei makroskopische Wellenfunktionen – getrennt durch eine dünne Barriere (weak link)
- Wellenfunktion „schwappet“ rüber



Erinnerung: Strom-Phase-Beziehung

$$\mathbf{J}_s = q_s n_s(\mathbf{r}, t) \left\{ \frac{\hbar}{m_s} \nabla \theta(\mathbf{r}, t) - \frac{q_s}{m_s} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \right\} = \frac{q_s n_s \hbar}{m_s} \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{r}, t)$$

eichinvariante Phasengradient $\boldsymbol{\gamma}$

Josephson Effekt

- eichinvariante Phasendifferenz φ

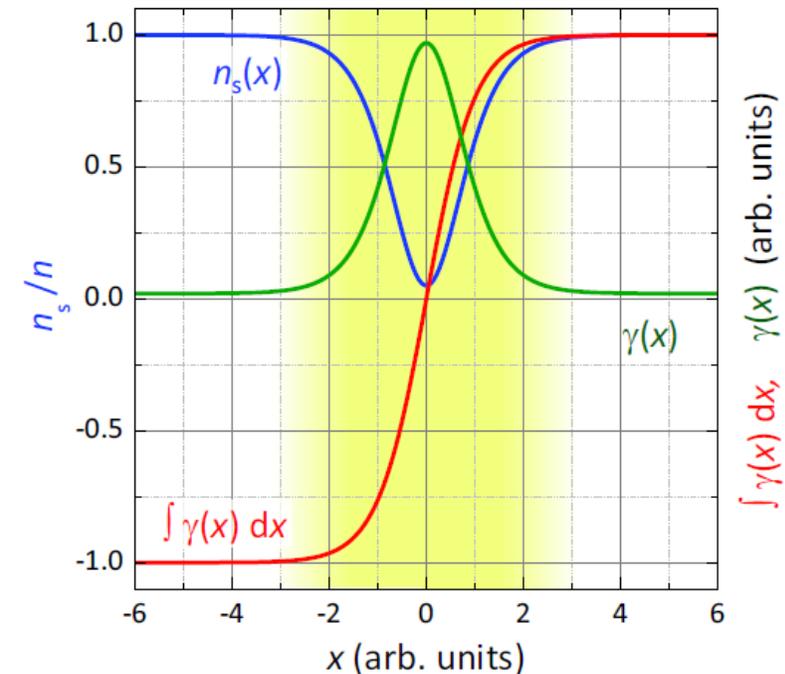
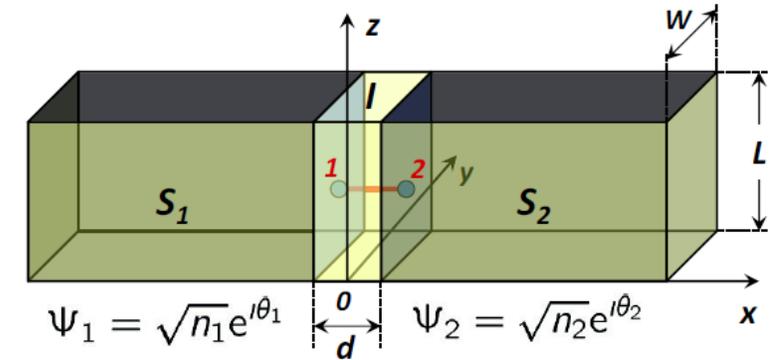
$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}, t) &= \int_1^2 \gamma(\mathbf{r}, t) = \int_1^2 \left(\nabla\theta - \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A} \right) \cdot d\mathbf{l} \\ &= \theta_2(\mathbf{r}, t) - \theta_1(\mathbf{r}, t) - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{l} \end{aligned}$$

- Phasenänderung von $n \cdot 2\pi$ ($n = \text{ganze Zahl}$), welche die Wellenfunktionen Ψ_1 und Ψ_2 der Kontaktelektroden unverändert lässt

➔ $J_s(\varphi) = J_s(\varphi + n2\pi)$

für $J_s = 0$ wird auch die Phasendifferenz φ verschwinden

➔ $J_s(\varphi = 0) = J_s(\varphi = n \cdot 2\pi) = 0$



Josephson Effekt

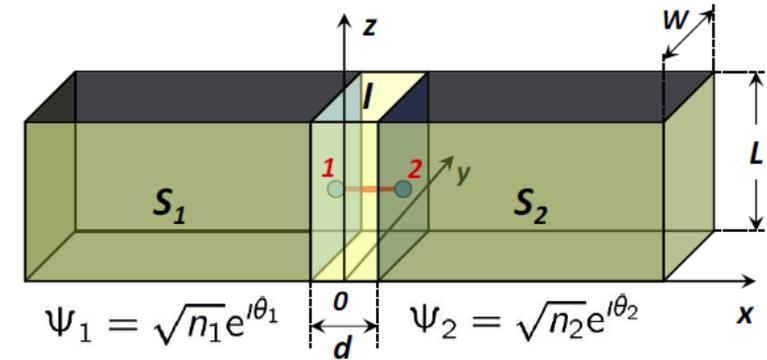
- Superstromdichte eines Josephson-Kontaktes
(1. Josephson-Gleichung):

$$J_s(\varphi) = J_c \sin \varphi + \sum_{m=2}^{\infty} J_m \sin(m\varphi)$$

- J_c ist die kritische oder maximale Josephson-Stromdichte
- Wird durch die Stärke der Kopplung zwischen den beiden Kontaktelektroden bestimmt
- Für schwache Kopplung:

$$J_s(\varphi) = J_c \sin \varphi$$

Die Suprastromdichte über einen Josephson-Kontakt variiert sinusförmig mit der Phasendifferenz φ zwischen den Kontaktelektroden.



Ohne äußere Spannung: $J_s = J_c$

Minimierung der freien Energie $\rightarrow \varphi = \pi/2$

Supraleitende Quanteninterferenzdetektoren (SQUIDs)

- Basieren auf Flussquantisierung und dem Josephson-Effekt.

$$I_{s1} = I_c \sin \varphi_1 \text{ und } I_{s2} = I_c \sin \varphi_2$$

- Basieren auf Flussquantisierung und dem Josephson-Effekt.

$$I_s = I_{s1} + I_{s2} = 2I_c \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

$$\underbrace{(\theta_{Q_b} - \theta_{Q_a})}_{\varphi_1} + \underbrace{(\theta_{P_c} - \theta_{Q_b}) + (\theta_{P_d} - \theta_{P_c})}_{-\varphi_2} + (\theta_{Q_a} - \theta_{P_d}) = n \cdot 2\pi$$

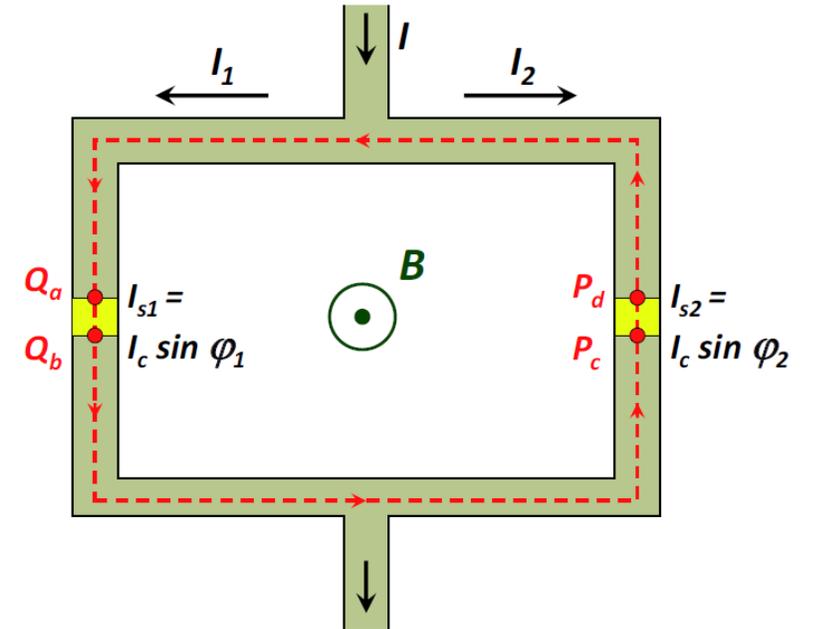
$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}$$

$$I_s = 2I_c \cos\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \sin\left(\varphi_1 + \pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)$$

Max. Wert

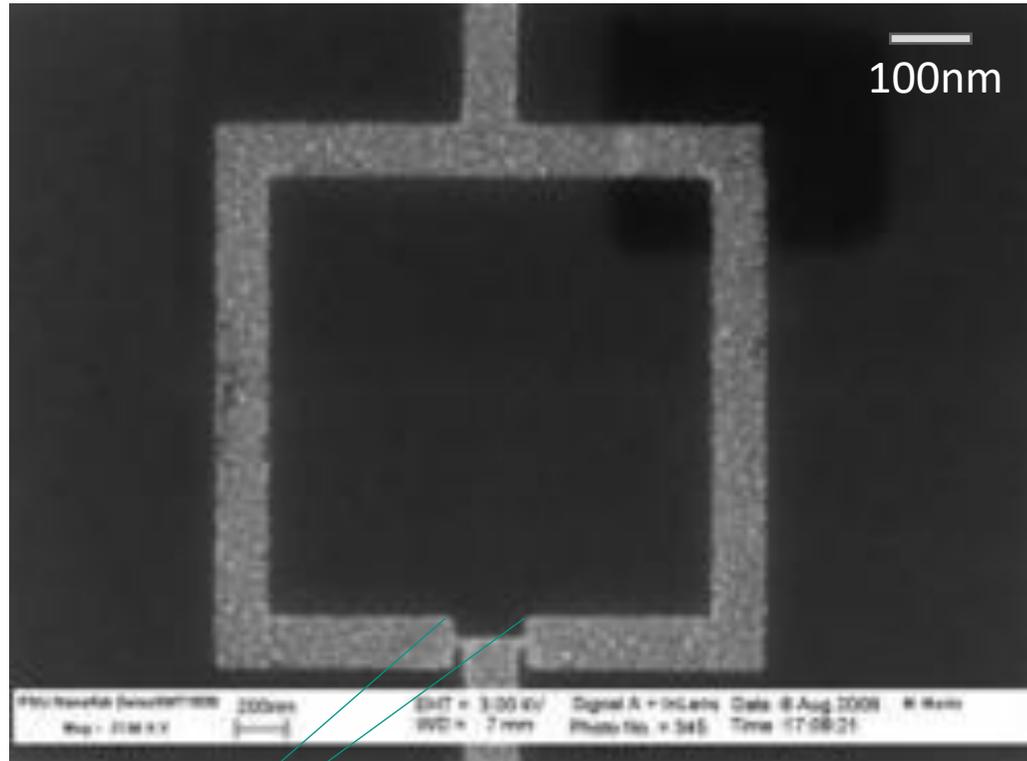


$$I_s^m = 2I_c \left| \cos\left(\pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0}\right) \right|$$



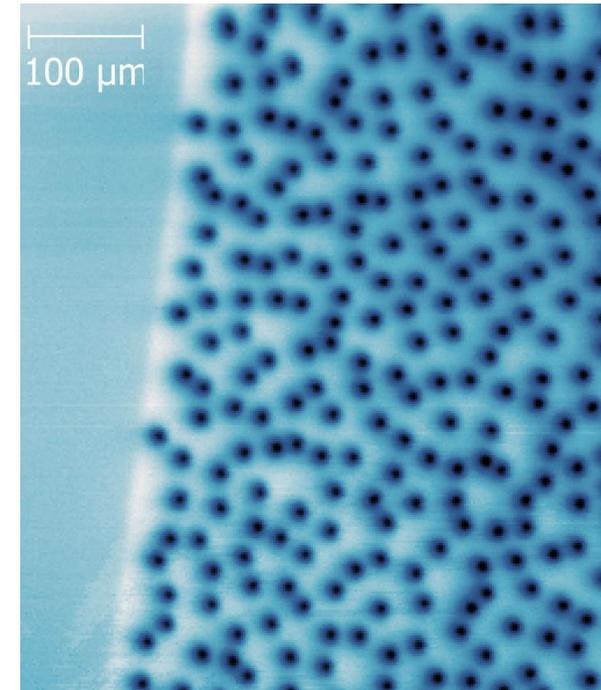
Supraleitende Quanteninterferenzdetektoren (SQUIDS)

REM Aufnahme eines SQUIDS



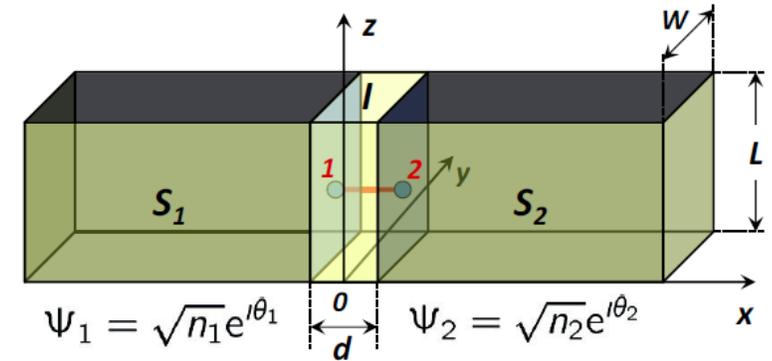
JJ

Quantum vortices in YBCO imaged by the scanning SQUID microscopy



Zusammenfassung

- Mikroskopische Theorie der Supraleitung
- Cooper Paare
- Grundlagen der BCS Theorie
- Energie-Lücke und Quasi-Teilchenanregung
- Josephson Effekt



$$J_s(\varphi) = J_c \sin \varphi$$

