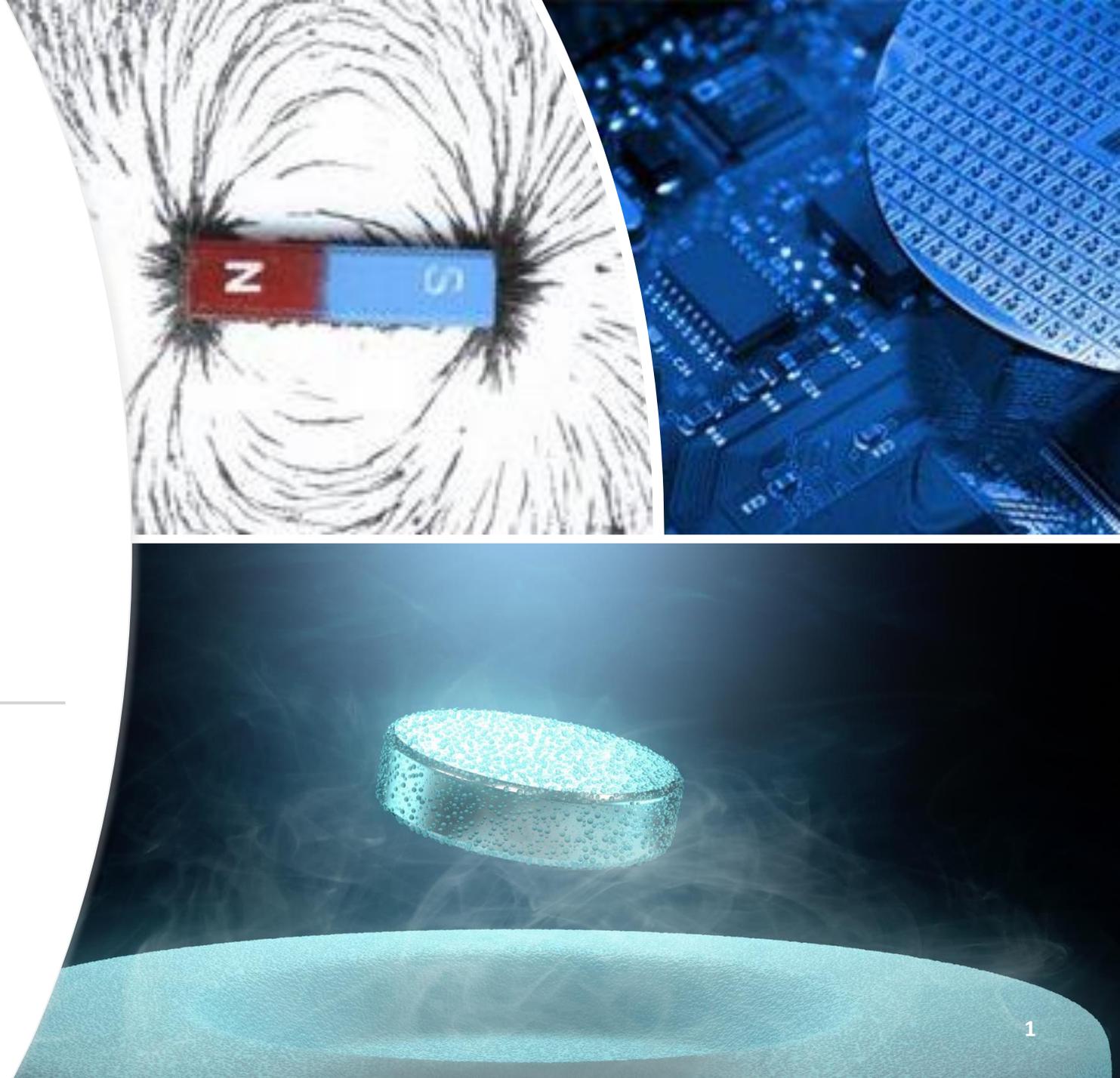




Moderne Experimentalphysik III

*Experimentelle
Festkörperphysik*

M-PHYS-106295, SoSe 2024



Inhalt

- Magnetische Eigenschaften
- Atomarer Magnetismus
- Magnetismus der Leitungselektronen
- Magnetische Wechselwirkung
- Ferro- und Antiferromagnetismus

Inhalt

- Dielektrische Eigenschaften von Isolatoren
- Halbleiter
- p-n-Übergang
- Niedrigdimensionale Elektronensysteme
- 1D- und 2D-Elektronengas
- Quanten-Hall Effekt
- Magnetische Eigenschaften
- Magnetismus der Leitungselektronen.
- Atomarer Magnetismus
- Magnetische Wechselwirkungen
- Ferro- und Antiferromagnetismus
- Grundbegriffe der Supraleitung
- London-Gleichungen
- Cooper-Paare
- Supraleiter 1. und 2. Art
- Josephson-Effekte

Bücher

- Resources / Bücher
 - Gross / Marx, Kapitel 12
 - Stephen Blundell, Magnetism in Condensed Matter Systems

OXFORD MASTER SERIES IN CONDENSED MATTER PHYSICS

Magnetism in
Condensed Matter

Stephen Blundell

xford
Master Series in Condensed Matter
Physics



Magnetismus

Compass



Refrigerator Magnets



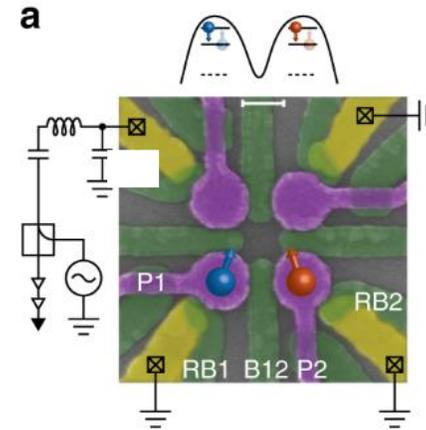
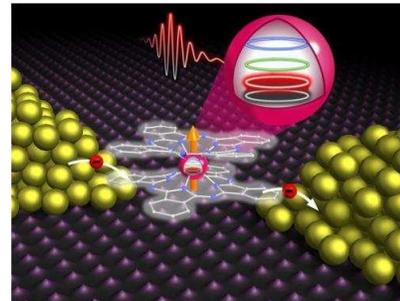
Magnetic Resonance Imaging



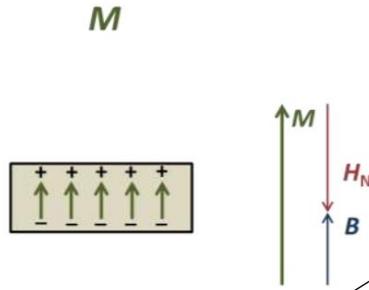
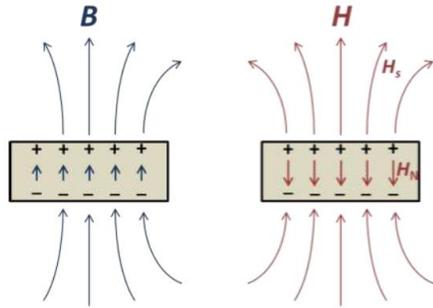
Magnetic Storage



Spin Qubits and Sensors



Magnetische Eigenschaften



$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \text{ (vacuum permeability, magnetische Feldkonstante)}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

$$\mathbf{M} = \chi \cdot \mathbf{H} = \frac{\mathbf{m}}{V}$$

\mathbf{H} : magnetische Feldstärke [A/m]

\mathbf{M} : Magnetisierung [A/m]

\mathbf{B} : magnetische Flussdichte [T]

χ : magnetische Suszeptibilität (wie reagiert mein FK auf \mathbf{H} ? e.g. $\chi = 0 \rightarrow$ keine Reaktion auf \mathbf{H})

\rightarrow Verbindet \mathbf{H} und \mathbf{M}

\rightarrow Eigentlich Tensor 2. Stufe (Richtungsabhängig)

\rightarrow Einheitenlos (gegeben als molar susceptibility $\chi_m = \chi \cdot V_m \left[\frac{\text{m}^3}{\text{mol}^{-1}} \right]$ oder mass susceptibility $\chi_\rho = \chi \cdot \rho \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$)

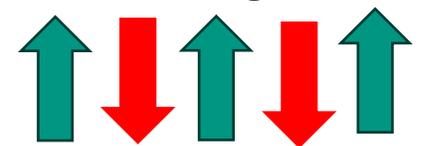
$\chi < 0$: Diamagnetismus (dia = durch; induzierte magnetische Momente [Lenz law])

$\chi > 0$: Paramagnetismus (para = at, next; existierende m. M., die sich ausrichten)

Ferromagnetismus:



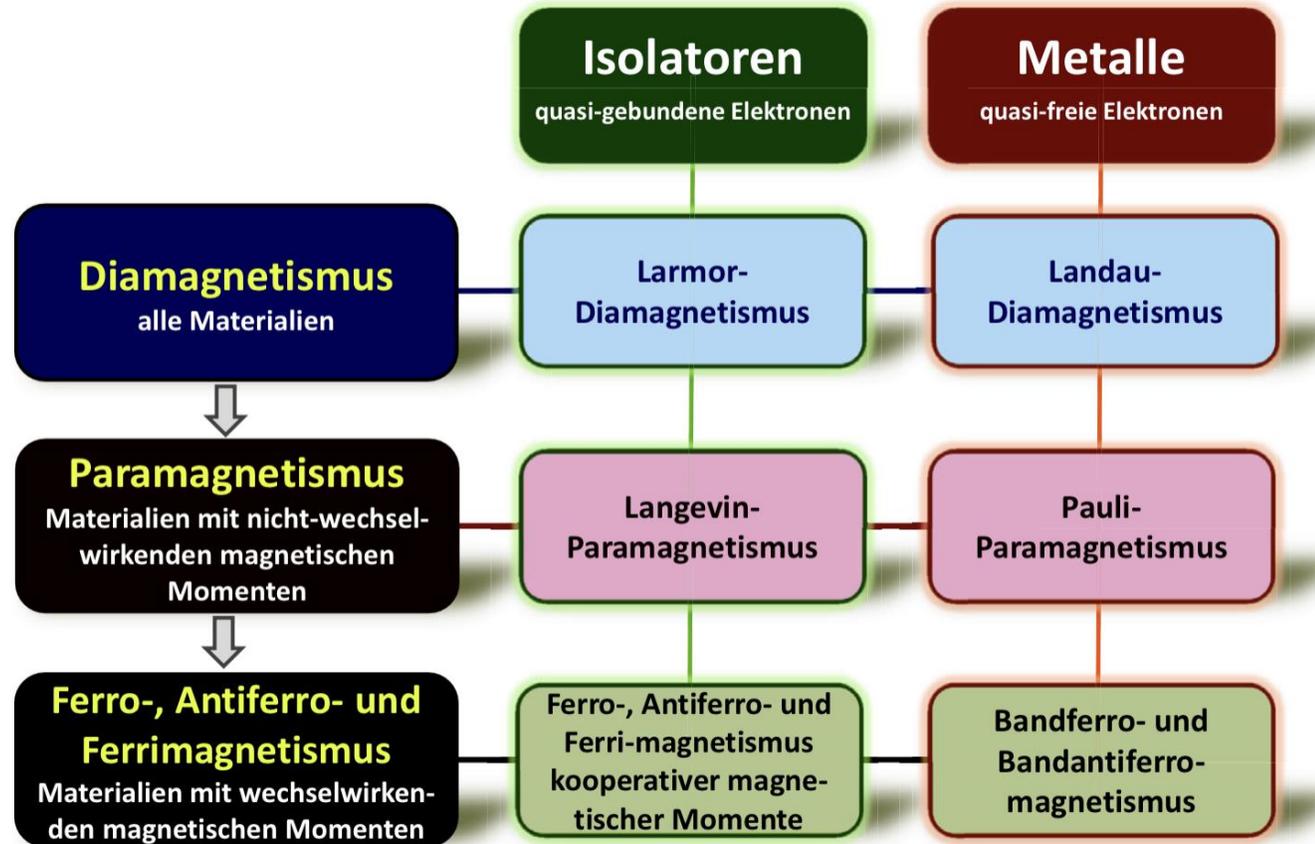
Antiferromagnetismus:



Ferrimagnetismus:



Magnetische Eigenschaften



Magnetische Eigenschaften

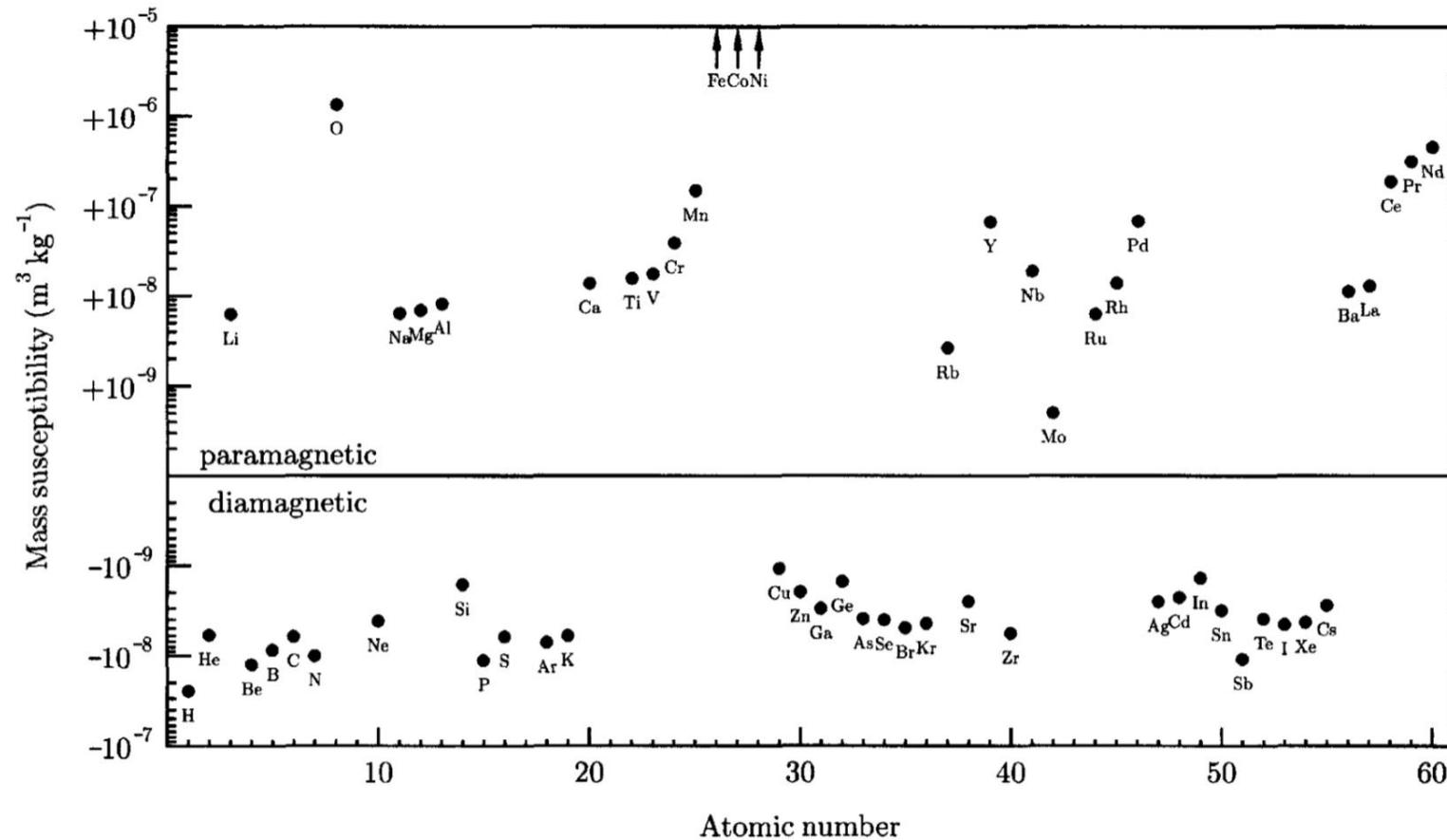
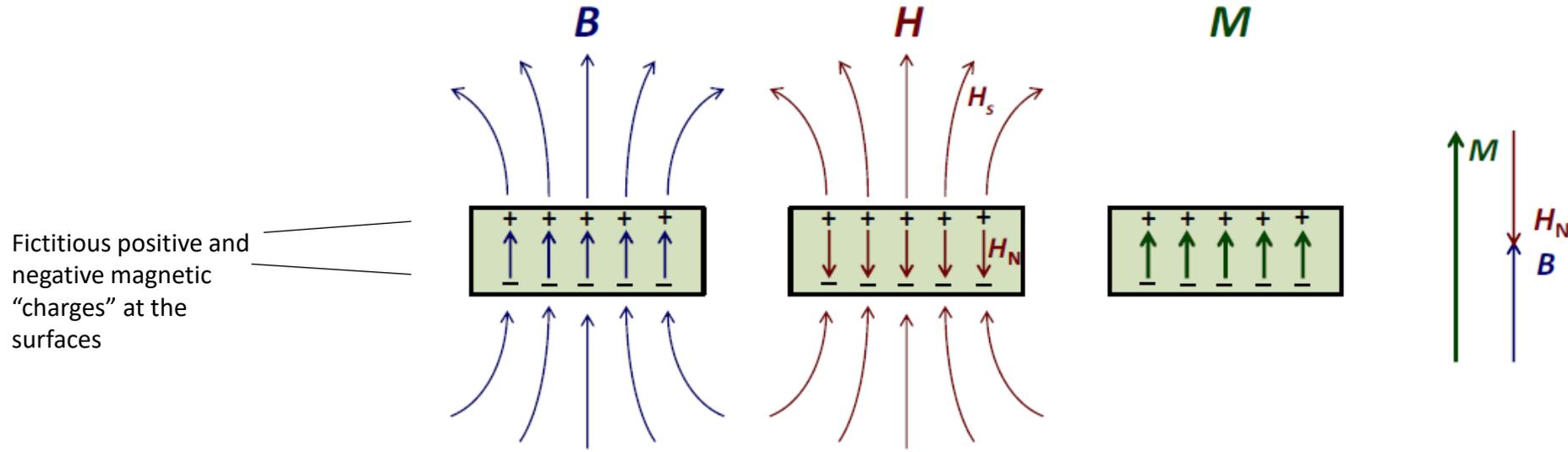


Fig. 2.1 The mass susceptibility of the first 60 elements in the periodic table at room temperature, plotted as a function of the atomic number. Fe, Co and Ni are ferromagnetic so that they have a spontaneous magnetization with no applied magnetic field.

Magnetische Eigenschaften

Wir betrachten Entmagnetisierungs- und Streufelder von magnetisierter Scheibe ($H_{\text{ext}} = 0$)



- **innerhalb vom FK:** $B = \mu_0 M + \mu_0 H_N$ $H_N = B/\mu_0 - M = -NM$ $M \neq 0$ $N = \text{Entmagnetisierungsfaktor}$
 $H_N = \text{Entmagnetisierungsfeld}$
 $H_S = \text{Streufeld}$
- **außerhalb vom FK:** $B = \mu_0 H_S$ H_S $M = 0$

➤ geschlossener Pfad entlang von Feldlinien: $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = 0$ ➔ H_N ist antiparallel zu M ("Ent"-Magnetisierungsfeld)
(Ampere'sches Durchflutungsgesetz)

Magnetostatische Selbstenergie

Wie groß ist die Wechselwirkungsenergie eines magnetisierten FKs mit dem von ihm erzeugten Magnetfeld?

- einzelnes Moment in lokalem Feld:

$$E_\mu = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mu_0 \mathbf{H}_{\text{lok}} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mu_0 (\mathbf{H}_N + \mathbf{H}_L)$$

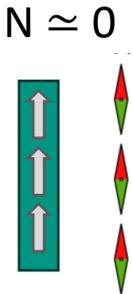
Lorentz-Feld (brauchen wir nicht)

- Integration über Volumen unter Benutzung von $M = m/V$

$$E_M = -\frac{1}{2} \mu_0 \int_V \mathbf{H}_N \cdot \mathbf{M} dV = \frac{1}{2} \mu_0 \int_V \mathbf{M} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{M} dV$$



$$H_N = -\mathbf{N} \cdot \mathbf{M}$$



$$E_M = \frac{1}{2} \mu_0 \int_V \mathbf{M} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{M} dV = \frac{1}{2} \mu_0 V N M^2$$

E_M ist minimal für kleinstes N

→ M richtet sich so aus, dass N minimal wird, z.B. parallel zu dünner Scheibe statt senkrecht dazu

→ magnetische Formanisotropie

Atomarer Magnetismus

Aufgabe: Herstellen des Zusammenhangs zwischen makroskopischen Festkörpereigenschaften (ausgedrückt durch Suszeptibilität) und mikroskopischen Eigenschaften

wir unterscheiden wie bei dielektrischen Festkörpern drei unterschiedliche Materialklassen

I. diamagnetische Festkörper:

- keine magnetischen Momente in FK vorhanden
- Momente werden durch äußeres Feld induziert
- Lenzsche Regel: induzierte magnetische Momente sind ihrer Ursache entgegengesetzt

→ **Suszeptibilität χ_{dia} ist negativ**

Größenordnung:

(i) gebundene Elektronen: $\chi_{dia} \sim -10^{-4}$ bis -10^{-6}

(ii) freie Leitungselektronen: $\chi_{Landau} \sim -10^{-5}$, Supraleiter: $\chi_{dia} \sim -1$ (perfekter Diamagnetismus)

II. paramagnetische Festkörper:

- magnetische Momente in FK bereits vorhanden
- Momente werden durch äußeres Feld ausgerichtet (entspricht Orientierungspolarisation bei dielektrischen FK)
- Momente werden parallel zu Feld ausgerichtet

→ **Suszeptibilität χ_{para} ist positiv**

Atomarer Magnetismus

II. paramagnetische Festkörper:

Größenordnung der vorhandenen magnetischen Momente:

(i) gebundene Elektronen: Bahn- und Spin-Moment der Elektronen (Langevin-Paramagnetismus)

$$\boldsymbol{\mu}_\ell = g_\ell \mu_B \frac{\boldsymbol{\ell}}{\hbar}, \quad \boldsymbol{\mu}_s = g_s \mu_B \frac{\mathbf{s}}{\hbar} \quad \text{mit } \langle \ell^2 \rangle = \ell(\ell + 1)\hbar^2 \quad \text{und } \langle \mathbf{s}^2 \rangle = s(s + 1)\hbar^2$$

$$\text{Gesamtbahndrehimpuls: } \mathbf{L} = \sum_i \boldsymbol{\ell}_i$$

$$\text{Gesamtspin: } \mathbf{S} = \sum_i \mathbf{s}_i$$

$$\text{Gesamtdrehimpuls: } \mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$$

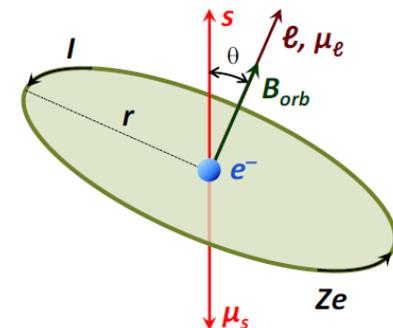
$$\boldsymbol{\mu}_J = g_J \mu_B \frac{\mathbf{J}}{\hbar}$$

$$g_J = \text{Landéscher } g\text{-Faktor}$$

(Russel-Saunders-Kopplung)

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

(ii) freie Leitungselektronen: Spin-Momente der Leitungselektronen (Pauli-Paramagnetismus)



Atomarer Magnetismus

III. ferromagnetische Festkörper:

- magnetische Momente in FK bereits vorhanden
- Momente wechselwirken untereinander → spontaner Ordnungszustand mit spontaner Magnetisierung M
- maßgebende WW ist Austauschwechselwirkung, Dipol-Dipol-WW spielt untergeordnete Rolle
- **Suszeptibilität χ_{para} ist sehr groß**

Atomarer Magnetismus

- Berechnung der Energieänderungen ΔE_n der atomaren Energien in Störungstheorie 2. Ordnung:

$$\Delta \mathcal{H} = \frac{\mu_B}{\hbar} (L_z + g_s S_z) B_z + \frac{e^2 B_z^2}{8m} \sum_i (x_i^2 + y_i^2)$$

$$\Delta E_n = \langle n | \Delta \mathcal{H} | n \rangle + \sum_{n \neq n'} \frac{|\langle n | \Delta \mathcal{H} | n' \rangle|^2}{E_n - E_{n'}}$$

$$\Delta E_n = \frac{\mu_B B_z}{\hbar} \langle n | L_z + g_s S_z | n \rangle$$

Langevin-Paramagnetismus

$$+ \frac{\mu_B^2 B_z^2}{\hbar^2} \sum_{n \neq n'} \frac{|\langle n | L_z + g_s S_z | n' \rangle|^2}{E_n - E_{n'}}$$

Van Vleck-Paramagnetismus

$$+ \frac{e^2 B_z^2}{8m} \langle n | \sum_i (x_i^2 + y_i^2) | n \rangle$$

Larmor-Diamagnetismus

- Größenordnung für Grundzustand $|0\rangle$:

i. Langevin: $\langle n | L_z + g_s S_z | n \rangle \simeq \hbar \quad \rightarrow \quad \Delta E_n \simeq \mu_B B_z = e\hbar/2m \cdot B_z = \hbar\omega_c \quad \rightarrow \quad \simeq 10^{-4} \text{ eV @ } B_z = 1 \text{ T}$

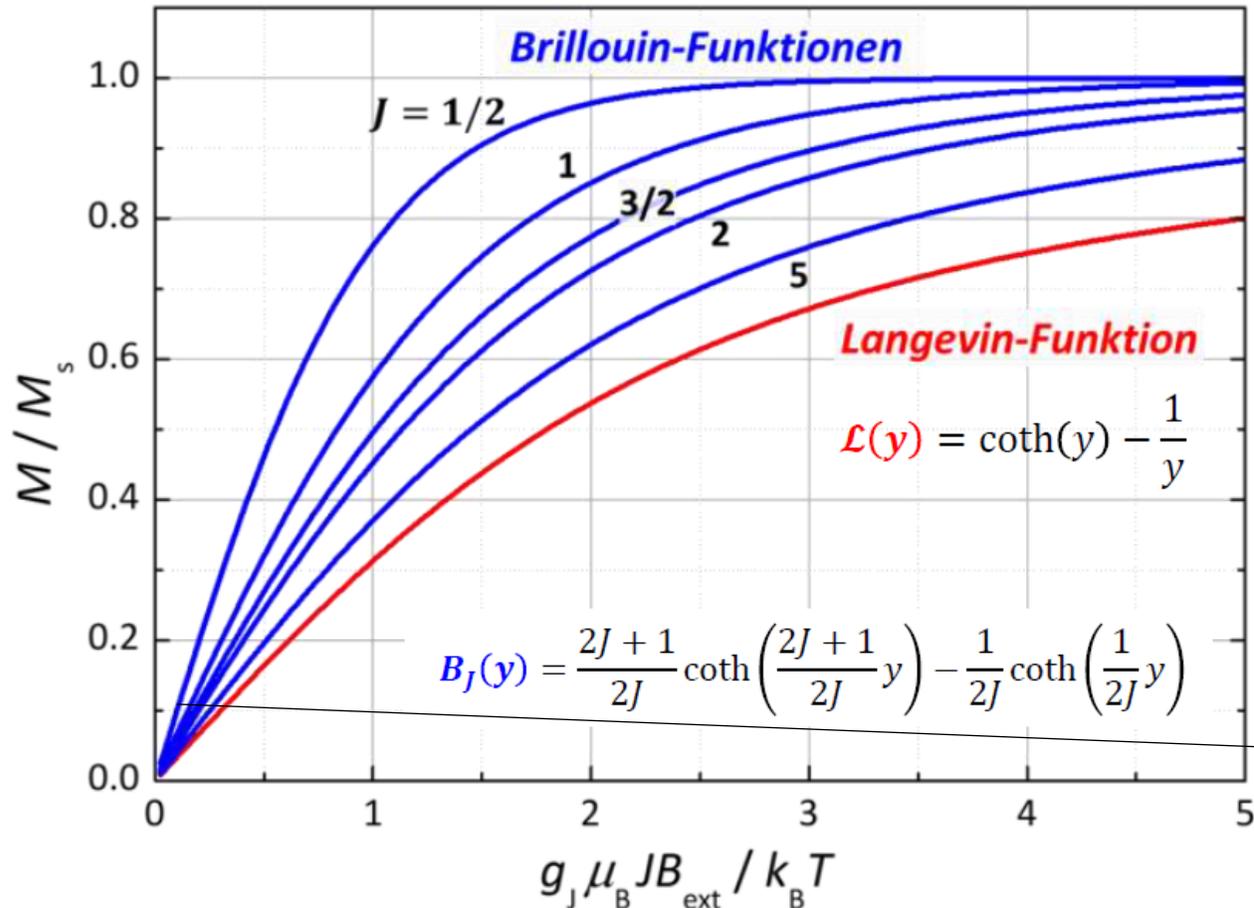
ii. Van Vleck: $\langle n | L_z + g_s S_z | n' \rangle \simeq \hbar \quad \rightarrow \quad \Delta E_n \simeq \mu_B B_z \cdot \frac{\mu_B B_z}{E_n - E_{n'}} \sim (10^{-4} - 10^{-5}) \cdot \hbar\omega_c \quad \rightarrow \quad @ B_z = 1 \text{ T}$

iii. Larmor: $\langle n | \sum_i (x_i^2 + y_i^2) | n \rangle \simeq a_B^2 \quad \rightarrow \quad \Delta E_n \simeq (\hbar e B_z / m)^2 / \left(\frac{\hbar^2}{2ma_B^2} \right) \sim \frac{(\hbar\omega_c)^2}{E_H} \sim 10^{-5} \cdot \hbar\omega_c \quad \rightarrow \quad @ B_z = 1 \text{ T}$

→ Van Vleck-Paramagnetismus und Larmor-Diamagnetismus nur dann beobachtbar, wenn Langevin-Paramagnetismus verschwindet

Magnetisierungskurven

- Langevin-Funktion $\mathcal{L}(y)$ und Brillouin-Funktionen $B_J(y)$



Wichtig:

$$x \simeq 0,002 @ J = \frac{1}{2}, B_{\text{ext}} = 1 \text{ T}, T = 300 \text{ K}$$

- ➔ bei RT befindet man sich immer im linearen Bereich der Brillouin-Funktionen
- ➔ volle Aufnahme der Brillouin-Funktionen erfordert hohe Magnetfelder und niedrige Temperaturen
- ➔ Curie-Gesetz gilt nur im linearen Bereich

$$\chi = \mu_0 \left(\frac{\partial M}{\partial B_{\text{ext}}} \right)_{V,T} = \frac{n_V \mu_0 \mu_{\text{eff}}^2}{k_B T} = \frac{C}{T}$$

$$C = \frac{n_V \mu_0 \mu_{\text{eff}}^2}{k_B}$$

Curie-Konstante

Magnetisierungskurven

Quantenmechanisches $(2J + 1)$ -Niveausystem: Brillouin-Funktionen $B_J(y)$

$$\frac{M}{M_s} = B_J(y) = \frac{2J + 1}{2J} \coth\left(\frac{2J + 1}{2J} y\right) - \frac{1}{2J} \coth\left(\frac{1}{2J} y\right)$$

mit $y = xJ = \frac{g_J \mu_B J B_{\text{ext}}}{k_B T}$
 $M_s = n g_J \mu_B J$

➤ Näherung für $y = g_J \mu_B B_{\text{ext}} J / k_B T \ll 1$: $\coth y \simeq \frac{1}{y} + \frac{y}{3} - \dots$

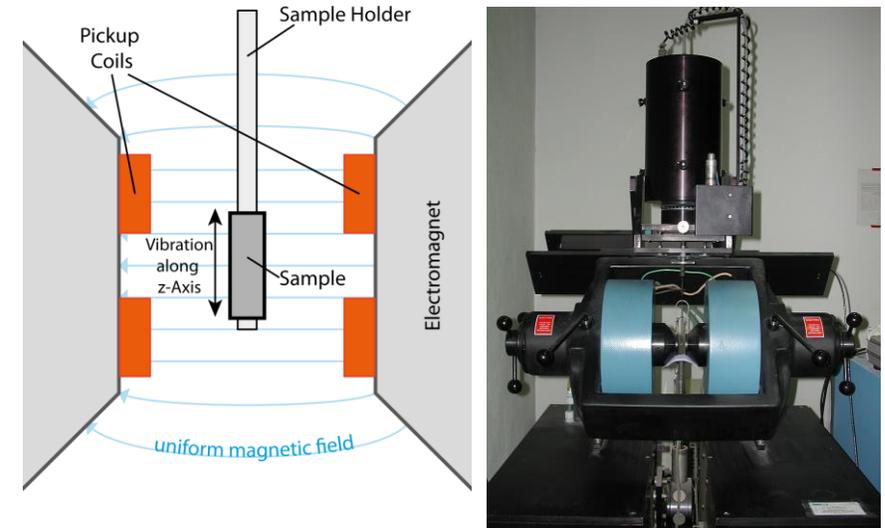
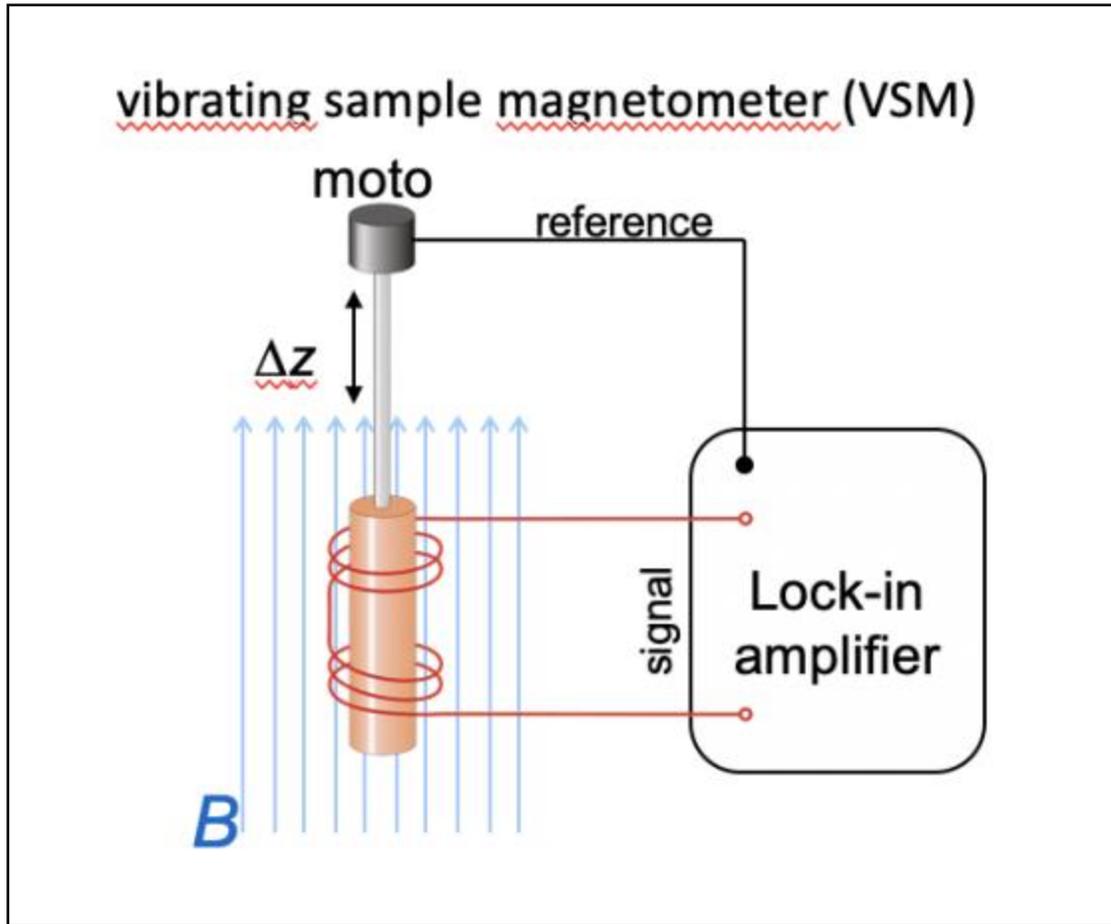
➔ $B_J(y) \simeq \frac{J+1}{3J} y = \frac{J+1}{3} x$

effektive Magnetonenzahl $p = g_J \sqrt{J(J+1)}$

$$\chi = \mu_0 \left(\frac{\partial M}{\partial B_{\text{ext}}} \right)_{T,V} = \frac{\mu_0 n J(J+1) g_J^2 \mu_B^2}{3 k_B T} = \frac{C}{T}$$

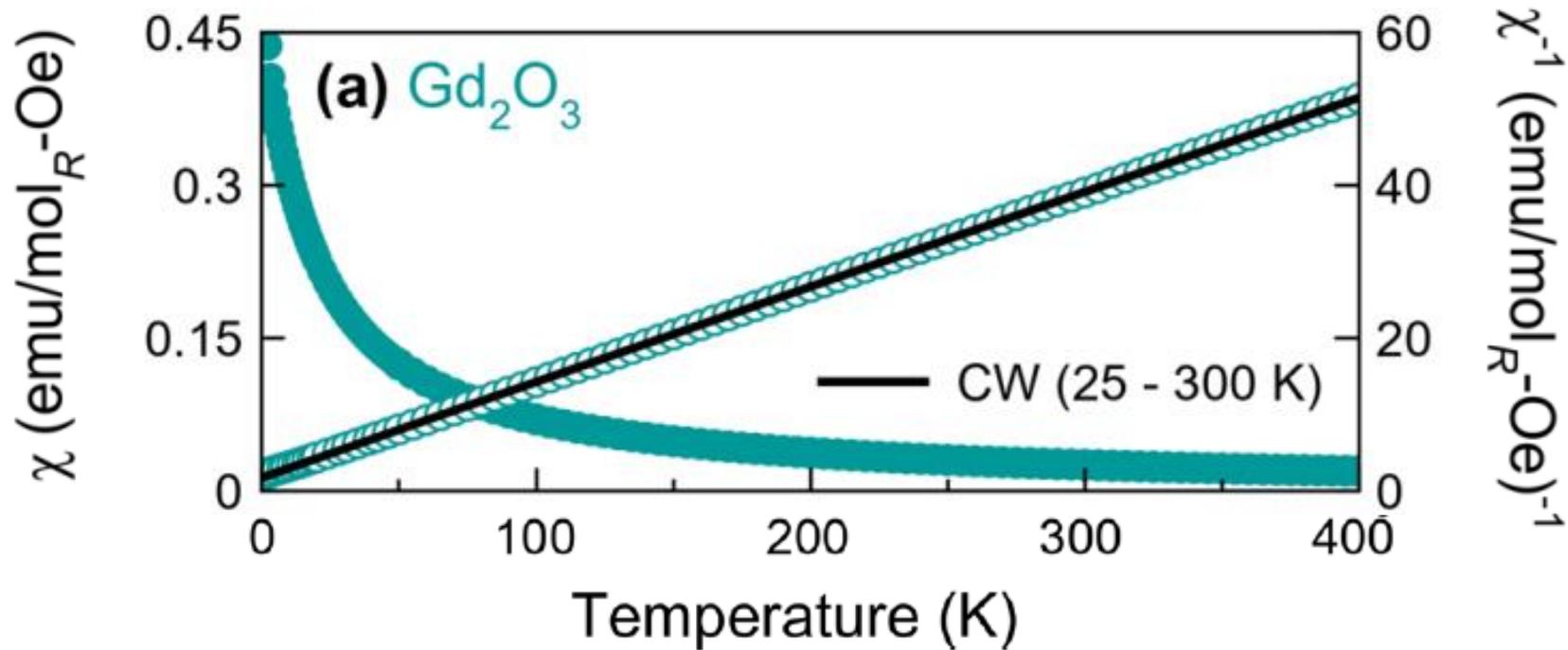
$$C = \frac{\mu_0 n J(J+1) g_J^2 \mu_B^2}{3 k_B} = \frac{\mu_0 n p^2 \mu_B^2}{3 k_B} = \frac{\mu_0 n \mu_{\text{eff}}^2}{3 k_B}$$

„einfache“ Methoden zur Bestimmung der Magnetisierung



https://en.wikipedia.org/wiki/Vibrating-sample_magnetometer

Curie-Gesetz

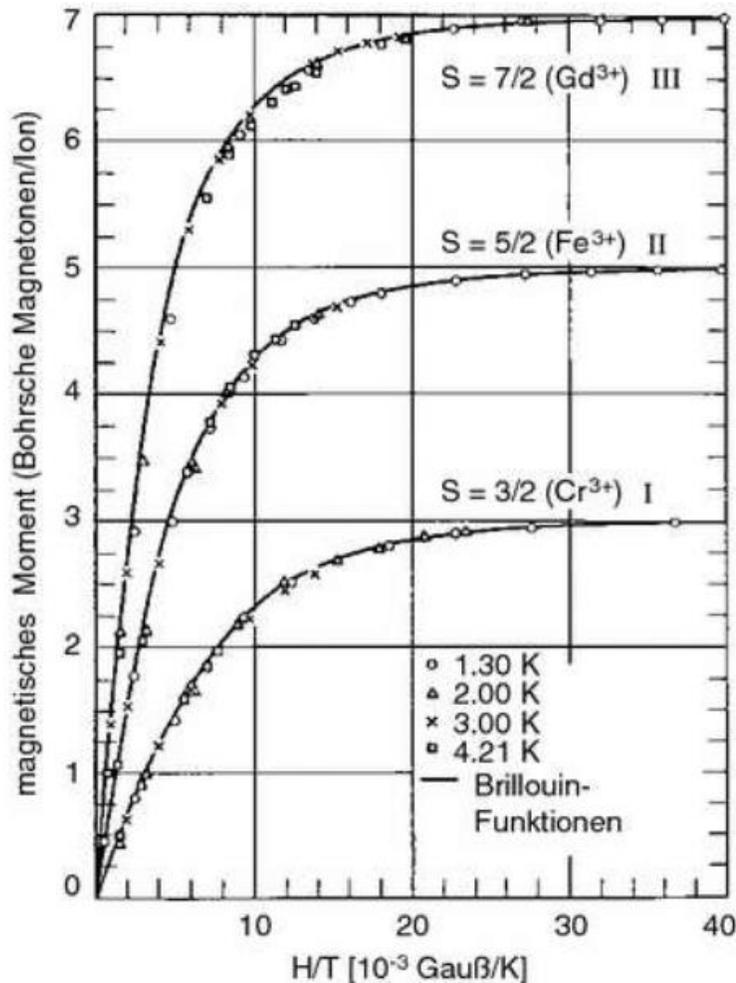


Sam Mugiraneza, Tutorial: a beginner's guide to interpreting magnetic susceptibility data with the Curie-Weiss law

<https://www.nature.com/articles/s42005-022-00853-y>

Saturierungs-Magnetisierung

- Brillouin-Funktionen



Gadolinium-Sulfat-Oktahydrat
 $S = \frac{7}{2}, L = 0, J = \frac{7}{2}, g_J = 2$

Eisen-III-Alaun
 $S = \frac{5}{2}, L = 0, J = \frac{5}{2}, g_J = 2$

Kalium-Chrom-Alaun
 $S = \frac{3}{2}, J = \frac{3}{2}, g_J = 2$
 L ist gequenscht



KCr(SO4)2

Bestimmung von J bzw. S durch Messung der Brillouin-Funktion

$$\frac{M}{M_s} = B_J(y) = \frac{2J+1}{2J} \coth\left(\frac{2J+1}{2J}y\right) - \frac{1}{2J} \coth\left(\frac{1}{2J}y\right)$$

Sättigungsmagnetisierung:

$$M_s = n g_J \mu_B J \qquad y = xJ = \frac{g_J \mu_B J B_{\text{ext}}}{k_B T}$$

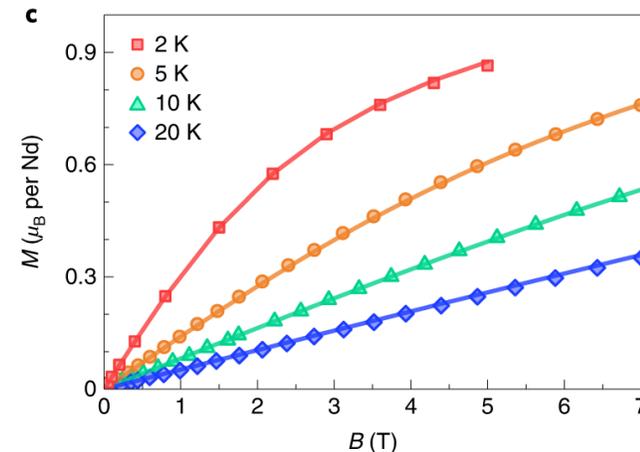
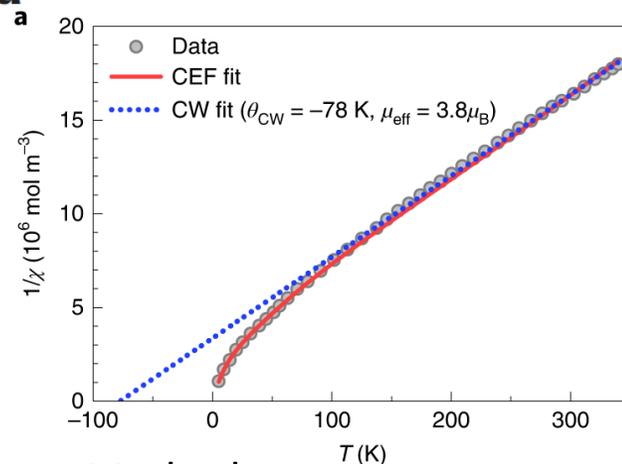
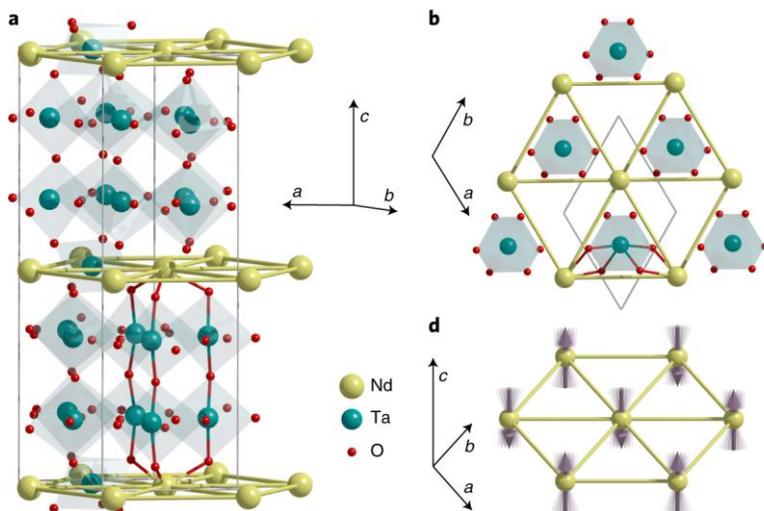
Curie-Gesetz

The Ising triangular-lattice antiferromagnet neodymium heptatantalate as a quantum spin liquid candidate

T. Arh, B. Sana, M. Pregelj, P. Khuntia, Z. Jagličić, M. D. Le, P. K. Biswas, P. Manuel, L. Mangin-Thro, A. Ozarowski & A. Zorko

[Nature Materials](#) (2021) | [Cite this article](#)

944 Accesses | 3 Altmetric | [Metrics](#)



Methods

The obtained χ was compared to the CW model $\chi = C/(T - \theta_{\text{CW}})$ in different temperature regions. Here θ_{CW} is the CW temperature and the Curie constant is given by $C = N_{\text{A}} \mu_0 \mu_{\text{eff}}^2 / (3k_{\text{B}})$, with N_{A} , k_{B} and μ_{eff} being the Avogadro number, the Boltzmann constant and an effective magnetic moment, respectively. The CW fit in the high-temperature region above 100 K (Fig. 2a) yields the CW temperature $\theta_{\text{CW}}^{\text{h}} = -78(4) \text{ K}$ and the effective moment $\mu_{\text{eff}}^{\text{h}} = 3.8(1) \mu_{\text{B}}$. The latter is close to the value $g_J \sqrt{J(J+1)} \mu_{\text{B}} = 3.62 \mu_{\text{B}}$ expected for a free $^4I_{9/2} \text{Nd}^{3+}$ ion. The fit with the same model

Diamagnetismus

- Molare magnetische Suszeptibilität von einigen Atomen und Ionen mit Edelgaskonfiguration

